Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

# OPUSCULA
## OMNIA
# ACTIS ERUDITORUM
# LIPSIENSIBUS
## INSERTA,

QUÆ AD UNIVERSAM MATHESIM, PHYSICAM, MEDICINAM, ANATOMIAM, CHIRURGIAM, ET PHILOLOGIAM PERTINENT;

NECNON

EPITOMÆ SI QUÆ MATERIA vel Criticis Animadverſionibus celebriores.

## TOMUS SEXTUS.

Ab Anno 1720. ad Annum 1729.

ET SUPPLEMENTA AD QUINTUM DECENNIUM.




1
5
110

VENETIIS

MDCCXLVI.

Typis JO. BAPTISTÆ PASQUALI.

*Superiorum permiſſu, ac Privilegio.*

Digitized by Google

Digitized by Google

*Clariſſimo atque Eruditiſſimo Viro*

# RICHARDO MEAD
## MAGNÆ BRITANNIÆ REGIS
## ARCHIATRO &c. &c. &c.
### S. P. D.

JOANNES BAPTISTA PASQUALIUS.

IN Angliam properat alacer ac lætus ſextus hic Actorum Lipſienſium Tomus, teque, Clariſſime Vir, inviſere, meis verbis ſalutem dicere, inque tuas manus venire feſtinat. Nempe liber ex omni bonarum Artium, Scientiarumque genere Excerpta com-



Digitized by Google

plectens, ad Virum omnigenæ eruditionis laude præſtantiſſimum venit. Etſi Inſula toto Orbe diviſa petenda ſit, longæque viæ incommoda ſubeunda, feliciorem ſe Tomis ſuperioribus putat, qui, ut Patronos ſuos convenirent, ne Italia quidem exire debuere. Hujus itineris cauſſam paucis accipe. Cum primum Excerptis his edendis manum admovi, unicuique Volumini Patronum ſuum quærere ſtatui, eo conſilio, ut compendioſa Collectio hæc, in primis utilis ſtudioſis hominibus, quorum commodis inſervirem, magnorum nominum commendatione gra-

tiſſi-

tiſſima fieret. Zendrinum itaque, Facciolatum, Planchium, Ricam, Muratorium appellavi; Viros ſane cum primis doctrinæ fama, ſcriptis, in litteris auctoritate verendos. Ut his comes accedere velis, impræſentiarum laboro; his, inquam, quos litterarum amor, ſtudiorum ratio, ingenii monumenta immortalitati tradita tui ſimillimos faciunt, quique nihil a te diſtant, niſi regione. Te doctorum hominum ſocietatem defugere non ſolere, ex eo plane compertum eſt, quod præcipuæ ex Regiis Societatibus, & Accademiis, quæ certe huic,

ad

ad quam modo vocaris, nonniſi Sociorum numero præſtant, te Socio tantopere lætantur. Id ſi pro tuo in omni re non minus æquo quam acri judicio reputes, dubium non eſt, quin te cæteris Patronum adjungas, ſextumque Tomum hunc, qui ad Te non tam ominis quam præſidii gratia mittitur, in fidem tutelamque tuam accipias. Quod cum facies, & benigne facies, & a more inſtitutoque tuo non diſcedes. Libentiſſime vero etiam facies, cum a Regiæ valetudinis tuendæ cura liber eum evolvere ac legere cœperis. Plurima in eo reperies ad Medicam, hoc eſt tuam,

Artem

Artem ſpectantia, quæ magna te voluptate afficient. A Medicis ad res naturales divertere poteris; quarum maximam copiam in Muſeo locupletiſſimo habes. Præſto erunt multa e recondita Antiquitate deprompta; aderunt etiam de re nummaria nonnulla, cujus te ſtudio mirifice teneri ſatis indicant undique conquiſita numismata elegantiſſima. Per omnia demum litterarum ac diſciplinarum genera excurrere, atque hinc inde aliquid delibare licebit, quo incredibile tuum diſcendi deſiderium non jam expleas, ſed parumper detineas. Explendo enim vix ſufficit or-

natiſſi-

natiſſima illa tua Bibliotheca, ingenti ſelectorum librorum numero in dies magis aucta, Quorum lectione cum tantum profeceris, ut ſingularem humanitatem, animique moderationem, quod perquam raro uſuvenit, cum ſingulari doctrina conjungas; ſpe ducor, te hanc qualemcumque ſtudii mei, atque obſervantiæ ſignificationem æqui bonique facturum. Vale.

EX-

Digitized by Google

# EXCERPTA
## EX ACTIS ERUDITORUM
### LIPSIENSIBUS
### ANNI 1720.

## C. G. SPECIMEN METHODI
### ad ſummas Serierum.

1. SEries omnes, modo certam progreſſionis legem ſervent, ad formulam aliquam, ſeu terminum generalem revocari poſſunt. Terminum generalem illum voco, qui poſita, quam continet, quantitate variabili, v. gr. $x = 1$, det terminum primum; poſita $x = 2$ terminum ſecundum, & ſimiliter ceteros. Act. Erud. An. 1720, M. Jan. Pag. 27.

2. Terminorum generalium, veluti ipſarum ſerierum, duæ ſunt claſſes:

I. Ubi omnes exponentes in termino generali ſunt conſtantes, ut ſeriei $1 + 2 + 3 + 4$ &c. terminus generalis eſt $x$; ſeriei $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} +$ &c. terminus generalis eſt $\frac{1}{x^2 + x}$; ſeriei $\frac{2}{64} + \frac{11}{544} + \frac{26}{1972} + \frac{47}{5104} +$ &c. terminus generalis eſt $\frac{3x^2 - 1}{9x^4 + 36x^3 + 33x^2 - 6x - 8}$. &c.

Act.Erud. An. 1720. M. Jan.

II. Ubi in formula generali datur exponens variabilis, hoc eſt, ubi $x$ quomodocumque affecta ingreditur exponentem, ut ſeriei $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+$ &c. terminus generalis eſt $\frac{1}{2x}$; ſeriei $\frac{1}{3}+\frac{1}{81}+\frac{1}{19683}+\frac{1}{43046721}+$ &c. terminus generalis eſt $\frac{1}{2xx-x}$.

Nos nunc quidem primæ tantum claſſis ſeries perſequi earumque ſummas indagare conſtituimus.

Pag. 28.

3. Si quis vero difficile putet hujus claſſis ſeries ad generalem terminum reducere, multum juvabitur hoc canone:

$$a+(x-1)\,b+\frac{(x^2-3x+2)}{2}\,c+\frac{(x^3-6x^2+11x-6)}{6}\,d+\frac{(x^4-10x^3+35x^2-50x+24)}{24}\,e+\&c.$$

Si datæ ſeriei terminus primus (numerator ſeu denominator) vocetur $a$, differentia prima $b$, differentia differentiarum prima $c$, &c. donec perveniatur ad differentiam conſtantem, ipſe canon dabit terminum generalem, quod exemplo declaramus.

Sit data ſeries $\frac{1}{3}+\frac{1}{15}+\frac{1}{35}+\frac{1}{63}+$&c.

Determinatores ſic diſpono:

Terminus primus $a =$ 3.) 15. 35. 63.
Differentia prima $b =$ 12.) 20. 28.
Differ. Diff. conſtans $c =$ 8.) 8.

Nempe $a = 3.$
$(x-1)\;\; b = 12x-12.$

$$\frac{(x^2-3x+2)}{2}\; c = \frac{4x^2-12x+8.}{4x^2-1}$$

Ergo terminus generalis ſeriei datæ eſt $\frac{1}{4x^2-1}$.

4. Quod ad ſummas harum ſerierum inveniendas attinet, ſi termini ſint integri, ponatur $a = 0$, terminus primus $= b$, differentia prima $= c$, differentia differentiarum prima $= d$, &c. donec perveniatur ad differentiam conſtantem; aggregatum ex canone dabit ſummam ſeriei ad quemcunque terminum $x$ excluſive. Sit data ſeries $3+35+99+195+$&c. Terminos pro invenienda ſumma ſic diſpono.

$a =$ 0.
$b =$ 3.) 35. 99. 195. $\qquad e = 2)$
$c =$ 32.) 64. 96.
$d =$ 32.) 32.

Nem-

Act. Erud. An. 1720. M. Jan.

Nempe $a = 0$

$(x-1)\quad b = 3x - 2$

$\frac{(x^2-3x+2)}{2}\quad c = 16x^2 - 48x + 32$

$\frac{(x^3-6x^2+11x-6)}{6}\quad d = \cfrac{\frac{16x^3}{3} - 32x^2 + \frac{176x}{3} - 32}{\frac{16x^2}{3} - 16x^2 + \frac{41x}{3} - 3}$. erit ſumma ſeriei ad datum quemcunque terminum $x$ excluſive (vel incluſive, ſi pro $x$ ſubſtituatur $x+1$.)

5. Si fracti fuerint datæ ſeriei termini & numerator termini generalis conſtans, nec $x$ in denominatore ſecundam poteſtatem ſuperet (ultra enim progredi nunc non vacat) terminus generalis ad hanc formulam reduci poterit $\frac{e}{px^2 .\, qx .\, r}$, ubi $e, p, q, r$, deſignare poſſunt quantitates quasvis conſtantes rationales & ſurdas (modo terminus primus ſit realis, hoc eſt, ſi in termino generali ponatur $x = 1$, denominator ſit major nihilo) nec refert quo ſigno affectæ fuerint quantitates $q$ & $r$.

An, inquam, hujusmodi data ſeries ſit ſummabilis, & quæ ejus ſumma, per ſequentes regulas definio:

I. Prout in denominatore termini generalis fuerit $\pm r$ facio $(q^2 \mp 4pr)^{\frac{1}{2}} : p = f$, quæ $f$ ſi fracta ſit vel ſurda, vel negativa, porro pergere non eſt opus, nec ſumma ſeriei aliter quam per continuam terminorum additionem videtur colligi poſſe; ſi vero $f$ integra fuerit, indicabit ſeriem datam eſſe ſummabilem, quippe quæ conflata ſit ex tot ſeriebus ſummabilibus, quot ipſa $f$ continet unitates.

II. Ut has ſeries ſeorſim inveniam, pro prima pono terminos excerptos ex datæ ſeriei locis.

1. $(1+f)\ (1+2f)\ (1+3f)$ &c. Pag. 30.

pro ſecunda pono terminos excerptos ex datæ ſeriei locis.

2. $(2+f)\ (2+2f)\ (2+3f)$ &c.

& ita porro donec tot ſeries habeam, quot continet $f$ unitates.

III. Harum ſerierum terminos generales (per §. 3. inventos) ſeorſim applico ad hunc canonem $\frac{am}{l^2x^2 + (2lm - l^2)x + m^2 - lm}$. Unde determinatis quantitatibus $a, l, m$, habetur cujusvis ſeriei ſumma generalis ad quemvis terminum incluſive $\frac{ax}{lx+m}$.

Act.Erud. An. 1720. M. Jan.

IV. Denique inventas ſummas generales addo, quarum aggregatum exprimet ſummam generalem datæ ſeriei ad terminum quemvis $fx$ incluſive.

Quas regulas unico exemplo, quod inſtar omnium erit, accommodamus. Sit data ſeries $\frac{1}{4}+\frac{1}{10}+\frac{1}{18}+\frac{1}{28}+\frac{1}{40}+\frac{1}{54}+\frac{1}{70}+$ &c. cujus terminus generalis per §. 3. invenitur $\frac{1}{x^2+3x}$, ubi $p=1$. $q=3$. $r=0$.

Igitur I. per Regulam primam fit $f=3$.

Unde conſtat ſeriem datam compoſitam eſſe ex tribus ſummabilibus, quas ut inveniam

II. Pro prima pono terminos excerptos ex ſeriei datæ locis 1. 4. 7. 10. &c. qui ſunt $\frac{1}{4}+\frac{1}{28}+\frac{1}{70}+\frac{1}{130}+$ &c. pro ſecunda pono terminos excerptos ex ſeriei datæ locis 2. 5. 8. 11. &c. qui ſunt $\frac{1}{10}+\frac{1}{40}+\frac{1}{88}+\frac{1}{154}+$ &c. pro tertia pono terminos excerptos locis 3. 6. 9. 12. &c. qui ſunt $\frac{1}{18}+\frac{1}{54}+\frac{1}{108}+\frac{1}{180}+$ &c.

Pag. 31.

III. Seriei primæ terminum generalem, per §. 3. invenio $=\frac{1}{9x^2-3x-2}$ ejusque ſummam generalem per canonem Regulæ tertiæ $\frac{x}{3x+1}$; ſeriei ſecundæ terminum generalem $\frac{1}{9x^2+3x-2}$ ſummam generalem $\frac{x:2}{3x+2}=\frac{x}{6x+4}$; tertiæ ſeriei terminum generalem $\frac{1}{9x^2+9x}$, cujus ſumma generalis eſt $\frac{x:3}{3x+3}=\frac{x}{9x+9}$.

IV. Inventas ſummas generales addo, quarum aggregatum $\frac{99x^3+144x^2+49x}{162x^3+324x^2+198x+36}$ exprimet ſummam ſeriei ad terminum quemcunque $fx=3x$ incluſive, & pro $x$ ſubſtituendo $\frac{x}{f}=\frac{x}{3}$, habebitur ſumma generalis datæ ſeriei ad ſingulos terminos $\frac{11x^3+48x^2+49x}{18x^3+108x^2+198x+108}$, ſumma vero maxima, ſeu omnium terminorum (poſita ſcilicet $x=\infty$, & $\infty^4$ evaneſcente præ $\infty^3$) $\frac{11}{18}$.

# Hiſtoire de l'Academie Royale des Sciences, Année MDCCXVI. &c.

Act. Erud. An. 1720. M. Marr. Pag. 129.

h. e.

## HISTORIA ACADEMIÆ REGIÆ SCIENTIARUM Anni 1716, cum Commentariis Mathematicis & Phyſicis ejusdem Anni.

*Amſtelodami, apud Petrum de Coup, 1719. in 12. Alpb. 1. plag. 2. tabb. æn. 9.*

HOC anno 1716, autoritate Sereniſſimi Duci Aurelianenſis, a morte *Ludovici XIV.* vicaria in Gallia ſceptra tenentis, in Academiæ Regiæ Scientiarum forma quædam immutata fuere. Nimirum numerus honorariorum & aſſociatorum nulli certo ſcientiarum generi addictorum auctus & claſſis viginti Adjunctorum perſonalium ſuppreſſa, in ejus vero locum nova 12 Adjunctorum claſſis ſurrogata, ita ut duo ſint Adjuncti Geometriæ, duo Aſtronomiæ, duo Mechanices, duo Anatomiæ, duo Chymiæ, duo Botanicæ: has nempe ſcientias excolit Academia Scientiarum. Sancitum etiam eſt, ne Clericus regularis unquam locum obtineat in numero honorariorum & ſtipendiariorum, a qua claſſe poſteriori etiam aſſociati excluduntur. Adjunctis non conceditur votum, niſi quando de Scientia agitur. Quotannis a Rege eligetur Præſes & Vice-Præſes ex numero honorariorum, itemque Director & Sub-Director ex numero ſtipendiariorum. Hiſce præmiſſis ad ipſam operis recenſionem progredimur. In Phyſica generali *Maraldus* deſcribit phænomenon luminoſum ſeptentrionale, quod An. 1716. die 11. April. hor. 10. veſp. 30′ obſervatum, Pag. 130.
vulgo *Auroræ borealis* fert nomen. Cum de eodem ex alio phænomeno ejusdem generis multa jam dicta ſint in Actis An. 1716 pag. 345 & ſeqq. id unicum hic annotaſſe ſuffecerit, quod ex diverſis circumſtantiis in diverſis locis eodem tempore obſervatis concludat *Maraldus*, phænomenon eodem tempore in diverſis locis obſervatum non fuiſſe numero, ſed ſaltem ſpecie idem: id quod etiam de phænomeno in Actis loc. cit. relato annotatum eſt a *Cl. Wolſio* pag. 366. Lapides ex maſſa fluida aut molli formatos probat *Fontenellius*, quod het[illegible]genea iis incluſa reperiantur. *Godofredus* autem de eorum geneſi hypotheſin aliquam proponit, quam *de la Hire* junior obſervationibus quibusdam non ex aſſe ſatiſfa-

Act. Erud. An. 1720. M. Mart. tisfacere monſtrat, etſi eidem favere videantur. A die ultima Novembris uſque ad diem 2 Dec. mare ſæviens inundavit loca humilia in Normandia inferiore, affluxu continuo exiſtente ſine ullo refluxu. Quantitatem aquæ pluvialis An. 1716 obſervavit *de la Hire* 17 digitorum & 6 ½ linearum; declinationem acus magneticæ d. 30 Dec. 11°. 10′. Ut autem hanc declinationem ea, qua decet, accuratione obſervare poſſis, conſtructionem inſtrumenti neceſſarii ſeu pyxidis magneticæ huic ſcopo conducentem deſcribit. Monet inter alia, thecam, cui acus includitur, optime ex marmore fieri, cum lignum rectitudinem non ſervet in humiditatis ac ſiccitatis variationibus, orichalcum ſubinde aliquid ferri admixtum habeat: meridianam lineam ultra thecam produci debere, ut ſcilicet pyxidem ſuper linea meridiana in plano immobili ducta exacte conſtituere liceat, optimas eſſe acus, quæ ex filo chalybeo parantur, nec multum ponderant; cavendum denique, ne per rimam inter vitrum & pyxidem ventus in thecam ingredi poſſit.

In *Anatomicis* herniam umbilicalem monſtroſam deſcribit *Mery*. Obſervata fuit in infante, quæ 15 horas auram vitalem hauſit. Etſi apertura umbilici non haberet diametrum 15 lineis majorem, hernia tamen includebat pulmones, jecur, ventriculum, & inteſtina omnia. Monſtroſam appellat herniam, quod, ipſo judice, fuerit vitium conformationis. Quæ de arte præparandi
Pag. 131. uniones adulterinos commentatus eſt *de Reaumur*, inter Anatomica locum habent, quia colorandis iſtis adhibetur materia a ſquammis albulæ, qui eſt piſciculus Sequanæ incola, ſeparata, atque hac occaſione de ſquammarum formatione generatim diſſeritur. Idem reſpondet ad difficultates, quas contra ipſius hypotheſin de formatione concharum limacum An. 1709 propoſitam objecerat *Mery* anno proxime ſequente. *Deslandes* ſiſtit fœtum omni oſſium articulatione, conſequenter motu inde pendente, carentem. *Morinus* alium deſcribit fœtum monſtroſum, qui conſtabat ex duobus truncis communi umbilico gaudentibus & ultra umbilicum non continuatis. Scilicet videbantur quaſi duo fœtus plano horizontali per umbilicum diſſecti & partes ſuperiores in unum truncum coaluiſſe. Pedes vero cum femoribus averſa parte jungebantur ad angulos rectos. Intus omnia erant geminata, quemadmodum extra. Fœtum extra uterum formatum, placenta ad primam, ſecundam & tertiam vertebram lumborum adhærente, *Martinus* junior, Chirurgus, in ſcenam producit: fœtum vero difformem *Petitus*, qui idem ſuas de functionibus oris meditationes continuat. *Littre* deſcribit difficultatem deglutiendi ortam ex ſpina Cyprini deglutita & poſt qua-

tuor-

tuordecim menſes fatalem, nutrimento deficiente. Aperait poſt mortem cadaver & varia ſingularia in eodem notavit. *Petitus* machinam communicat, quam invenit, ad oſſa diffracta ſitui priſtino reſtituenda commodam, cum eam hactenus uſitatas non uno nomine antecellere exiſtimet. *Reubeus* ſtructuram placentæ uterinæ illuſtrat, obſervans inter alia, eam contineri inter duplicem chorii membranam expanſam, & arterias venis perpetuo ſociari, perinde ac in chorde umbilicali obſervamus. Tandem *Petitus* obſervationem de fiſtula ſtomachi exhibet. Act. Erud. An. 1720. M. Mart.

In *Chymicis* primo loco occurrunt conjecturæ quædam de origine Salis Armoniaci, quod ex Ægypto ad nos defertur. *Le Mery* diverſitates annotat, quæ in ſalium diverſorum diſſolutione ſeſe offerunt.

In *Botanicis* ad præcavendam & ſanandam lepram arborum commendat *Reſſonius*, ut in cortice a ramis uſque ad terram inciſio rectilinea fiat menſe Martio vel Aprili, & quidem in facie a Sole averſa. Idem experientia domeſtica fretus artem inſerendi arboribus gemmas fructiferas perficere ſtudet. Jubet ſcilicet eas immittere cortici ſeniori, non juniori, atque ex ramis, quos inter ſteriles & fructiferos medios ſtatuit ex multiplici folio uni nodo adhærente dignoſcendos, ſumi illas, quæ triplicatæ comparent. Mediam enim eſſe ramificationi aptam, binas vero laterales primo ſtatim anno fructus proferre. Immiſſionem fieri poſſe circa initium autumni, quando arbores fructibus graves, & ramos veteres demum anno ſequente, gemmis progerminantibus, amputandos eſſe. *Juſſieu* deſcribit plantam, quæ *Cereus Peruvianus Tavern. icon.* 705 dicitur; *Iſnardus* vero novum plantarum genus, quod *Evonymoides* appellat. Pag. 131.

In *Geometricis* novam de ratione magnitudinum theoriam promittit *de Lagny*, quam hucuſque recepta ſimpliciorem ac diffuſiorem maximaque utilitatis fore confidit. Dividit rationes in diverſa genera pro numero diviſionum tentandarum, antequam ad communem menſuram deveniatur. E. gr. *r* ad 1 : 1, 1 : 2 &c. eſt ratio primi generis, quia unica diviſione ad communem menſuram pervenitur, quæ hic eſt ipſa unitas. Sed 2 : 3 eſt ratio ſecundi generis, quia nonniſi duabus diviſionibus abſolutis obtinetur communis menſura, quæ denuo unitas eſt. Specialiora nondum prodidit. Notum eſt, *Hallejum* in Tranſactionibus Anglicanis determinaſſe diverſos denſitatis aeris gradus in diverſis a centro Terræ diſtantiis, ſuppoſita gravitate conſtante & preſſione in ratione ponderum: *Newtonum* vero in Principiis propoſ. 21 & 22 lib. 2 in hypotheſi rationis ponderum comprimentium, ſed gravitatis variabilis in ratione reciproca diſtantiarum Tab. I. Fig. 1.

a cen-

Act.Erud. An. 1720. M. Mart. a centro cum ſimplici, tum duplicata. *Varignonius* hanc theoriam reddidit univerſalem ope formulæ admodum ſimplicis. Sit ſcilicet C centrum gravium, CD altitudo fluidi elaſtici, ex. gr. atmoſphæræ noſtræ, BC diſtantia quæcumque a centro $= x$, denſitas fluidi ſeu aeris in B $= y$, vis gravitatis variabilis utcunque B $= z$, particula B$b$ infinite parva erit $= dx$, adeoque maſſa aeris in B$b = ydx$, pondus $= zydx$, quod cum continuo decreſcat, creſcente $x$, negativum eſſe debet, nempe $- zydx$.
Pag. 133. Habemus itaque pondus totale, aeris nempe a B uſque ad D protenſi $- \int zydx$. Quare cum denſitas ſupponatur decreſcere in ratione quacunque multiplicata aut ſubmultiplicata ponderis totalis; habebimus $- (\int zydy)^n = y$, unde tandem reductione ac ſummatione communi more facta reperitur $\int zdx + q = \frac{1}{1-n} y^{(1-n):n}$.

Hinc a perito calculi *Leibnitiani* facile deducuntur non modo quæ ab *Hallejo* & *Nevvtono* aliiſque reperta ſunt, ſed etiam innumera alia ab aliis nondum animadverſa. *Saurin* ſpecialia nonnulla annotat circa tangentes curvarum in punctis, ubi plures rami ſe mutuo interſecant, & incautus formulæ communis, quam calculus differentialis pro ſubtangente exhibet, uſus fallit.

Quæ in *Aſtronomicis* de mutabilitate obliquitatis Eclipticæ profert de *Louville* in Actis anni ſuperioris ipſis Autoris verbis jam propoſuimus. *Maraldi* phænomena nonnulla annuli Saturni annotat. Huc pertinet, quod anſa orientalis paulo citius diſparuerit occidentali, contra hic ſub initium reditus paulo largior apparuerit orientali: quo ipſo conjectura *Caſſini* ſenioris confirmatur, quod annulus integer non ſit in eodem plano. *Caſſinus* theoriam motus Satellitum Saturni condidit & Tabulas exhibuit, juxta quas motus ſingulorum ad datum quodcunque tempus computari poteſt. Calculus exemplis illuſtratur. Determinat etiam diſtantias veras Satellitum a centro motuum in ſemidiametris terreſtribus. Prodit autem diſtantia primi 43 ſemidiametrorum. Frequentes fuere A. 1716 macularum apparitiones, & a 30 Aug. uſque ad 3 Sept. octo diverſæ congeries macularum una comparuerunt: quæ cum lumen Solis haud ſenſibiliter imminuerint, pro fabula habet *Fontenellius*, quæ de pallore Solis poſt mortem Cæſaris tradunt Hiſtorici. *Maraldi* varias recenſet obſervationes occultationis Jovis a Luna factæ d. 4. Jan. 1716. *Deliſle* diſputat contra *Hallejum* de longitudine freti Magellanici.

In *Mechanicis* ſuas de vortice fluido meditationes continuat *Saulmon*. Theoriam *Blondelli* de jactu bombarum praxi parum reſpondere didicit *de Reſſons*, qui multiplici ac longa experien-
Pag. 134. tia edoctus multa recenſet obſtacula, quæ effectum deſideratum impe-

impediunt & regulas eadem evitandi, quantum fieri poteſt, præſcribit. *De la Hire* junior novum deſcribit antliæ genus, quæ aquam continuo expellit, ſive embolus attollatur, ſive deprimatur. AAA eſt corpus antliæ, D embolus, C haſta embolo infixa, E tubus per quem aqua attrahitur, FF valvulæ in antliam hiantes, G tubus per quem aqua expellitur, HH valvulæ in eandem hiantes. Cetera intelligentibus ex adſpectu figuræ manifeſta ſunt. *De la Hire*, *Philippi* filius, docet, quomodo ſtructura feneſtræ evitari poſſit, ne pluvia a vento alliſa per eam in conclave penetret. Act. Erud. An. 1720. M. Mart. Tab. I. Fig. 2.

In *Acuſticis* experimentis variis docet *de la Hire*, ſonum corporis percuſſi non dependere a vibrationibus ipſius corporis, ſed ſolummodo partium ipſius.

Obierunt A. 1716 *Salvator*, *Parentius* atque *Leibnitius*, qui adeo annus Geometris fuit fatalis.

*Joſephus Sauveur* ſive *Salvator* natus eſt Flexiæ d. 24. Martii A. 1653, patre *Ludovico Salvatore*, Notario. A nativitate uſque ad ſeptimum ætatis annum mutus permanſit ob defectum organorum vocis. Puer mechanicum egit, conſtruens ſiphones, fonticulos, molendina. Memoria perinde ac facultate loquendi laborans parum apud Patres Societatis Jeſu profecit. A. 1670 Lutetiam Pariſiorum venit Philoſophiæ ac Theologiæ operam daturus. Illi cum operam daret, intervallo menſtruo ſex priora Elementa *Euclidis* proprio Marte didicit. A Theologia mox deſtitit, quod methodus non ſatisfaceret, itaque ad Medicinam animum applicuit & *Robaltium* Philoſophiam veriorem profitentem ſæpius adiit. *De Cordemoi*, qui Principem Delphinum in Philoſophia inſtituebat, ipſum Epiſcopo Condomenſi poſtea Meldenſi, Principis Regii Præceptori, commendabat, cujus ſuaſu Medicinam miſſam fecit & Geometriæ ſe totum tradens alios eandem docere cœpit, præſertim cum avunculus ſtipendia annua negaret Theologiæ ſtudium deferenti. Vix 23 ætatis annum attigerat, cum inter diſcipulos *Eugenium* Principem numeraret. Pauca legit; plura meditatus eſt. Ambire decreverat Mathematum Profeſſionem *Rameam*; ſed difficultate loquendi deterritus a conſilio mox deſtitit. An. 1681 *Mariotto* adſtitit in experimentis aquarum, & *Ludovico* Principi Condæo innotuit. A. 1691 obſidioni Montium interfuit, eaque finita Flandriæ munimenta vidit, artem militarem percepturus. Redux Principes juvenes Matheſin docuit & praxin Matheſeos promovit, Matheſin utilem in pretio habens. Speculationi tamen quadratorum magicorum non ſine ſucceſſu diu incubuit. Geometras recentiores ſcientiam infiniti excolentes *infinitarios* appellare ſolitus, etſi calculum dif- Pag. 175.

Act.Erud. ferentialem ac ſummatorium non ignoraret. A. *1686* Profeſſio-
An. 1720. nem Mathematum in Collegio Regio obtinuit, non obſtante lin-
M. Matr. gua balbutiente. A. *1696* in Academiam Scientiarum receptus, Acuſticam excolere cœpit & novum Muſicæ ſyſtema exhibuit. Cum A. 1703 Comes de *Vauban* Galliæ Mareſchallus creatus eſſet, *Salvatorem* Regi commendavit, qui, quod ipſe ante fecerat, Architectos militares examinaret. Bis matrimonium iniit: ex priori duos filios, ex poſteriori filium & filiam ſuſcepit. Obiit d. *9*. Jul. An. *1716*. ætatis 64.

Pag. 136. *Antonius Parent* natus eſt Pariſiis d. *16* Sept. An. *1666*. Nondum tertium ætatis annum egreſſus erat, cum avunculus *Antonius Mallet*, parochus in pago quodam prope Carnutum, curam educationis & vices Præceptoris in ſe ſuſciperet. Docebat ipſum primas Arithmeticæ regulas, cetera ignorabat ipſe, adeoque a puero ex libro addiſcebantur proprio Marte, qui adoleſcens 13 annorum factus in demonſtrationes inquirebat. Hoc præceptore vero potiſſimum in religione ac pietate profecit, unde per totum vitæ tempus praxi Chriſtianiſmi auſteræ incubuit. Anno ætatis 14 Carnuti Rhetoricam didicit & Sphæricam, cum quo poſteriore ſtudio Gnomonicam & Geometriam junxit nullo duce. Pariſios mittebatur ab agnatis, Juris ſtudio operam daturus; ſed ipſemet Mathematicum cum eodem combinavit, & curſu juris abſoluto, totum ei ſe tradidit, etſi parcius ſuppeditaretur, unde viveret. In Collegio Regio lectiones *Philippi de la Hire* atque *Salvatoris* audivit: mox ipſe inſtituit alios in Matheſi, utque Architecturam militarem melius docere poſſet, commendatione *Salvatoris*, cum Marchione *d'Alegre* caſtra bis ſecutus. Vitam deinde privatam egit, totus in omni ſtudiorum genere, præſertim Mathematico ac Phyſico. Anno *1699 des Billets* ſibi Adjunctum in Academia Scientiarum adſcivit, quod in Mechanica inprimis excelleret. Ibi interdum per præcipitantiam ac ſubinde nimia vehementia aliis contradicebat. Nemo plura ſchediaſmata Academiæ exhibuit, quam *Parentius*, non ægre ferens, etſi ſubinde cum ſevera cenſura rejicerentur. Exprobrata ipſi fuit obſcuritas: ſed, ne perirent ſchedæ, quas Academia ipſi reddidit, eas ſub titulo: *Recherches de Mathematique & de Phyſique* An. 1705. edidit, atque auctiores An. 1713 recudi fecit. Volumina iſta paucos invenere emtores. An. 1714 Arithmeticam theoretico-practicam publicavit, ubi catalogum ſubjunxit ſchedarum, quas paſſim in Diariis edidit. An. *1716* d. *26*. Septembr. ætatis 50 vitam finiit ex variolis. Præter ſchedas MSC. easque magno numero nihil reliquit, quas inter libri devotionum, vita avunculi ſui, Argumenta divinitatis Chri-

Chriſti. In ſorte admodum modica multum eleemoſynarum Act.Erud.
erogavit. An. 1720.
Elogium *Leibnitii* dedimus in Actis An. 1717. pag. 387. & ſeq. M. Mart.
Cum vero pleraque quæ hic leguntur, etiam ibi a nobis tradi- Pag. 137.
ta ſint, quamvis alio ordine digeſta, Lectorem eo ablegare li-
cebit. Ceterum dum Cel. *Fontenellius* controverſiam commemo-
rat, quam non nemo *Leibnitio* circa inventum calculi differen-
tialis movit, nullum quidem argumentum omittit, quo Virum
ſummum a crimine plagii, quod ipſi exprobrare auſus eſt anta-
goniſta, liberet; aliqua tamen occurrunt, de quibus hæſitamus.
Scilicet 1. aſſeritur, *Nevvtonum* nunquam ſe liti immiſcuiſſe,
nec ipſummet *Leibnitio* controverſiam moviſſe. Enimvero con-
trarium apparet ex literis *Nevvtoni* contra *Leibnitium* ſcriptis,
quæ idiomate Anglico Hiſtoriæ fluxionum, quam vocat, ſub-
junxit *Joſephus Raphſon*. Sane quicquid protulit Antagoniſta,
idem etiam profertur a *Nevvtono*, ut aut *Nevvtonus* repetito-
rem ejus agat, aut ipſe omnia tela a *Nevvtono* accepiſſe dicen-
dus ſit. Ambo enim uno loquuntur ore. Deinde 2 calculus flu-
xionum extra controverſiam dicitur præceſiſſe calculum differen-
tialem: quod tamen ex commercio epiſtolico non apparet. Ex
Actis contra manifeſtum eſt, *Leibnitium* habuiſſe verum chara-
cterem quantitatum infiniteſimalium & per modum algorithmi
exercuiſſe calculum (quæ ipſa naturam calculi fundant, qui tan-
quam ſpecies ſub genere ſub arte characteriſtica combinatoria
univerſali continetur) cum tale quid a *Nevvtono* fieri non con-
ſtaret, nec tum factum fuiſſe adhuc probatum eſt. Quod ſi ami-
ci *Leibnitii* eodem modo cum *Nevvtono* agere vellent, quo ejus
aſſeclæ cum *Leibnitio* agunt, non deeſſent, quæ cum ratione re-
torquerent tela. Cum enim *Nevvtonus* vocat per contemptum
*Leibnitium* ſecundum inventorem methodi fluxionum; ipſum di-
cerent ſecundum inventorem orbitæ Cometarum, quippe cum
prior apud nos eandem invenerit ac publicarit *Dærffelius*. Et li-
cet facile largiamur, *Nevvtonum* ſcriptum *Dærffelii* Germanicum
non legiſſe; in toto tamen invento nihil continetur, quod non
deſumtum ſit ex *Kepleri* atque *Hevelii* Germanorum ſcriptis,
quæ *Nevvtono* lecta fuiſſe nemo dubitat. Virium centralium
ideam ac æſtimandi rationem dici poterat ab *Hugenio* accepiſſe:
quod idem ante eum fecerat *Hookius* & ad motum Planetarum
applicaverat. Quid ni ergo dicere liceret, *Nevvtonum* Geome- Pag. 138.
triam exercuiſſe in Hypotheſi *Hookiana* menſuram virium cen-
tralium ab *Hugenio* edoctum? Enimvero amicorum *Leibnitii* non
eſt aliorum inventa elevare: quin potius virium ultra commu-
nem hominum ſortem poſitum imitati eadem prædicando aliis

Act. Erud. An. 1720. M. Mart. ad præclara præſtanda ſtimulum addunt. Abſit itaque ut plura retorſionis etſi in omni jure licitæ indicia prodamus. Miſſis hiſce prædicamus conſtantiam *C. Leibnitii* in religione. Narrat enim *Fontenellius*, quod ad caſtra Pontificiorum tranſire noluerit, etſi lautæ offerrentur in Gallia conditiones, voto ac ſtatui ipſius apprime convenientes.

M. Maji. Pag. 214.

## J. G. ECCARDI

### *Obſervatio de Numis Attilæ Hunnorum Regis.*

CUM R. P. Banduri Numiſmatum conſideratio me ad numos Attilæ Hunnorum Regis, ex rebus fortiter geſtis inclyti, deduxerit, nonnulla hic de numis ejus commentari lubet. Crudelitatis accuſatur a ſcriptoribus novitiis; Priſcus tamen, qui eum de facie noverat, manſuetum, ſobrium & morum optimorum fuiſſe indicat, atque in eo fere laudatiſſimi Principis exem-
Pag. 215. plar nobis ſiſtit. Crudeliorem illum adverſus Romanos ſe exhibuiſſe non mirum eſt, cum multis ab iis inſidiis petitus & dolis circumductus vindictæ non potuerit non litare. Joh. Andreas Boſius in Numophylacio ſuo numum majoris moduli adſervavit, in cujus una parte Attila exhibetur, vultu truculento & barba promiſſiore cum inſcriptione: ATTILA REX; in altera urbs Aquileja comparet cum inſcriptione AQVILEIA. Sed numum hunc ſuppoſititium omnes eruditi agnoſcunt. Certius Attilæ nomine ſignatos numos inveniſſe ſibi viſus eſt in numis duobus argenteis Veſontione effoſſis Jo. Jacobus Chifletius Veſont. Part. I. pag. 211. Exhibetur in iis *vultus juvenilis* pectore tenus expreſ-
Tab. II. ſus, *humeris alatis*, & inſcriptum ATEVLA: in poſtica unius
Fig. 1. exhibetur *equus cornutus* caput dextrorſum in altum levans, ſupra tergum *lituus* & ſub equo *pentagonum*, in ima vero parte, quam Galli *exergue* vocant, *luna decreſcens*, & adſcriptum:
Fig. 2. VLATOS. In altero numo eadem cernas. *Equus* tamen in poſtica *non* eſt *cornutus*, & *ſiniſtrorſum* reſpicit. Lunæ decreſcenti in alio numo Numophylacii Regii Berolinenſis *ſtellam* inſertam eſſe Begerus obſervavit. Loco lunæ in alio a Camdeno & Gibſonio in Deſcriptione Britanniæ producto numo extat *ariſta*, &
Fig. 3. ſub equo *floſculus*. Reverendiſſimus Abbas Lucenſis Gerhardus pro ſua in bona ſtudia & nos benevolentia ſimilem communicavit, in quo figuræ allatæ *ſiniſtrorſum* reſpicienti appoſitum ATIVLA. Equus in eo dextrorſum reſpicit, ſupra ſe *lituum* & infra *penta-*

*gonum*

*gonum* ac *lunam decreſcentem* habens. Literæ vero nullæ adſunt. Act. Erud.
R. P. Bandurus primus produxit etiam alium cum ATEVL. equo An. 1710.
vero in altera parte, alias Gerhardino ſimili, appoſitum: VLA- M. Maji.
TOS. Cangius & Mediobarba æreum exhibuere, in quo caput Fig. 4.
juvenile nūdum in una parte cum literis: ATILA; in altera leo
gradiens ſine epigraphe. Mediobarba adhuc alium æreum vidit,
in quo caput cum ATHIL. & equus iterum ſine epigraphe. Omnes
hoſce numos etiam Bandurus Attilæ Hunnorum Regi tribuit.
Begerus tamen eos cuidam *Ulato Ateulo* Celtico Principi adſcribit,
argumento admodum infirmo. Melius ſenſit Camdenus, qui Pag. 216.
Reguli Britannici eſſe ſtatuit, quem ſecutus Gibſonius in Additamentis
ad Britanniam illius. Eruta enim ſunt aliqua ejus exemplaria
in Brinannia: & argentum purum, quo conſtant, nihil
cum vili metallo, quod Attilæ tempore ad numos fabricandos adhibebatur,
commune habet. *Pentagonum* apud Celtas ſacrum &
fauſti ominis erat ſignum, unde illud adhuc in Germania ſuperiore
*Druttenfuſſ* hoc eſt *pes Druidum* ſive ſacerdotum Celticorum
vocatur. *Ariſta* tanquam Britanniæ inſigne apud Camdenum &
Gibſonium in numis Cynobellini Britanniæ Regis pluribus extat.
*Luna* quoque decreſcens in ejusdem & Carataci numis frequens
occurrit, & iterum boni ominis erat. Unde adhuc Cambris, Davieſio
annotante, ADEG, *lunæ decrementum* & *tempus oportunum*
aut *occaſionem* ſimul deſignat. *Lituus* cultum numinis indicat. Et
*equus* in omnibus fere Celticis & Britannicis numis expreſſus invenitur:
quia apud Celtas & Britannos felix equorum proventus
& cultus quoque hujus animalis erat. *Figura alata* apprime convenit
cum effigie *Victoriæ Britannicæ*, in numis Antonini Pii, Commodi,
Severi, Getæ aliorumque Imperatorum conſpicuæ. Britannos
ſpeciatim *Deam Victoriam* coluiſſe Dio in Nerone teſtis
eſt, ubi Boodiciæ vel Bundovicæ Britannicæ Amazonis orationem
ad eam directam exhibet. Ad eandem Deam pertinent
Taciti hæc Lib. XIV extantia verba: *Inter quæ nulla palam cauſa
delapſum Camuloduni ſimulacrum VICTORIÆ, ac retro converſum,
quaſi cederet hoſtibus*. Apud Dionem nomen ejus Britannicum extat
una vice *Andraſte*, altera vero *Andate* ſcriptum. Guillelmus
Blanchus Xiphilini interpres legit etiam *Adraſte*. Dea hæc ipſa
galeata & alata cernitur in numo Cynobellini Regis apud Camdenum,
& ſubſcriptum ei eſt: CVNO, ſive nomen Regis modo
nominati, cujus effigies in altera parte extat, adſcriptis literis:
CAMV. h. e. Regiæ ſedis *Camuloduni*. Quid ſi igitur & in numis
recenſitis ATEVLA loci nomen eſſet? *Alata caſtra* Græce πτερωτὸν
στρατόπεδον, apud Ptolemæum nominantur, & omnium confeſſione
eo loco ſita fuere, ubi nunc *Edenburgum* extat, poſt tantum
tem-

Act.Erud. An. 1720. M. Maji. Pag. 217. tempus adhuc ſuo nomime *Alata caſtra* exprimens. *Adain* enim Cambris & *aden* Wallis *alam* ac *edn* avem, alitem adhuc denotat; *Borow* vero & *burg* eſt *caſtrum*. Antequam vero Romani ibi caſtra locaſſent, Britannico vocabulo potuit urbs hæc *Ateula* ſive *locus alatus*, vel, in quo *alata victoriæ imago* a Britannis culta eſt, vocata fuiſſe. *Le* enim Cambris, *lbe* Wallis, *log* Hibernis *locus*; & *lecb* Aremoricis *ſedes* eſt. Ad ultimam nominis *Ateula* ſyllabam videtur quoque *leonis* figura in numo quodam, ut diximus, extans reſpicere. Nam & leo Cambris *llew*, *lbew* dicitur, quod olim cum *a* ſcribi potuit, quia apud Celtas *a* & *e* vocalium unus fere ſonus fuit, ut hodie adhuc apud Anglos. Nomen ipſum Victoriæ Britannicæ *Adraſte* vel *Andraſte* mihi quoque, ut hoc addam, nil aliud ſignificare videtur quam *victoriam alatam;* nomen enim *adain* facile in *an* contrahitur *d* ejecto, ut fit in vulgari ſermone, quemadmodum & nos Saxones inferiores vulgo *var* pro *vater*, ac *bæen* pro *beten* &c. dicimus. Verbum enim *vinco* Aremorici, Britannorum poſteri, ſua lingua adhuc reddunt *trecbi*, *tredba*, *trecbda;* Cambris *DEWR* & *DRUD* eſt *fortis*, *audax*, *ſtrenuus*, & *TRECH* fortior, potentior, unde ſuperlativus *TRECHAF*. In his *cb* ſonum literæ *s* vicinum habere notum eſt linguarum peritis. Vox VLATOS Principis, qui numum cudi fecit, nobis ignoti nomen eſt. Forte autem illud nomen hic contractum ſaltem eſt ex *Vellocatus*, quo Britannicum Regulum quendam inſignitum novimus.

Attilæ tamen numus ſi unquam genuinus extitit, unius exemplar nos poſſidere certum eſt. Æreus is eſt, & magnitudinis ejus,
Tab. II. qua in delineatione hic adjecta apparet. Vultu imberbi ſiſtitur
Fig. 5. princeps & miti adſpectu. Caput tiara, aliquantum tamen detrita in numo, tectum, corpus paludamento barbarico veſtitum eſt. In poſtica numi legitur, literis admodum perſpicuis, ADVLA REX; & nomen hoc circulo veluti laureacio incluſum eſt, ut & imago Principis in antica. In effigie & veſtitu Principis aliquid comparet Baduillæ ſive Totilæ Gothorum Regi ſimile; cujus tamen cauſa Attilæ hunc numum ſurripere nolim. Similitudo enim hæc procedit ab Attilæ inſtituto, quo mores & linguam Gotho-
Pag. 218. rum amabat; & videtur uſum veſtimenti Gothici recepiſſe barbarus, quod patrio id commodius & elegantius eſſet: quemadmodum Gothi a Getis, quibus in terris ad Danubium ſucceſſere, etiam veſtitum mutuarunt, ut alibi clariſſime oſtendam.

NIC.

# NIC. BERNOULLI JO. FIL.

Act. Erud. An. 1720. M. Maji. Pag. 223.

## Exercitatio Geometrica de Trajectoriis Orthogonalibus,

*continens varias earum tum inveniendarum tum conſtruendarum methodus, ſua vel Demonſtratione vel Analyſi munitas, cum præmiſſa diſcuſſione quarundam ejusdem problematis ſolutionum.* Pag. 224.

### SECTIO I.

§. 1. EXcitata jam paſſim fama inter Geometras de problemate Trajectoriarum, dignum illud utique eſt, cujus ſolutio ad ſupremum poſſibilem perfectionis gradum (quem hucusque nondum obtinuit) promoveatur. Cum anno 1718 illius Hiſtoriam deſcriberem in Actis Lipſ. publicatam, contentus tunc ſine demonſtratione tradidiſſe duos ſolvendi modos a Patre meo inventos, atque olim cum Illuſtri Leibnitio communicatos, quibus exemplum ab ipſo Anglis propoſitum plenarie & conditionibus convenienter, hoc eſt per quadraturas ſolvebatur, non potui abſtinere quin judicium noſtrum ſine ullo carpendi animo candide aperirem de quibusdam aliis ſolutionibus aut ſolutionum tentaminibus, hinc inde in lucem emiſſis, nec certe, ut ſpero, quisquam æquitatis amans mihi, quod monui, vitio vertet, ſi conſiderare voluerit, Patri meo, cui origo hujus problematis debebatur, ſicuti in Hiſtoria narravi, ex neceſſitate incubuiſſe, ut declararet ſuam de illis ſolutionibus mentem, quin etiam indecorum fuiſſe, ſi, quod deſiderari videbatur ad omnimodam conditionum adimpletionem, ſilentio præteriiſſem, præſertim defuncto jam Leibnitio, qui alias ipſe hoc debuiſſet exequi.

§. 2. Ex eo tempore nova de eodem problemate ſchediaſmata ad manus noſtras pervenere, unum a Cl. Tayloro Transactionibus Londin. anni 1718 inſertum a pag. 695 usque ad pag. 701, duo alia, *ſupplementi* primum, alterum *additamenti* nomine, quæ Autore Celeb. Hermanno prodierunt in Actis Lipſ. 1718 M. Julio, & 1719 M. Febr. quæque in primæ ſuæ ſolutionis in Actis Lipſ. 1717 M. Aug. editæ partim dilucidationem partim perfectionem inſervire debuerant. Officii noſtri eſſe putamus, ut in honorem veritatis & incrementum ſcientiæ iſta quoque ſchediaſmata ſub modeſtum examen revocemus, & ad ea, quæ nos propius tangunt, reſpondeamus; quod inprimis Clar. Hermanno, qui demonſtratos errores defendere non ſolet, minime diſplicebit. Pag. 225.

§. 3. Op-

Act. Erud. An. 1720. M. Maji. §. 3. Optarem equidem, ut Clar. Taylorus præfatiunculam ſuam utpote ad rem nihil facientem omiſiſſet, verba enim, quæ profert in Exteros Geometras nimis faſtidioſa ac neſcio quem contemptum ſpirantia, utut a nemine læſus, parum laudis merentur. Piis manibus Leibnitii, viri certe magni, de quo forſan immoderate magis quam vere loquitur, parcere debuiſſet. Injurius eſt in Parentem meum, de quo temere aſſerit, quod eo *hortante* Leibnitius *Problema Geometris Anglis ſolvendum propoſuit*. Liquet enim ex iis, quæ in Hiſtoria attuli, Leibnitium Parente meo inſcio propoſuiſſe primum problema de Trajectoriis Hyperbolarum, cujus poſtea ego ſolutionem dedi, vid. Act. 1716 pag. 326. alterum vero Problema Leibnitio petenti a Patre quidem ſuppeditatum, ſed a Leibnitio ſponte ita volente, neque Patre hortante, fuiſſe Anglis propoſitum, quo fine, noſtrum non eſt indagare. Vix interim nobis perſuadere poſſumus, id factum eſſe, ut ſummi Newtoni vires, plus ſatis nobis omnibus perſpectas, experiretur Leibnitius, ingeniorum, dum viveret, æſtimator æquiſſimus. Nemo, quod ſciam, denegavit Newtono *immunitatem ab hujusmodi contemplationibus*, qua jure ſuo merito fruitur poſt tot exantlatos labores. Sed quidni viciſſim ſimilem concedunt Angli immunitatem Parenti, qui ſuis quoque defunctus laboribus dudum demonſtratum dedit, quid in reſolutione problematum a ſe exſpectari poſſit.

§. 4. Quos intelligat Taylorus per Leibnitii Fautores; quibus affingit *licentiam provocandi ad certamen ingeniorum*, haud facile conjecerim, niſi quod ex conficta hortatione modo ante memorata colligere liceat, Parentem meum hiſce Leibnitii Fautoribus aggregari, ut ſub hoc nomine tanto licentius eum exagitare poſſit Taylorus. Quid mali eſt fautorem fuiſſe Leibnitii? fuit certe Vir ſingulari ingenio, eruditione & virtute præditus, adeoque dignus, cui faverent omnes, qui ſcientias & artes amant. Eodem modo favemus etiam Newtono, ipſiusque merita maximi facimus; ſed favor, quo hos proſequimur, eſt purus & in nullo partium ſtudio fundatus; favemus utique merentibus, ſed non in præjudicium veritatis; amicus Newtonus, amicus Leibnitius, ſed magis amica veritas. Si quem lapſum a Leibnitio commiſſum obſervavit Pater, aut ſi qua in re ab ipſo diſſentiendum putavit, non veritus eſt ejus admonere Virum optimum, quandoque publice quandoque privatim, prout occaſio poſtulabat, quod plane non ægre tulit. Credo Newtonum quoque, ſicuti ſolent omnes generoſæ mentes, ita eſſe animatum, ut ab inferioribus etiam, citra amicitiæ læſionem, ſe corrigi patiatur, ſi forte ab ipſo erratum fuerit.

Pag. 226.

§. 5. Sed

§. 5. Sed minus urbane agit Clar. Taylorus cum Leibnitio ejusque, quos vocat, *Fautoribus*, quando crude adeo illos *imperitiæ* coarguit, quod contenti non fuerint ſolutione illa Anonymi, quam *maxime generalem* deprædicat, quæ prodiit in Transactione N. 347, quodque *nondum viderint quomodo ex illa*, præſertim pro exemplo propoſito, *æquationes ſint deducendæ*. Meruiſſent ſane honorificum ſcilicet hunc *imperitiæ* titulum, quo illos tam liberaliter mactat, ſi ipſe præſtitiſſet, quod *Fautores Leibnitiani* nequiverunt, atque oſtendiſſet, quomodo, *premendo veſtigia ſolutionis generalis modo citatæ*, caſus particularis Leibnitii ad æquationem & conſtructionem reduci poſſit, ſed illa prorſus neglecta, aliam iniit viam longe diverſam. Si ita argumentari fas eſt, ut Taylorus facit, ad demonſtrandum aliquam ſolutionem eſſe juſtam & legitimam, facile mihi erit quamvis chimæram cuivis obtrudere tanquam genuinam alicujus problematis ſolutionem; quis enim audeat conqueri ſe non intelligere, niſi vellet *imperitiæ* notam incurrere? Verum ea eſſe debet natura Regulæ, canonis, formulæ aut ſolutionis alicujus generalis, ut applicatio etiam a Tyrone inſtitui poſſit, quodſi hac facilitate & claritate careat, jam non amplius pro ſolutione habenda eſt, ſed pro ænigmate, quod difficilius quam ipſa quæſtio problematis. Caſum primum Leibnitii de ſecandis hyperbolis per Trajectoriam orthogonalem dicit Taylorus *a quibusdam Anglis fuiſſe illico ſolutum*, quod credimus libenter, nam & ego ſolvi, cum vix adhuc ſublimiorem Geometriam a limine ſalutaſſem. Sed qui fit, quod iidem illi Angli alterum caſum, qui jam eſt in quæſtione, non pariter ſolverint, etſi fatente Clar. Tayloro non ſit difficultatis adeo inſignis? ſcilicet *hoc manſit ab illis omnino intactum*; quo circa nihil exinde conſequitur, quod eos afficiat, cur vero prius illud non æque ac hoc alterum voluerint intactum relinquere, aliis divinandum trado.

Act. Erud. An. 1710. M. Maji.

Pag. 227.

§. *6*. Acutiſſimi Taylori venia tranſeo nunc ad ipſam ejus ſolutionem, & quidem ſtatim ad ſecundam partem, quæ nunc ſola eſt in controverſia, qua nempe quæritur ſolutio & conſtructio Trajectoriarum ad angulos rectos ſecantium ſeriem curvarum & nominatim earum, quæ pro æquatione habent $dx = \frac{y^m dy}{\sqrt{a^{2m} - y^{2m}}}$, ſumptis nimirum $y$ pro abſciſſa, $x$ pro applicata, & $a$ pro parametro variabili in tranſitu ex curva in curvam. Equidem non diffitemur, ſolutionem Taylori in ſe ſpectatam eſſe juſtam & bonam, imo talem quæ ſolutoris ſingularem ſagacitatem indicat; ſed permittat nobis, ut quædam annotemus. 1. Modus perveniendi ad

Act.Erud. An. 1720. M. Maji. æquationem fluxionalem terminorum infinitorum pro natura curvæ quæſitæ, non ſatisfacit uni ex conditionibus Leibnitii, qua cautum, ut æquatio conſtet terminis numero finitis & ut per ſegregationem indeterminatarum ad quadraturas reducatur, quod per ſeriem Taylorianam non obtinetur. 2. Ingenioſe quidem ducit æquationem finitam differentio-differentialem ex analogia ſerierum $\frac{Ax^n\,dx}{a^n}$ + &c. & $\frac{As^n\,ds}{a^n}$ + &c. Sed præterquamquod hæc via videatur nimis aliena & remota, hoc inſuper ex inſpectione operationis quilibet videt, iſtam duarum illarum ſerierum analogiam eſſe mere caſualem vel fortuitam, atque huic exemplo forſan ſoli peculiarem, unde per conſequens nulla methodus elucet in aliis exemplis ſimiliter procedendi. 3. Immediate non deducit ad differentias ſeu fluxiones primas, ad quas tamen per methodos a Parente meo uſitatas, & infra uberius explicandas, immediate pervenitur. 4. Reductio fluxionum ſecundarum ad primas peragitur a Tayloro, modo non valde naturali, permixtio quippe ſe-
Pag. 228. cundarum & primarum, cum ipſis indeterminatis reddit integrationem difficilem aut incertam, neque adeo a quovis alio minus verſato inſtituendam. 5. Æquatio fluxionalis primi gradus quam tandem ſic eruit Taylorus, etiamnum laborat indeterminatarum permixtione, quæ ideo manente $m$ in terminis generalibus, ut ad quadraturam curvarum revocetur, putat ipſe haud proclive eſſe: etſi problema, ut jam conſtat, facillime per quadraturas conſtruatur.

§.7. De cetero eleganter obſervavit, quod poſtea obſervandi nobis etiam & Clar. Hermanno anſam præbuit, curvam nempe quæſitam deſcribi poſſe per interſectiones continuas curvarum datarum, totidemque ſingulis reſpondentium algebraicarum, quarum æquatio exhibetur. Aptiſſime etiam animadvertit, curvas ſecandas eſſe ſimiles, ſed miror, quod ex ſimilitudine animadverſa non elicuerit ſolvendi methodum longe facillimam, quæ non ad hoc tantum, ſed ad omnia alia ſimilia curvarum exempla applicatur; conſtructio, quam dedi §. 10. Schediaſmatis mei a Patre ſuppeditatam, inventa eſt per hanc methodum, deinceps explicandam, quæ ſi in mentem veniſſet Viris ingenioſiſſimis Hermanno & Tayloro, non dubito quin ſuos calculos, quos pro ſimilibus curvis inſtituerunt, ſatis operoſos, prorſus neglexiſſent, amplexuri modum, qui nullo quaſi calculo, ut videbimus, ad quæſitum ducit. Quod vero illis non in mentem venerit, tanto magis miror, quod æquatio $\frac{du}{u} = \frac{dx^2 + dy^2}{xdx + ydy}$ ab Hermanno *modu-*

*laris*

*laris* dicta & cujus *analyſin* Taylorus *celare ſtatuit*, nonniſi ex generali ſimilitudinis idea fluat, quemadmodum infra per analyſin non celandam conſtabit. Act. Erud. An. 1720. M. Maji.

§. 8. Confero me ad ſchediaſmata Cl. Hermanni: ubi in anteceſſum monere debeo, quod quæ annotabo, non alium habeant ſcopum, quam ut Virum acutiſſimum omni qua poſſum humanitate invitem ad perficiendum opus, quod laudabili conatu inchoavit; videbit enim pro æquitate ſua multum adhuc abeſſe, quo minus ſolutiones allatæ ſupremum perfectionis apicem attigerint. Quæ menſe Junio 1718 notavi in primum ipſius ſchediaſma, menſe Auguſto anni præcedentis 1717 editum, eodem ſane fine erant ſcripta, ut nimirum loco Patris, qui poſt Leibnitii fata officium diſcutiendi ſolutiones in ſe devolutum putarat, ob rationem ſupra dictam, amice aperirem, quid in illis deſideraremus. Interim non ſine aliquo mœrore vidimus ex Februario 1719 Virum Cel. non eodem quo nos animo accepiſſe monita noſtra, ſiquidem paſſim ita loquitur, quaſi, quæ ſcripſeram, ex ſtudio carpendi atque verbis ipſius alienum ſenſum affingendi fuiſſent prolata, quam autem mentem nobis nunquam fuiſſe ſanctiſſime teſtamur, ſpe freti fore, ut de iis benignius ſentire incipiat, quando legerit ſequentia, quæ vel ipſe notavi, vel notata habeo a Parente. Pag. 229.

§. 9. Placuit Cl. Hermanno primæ ſuæ ſolutioni editæ in Actis Lipſ. 1717 pag. 401 & ſeqq. præfigere ampliſſimum Titulum *generalitatis*; cum autem illa ſolutio fundetur in ſuo, quem vocat, canone de permutandis coordinatarum elementis cum variato alterutrius ſigno, monui illam ſolutionem non poſſe dici generalem, quia canon iſte ad curvas tranſcendentes generaliter nequeat applicari, hoc eſt, ita applicari, quod notari velim, ut in æquatione prodeunte modulus vel Parameter variabilis eliminetur: hæc enim eliminatio conſtituit partem eſſentialem regulæ, ut ipſe Cl. Hermannus in canonis enunciatione clare indicat p. 402, præcipiens moduli valorem ſubſtituere, quod nihil eſt aliud quam modulum eliminare, idemque Pater meus jam antea indicaverat in literis ad Nobil. Monmortium 10 Julii 1717 datis, vid. Act. 1718 pag. 554. Certe quamdiu æquationem aliquam, quæ naturam curvæ exprimere debet, tres ingrediuntur indeterminatæ, ſicuti hic fit per ſolam transmutationem elementorum coordinatarum manente parametro variabili, curva quæſita nondum determinata dici poteſt. Videtur Clar. Hermannus ipſe hoc poſtea agnoviſſe, quando traditurus menſe Julio 1718 ſupplementum primæ ſuæ ſolutionis, ab initio ſtatim ingenue fatetur, hanc ſolutionem generalem quidem eſſe pro curvis algebraicis, ſed viam,

 quam

Act.Erud. An. 1720. M. Maji. Pag. 230.

quam in analyſi exempli quarti illic ſecutus ſit, non ſatis expeditam, nec æque generalem eſſe ac primum putarat.

§. 10. Quæ cum ita ſint, miror, Virum perſpicaciſſimum velle aſſertum meum, quod conceſſiſſe videbatur, nunc iterum improbare, vid. ipſius additamentum Act. 1719 menſ. Febr. pag. 587. diſtinguendo inter *amplitudinem* & *ſufficientiam*. Nusquam profecto negavi permutationem elementorum coordinatarum ubique locum habere in tranſcendentibus, æque ac in algebraicis: at vero in hac ſola permutatione non conſiſtit canon, requiritur præterea, quod rei caput eſt, ut parameter variabilis eliminetur; in algebraicis res nullam patitur difficultatem, quia valor ejus (conceſſa extractione radicum ex æquationibus algebraicis) ſemper dabilis eſt in terminis finitis, id quod non perinde ſe habet cum curvis tranſcendentibus, utpote in quibus omnibus (pauciſſimis exceptis ex. gr. quibusdam exponentialibus) valor parametri ex æquatione curvæ ſecandæ in terminis finitis obtineri non poteſt, aut quomodo obtinendus ſit, ſaltem Canon Hermannicus non docet. Hoc itaque ſenſu non poteſt dici *generalis* vel *completus*, id quod unum idemque mihi eſt, ſed erit etiamnum imperfectus ſeu inſufficiens. Quando dixi, Canonem non eſſe *generalem* pro curvis tranſcendentibus, neque ideo majorem ei extenſionem quam ad algebraicas adſcripſiſſe Patruelem meum hujus Canonis Coniuventorem (ſi modo inventio vocari mereatur, quæ ipſo fatente nihil aliud eſt quam commoda quædam formula, qua exprimitur methodus jam pluribus annis ante finem ſuperioris ſæculi uſurpata a Leibnitio & Patre meo) certe per *non generale* intellexi idem quod per *inſufficiens*, ſicuti patet ex meo Schediaſmate pag. 556, in quo loco directe dixi, exemplum tertium etiamſi tranſcendens & a Patre & a Patruo olim ſolutum, tale tamen eſſe, ut valor moduli in terminis finitis exhiberi poſſit, adeoque nec hoc *ſufficientiam Canonis* probare, ad quod ſi animum advertiſſet Cel. Hermannus, non opus habuiſſet mihi inculcare ſuam diſtinctionem inter *amplitudinem* & *ſufficientiam;* ſiquidem, ut jam innui, univerſalitatem transmutationis elementorum coordinatarum nunquam negaverim, ſed petitam

Pag. 231. inde fruſtra totius canonis ſufficientiam ſeu generalem extenſionem ad cujuscunque generis curvas.

§. 11. Sed non eſt, cur hiſce diutius immorer, ſufficit Virum Clariſs. Canone ſuo publicato, poſtea ſponte ejus imperfectionem perſpexiſſe, qua viſa id agere voluit, ut ſuam, quam ingenue nominat, ἀβλεψίαν, feſtinando commiſſam repararet per novam, quam exhibet, conſtructionem, ut vocat, generalem & facilem ſub titulo *Supplementi ſolutionis problematis de Trajectoriis;*

*ſtoriis ;* verba ipſa, quibus concepta eſt hæc conſtructio, ita habent : „ Sit generalis æquatio curvarum ſecandarum $dx = pdy$, „ ubi $p$ data ſupponitur quomodocumque per $y$ & conſtantes, „ ſactaque $q = \sqrt{(1 + pp)}$ æquatio log. $c$ — log. $a = \int (qqdy : y$ „ $+ p\int pdy)$ præbebit conſtructionem generalem & facilem ope „ logarithmicæ perficiendam, exiſtentibus $a$ modulo curvæ ſe- „ candæ, & $c$ quantitate qualibet conſtante. Ad id enim ap- „ tandæ ſolummodo ſunt in logarithmica duæ ordinatæ $a$ & $c$, „ atque in curva, cujus abſciſſæ $y$, ordinatæ vero ſint $qq : y$ „ $+ p\int pdy$, abſcindenda area proportionalis diſtantiæ applicata- „ rum illarum logarithmicæ; abſciſſa hujus areæ dabit ordina- „ tam ejusque valor in æquatione $x = \int pdy$ ſubſtitutus, abſciſ- „ ſam trajectoriæ quæſitæ in puncto interſectionis ejus & Cur- „ væ ſecandæ. Q. E. F. Act. Erud. An. 1720. M. Maji.

§. 12. Interim novam hanc regulam, quam tunc generaliſſimam exiſtimabat, ſaltem pro iis curvis ſecandis, in quarum æquatione differentiali litera $x$ non reperitur, coactus eſt pariter inſufficientem declarare, reſtringendo eam ad ſolas curvas ſimiles in poſtremo ſuo ſchediaſmate Act. Febr. 1719, cui Titulus, *Additamentum ad ſchedas* &c. ubi ingenue fatetur pag. 585, *ſe veritatis amore minime diſſimulare voluiſſe*, quod æquatio ſua modularis, ut & illæ omnes paragraphi ſui præcedentis, inter quas hæc eadem $\frac{-da}{a} = \frac{dx^2 + dy^2}{xdx + ydy} = \frac{qqdy}{y + p\int pdy}$, ex qua deduxit ſuam conſtructionem, communes quidem ſint omnibus curvis ſimilibus, ſed ſolis ſimilibus, licet antea per errorem generales eſſe arbitratus fuerit.

§. 13. Videat itaque demum Vir ſagaciſſimus, quantum adhuc deſit quo minus generale problema Trajectoriarum ſolutum nobis dederit, quandoquidem omnes æquationes, quas hactenus ab ipſo habemus (illa enim quæ ex transmutatis elementis coordinatarum oritur, utpote per ſe nequaquam determinans curvam quæſitam, non computanda eſt) reſpiciunt duntaxat curvas ſimiles, excepta unica modulari, quam dedit pagina 588, Pag. 232. $\frac{da}{a} = \frac{dx^2 + dy^2}{ydy + \overline{1 - m}\, xdx}$, pro curvis quibusdam tranſcendentibus diſſimilibus, quales ſunt, quæ per hanc ex. gr. æquationem differentialem exprimuntur, $dx = \frac{b^m dy}{\sqrt{a^{2m} - y^{2m}}}$, quarum Trajectoriam cum nonniſi per æquationem differentio-differentialem exhibuerit, a me petit, ut eandem exhibeam æquatione differentiali primi

mi gradus; hoc autem quod operæ pretium, ſi non impoſſibile putavit, infra præſtabo.

§. 14. Lubet autem paulo penitius inſpicere præfatam conſtructionem, quam Vir Cel. nullius quidem uſus in diſſimilibus jam agnoſcens, ad ſimiles tamen curvas quaſcunque applicari poſſe, contendit. Ego vero qui hujus Viri erga me benevolentiam plurimi facio, nollem eum offendere proterve obloquendo; quare quam fieri poteſt officioſiſſime rogatum volo, ut ponderare dignetur rationem, ob quam mihi videtur conſtructionem illam non ſine periculo paralogiſmi deduci poſſe ex inventa æquatione $\frac{-da}{a} = \frac{qqdy}{y + p\int pdy}$, ratio eſt, quia ſi $\frac{qqdy}{y+p\int pdy}$ integrabilis eſt per logarithmos, inde non ſtatim licet concludere, quod ideo $lc - la$ ſit $=$ illis logarithmis, quorum differentialia faciunt $\frac{qqdy}{y+p\int pdy}$; cujus rei veritatem infra demonſtrabo.

§. 15. Poterit quidem Vir ingenioſiſſimus urgere ſub aliqua veri ſpecie, ſuam hanc conſtructionem ſibi dediſſe genuinam Tra-
Pag. 233. jectoriam pro ſecandis $dx = y^m dy : \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}$ atque conformem illi, quam a Patre meo exhibui in Actis 1718. pag. 550. Sed ad hoc reſpondeo, ſucceſſum iſtum eſſe mere fortuitum & tali caſui adſcribendum, qui in mille aliis exemplis non occurret, originem habens in præſenti exemplo ex eo, quod introducendo novam litteram R, quæ ponitur $= \int \overline{1-m}\, a^{2m} pdy : y^{2m}$, tota illa quantitas $qqdy : y + p\int pdy$, mutetur in $dR : \overline{1-m}\,R$ ubi commodum accidit, ut præter unicam indeterminatam R nulla alia reperiatur, id quod facit, ut integratio feliciter procedat. Quo vero magis pateat conſtructionis fallacia, proponamus nobis exemplum, cujus ſolutio aliunde jam cognita, curvarum ſecandarum ſimilium, nempe parabolarum communium eodem vertice & axe deſcriptarum, quarum ſcimus trajectorias eſſe ellipſes ſuper axibus conjugatis ſe habentibus ut $\sqrt{2}$ *et* 1. Sit itaque parabolarum parameter variabilis, $a$; earum æquatio $ax = yy$, unde $dx = (pdy) = \frac{2ydy}{a}$, adeoque $p = \frac{2y}{a}$ & $q$ ſeu $\sqrt{1+pp} = \frac{\sqrt{aa+4yy}}{a}$, quæ ſi ſubſtituantur in æquatione pro trajectoriis $\frac{-da}{a} = qqdy : y + p\int pdy$, habebimus $\frac{-da}{a} = (aa + 4yy)\, dy :$

(aay

$(aay + 2y^3) = \frac{dy}{y} + \frac{2ydy}{2yy + aa}$; quare integrando, ut exigit con- Act. Erud. An 1720. M. Maji.
ſtructionis præſcriptum, prodibit $\int (qqdy : y + p\int pdy) = \text{Log.}\, y + \frac{1}{2}\, \text{Log.}\, (2yy + aa) = \text{Log.}\, c - \text{Log.}\, a$, atque adeo abjectis logarithmis $y\surd\,(2yy + aa) = c : a$, vel reductione inſtituta, $2aay^4 + a^4yy = cc =$ (ſuppletis homogeneis) $b^4cc$, quæ eſſet æquatio determinans Trajectoriam Parabolarum, ut vero illa inveniatur inter coordinatas $y$ & $z$, ſurrogetur pro $a$ ipſius valor $yy : z$ (eſt enim ex natura parabolarum $az = yy$) quo facto reſultabit $y^{10} + 2zzy^8 = b^4ccz^4$, æquatio valde diverſa ab ea, quæ ad ellipſin ſpectat.

§. 16. Video Cl. Autori tandem ſuboluiſſe latentem in ſua conſtructione defectum, quem expiſcari & tollere poſtea conatus, in additamento Febr. 1719 p. 584, ſcopum ſuum non attigit; mo- Pag. 234.
net ibi, *non eſſe reticendum, quod utique per x, y, dx, dy intelligi debeat* $\frac{x}{a}, \frac{y}{a}, \frac{dx}{a}, \frac{dy}{a}$; Verum ſi in æquatione inventa pro parabolarum trajectoria $\frac{-da}{a} = \frac{dy}{y} + \frac{2ydy}{2yy + aa}$; pro $y$ & $dy$, ſcribatur $\frac{y}{a}$ & $\frac{dy}{a}$ ſicuti monet, prodibit hæc alia haud multum diſcrepans $\frac{-dy}{a} = \frac{dy}{y} + \frac{2ydy}{2yy + a^4}$, ſed quæ tractata ut ante reddit æquationem inter $z$ & $y$ adhuc magis compoſitam, neque adeo ellipſi competentem; quare non obſtante Cl. Autoris medela, nondum ſublatus eſt defectus quo laborat ipſius conſtructio. Certe ſi conſiderando $a$ tanquam conſtantem, exhiberi poſſet $\int \frac{qady}{y + p\int pdy}$ in terminis finitis felicius ego ſuccurrerem laboranti; nam nihil aliud faciendum eſſet, quam ut pro $y$ & $a$, ſcriberetur $\frac{y}{a}$ & $\frac{a}{a}$ ſeu 1; hoc modo æquatio pro parabolarum trajectoria in terminis finitis inventa $y\surd\,(2yy + aa) = \frac{c}{a}$ abibit in hanc a defectu emendatam $\frac{y}{a}\surd\left(\frac{2yy}{aa} + 1\right) = \frac{c}{a}$, ſeu $2y^4 + aayy = ccaa$, quæ, ſubſtituto $\frac{yy}{z}$ pro $a$, nobis dat hanc aliam $2zz + yy = cc$, manifeſte ſpectantem ad Ellipſin illam, quam diximus parabolas orthogonaliter trajicere. Ob hanc rationem factum eſt, ut in æquatione, ad

quam

Act. Erud. An. 1720. M. Maji. quam p. 585. Vir Cl. pervenit $\frac{dR}{1-m\,R} = \frac{-da}{a}$, non ſtatim, ſed poſtquam integrando ad terminos finitos redacta eſſet, dividendum fuerit R per $a$, ut vera reſultaret æquatio Log. $\frac{c}{a} = \frac{1}{1-m}$

Pag. 234. Log. $\frac{R}{a}$; alias ſi jam in æquatione differentiali ſecundum monitum ſuum pro R & $d$R ſcripſiſſet $\frac{R}{a}$ & $\frac{dR}{a}$, manſiſſet æquatio invariata $\frac{dR}{1-m\,R} = \frac{-da}{a}$, quæ ad logarithmos & poſtea ad quantitates abſolutas perducta dediſſet æquationem erroneam & problemati minime ſatisfacientem $c^{1-m}\, a^{m-1} = R$.

§. 17. Atque ſic veram dedimus correctionem conſtructionis Hermannianæ, ſed ſimul inde liquet, illam non poſſe in uſum vocari niſi rariſſime, quando ſcilicet $qqdy : y + pſpdy$, integrabilis eſt vel *abſolute* vel per logarithmos. Videt ergo jam Cel. Autor conſtructionis (quam primo prædicavit generalem, poſtea ad ſimiles curvas reſtrinxit) nunc tandem eam, prout concepta eſt, ne ad has quidem (niſi adhibita quam memoravi cautela) adeoque ad nullas valere. Recurrendum itaque erit ad alias conſtruendi methodos & commodiſſime quidem ad illas Patri meo uſitatas, quia ſunt faciles ſive inventionem ſive effectionem reſpicias.

§. 18. Hæc ſi perpendere dignetur Clar. Hermannus, monita noſtra, ut ſperamus, haud amplius inique feret, ſicuti nec hoc quod diximus, ipſius æquationem $xdy - ydx = c^{1-m} y^{m} ds$, permixtione indeterminatarum laborare; cum præſertim jam videat Cl. Taylorum non tantum in eadem nobiſcum opinione fuiſſe, ſed crediddiſſe omnino, *quod haud proclive ſit æquationem illam manentem in terminis generalibus, revocare ad æquationem fluentes tantum involventem, vel ad quadraturam curvarum*. Id quod regerit Vir Cl. permixtionem iſtam indeterminatarum eſſe tantum apparentem, minime vero realem, nondum plane ſatisfacit; notum enim eſt quid per ſeparationem indeterminatarum intelligatur, ſcilicet ſeparare indeterminatas in æquatione aliqua ad cujus originem non attenditur, vel quæ ſimpliciter propoſita ſupponitur, eſt artificioſe excogitare aliquem arbitrarium valorem pro alterutra vel utraque indeterminatarum, qui in æquatione ſubſtitutus reddat novam æquationem ab iſta permixtione immunem; Hoc autem ſenſu rem nondum eſſe confectam in præ-

ſenti

ſenti exemplo $xdy - ydx = c^{1-m} y^m ds$ agnoſcet ultro ſi attende- Act. Erud. An. 1720. M. Maij. Pag. 236.
re voluerit, quod æquatio, ad quam pervenit $\int \frac{\overline{1-m}\, a^{2m}\, dy}{y^m \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}} = a^m c^{1-m}$, non tam ex ipſis viſceribus æquationis ſeparandæ $xdy - ydx = c^{1-m} y^m ds$, quam ex præſuppoſita æquatione curvarum ſecandarum $dx = y^m dy : \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}$ fuerit elicita, quem ſeparandi modum non eſſe genuinum vel methodicum, qualem intendimus, hinc quoque patet, quod in transmutata $\int \frac{\overline{1-m}\, a^{2m}\, dy}{y^m \sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}} = a^m c^{1-m}$ adſit litera $a$ deſignans modulum vel parametrum variabilem quæ nullam dependentiam nexumve neceſſarium habet cum æquatione propoſita $xdy - ydx = c^{1-m} y^m ds$, in abſtracto ſumpta, utpote in qua non reperitur. Quod ſi vero Vir Cel. exiſtimet etiam in his dari certam methodum, aut ſi quam poſſideat, quæ methodi nomen mereatur, non melius de publico mereri poterit quam ſi eam communicaverit; tentet interim ſeparationem indeterminatarum in eadem ſua æquatione mutato duntaxat unico ſigno — in +, nimirum $xdy + ydx = c^{1-m} y^m ds$, ita ut per quadraturas conſtrui poſſit; aut dicat nobis, cur in hac permixtio indeterminatarum, non æque ſit tantum apparens, ac in altera illa ſua $xdy - ydx = c^{1-m} y^m ds$.

§. 19. Supereſt adhuc Cel. Viri querela, quæ me ſollicitum habet; patietur itaque ut amota illa ſibi excutiam ſiniſtram de mente mea non ſatis percepta opinionem: mirabar quod ille optime judicans, tentamen anonymi illius Angli fore calculi laborioſiſſimi, ipſe interim calculi prolixitatem & moleſtiam evitare non ſtuduerit; mirabar etiam dicentem ſecunda differentialia eſſe ſuperflua; cum ipſe tamen in calculo ſuo exempli IV. ad ea delapſus fuerit. De hoc nunc quæritur in Additamento p. 588. quaſi verba ſua aliter intellexerim, vel potius, quod pejus eſſet, quaſi aliter interpretatus fuerim, quam ipſa ſonent: ſed pace Viri Excell. aperte profiteor, me ipſius verba probe intellexiſſe, & ita quoque, ut ſonant, interpretatum fuiſſe, at ipſe videtur mentem meam non ſatis aſſecutus. Proinde ut clarius me explicem, Pag. 237.
innuere volebam me mirari, quod improbarit in Anglo Anonymo calculi prolixitatem *non neceſſariam* & uſum *ſuperfluum* differentialium ſecundorum, ipſe tamen in utrumque inciderit ſoluturus exemplum ſuum quartum, cum tamen, ſi recta methodus adhibeatur, neque longo calculo, neque ſecundis differentialibus opus ſit; exceptio igitur, quod Anonymi tentamen non niſi ad curvas algebraicas pateat, circa quas Vir Cl. non inciderit in cal-



Digitized by Google

culi prolixitatem aut in ſecunda differentialia, nihil prorſus ad rem facit: licet enim lubens largiar, quod ipſi obiici non poſſit, id quod Anonymo, ſcilicet in exemplis curvarum algebraicarum nimiam & ſuperfluam operam collocaſſe, in eo tamen comparationem juſtiſſimam facio dicendo, quod quemadmodum Anonymi Angli tentamen deducit ad nimium calculum, & ad differentialia ſecunda circa exempla curvarum algebraicarum, ubi neutro opus eſt, ita pariter Celeb. Vir prolixum calculum fecit & delapſus eſt ad differentialia ſecunda, ad ſolvendum exemplum ſuum quartum, ad quod tamen etſi tranſcendens non longiori calculo nec magis differentialibus ſecundis opus eſt, quam ad curvas algebraicas, ut ex Analyſi paterna apparebit, ipſeque jam perſpicit Vir acutiſſimus, ſponte nunc agnoſcens *in curvis tranſcendentibus ſimilibus* (in quorum cenſu ſunt curvæ exempli quarti) *uſum ſecundarum differentialium vitari poſſe*: hoc itaque fuit quod miratus ſum ipſum non vitaſſe quod vitare poterat: meum interim non eſt probare quod idem obtineret circa quaſcunque curvas tranſcendentes *diſſimiles*, quandoquidem hoc nusquam dixi: dabo tamen æquationem differentialem primi gradus quam petit pro Trajectoria Orthogonali ejusmodi curvarum tranſcendentium quæ exprimuntur hac æquatione differentiali $dx = \frac{b^m dy}{\sqrt{(a^{2m} - y^{2m})}}$; aliaque communicabo hiſce magis ardua, quorum labor erit, ut loquitur, operæ pretium.

*Hæc hactenus; Sectionem Cl. Autoris II. & III. proxime Supplementis inſeremus.*

ENO-

Act. Erud. An. 1720. M. Junii. Pag. 270.

# ENODATIO
## ALICUJUS PROBLEMATIS GEOMETRICI
### *a Cel.* JAC. HERMANNO *propoſiti;*

Atque de Inveniendis Curvis Algebraicis, ab eodem Viro propoſitis, quæ non ſiat indefinite rectificabiles, habeant tamen aliquos arcus rectificationem admittentes.

*Per* NIC. BERNOULLI JO. FIL.

I. IN quadam Epiſtola Nobiliſs. Monmortii ad me ſcripta anno proxime elapſo inveni mentionem factam duorum problematum a Clariſs. Hermanno propoſitorum. Verba quibus me compellat Vir Illuſtr. ita latine ſonant: *Neſcio an tibi jam innoteſcat, quod Clar. Hermannus invitat Geometras ad ſolvenda duo problemata viribus tuis digna atque elegantiſſima.* Illa vero ita habent, verbis Hermannianis concepta: „ 1. Poſita area alicujus curvæ $= axy$ „ $+ bx^c y^e$, ubi $a$ & $b$ ſunt numeri & quantitates conſtantes: ſi- „ cuti etiam $c$ & $e$ ſunt numeri qualescunque, invenire curvam „ cui hæc area conveniat. Dico inveniri poſſe æquationem cur- „ væ in terminis finitis, eamque curvam ſemper fore Geometri- „ cam, modo $c$ & $e$ ſint exponentes rationales, qualescumque ſint „ de cetero ſive affirmativi ſive negativi. Quæritur igitur æqua- „ tio curvæ. *En alterum non minus curioſum, ſed quod magis ar-* „ *duum videtur.* 2. Invenire curvas Algebraicas, quarum recti- „ ficatio indefinita dependeat a quadratura circuli aut Hyperbo- „ læ aut cujuscunque alterius curvæ, quæ tamen hoc non obſtan- „ te habeant unum aut duos aut tres aut tot arcus quot libuerit „ diverſos abſolute rectificabiles & independenter a quadratura cur- „ væ, a qua dependet ipſarum rectificatio indefinita.

II. Quod ad primum ſpectat, prælaudato Nobil. Monmortio protinus perſcriptum eſt, quod illud ſine magna difficultate & a Patre meo & a me fuerit ſolutum, ipſamque ſolutionem non diu poſt a nobis accepit, quamvis ſine Analyſi: Eam igitur, ſi qua utilitas inde redundare poſſit in Geometriæ bonum, cum publico comunicare non pigebit.

III. Per aream curvæ quæſitæ (cujus coordinatæ ſunt $x$ & $y$) intelligi debet, ſi modo ſenſum proponentis rite percipimus, $\int y dx$ aut $\int x dy$; utrumvis autem ſumatur, res perinde ſe habet ratione

Act.Erud. conceptus, quia in re ipſa nulla eſt diverſitas ſive $x$ pro abſciſſa
An. 1720. & $y$ pro applicata ſive viciſſim accipiatur. Huc proin recidit
M. Junii. problema; ut quæratur curva cui conveniat hæc æquatio $\int ydx = axy + bx^c y^e$; Ubi ſtatim animadverto $\int ydx$ & $xy$ eſſe quantitates homogeneas nempe planas, eas per conſequens tranſlato
Pag. 271. $axy$ ad alteram æquationis partem, coaleſcere in unam quantitatem ſi $y$ ponatur = cuicunque potentiæ ipſius $x$; quare diſpiciendum tantum eſt, qualis illa potentia eſſe debeat & cum quo coefficiente affecta, ut ſubſtituta in æquatione $\int ydx - axy = bx^c y^e$ producat hinc inde duo membra identica; ex quo mihi clareſcit, inter alias curvas problematis ſatisfacientes dari quasdam ex parabolarum genere, quas ut inveniam ſequenti utor analyſi.

IV. Pono $y = px^q$, & erit $\int ydx = \int px^q dx = \frac{p}{q+1} x^{q+1}$ quibus in æquatione $\int ydx - axy = bx^c y^e$ ſubſtitutis, mutatur illa in hanc $\left(\frac{p}{q+1} - pa\right) x^{q+1} = bp^e x^{qe+c}$; ut igitur ambo membra identificentur, facio $\frac{p}{q+1} - pa = bp^e$ & $q + 1 = qe + c$; hinc invenio $q = \frac{1-c}{e-1}$ & $p = \left(\frac{e-1-ea+ca}{eb-cb}\right)^{\frac{1}{e-1}}$. Dico itaque parabolam quæ pro æquatione habet $y = \left(\frac{e-1-ea+ca}{eb-cb}\right)^{\frac{1}{e-1}} \times x^{\frac{1-c}{e-1}}$, vel, quod idem eſt $(eb-cb)\, xy^{e-1} = (e-1-ea+ca)\, xx^{1-c}$, ſatisfacere æquationi propoſitæ $\int ydx = axy + bx^c y^e$.

V. Porro ut inveniantur omnes poſſibiles æquationes finitis terminis conſtantes, quæ reſpondeant quæſito, ſic erit procedendum: Differentietur propoſita $\int ydx - axy = bx^c y^e$; atque habebitur $\overline{1-a}\, ydx - axdy = bcx^{c-1}y^e dx + bex^c y^{e-1} dy$, cujus ut membrum primum generaliter integrabile fiat, multiplico totam æquationem per $qx^{q-qa-1}y^{-qa-1}$, ut ſit $(q-qa)\, x^{q-qa-1}$
Pag. 272. $y^{-qa} dx - qax^{q-qa} y^{-qa-1} dy = qbcx^{c+q-qa-2} y^{e-qa-1} dx + qbex^{c+q-qa-1} y^{e-qa-2} dy$; Hoc quippe modo pars prior integrari poteſt, habet nempe integralem $= x^{q-qa} y^{-qa}$ quicquid etiam pro $q$ ſumatur; quocirca ut etiam pars altera fiat integrabilis adhibenda eſt pro $q$, juſta quantitas ut $d(x^{c+q-qa-1} y^{e-qa-1})$ hoc fit $(c+q-qa-1)\, x^{c+q-qa-2} y^{e-qa-1} dx + (e-qa-1)\, x^{c+q-qa-1} y^{e-qa-2} dy$ evadat ad partem illam alteram in ratione conſtante; proinde nihil aliud faciendum eſt, quam ut inſtituatur analogia inter

ter

Digitized by Google

..er coefficientes terminorum homogeneorum, hunc in modum $e + q - qa - 1 . e - qa - 1 :: qbc . qbe :: c . e$, quæ hanc ſuppeditat æquationem $eq - eqa - e = - cqa - c$ unde habetur valor quæſitus ipſius $q$, qui erit $= \frac{e - c}{e + ca - ea}$; ſic itaque pars altera integrata dabit $\frac{qbe}{e - qa - 1} \times x^{c + q - qa - 1} y^{e - qa - 1}$; Coæquatis ergo ambobus integralibus addita ut moris eſt ad alterutrum quantitate conſtante arbitraria $\frac{b}{e - qa - 1}$, prietur $x^{q - qa} y^{- qa} + \frac{b}{e - qa - 1} = \frac{qbe}{e - qa - 1} \times x^{c + q - qa - 1} y^{e - qa - 1}$ reductione peracta $qbex^{c + q - qa - 1} y^{e - qa - 1} + (qa - e + 1) x^{q - qa} y^{- qa} = b$, hujus ſi pro $q$ ſubſtituatur ipſius valor inventus $\frac{e - c}{e + ca - ea}$, prodibit æquatio continens omnes poſſibiles caſus, qui deſideratam curvam in terminis finitis exprimunt; Ipſa proin includet particularem illam æquationem, qua problemati per parabolas ſatisfieri poſſe oſtendimus: revera enim ſi arbitraria $b$ ponatur $= 0$, abibit æquatio noſtra diviſa per $x^{c + q - qa - 1} y^{- qa}$ in hanc $qbcy^{e - 1} + (qa - e + 1) x^{1 - c} = 0$; vel ſubſtituto valore ipſius $q$ in hanc $(eb - cb) y^{e - 1} + (ea - ca - e + 1.) x^{1 - c} = 0$ quæ prorſus eadem eſt cum illa quam ſupra invenimus. Act. Erud. An. 1720. M. Junii.

VI. Videamus autem quibus conditionibus curva fiat algebraica; Oppido quidem patet parabolam noſtram inventam tunc ſemper algebraicam fore, quando $c$ & $e$ ſunt numeri rationales, ita ut hac parte Cel. Hermannus recte dixerit, curvam problemati ſatis facientem poſſe eſſe geometricam *modo* c *&* e *ſint exponentes rationales*; ſed non animadvertit, hanc conditionem ſolam eſſe mancam & inſufficientem; requiritur enim præterea ut neuter coefficientium in nihilum abeat, id quod fit quando $e = c$ vel $a = \frac{e - 1}{e - c}$; nam ſi $e = c$, erit $q = 0$; & evaneſcet primus terminus generalis & ſpecialis noſtræ æquationis ut & exponens ipſarum $x$ & $y$ in ſecundo termino, ita ut æquatio generalis in hanc abeat $qa - e + 1 = b$ & altera ſpecialis pro parabolis in hanc $qa - e + 1 = 0$, unde colligitur, curvam quæſitam non poſſe fieri algebraicam ſed vel tranſcendentem vel rectam. Quod ſi vero $a = \frac{e - 1}{e - c}$; diſparebit ſecundus terminus & exponens ipſius $y$ in primo, prodibit Pag. 273.

nam-

Act.Erud. An. 1720. M. Junii. namque pro generali $qbex^{c+q-c}=b$, & pro ſpeciali habebitur $qbey^{c-1}=0$, id quod indicat neque in hoc caſu ubi $a=\frac{e-1}{e-c}$, inveniri poſſe curvam algebraicam in problematis ſolutionem.

VII. Alias conditiones ſi quæ ſunt neceſſariæ ad curvam algebraicam efficiendam, facile quilibet deteget ex inſpectione æquationis noſtræ generalis. Quæ vero æquatio cum nihil inſerviat in caſibus tranſcendentium, reſtat ut modum doceamus æquationem propoſitam $\int ydx - axy = bx^c y^e$, reducendi ad æquationem differentialem, in qua indeterminatæ ſint ſeparabiles, quæ proinde exhibeat generaliſſime omnes ſatisfacientes curvas, tam tranſcendentes quam algebraicas, has nempe per actualem integrationem, illas vero per quadraturas, vel omnino (quod hic fieri poteſt) per Logarithmos. Talis ſeparandi modus defuiſſe videtur ſolutioni Cel. Hermanni, alioquin tranſcendentium caſus (præ-
Pag. 274. ter eos, qui ex irrationalitate exponentium $c$ & $e$ oriuntur) non ſubticuiſſet. Is autem procedit, ut ſequitur.

VIII. Æquatio propoſita $\int ydx - axy = bx^c y^e$, per ſui differentiationem dat $\overline{1-a}\,ydx - axdy = bcx^{c-1}y^e dx + bex^c y^{e-1}dy$. Ponatur $x=t^{e-1}$ & $y=z^{1-c}$, adeoque $dx=\overline{e-1}\,t^{e-2}dt$, $dy=\overline{1-c}\,z^{-c}dz$, $x^c=t^{ec-c}$, $y^e=z^{e-ec}$; Hæc enim ſi ſubſtituantur in æquatione differentiata, mutatur illa in aliam in qua indeterminatæ $x$ & $y$ in ſingulis terminis eundem ſimul exponentis numerum complent; eſtque hæc $\overline{e-ae+a-1}\,z^{1-c}t^{e-2}dt+\overline{ac-a}\,z^{-c}t^{e-1}dz = \overline{bec-bc}\,z^{e-ec}t^{ec-c-1}dt+\overline{be-bec}\,z^{e-ec-1}t^{ec-e}dz$. Quare ſi in ea ponatur $t=uz$, & proinde $dt=udz+zdu$, emerget æquatio habens indeterminatas ſeparabiles, nam reductione rite inſtituta reperietur hæc $\frac{dz}{z}=\frac{\overline{bec-bc}\,u^{ec-c-e+1}-e+ae-a+1}{\overline{-be+bc}\,u^{ec-c-e+2}+\overline{e-ae+ac-1}\,u}\times du$; cujus membrum poſterius per notas regulas integretur per logarithmos, prodibitque (aſſumpta $f$ pro quantitate conſtante arbitraria) $lz+lf=\alpha lu+\beta\,\mathrm{Log.}\,(\overline{-be+bc}\,u^{ec-c-e+2}+e-ae+ac-1)$ ubi $\alpha=\frac{-c+ac-a+1}{e-ae+ac-1}$, & $\beta=\frac{c}{cc-ec-c+e}$ $\frac{a}{-ec-e-c+1}$, logarithmis ad quantitates abſolutas reductis habebitur $fz=u^{\alpha}\times(\overline{-be+bc}\,u^{ec-c-e+1}+e-ae+ac-1)^{\beta}$. eſt autem

autem ex hypotheſi $z = y^{\frac{1}{1-c}}$, & $u = \frac{t}{z} = \frac{\frac{1}{x^{e-1}}}{\frac{1}{y^{1-c}}} = x^{\frac{1}{e-1}}$ Act. Erud. An. 1720. M. Junii.

$y^{\frac{1}{c-1}}$, hiſce itaq; valoribus ipſarum $z$ & $u$ ſubſtitutis reſultabit æqua- Pag. 275.

tio quæſita in $x$ & $y$, & quidem in terminis finitis $fy^{\frac{1}{1-c}} = x^{\frac{\alpha}{e-1}}$

$y^{\frac{\alpha}{c-1}} \times (\overline{-be+bc}\, x^{e-1} y^{c-1} + e - ae + ac - 1)^{\beta}$, quæ ut ab-

brevietur dividatur per $y^{\frac{1}{1-c}}$, poſtea extracta utrinque radi-

ce exponentis $\beta$, ſcribatur $g$ pro $f^{\frac{1}{\beta}}$, proveniet, $g = \overline{-be+bcx}^{\,e-1}$

$+ \frac{\alpha}{\beta e - \beta}\, y^{c-1} + \frac{\alpha+1}{\beta c - \beta}\, \overline{+e-ae+ac-1}\; x^{\frac{\alpha}{\beta e-\beta}}\, y^{\frac{\alpha+1}{\beta c-\beta}}$.

IX. Hæc vero æquatio ſi conferatur cum illa altera quam ſupra Artic. V. invenimus $b = qbe\, x^{e+q-qa-1}\, y^{c-qa-1} + qa - e + 1\, x^{q-qa}\, y^{-qa}$, ſubſtitutione facta utrobique valorum iam ipſius $q$ quam ipſarum $\alpha$ & $\beta$, deprehendetur æquationes illas duas in idem prorſus recidere & conſequenter eſſe easdem. Verum Methodus poſterior hanc habet ſupra priorem prærogativam, quod exhibeat non tantum omnes poſſibiles caſus, quibus curvæ quæſitæ æquatio in terminis finitis exprimitur, ſed & eos, qui curvam reddunt tranſcendentem & nonniſi per logarithmos conſtruendam: Patet enim curvam fore tranſcendentem quotieſcunque aliquid abſolute integrabile exiſtit in æquatione noſtra differentiali in Articulo præcedenti inventa,

$\frac{dz}{z} = \frac{\overline{bec-bc}\, u^{ec-c-e+1} - e + ae - a + 1}{\overline{-be+bc}\, u^{ec-c-e+1} \overline{+e-ae+ac-1}\, u} \times du$; id quod accidit quando ex. gr. $c = e$, in hoc quippe caſu æquatio iſta in hanc

degenerat, $\frac{dz}{z} = \frac{\overline{bee-be}\, u^{ee-2e+1} - e + ae - a + 1}{\overline{e-1}\, u} \times du = beu^{ee-2e}$

$du + \frac{\overline{a-1}\, du}{u}$; ſumptis integralibus habetur $lz + lf = \frac{be}{ee-2e+1}\, u^{ee-}$

Digitized by Google

Act. Erud. An. 1720. M. Junii. $u^{e-1c+1} + \overline{a-1}\, lu$, algebraicum permixtum cum logarithmis, quod proin curvam quæſitam facit tranſcendentem. Item ſi $a = \frac{1-e}{c-e}$, rurſus pars una evadet algebraica, pars altera logarithmica.

X. Occurrunt tamen, quod notari velim, duo caſus in quibus prædicta noſtra æquatio differentialis ceſſat ſolvere problema; quando nempe alterutrum vel $c$ vel $e = 1$. Cum enim Art. VIII. poſitum fuerit $x = t^{e-1}$, & $y = z^{1-e}$, atque ex hac poſitione originem habeat illa noſtra æquatio, palam utique eſt fore in alterutro horum caſuum alterutram $x$ vel $y = 1$, hoc eſt, indeterminatam ſupponi æqualem determinatæ, quod eſſet abſurdum. Ne igitur hac in parte deſtituamur completa problematis ſolutione & nos deſugiant tranſcendentium quarundam caſus, qui cum $c = 1$ vel $e = 1$ exiſtere poſſunt; non abs re alienum erit, ſi eos ſeparatim ſolvendi rationem tradidero.

XI. Sit primo $c = 1$, convertetur æquatio propoſita $\int y dx - axy = bx^c y^e$ in hanc $\int y dx - axy = bxy^e$ quæ differentiata & reducta producit $\frac{dx}{x} = \frac{bey^{e-1}dy + ady}{-by^e + \overline{1-a}\,y}$, ubi cum nulla ſeparatione indeterminatarum opus ſit, æquatio porro ad logarithmos & poſtea ad terminos finitos ordinarios facile reducitur, excepto caſu, quo etiam $a = 1$, eo enim habetur $\frac{dx}{x} = \frac{bey^{e-1}dy + dy}{-by^e}$, ubi videmus partem $\frac{-dy}{by^e}$ eſſe abſolute integrabilem, curvam proin evadere tranſcendentem.

XII. Sit jam $e = 1$; induet æquatio propoſita hanc formam $\frac{dy}{y} = \frac{-bcx^{c-1}dx + \overline{1-a}\,dx}{bx^c + ax}$: pariter liberam a permixtione indeterminatarum adeoque reducibilem ad logarithmos ac dein ad terminos finitos ordinarios, niſi quando $a = 0$; quo nempe fit $\frac{dy}{y} = \frac{bcx^{c-1}dx + dx}{bx^c}$, cujus pars $\frac{dx}{bx^c}$ abſolute integrabilis reddit curvam tranſcendentem.

Pag. 277. XIII. Ceterum quod attinet ad caſum ubi $c = e$, etiam hic ad æquationem finitam pervenire licet ſine prævia ſequeſtratione indeterminatarum. Æquatio enim propoſita per differentiationem huc redit $\overline{1-a}\,ydx - axdy = bcx^{c-1}y^e dx + bcx^c y^{e-1} dy$, quæ diviſa per $xy$ dat $\frac{1-a}{x} dx - \frac{a\,dy}{y} = bcx^{c-2}y^{e-1}dx + bcx^{c-1}y^{e-2}dy$,

mem-

membrum prius integratur per logarithmos, alterum abſolute, unde reſultabit $\overline{1-alx-aly} = \frac{be}{c-1} x^{c-1} y^{c-1} + f$; indicio ſane curvam in hoc caſu ſemper eſſe tranſcendentem, excepto, ſi vis, cum præterea $b$ vel $c = o$, nam tunc (poſita $f = lg$) logarithmica æquatio $\overline{1-alx-aly} = lg$, ulterius reduci poteſt ad hanc finitam ordinariam $x^{1-a} = gy^a$, quæ arguit curvam eſſe ex genere parabolarum & quidem algebraicarum ſi $a$ ſit numerus rationalis. Act. Erud. An. 1720. M. Junii.

XIV. Alii quoque ſunt caſus, qui non indigent ſeparatione indeterminatarum, ut ſi alterutrum $e$ vel $c$ ſit $= o$, levi quadam facta reductione pervenitur ad terminos abſolute integrabiles; poſito namque $c = o$, ſuppeditavit inſtituta integratio pro curva quæſita hanc æquationem $y^{\frac{a}{a-1}} x = -\frac{be}{e-ae-1} y^{\frac{e-ae-1}{1-a}} + g$; poſito vero $e = o$, dedit hanc alteram $x^{\frac{a-1}{a}} y = \frac{bc}{1-ac} x^{\frac{ac-1}{a}} + g$. Has interim & alias integrandi rationes cum univerſaliter comprehendat methodus expoſita Art. V. iisdem diutius immorari ſupervacaneum arbitror. Pag. 278.

XV. Accedo ad alterum Problema Hermannianum, quo petuntur curvæ algebraicæ A, quarum indefinita rectificatio dependeat a quadratura cujuscunque alterius curvæ algebraicæ B, quæ tamen habeant tot quot libuerit arcus particulares abſolute rectificabiles & independenter a quadratura, a qua ipſarum rectificatio dependet. Quod ſi Clariſs. Proponens intelligat per curvam B quamlibet *datam* algebraicam, ut innuere videtur per verba *telle courbe qu'on voudra*, fatemur libenter ſolutionem problematis non eſſe in noſtra poteſtate, ſed & ſimul firmiter perſuaſum nobis habemus, nec ipſum Virum ingenioſum nec alium quenquam mortalium problema in hoc ſenſu ſumptum ſolviſſe vel ſoluturum eſſe; in qua ſententia eo fortius confirmamur quod propoſitioni hujus poſterioris problematis nec verbulum quidem ſubjungat, quo ſignificet (ut ratione prioris facit) ſe eſſe ſolutionis compotem. Judicamus ab illo multum præſtari, qui vel partem tantum hujus problematis ſolveret, docendo ſcilicet modum inveniendi curvam algebraicam A, a cujus rectificatione indefinita dependeat qua-

 dratura indefinita curvæ algebraicæ datæ B, etiamſi A nullum habeat arcum abſolute rectificabilem, ſolutio hujus ingentem haberet utilitatem in conſtructionibus problematum quæ poſt ſeparationem indeterminatarum ad quadraturas redacta ſunt.

XVI. Quod ſi autem per curvam B non quidem intelligat quamlibet *datam* algebraicam, ſed eam tantum quæ ex invenienda A derivatur; problema humanis viribus non prorſus impoſſibile arbitramur: Si quam ſolutionem poſſidet Vir ſagaciſſimus, rogatum volumus ut publico impertiat; Interim hoc alterum proponimus haud multum diverſum

*Problema.*

„ Invenire innumerabiles curvas algebraicas, quarum ſingularum rectificatio indefinita dependeat a rectificatione cujuscumque curvæ *datæ* algebraicæ, licet algebraicæ non rectificabilis, quæ ſingulæ nihilominus habeant arcus innumeros algebraice rectificabiles. Eſt nobis ſolutio hujus problematis per Methodum aliquam paternam adinventa, id quod ſtatim perſcriptum eſt Celeb. Monmortio cum primum Hermanniana propoſuiſſet, ſed in augmentum rei geometricæ petimus ab aliis ſolutionem per alias methodos eruendam.

Pag. 279.

## RESPONSIO
## AD CL. TAYLORI QUERELAS.

**XVII. Cum hæc ſcriberem opportune incidi in Tomum quartum alicujus Diarii litterarii Amſtelodami idiomate Gallico editi ſub Titulo Bibliothecæ Anglicæ, in cujus parte ſecunda pag. 523. & ſeqq. reperi recenſionem *Methodi incrementorum Autore Brook Taylor* ab ipſo Authore, ut videtur, transmiſſam. Quædam in illa offendi ad Patrem meum ſpectantia ſed minus candide prolata, quæ proin in gratiam rei veritatis nonnullam diſcuſſionem merentur. Pag. 534. queritur ſibi a Patre meo plagii crimen imputari in Act. Lipſ. A. 1716. Si lector conſulere voluerit acta iſta illius anni inveniet nonniſi duo ſchediasmata de quibusdam Patris mei inventis, quæ curante Celeb. Hermanno in lucem prodierunt; ſed nullam omnino mentionem ibi factam reperiet de Cl. Tayloro: Quod ſi vero hic Vir digitum forte intendat ad Epiſtolam illam anonymi pro Patre meo ſcriptam atque eodem anno in Actis editam, in qua ſcriptor Taylorum juxta nonnullos alios in cenſum refert eorum, qui dum Bernoullianis aliisque inventis** utun-

utuntur autorum nomina vel diſſimulant, vel non ipſo loco, quo fit uſurpatio allegant: de hoc utique Pater reſpondere non tenetur, quousque enim contenta illius epiſtolæ approbet vel improbet, ipſe jam monui in Actis 1718. p. 556. & 557.; Utrum vero anonymus epiſtolæ ſcriptor hac in parte rem acu tetigit, nolumus decidere, ſed relinquimus in medio. Act. Erud. An. 1720. M. Junii.

XVIII. Pergit Doctiſſimus Taylorus vel qui ejus nomine loquitur Recenſor pag. 535. dicitque quod data opera evitaverit occaſionem commemorandi quid in eadem materia quam pertractavit, alii dudum antea præſtiterint, quia, alias ut cauſatur, non potuiſſet præterire plures errores & imperfectiones in eorum ſolutionibus reperiundos; quod hanc ob rationem noluerit attingere ſolutiones ab illis datas figuræ veli, fornicis, ut & ſolutionem iſoperimetrorum exhibitam olim a Patruo meo Jacobo, a quibus tamen, quod ingenue fatetur Taylorus, analyſin ſuam mutuatus fuerit; Quinam ſint iſti errores & imperfectiones in illis ſolutionibus, quibus propterea ſilentio ſuo tam generoſe pepercerit, mihi equidem non conſtat, ſi unam excipias ſolutionem, catenariæ olim a Cl. Gregorio editam quæ puro puto paralogiſmo nititur ut jam pridem eſt oſtenſum. Interim ſi imperfectionem nominet, quod ſubinde ſolutiones illæ non tam generales fuerint quam eſſe potuiſſent, nulla certe unquam ſolutio perfectionis nomen merebitur, quia nulla tam generalis eſt, quin ad generalitatem aliquid addi poſſet, cum præſertim facile ſit inventis aliquid addere; In his autem ſi volumus æquos agere rerum Judices, non tam ad ſolutiones, quam ad ſolutionum methodos reſpiciendum nobis erit, atque attendendum an non ſolutionum Autores æque facile eas extendere potuiſſent ſi animum advertiſſent. Qui ſecus judicat exponat rationes, ob quas putet ſibi quam primis inventoribus & ſolutoribus facilius fuiſſe inventa aliena, ad quæ forſan ipſe nunquam perveniſſet, niſi hi glaciem fregiſſent, promovere; ſi vero ita judicandi rationes habeat nullas, inani quam de ſe concepit opinioni plus tribuere videbitur quam æquitati. Pag. 280

XIX. Si Recenſori credimus p. 536. Cl. Taylori gratiæ & favori acceptum eſt ferendum, quod in libro ſuo præterierit ſilentio ſolutionem problematis Iſoperimetrici editam in Commentariis Academ. Reg. Scient. 1706. quoniam ſi ejus meminiſſet ſibi non potuiſſet temperare, quin indicaſſet tres quatuorve errores ibi commiſſos. & (ſi diis placet) graviſſimos. Sed quid opus ut lapſus leves tanta cum pompa exaggeret? Poſtquam Pater meus illius ſolutionis autor aliunde monitus eundem lapſum non modo protinus ipſe detexit ſed & pro candore ſuo publice dudum

Act.Erud. An. 1720. M. Junii. Pag. 281. agnovit emendavitque, oſtendens illum ex ſola quadam inadvertentia ſubrepſiſſe, quem autem mirum in modum compenſavit communicata methodo nova iſoperimetrorum citra calculum ſolvendorum quod incredibile videbatur illis qui antea per longas & intricatas Patrui & Taylori analyſes velut exterriti fuerant, videſis Act. Lipſ. 1718 Menſ. Jan. & Febr. quo loco videre eſt quoque aliam methodum Paternæ in multis ſatis ſimilem, quam Cl. Hermannus noſter communicavit, poſtquam audiviſſet talem a Patre miſſam jam perveniſſe ad manus Lipſienſium, editionem ejus tamdiu protrahentium donec Hermanniana tandem parata & transmiſſa ſimul edi poſſet: quod indicandum cenſui, ne quis miretur, qui fieri potuerit, ut duo iſta ſcripta de eadem materia ab autoribus tam longo intervallo a ſe invicem ſeparatis, eodem tamen tempore in lucem prodirent.

XX. Cl. Taylori Patronus Recenſor eadem pagina 536 modo admodum lepido, neque autem valde ſincero a Cliente ſuo amoliri conatur ſuſpicionem plagii; en quomodo: Poſtquam Parentis mei nova Theoria de Centro Oſcillationis comparuiſſet non tantum in commentariis Acad. Reg. Scient. pro anno 1714. qui, quod fateor, nonniſi anno 1717. lucem aſpexerunt, ſed etiam, quod bene notandum, in Actis Lipſ. M. Junio anni 1714. quæ Acta menſtruatim diſtribui ſolita longe lateque mittuntur, atque ita mature ad manus Cl. Taylori, qui ut ex hac ipſa libri ſui recenſione conſtat, acta iſta diligenter evolvit, pervenire potuit præfata patris Theoria; anno ſequenti demum, nempe 1715. prodiit in publicum Taylori Libel. de Methodo increm. in quo conſpicitur modus inveſtigandi centrum oſcillationis iisdem prorſus quantum per obſcuritatis peplum perſpicere licet principiis inædificatus, quibus Parens meus in ſua Theoria jam antea uſus fuit: ſunt inter ſagaciores Mathematicos qui ſuſpicantur, teſtibus literis quibusdam privatis Taylorianam hanc inveſtigationem mutato veſtitu ex Bernoulliana fuiſſe enatam.

XXI. Interim quamvis ea de re nec Pater nec quisquam alius Cl. Tayloro lites moverit, ejus tamen Patronus haud ægre olfaciens tacita Virorum intelligentium judicia, prævenire illa conatur atque delere, dicendo, *non fuiſſe poſſibile ut moneret Tay-* Pag. 282. *lorus, principia ſua in quibus fundata eſt nova iſta inveſtigatio centri oſcillationis iam ante ſe fuiſſe inventa & in uſum vocata a Joh. Bernoullio:* quænam autem impoſſibilitatis hujus ratio? ad hoc reſpondet Recenſor, *quia ſolutio Bernoulliana comparuit in Commentariis Acad. pro anno 1714. qui ipſi vero nonniſi an. 1717. in lucem venerunt*, & ut efficacior ſit gravis ſc. hæc ratio ſubjun-

jungit ſtatim, *hunc annum nempe 1717. tribus annis poſteriorem eſſe anno quo publicatus fuerit liber Taylorianus*, fuit autem impreſſus anno 1715 adeoque citius non publicatus. Nunc igitur computent Arithmetici, dicentque nobis, num annus 1715. *tribus annis* præcedat annum 1717; ſed tranſeat cum cæteris erroribus. Vellem hoc unicum ut recte probaretur prætextu *impoſſibilitas*; Quid enim, ſi ſolutionem Bernoullianam ediſcere non potuit Taylorus ex Commentariis Academicis ante annum 1715. utpote nonniſi anno 1717. in publicum emiſſis, quid, inquam, impedit quominus eandem videre potuerit jam divulgatam in Actis Lipſ. menſe Junio anni 1714. Sed hunc ſcrupulum nobis tollere non curat Recenſor, tametſi bene noverit hæc Acta á Tayloro legi, adeoque ſolutionem Parentis mei illi viſam eſſe vel (quod ad ſuſpicionem excitandam jam ſufficit) videri potuiſſe ante editionem libri ſui, nec eſt quod inſinuet Recenſor, librum iſtum antequam prelum ſubiret per annum manſiſſe depoſitum apud Societatem Reg. Londin. Hoc enim ſi maxime verum eſſet, annon vel durante hoc tempore Clariſs. Taylorus qui illuſtriſſimæ hujus Societatis fuit Secretarius adeoque ad Archiva & Scrinia additum habuit vel poſtea cum ad prelum liber manuſcriptus extraditus eſſet ei demum inſeri & inſarciri potuit ſcheda de centro oſcillationis? Act. Erud. An. 1716. M. Junii.

XXII. Agentes hic de mentione facienda eorum quæ jam ante ab aliis fuere præſtita, ſuum cuique libenter tribuimus; quamobrem hac occaſione monere debemus quod reſpicit magnum Newtonum. Poſtquam ſcilicet Pater meus in Actis Lipſ. A. 1719. M. Majo expoſuiſſet ſolutionem maxime generalem problematis ſibi a Scoto quodam propoſiti, *de invenienda linea curva quam deſcribit projectile uniformiter grave in aere uniformiter denſo ſuppoſita reſiſtentia in duplicata* immo in quavis multiplicata *ratione velocitatis*, ſubjunxit conſtructionem facillimam pro caſu reſiſtentiæ in ſimplici ratione velocitatis, per quam oſtendit dari pro curva quæſita logarithmicam ordinariam vel etiam ex hac dependentem, quæ propius conſiderata etiam ipſa logarithmica eſſe deprehenditur ſed cujus applicatæ obliquæ ſunt ad axem. Hanc conſtructionem autem dum prædicabat multo ſimpliciorem quam Newtonianam quæ extat in Princ. Phil. Lib. 2. prop. 4. utpote quæ ſit perplexa & operoſa, ſciendum eſt attendiſſe ad eam quæ habetur in prima editione, quam forte fortuna inſpexit licet utramque ad manus habuerit, non cogitans in nova editione aliquid amplius ea de re inveniri. Dein vero monitus conſuluit quoque novam editionem, ubi quod nunc per me ingenue fatetur obſervavit Illuſtr. Newtonum ex prima illa ſua conſtructione eleganter deduxiſſe Pag. 283.



Digitized by Google

Act. Erud. eandem logarithmicam, cujus inventionis anſam haud dubie na-
An. 1720. ctus eſt ex viſa ſolutione Hugeniana in libro *de Cauſa gravitatis*,
M. Junii. qui liber prodiit demum poſt editionem primam Princip. Phil. nat. Ceterum eadem ingenuitate Pater meus agnoſcit, quod quædam ex Theorematibus ſubjunctis alteri ſuæ ſolutioni in Actis M. Junio ejusdem anni editæ problematis analytici a Cl. Tayloro Geometris propoſiti facile fluant tanquam corollaria ex nonnullis formulis Newtonianis contentis in libello vere aureo de quadratura curvarum, id quod nonniſi dimiſſo ſchediasmate animadvertere licuit; ſcire tamen volumus Lectorem ex fonte longe alio petita eſſe Theoremata illa, quam quo uſus eſt ſummus Newtonus ad condendas ſuas formulas. Quamvis autem ſint generalia, erunt tamen ut fieri ſolet (nam nulla regula ſine exceptione) quidam caſus particulares ad quos unius vel alterius Theorematis applicatio fieri nequit. Interim hujusmodi exceptiones, ſi quæ occurrunt, non magis derogant Univerſalitati Theorematum quam derogaret Caſus quantitatis inquadrabilis $\int x^{-1} dx$ Veritati Theorematis hujus Univerſalis (in quo caſus ille continetur) quod nempe $\int x^n dx$ ſit algebraice quadrabilis. Hoc monendum duxi, ut objectiones prævenirem.

## P. S.

Quandoquidem Acta Lipſienſia tarde ad nos venire ſolent, eorum menſis Auguſtus in quo pag. 653 bina problemata Herman-
Pag. 284. niana publice propoſita conſpiciuntur, ad noſtras manus perlatus eſt poſtquam hoc ſchediasma jam aliquandiu paratum fuerat, occaſione vero ſubnata ex diverſitate nonnulla qua hæc problemata jam publice proponuntur ſecus atque antea per Monmortii litteras erant propoſita, e re erit hæc pauca adjicere. Quod quidem attinet ad primum, nullum eſt diſcrimen in proponendi modo, niſi quod æquationem enodandam in litteris Monmortianis expreſſam per $\int y dx = axy + bx^c y^e$, Cl. Hermannus exprimat in Actis per $A = axy + bx^e y^f$, ita ut A idem ſit quod $\int y dx$ & $e$, $f$, locum jam teneant ipſarum, $c$, $e$; ſed quod ad rem ipſam, obſervamus majorem diſcrepantiam in conditione heic & ibi adſignata de poſſibilitate curvæ Algebraicæ, ibi enim aſſeveraverat Cel. Hermannus, teſte pereximio Monmortio, *Curvam quæſitam ſemper fore geometricam modo c & e* (vel nunc *e* & *f*) *ſint exponentes rationales*. Hic vero requirit inſuper, ut etiam $a$ ſit numerus rationalis. Aſt quemadmodum in noſtra hujus problematis ſolutione demonſtratum dedimus, dari quendam caſum in quo $c$ & $e$ exiſtentibus rationalibus qualiscunque ſit $a$,

cur-

curva quæſita tamen neceſſario ſit tranſcendens, quando nempe $c = e$, item qualescumque ſint $c$ & $e$ modo ſit $a = \frac{e-1}{e-c}$ curvam pariter neceſſario eſſe tranſcendentem, ſic viciſſim jam facile demonſtrabimus, ſi $c$ & $e$ ſint rationales & inæquales ſemper dari poſſe aliquam curvam algebraicam quæſito reſpondentem, etiamſi $a$ non ſit rationalis, modo etiam non ſit $= \frac{e-1}{e-c}$. Nam Art. IV. invenimus æquationem $(eb - cb) \times y^{e-1} = (e - 1 - ea + ca) \times x^{1-c}$, quæſitæ curvæ ſatisfacientem, quæ cum $a$ in neutrum exponentem ingrediatur, poterit $a$ eſſe irrationalis & tamen curva eſſe ex parabolarum algebraicarum genere, dummodo ſit neque $e = c$ neque $a = \frac{e-1}{e-c}$. Et hoc quidem ad primum amice monere voluimus. De cetero quam nunc ſuperaddit reſtrictionem Celeb. Hermannus, qua nimirum exigit *Methodum directam procedentem a priori ſine præcognita forma æquationis curvæ quæſitæ*, eam reſtrictionem etiamſi non expreſſam in privata invitatione, accurate tamen à nobis obſervatam atque ita problemati plene & ad mentem ſuam ſatisfactum eſſe agnoſcet, ſperamus, acutiſſimus Problematum Autor.

Act. Erud. An 1720. M. Junii.

Pag. 285.

Alterum problema ſic paucis nunc publice proponitur: *Invenire curvas algebraicas indefinite non rectificabiles, quæ tamen unum, duos vel quot volueris arcus habeant abſolute rectificabiles*: omiſſa altera conditione, qua ſimul petebatur, ut curvæ quæſitæ rectificatio indefinita dependeret a quadratura curvæ alterius datæ. Quamvis Vir Cel. ne nunc quidem dicat utrum hoc ipſe ſolverit nec ne, nos tamen aſſeverare audemus, quod cum nunc deſiſtat ab hac poſteriore conditione, problema ipſum non prorſus impoſſibile cenſeamus; quin imo jam ſolutum habeamus per ſolutionem problematis Art. XVI. propoſiti, modo in verbis Hermannianis, *quæ tamen unum duos vel quot volueris arcus* &c. ſubintelligendum ſit *τὸ minimum*, ita ſcilicet ut curva quæſita indefinite irrectificabilis habeat *minimum* vel *ſaltem* certum numerum arcuum abſolute rectificabilium; etſi forſan plures contineat modo non pauciores; nam ſane in hoc ſenſu ſumptum problema abunde ſolviſſe cenſendus eſt ille, qui invenerit curvas algebraicas indefinite non rectificabiles, quæ tamen habent arcus numero infinitos abſolute rectificabiles. Quod ſi autem per *unum duos vel quot volueris arcus* &c. intelligi oportet tot exacte quot petuntur arcus abſolute rectificabiles, nec plures nec pauciores; ſignifico Cel. Proponenti, hujus quæſtionis

Act. Erud. An. 1720. M. Junii. nis quantumvis arduæ enodationem eo usque jam a Parente meo eſſe peractam, ut exhibere poſſit *curvas algebraicas indefinite irrectificabiles*, *gaudentes tamen vel uno vel duobus vel quatuor vel octo vel*, *quot libuerit in hac progreſſione*, *arcubus abſolute rectificabilibus*; idque per methodos longo abhinc tempore in publicum editas: num ſolutio Hermanni quam habet ulterius progrediatur, lubenter equidem intelligemus.

M. Julii. Pag. 304.

## N. B. RESPONSIO

### *Ad Art. VII. Tom. XXXI. Diarii Eruditorum Italiæ.*

CUM controverſiæ litterariæ non ſolum *cum debita moderatione*, ſed & *cum debita ſinceritate* tractari debeant, ut eo citius & facilius ſcopum earundem, h. e. veritatis cognitionem aſſequamur; non ſine ſtupore intellexi, doctiſſimum Fagnanum objectiones meas, quas in privata ad me epiſtola *erud tiſſimas obſervationes* vocaverat, nunc publice *erroris* redarguere, meumque ratiocinium appellare *fiacco entimema*, & cum antea ſcripſerat, ſe nihil in meis obſervationibus deprehendere, quo offenderetur, nunc ab imaginaria propoſitionum mearum falſitate offendi. Optaviſſem ſane, ut pari mecum civilitate egiſſet, & ea, quæ dicenda habuit contra objectiones meas, (quas priusquam publici juris fierent cum ipſo communicavi) ſimiliter mecum ante, quam cum publico, communicaviſſet. Hac enim ratione effeciſſet, ut aut ego animadverſiones meas in ipſius Theorema ſuppreſſurus fuiſſem, aut ut ille, agnita per reſponſionem meam earundem veritate, animum litigandi fuiſſet depoſiturus. Doleo igitur quam maxime, quod ille, victoriæ ſecurus, verum animi ſui ſenſum circa oppoſitiones meas mihi diſſimulaverit, remque Pag. 305. inter nos publice maluerit quam privatim agi, meque adeo coegerit oſtendere publice debilitatem defenſionis, quam oppoſuit argumentis meis, quorum igitur vim ac ſoliditatem breviter & quam fieri poterit moderate probatum ibo.

Duo ſunt quæ præcipue oppoſui contra *Theorema Fagnani*; I. quod æquatio iſta $dy : y^{m:n} = x^{t:u} dx : (\frac{n}{u} \int X x^{m:u} dx + K)^{1:n}$ non poſſit eſſe vera integralis hujus $X dy^n : y^m dx^n = \frac{a}{x} + \frac{b\,ddx}{dx^2}$

+

$+\frac{cddy}{dxdy}+\frac{fdy}{ydx}$, ad quam ſupponit perventum fuiſſe ſine ſuppoſitione differentialis conſtantis. II. Quod ſit impoſſibile pervenire ad æquationem hanc poſteriorem ſine ſuppoſitione alicujus differentialis conſtantis, excepto caſu quando $c=-b$. Prius probavi ex eo, quod æquatio ipſius integralis de novo differentiata ſine aſſumpta differentiali conſtante non producat æquationem differentialem propoſitam; Poſterius ex eo, quod æquatio $Xdy^n$ : $y^m dx^{n-1}=\frac{adx}{x}+\frac{bddx}{dx}+\frac{cddy}{dy}+\frac{fdy}{y}$ non poſſit perfecte integrari, niſi ſumatur quantitas aliqua differentialis pro conſtante, aut niſi ſit $c=-b$. Ad prius reſpondet Fagnanus negando propoſitionem hanc fundamentalem, quam ego *Axioma nobiliſſimum* appellavi, *quod omnis æquatio, quæ integralis eſt alicujus æquationis differentio-differentialis, ad quam perventum fuit ſine ſuppoſitione quantitatis alicujus differentialis conſtantis, iterum differentiata etiam ſine ſuppoſitione alicujus differentialis conſtantis debeat reſtituere eandem illam æquationem differentio-differentialem;* in cujus veri axiomatis locum ipſe ſubſtituit hanc propoſitionem: *omnis æquatio, quæ eſt integralis, iterum differentiata debet reſtituere eandem æquationem differentialem ſecundi gradus aut aliam æquivalentem;* ubi per æquationem æquivalentem intelligit talem, quæ vi quantitatis alicujus differentialis aſſumtæ pro conſtante, in illam, cujus æquivalens dicitur, transformari poteſt. Ad poſterius reſpondet, meum ratiocinium, tametſi probet æquationem noſtram differentio-differentialem perfecte integrari non poſſe ſine aſſumtione quantitatis alicujus conſtantis compoſitæ ex $dx$ & $dy$, propterea non probare impoſſibilitatem perveniendi ad æquationem prædictam differentio-differentialem, ſi *antecedenter* pro conſtante non aſſumta fuerit eadem quantitas illa differentialis. Quam longe autem a veritate aberrent iſtæ reſponſiones, facile intelligent ii, qui *quid ſit æquatio differentio-differentialis ad quam perventum eſt ſine ſuppoſitione alicujus differentialis conſtantis, & qualem mutationem producat in integrationibus & differentiationibus ſuppoſitio differentialis conſtantis*, cognoſcunt; quam rem in gratiam eorum, qui eam neſciunt vel ſe neſcire ſimulant, explicabo.

Act.Erud. An. 1720. M. Julii.

Pag. 306.

Si proponantur plures quantitates variabiles A, B, C, D, &c. quæ mutua relatione a ſe invicem dependeant & continuo motu creſcant vel decreſcant, & ipſarum incrementa vel decrementa momentanea reſpective deſignentur literis *a*, *b*, *c*, *d*, &c. æquatio, quæ exprimit relationem, quæ eſt inter duas pluresve harum quantitatum a, b, c, d, &c. dicitur æquatio differentialis ejus æquationis, quæ exprimit relationem, quæ eſt inter

Aƈt.Erud. An. 1720. M. Julii. duas pluresve quantitatum A, B, C, D, &c. & ipſæ quantitates $a$, $b$, $c$, $d$, &c. quibus eodem tempore infinite parvo augentur vel minuuntur quantitates A, B, C, D, &c. dicuntur harum differentialia. Si jam porro fingamus, alio proxime ſequenti tempore infinite parvo quantitates illas A, B, C, D, &c. novis incrementis vel decrementis augeri vel minui, quæ vocentur $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, $\delta$, &c. differentiæ $\alpha - a$, $\beta - b$, $\gamma - c$, $\delta - d$, &c. quæ intercedunt inter iſta & priora augmenta vel decrementa $a$, $b$, $c$, $d$, &c. vocantur quantitatum A, B, C, D, &c. differentio-differentialia, aut differentialia ſecundi gradus, & æquatio, quæ exprimit relationem quam habent inter ſe ipſæ $\alpha - a$, $\beta - b$, $\gamma - c$, $\delta - d$, &c. dicitur æquatio differentio-differentialis aut differentialis ſecundi gradus, cujus reſpeƈtu æquatio quæ exprimit relationem ipſarum $a$, $b$, $c$, $d$, &c. dicitur integralis; quemadmodum & hujus integralis vocatur æquatio, quæ exprimit relationem inter ipſas quantitates propoſitas A, B, C, D, &c. Jam autem manifeſtum eſt, unumquodque ex differentialibus his ſecundis $\alpha - a$, $\beta - b$, $\gamma - c$, $\delta - d$, &c. diverſas denotare quantitates, & diverſam ad reliqua habere relationem,
Pag. 307. prout ipſæ $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, $\delta$, &c. plus vel minus differunt reſpeƈtive ab ipſis $a$, $b$, $c$, $d$, &c. aut prout ponitur æqualitas vel inter $a$ & $\alpha$, vel inter $b$ & $\beta$, vel inter $c$ & $\gamma$ &c. Exempli gratia: Intelligamus per A, B, C, D, reſpeƈtive has quantitates $x$, $xx$, $ax+xx$, $\surd(aa+xx)$ & per $a$, $b$, $c$, $d$, ipſarum differentialia $dx$, $2xdx$, $adx+2xdx$, $xdx : \surd(aa+xx)$; ponamus primo $dx$ eſſe conſtantem h. e. eſſe æqualitatem inter $a$ & $\alpha$, erunt differentio-differentialia reſpeƈtive $o$, $2dx^2$, $2dx^2$, $aadx^2 : (aa+xx)\surd(aa+xx)$ h. e. ipſæ $\alpha - a$, $\beta - b$, $\gamma - c$, $\delta - d$, eandem inter ſe habebunt relationem quam habent $o$, $2$, $2$, $aa : (aa+xx)\surd(aa+xx)$; quod ſi vero ſecundo velimus ponere $2xdx$ conſtantem hoc eſt eſſe æqualitatem inter $b$ & $\beta$, quantitatum A, B, C, D, differentio-differentialia erunt $-dx^2 : x$, $o$, $-adx^2 : x$, $-xxdx^2 : (aa+xx)\surd(aa+xx)$, h. e. ipſæ $\alpha - a$, $\beta - b$, $\gamma - c$, $\delta - d$, ſe habebunt ut $1 : x$, $o$, $a : x$, $xx : (aa-xx)\surd(aa+xx)$, longe aliter quam in præcedenti hypotheſi; ſi autem non determinare velimus, quænam quantitatum $a$, $b$, $c$, $d$, &c. & $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, $\delta$, &c. inter ſe ſint æquales, i. e. ſi nullam differentialium conſtantem ſupponere velimus, differentio-differentialia quantitatum A, B, C, D, erunt $ddx$, $adx^2+2xddx$, $addx+2xddx2+2dx^2$, $(aaxddx+x^3ddx+aadx^2) : (aa+xx)\surd(aa+xx)$, quæ nullam certam & determinatam relationem, ut in prioribus caſibus, inter ſe habent ob incertam rationem quam habet $ddx$ ad $dx^2$. Hinc conſequens eſt, æquationes differentio-differentiales, quæ exprimunt

rela-

Act. Erud. An. 1720. M. Julii.

relationem quam habent inter ſe certarum quantitatum differentialia ſecundi gradus, pro diverſa hypotheſi alicujus differentialis conſtantis, non *æquivalentes* ſed *diverſas* eſſe, exprimunr enim diverſarum quantitatum diverſas relationes, adeo ut ſi ſupponamus e. g. nos perveniſſe ad aliquam æquationem differentio-differentialem, quam nominemus F, ponendo hanc, vel illam, vel nullam differentialem conſtantem, & hujus æquationis integralem vocemus G, neceſſe ſit, ut æquatio iſta G iterum differentiata, ponendo reſpective hanc, vel illam, vel nullam differentialem conſtantem, producat eandem æquationem differentio-differentialem F; neque ſufficit, ſi ponamus ad æquationem F perventum fuiſſe ſine ſuppoſitione alicujus differentialis conſtantis, ut æquatio G differentiata producat aliquam æquationem, quæ vi adhibitæ alicujus differentialis conſtantis in æquationem F

Pag. 308.

transmutari poſſit; ſed quemadmodum æquatio F, ad quam perventum eſt ſine ſuppoſitione differentialis conſtantis, eſt æquatio generalis, quæ admittit omnes ſuppoſitiones differentes, & quæ complectitur omnes caſus particulares pro diverſis hypotheſibus differentialis conſtantis, ita quoque æquatio G differentiata exhibere debet eandem æquationem generalem F, quæ accommodari poſſit non uni tantum hypotheſi particulari differentialis conſtantis, ſed omnibus quas effingere poſſumus. Uno verbo, ſi æquatio G eſt *integralis* æquationis generalis F, ſequitur viciſſim, quod æquatio generalis F debeat eſſe *differentialis* æquationis G. Quicumque definitionem terminorum intelliget, non minus pro *Axiomate* habebit hanc propoſitionem, quam iſtam: Poſito quod Paulus ſit Pater Petri, ſequitur quod Petrus ſit Filius Pauli; res utrobique eodem modo ſe habet; patet igitur quid ſentiendum de reſponſione Fagnani ad primam meam objectionem. Pergo ad ſecundam.

Si Fagnanus contendit poſſibile eſſe, ut excepto caſu quando $c = -b$ quis perveniat ad æquationem $Xdy^n : y^m dx^n = \frac{a}{x} + \frac{bddx}{dx^2} + \frac{cddy}{dxdy} + \frac{fdy}{ydx}$ ſine ſuppoſitione differentialis conſtantis melius reſpondere poſſum, quam rogando illum, ut exemplum vel ſolutionem alicujus Problematis proferat, ubi ad talem æquationem ſine ſuppoſitione differentialis conſtantis perveniat; ſi hoc præſtare poſſit, victas dabo manus. Ego dixi & etiamnum dico, hoc fieri non poſſe, ideo quod in integratione prædictæ æquationis aliqua differentialis conſtans aſſumi debet, niſi fuerit $c = -b$, hoc enim ſignum eſt, jam antea in inventione illius æquationis differentio-

Act. Erud. rentio-differentialis aliquam differentialem conſtantem fuiſſe ad-
An 1710. hibitam. Hæc duo revera *inter ſe ſervant connexionem eſſentialem*
M. Julii. *& nodum indiſſolubilem*; ſed cur hoc? Ideo quia in omni integratione æquationum differentialium ſecundi gradus non poſſunt plures ſimul quantitates differentiales, ſed una tantum pro conſtante aſſumi, nempe illa, quæ in præcedenti differentiatione
Pag. 309. pro conſtante adhibita fuit, adeo ut neceſſe ſit, ut ille qui mihi proponit integrandam æquationem aliquam differentio-differentialem mihi dicat, quam differentialem conſtantem ſive quam quantitatem uniformiter fluentem ipſe in æquatione ſua intelligat, ut ego eandem ſignificationem differentialium in integratione retinere & paralogiſmum evitare poſſim; aut ſi dicat, æquationem ſuam nullam præſupponere differentialem conſtantem, neceſſe eſt ut ad eandem æquationem integralem perveniam ſupponendo conſtantem aut nullam differentialem, aut aliquam pro lubitu ſive hanc ſive illam. In noſtro autem caſu res hoc modo non ſuccedit; quippe æquatio Fagnani, ipſo fatente, ſi nulla ſumatur differentialis conſtans, plane integrari non poteſt, neque exhibet unam eandemque æquationem integralem in omnibus quæ fieri poſſunt ſuppoſitionibus differentialis conſtantis: fieri autem poſſe ejuſmodi ſuppoſitiones numero infinitas, quæ conducunt ad æquationes integrales toto genere ab invicem differentes, mox exemplis aliquot probabo, poſtquam prius ad objectionem aliquam ridiculam reſpondero, quam Fagnanus per modum interrogationis ita propoſuit: „ Obſecro, quid abſurdi contine-
„ tur in iſta proportione $dx^n . dy^n :: \frac{X}{y^m} . \frac{a}{x} + \frac{bddx}{dx^2} + \frac{cddy}{dxdy}$
„ $+ \frac{fdy}{ydx}$? ſecundus ejus terminus homogeneus eſt cum primo,
„ & quartus terminus eſt finitus ſicuti tertius; quin imo idem
„ quartus terminus æque eſt intelligibilis, ac foret ſi in locum
„ $\frac{cddy}{dxdy}$ ſcriberetur $\frac{-bddy}{dxdy}$ „. Reſpondeo, quod quis ſimili modo negare poſſet, eſſe aliquid abſurdi in hac proportione; *latus quadrati eſt ad diagonalem ut 3 ad 2*; ubi ſecundus terminus homogeneus eſt cum primo, & quartus terminus eſt numerus finitus ſicuti tertius. Aut ut per exemplum noſtro caſui magis ſimile reſpondeam, rogo viciſſim Fagnanum, annon ſit abſurdum dicere, quod ſine ſuppoſitione differentialis conſtantis ad ſequentem æquationem differentialem ſecundi gradus, naturam alicujus curvæ exprimentem, pervenire poſſimus: $y^3ddy - aayddy = aady^2$, ubi per $y$ intelligo ordinatam curvæ alicujus,

jus, & per $dy$ & $ddy$ ejus differentialia prima & ſecunda; reſpondere certe debet Fagnanus hoc eſſe impoſſibile, quomodo enim in iſta æquatione abſciſſa, quam vocare volumus $x$, cum ſuis differentialibus $dx$ & $ddx$, evaneſcere potuiſſet, niſi aliqua differentialis primi gradus conſtans & aliqua ſecundi gradus æqualis nihilo ſuppoſita fuiſſet? Attamen iſta æquatio in ſequentem proportionem reſolvitur: $y+a.a :: \frac{a}{y-a} . \frac{yddy}{dy^2}$, cujus ſecundus terminus eſt homogeneus cum primo, & quartus eſt finitus ſicuti tertius. Dicendum igitur eſt, quod quemadmodum prædicta æquatio $y^3ddy - aayddy = aady^2$ (quæ pro varia hypotheſi differentialis conſtantis variis Curvis ſatisfacit, in ſpecie autem, quando $dx$ conſtans ſupponitur, Ellipſi vel Circulo; quando autem elementum Curvæ $\sqrt{(dx^2+dy^2)}$ conſtans ponitur, Catenariæ vulgari aliisque Curvis mechanicis) neceſſario præſupponit differentialem conſtantem, ita etiam æquatio $Xdy^n : y^m dx^n = \frac{a}{x} + \frac{bddx}{dx^2} + \frac{cddy}{dxdy} + \frac{fdy}{ydx}$ præſupponat differentialem conſtantem, excepto caſu quando $c = -b$, non quidem ob eam rationem, quod alioquin termini proportionis $dx^n . dy^n :: \frac{X}{y^m} . \frac{a}{x} + \frac{bddx}{dx^2} + \frac{cddy}{dxdy} + \frac{fdy}{ydx}$ forent heterogenei, ſed ob aliam rationem, ad quam intelligendam oportet ſcire paulo plusquam homo ille, quem Fagnanus ſupponit *prorſus ignarum calculi differentialis*, i. e. oportet ſcire paulo plusquam *ſolum ſignificatum ipſarum* x, y, *earumque differentialium primi & ſecundi gradus*. Ut autem Fagnanum penitus erroris ſui convincam, demonſtrabo novo modo & directe, propoſitiones has duas, *Ad æquationem* $Xdy^n : y^m dx^n = \frac{a}{x} + \frac{bddx}{dx^2} + \frac{cddy}{dxdy} + \frac{fdy}{ydx}$ *perventum eſt ſine ſuppoſitione differentialis conſtantis, & quantitas* c *non eſt* $= -$b, eſſe contradictorias & ſimul ſtare non poſſe. In hunc finem præmittam ſequens Lemma: *omnis æquatio differentialis ſecundi gradus, in qua dx eſt variabilis & dy conſtans, transmutari poteſt, ſalva æquatione integrali, in aliam in qua dx eſt conſtans & dy variabilis, ſcribendo pro ddx hunc valorem* $-dxddy:dy$. Hujus theorematis demonſtrationem perfacilem olim cum amicis communicavi, aliam inveniet Fagnanus in Celeberrimi Geometræ Angli Brook Taylor *Method. Increm. Propoſ.* 3. ad quam ipſum remitto.

Act. Erud. An 1720. M. Junii. Pag. 310.

Pag. 311.

mitto. His præmiſſis ſic arguo: quia ad æquationem $Xdy^n : y^m dx^n = \frac{a}{x} + \frac{bddx}{dx^2} + \frac{cddy}{dxdy} + \frac{fdy}{ydx}$ perventum eſt ſine ſuppoſitione differentialis conſtantis, poſſum pro arbitrio ſumere $dy$ aut $dx$ conſtantem; in prima igitur ſuppoſitione poſito $ddy = o$, erit $Xdy^n : y^m dx^n = \frac{a}{x} + \frac{bddx}{dx^2} + \frac{fdy}{ydx}$, in poſteriore autem poſito $ddx = o$, erit $Xdy^n : y^m dx^n = \frac{a}{x} + \frac{cddy}{dxdy} + \frac{fdy}{ydx}$. Sed, per Lemma præmiſſum, æquatio prioris ſuppoſitionis, ſcribendo $-dxddy : dy$ pro $ddx$ mutatur in hanc $Xdy^n : y^m dx^n = \frac{a}{x} - \frac{bddy}{dxdy} + \frac{fdy}{ydx}$, in qua $dx$, conſtans & $ddx = o$, quæ debet congruere cum æquatione poſterioris ſuppoſitionis, cum igitur in utraque omnes termini præter $\frac{cddy}{dxdy}$ & $\frac{-bddy}{dxdy}$ ſint iidem, ſequitur quod & hi æquales eſſe debeant, quapropter neceſſario $c = -b$; ſufficienter igitur demonſtratum puto, quod Fagnanus, ſupponendo ad æquationem ſæpius citatam $Xdy^n : y^m dx^n = \frac{a}{x} + \frac{bddx}{dx^2} + \frac{cddy}{dxdy} + \frac{fdy}{ydx}$ perveniri poſse ſine ſuppoſitione differentialis conſtantis, & caſum quando $c = -b$ a theoremate ſuo excipiendo, ſuppoſuit duo contradictoria, quæ ſimul ſtare non poſsunt.

Supereſt ut (quod ſupra promiſi) oſtendam, innumeras in noſtro caſu ſuppoſitiones differentialis conſtantis fieri poſse, quæ conducunt ad æquationes integrales toto genere & ab invicem & ab æquatione integrali a Fagnano allata differentes. Ad hoc probandum ſufficit afferre aliquot exempla pro illo ipſo caſu particulari, quem jam in Diar. Ven. art. 5. Tom. XXIX. conſideravimus,

Pag. 312. ſcilicet quando $X = x$, $m = 2$, & ſingulæ $a$, $b$, $c$, $f$, $n$, $= 1$; proponatur nempe integranda æquatio $xdy : yy = \frac{dx}{x} + \frac{ddx}{dx} + \frac{ddy}{dy} + \frac{dy}{y}$; dico nullam dari certam æquationis hujus integralem, ſed pro innumeris quæ fieri poſsunt ſuppoſitionibus differentialis conſtantis innumeras quoque dari hujus æquationis æquationes integrales. Ex. gr. ſi ponamus $xxdxdy : yy$ conſtantem, æquatio integralis erit $y^3 : x - \frac{1}{2} yy =$ conſtanti; ſi ponamus $y^5 dxdy : xx$ con-

conſtantem, æquatio integralis erit $y^{4:3} : x + y^{1:3} =$ conſtanti; Act.Erud.
& generalius ſi ponamus $x^p y^q dxdy$ conſtantem, ubi $p$ & $q$ ſigni- An. 1720.
ficent numeros quoscunque, æquatio integralis evadet $x^{-1} y^{(q-1)}$: M. Julii.
$(1-p) + y^{(p+q-2)} : (1-p) : p+q-2 =$ conſtanti. Item alio modo ſi ponamus $xxy^{q+r} dxdy : (by^q + y^r)$ eſse conſtantem, ubi valores ipſarum $b$, $q$, $r$, ſunt arbitrarii, æquatio integralis erit $y^{-q} : q + x^{-1} y^{-q+1} + by^{-r} : r + bx^{-1} y^{-r+1} =$ conſtanti; & ſic innumeræ aliæ ſuppoſitiones fieri poſsunt, quæ conducent ad innumeras æquationes pro curvis tam algebraicis quam mechanicis. Ex his igitur manifeſtum eſt, Fagnanum multipliciter errare; I. quando nempe putat æquationem hanc $dy : y^{m:n} = x^{t:u} dx : (\frac{n}{u} \int X x^{nt:u} dx + K)^{1:n}$ eſse ſolam & perfectam integralem ſuæ æquationis $X dy^n : y^m dx^n = \frac{a}{x} + \frac{bddx}{dx^2} + \frac{cddy}{dxdy} + \frac{fdy}{ydx}$; tum II. quando pag. 72 aſserit, *che per giungere alla perfetta integrazione dee prenderſi queſta conſtante* $x^{t-n} y^{mu:n} f dx^{u-b} dy^{-c-u}$, in quo ſibi ipſi contradicit, nam in art. XI. Tom. XXVII. dixit, & recte quidem, licitum eſse ponere conſtantem quam libuerit; tum III. quando aſserit in fin. pag. 77, aſsumtionem differentialis conſtantis in noſtro caſu non determinare eſsentiam Curvæ quæſitæ; nonne debebat ipſe (ut ejus verbis utar) *rifletter, che l' influſso della coſtante aſſunta è valevole a produrre varj fenomeni nel mondo intelligibile*

*In una parte più, e meno altrove.*

Niſi tæderet me in re tam facili & a Tyronibus vix ignorata Pag. 313
diutius verſari, alia quædam circa objectiones reliquas Fagnani monere poſsem, ſed qui quæ hucusque dicta ſunt recte perpenderit, & illas falſas nulliusque momenti eſse facile ſibi perſuadebit. Unicum tantum adhuc adnotabo, nempe ipſum errare, quando quaſi triumphans defenſionem ſuam ita finit: „ *Mi dò à* „ *credere, che queſta riſpoſta ſia per appagare i lettori; ma ſe per* „ *avventura alcuno di eſſi la riputaſse invalida, ſappia, che reſta* „ *ſempre illeſa l' interna ſoſtanza della mia invenzione; poichè dal* „ *mio combattuto teorema naſce immediatamente queſto corollario* „ *incontraſtabile, che*: L'integrale dell' equazione (1) $X dy^n : y^m$ „ $dx^n = \frac{a}{x} + \frac{bddx}{dx^2} + \frac{cddy}{dxdy} + \frac{fdy}{ydx}$ e l'equazione (4) $dy : y^{m:n} = x^{t:u}$ „ $dx : (\frac{n}{u} \int X x^{nt:u} dx + K)^{1:n}$, ſuppoſto, che prima di giunge-

„re

„ re all'equazione (1) ſiaſi preſa per coſtante la quantità dif-„ ferentiale (3) $x^{s-a} y^{mu:n} = fdx^{u-b} dy^{-c-u}$. *Io vorrei ſempre in-„ gannarmi, ſe mi foſſe conceſſo dedurre da' miei errori ſimili ve-„ rità* „. Hæc propoſitio non naſcitur tanquam corollarium ex theoremate Fagnani, ſed vice verſa Fagnanus ex iſta propoſitione theorema ſuum deduxit, id eſt, *ex propoſitione particulari per inductionem erroneam deduxit concluſionem generalem*, quemadmodum cuilibet apparere poteſt ex demonſtratione, quam theoremati ſuo annexuit dict. art. XI. Tom. XXVII. Quia vero optat ſemper falli, ſi ſibi conceſſum eſſet deducere ex erroribus ſuis ſimiles veritates, finiam iſtam reſponſionem oſtendendo ipſi modum, quo ſe centies per diem voti ſui compotem reddere poſſit. Sumat nempe æquationem differentialem quamcumque (A) pro curva algebraica vel mechanica, eamque denuo differentiet, ut habeat æquationem differentio-differentialem (B); deinde aſſumat pro conſtante quamcumque quantitatem differentialem (C), cujus differentialem (D) ponat $=0$, hujus quantitatis (D) multiplum vel ſubmultiplum quodcumque addat alterutri membro æquationis (B), ut inde proveniat nova æquatio (E). Quibus factis ad modum art. XI. Tom. XXVII. formare poterit novum theorema dicendo: *Æquationis* (E) *ad quam ſuppono perventum fuiſse ſine ſuppoſitione differentialis conſtantis, integralis eſt æquatio* (A).

JOAN-

Act. Erud. An. 1720. M. Sept. Pag. 392.

# JOANNIS OLIVÆ, RHODIGINI,

In Marmor Iſiacum Romæ nuper effoſſum

*Exercitationes ad Reverendiſſimum P. Magiſtrum* F. ANTONIUM CLOCHE,

Totius Dominicanæ Familiæ Generalem.

*Romæ, apud Jo. Mariam Salvioni, Typogr. Vatic. in Archigymnaſio Sapientiæ*, 1719, 8. *Pl.* 8 *& Tab. æn.* 1.

CUM anno proxime elapſo Dominicani in Cœnobio Minervitano Romæ ingentia Bibliothecæ celeberrimæ Caſanatenſis ſpatia magis amplificanda eſſe conſtituiſſent, dirutisque ea de cauſa nonnullis prope Cœnobium ædificiis foſſores fundamentorum jaciendorum gratia terram altius molirentur, effoſſum eſt Marmor Iſidi ſacrum, quod ſingula quatuor latera elegantiſſime figuris diſtincta præ ſe ferebat. Cum vero tum ſitus loci, unde erutum fuit, tum ſigna, quibus nobilitatur, antiquitati quandam veluti lucem afferre viderentur, Joannes Oliva, Clariſſimus Vir, qui hoc eodem anno Acelo Romam illam urbium dominam conceſſit, ſibi perſuaderi paſſus eſt a doctiſſimis Bibliothecæ Caſanatenſis Præfectis M. Joanne Benedicto Joanellio, Veneto, & M. Thoma Maria Minorellio, Patavino, ut ſuam ſententiam, quam in Bibliotheca dixerat de marmore, uberius & ſcripto quidem explicaret. Fecit id in his exercitationibus egregie & docte & inſigni etiam ſermonis cultu adhibito, quarum ſummam dediſſe, nec inutile erit, nec injucundum. C. I. Tab. III. Fig. 1. 2. 3. 4.

Iſis & Oſiris, decantatiſſima Ægyptiorum numina, divinos honores egregiis in genus humanum meritis frugum inventione, legum latione, ſacrorum variorum inſtitutione apud Nili accolas antiquiſſimo tempore meruerunt. Qua ætate iſta ſuperſtitio in urbem populumque Romanum irrepſerit, non ſatis liquet, hoc certum eſt, ambigua illius fuiſſe fata, ſæpiusque urbe ejectam: A. U. C. 701 Senatus Iſidis fana privatim extructa demoliri juſſit, mox A. V. C. 708 Iſiaca delubra Aruſpicum juſſu de medio ſublata ſunt. Triumviri Iſidi Serapidique templa decrevere. Auguſtus tamen & Agrippa urbe illis interdixit, religione an odio incertum. Tiberius ob facinus in Paulina nobiliſ- C. 2. Pag. 393.

Act. Erud. An. 1720. biliſſima matrona commiſſum , quod Flavius Joſephus refert ,
M. Sept. templum funditus evertit, Iſidisque ſimulacrum in Tiberim in-
Antiqu. jici juſſit . Sub Tito horum numinum fana conflagrarunt : do-
Judaic. nec adverſa omnia pertinax ſuperaret ſuperſtitio, Commodi in-
l. 18. c. 4. primis ætate, quem Iſiaca ſacra coluiſse, Lampridius teſtatur .
C. 3. Fuit Iſeum Romæ non diſtrictus longe lateque exporrectus circa templum Iſidis, ut invitis veteribus omnibus ſibi perperam perſuaſit Ath. Kircherus , merito hic loci a doctiſſimo Oliva confutatus, ſed ipſiſſimum Iſidis templum in Regione nona, cui a circo Flaminio dicitur partum nomen, ſitum , in qua & Villam publicam, Septa, Serapeum, Bellonæ templum, Minervium Rufus ac Victor collocarunt . Hæc vicina fuiſse variis antiquorum locis probat Noſter, indeque colligit, aut eo loco, quo Iſeum olim ſtetit, aut certe parum remoto, marmor eſse effoſsum; maxime cum & Donatus narret, Oſiridis ſtatuam atque Ægyptiaca multa alia ſigna, Patribus item Dominicanis in Minervitano Cœ-
C. 4. nobio ædificantibus, fuiſse reperta . His expeditis , an Marmor Ara ſit votiva, an Baſis quædam, diſputatur ; non prius , quod in marmore voti nulla ſit mentio facta , cum tamen verba in talibus Aris imprimerentur , ut , a quo poſitæ , & qua de cauſa , omnibus poſſit eſse conſpicuum : non poſterius, quod in ſuperiore parte ornamenta habeat, quibus carere ſolent baſes & veteres & recentiores, ipſe lapis ferme in Piramidem aſsurgat, nec, ſi lynceis oculis eundem intuearis, ullum exeſi aut deturbati ſimulacri veſtigium præ ſe ferat . Eſt itaque ex ſententia noſtri Lapis
C. 5. votivus Iſidi conſecratus. Sed quæ voti cauſa? an quod quis naufragii periculum vitaviſset ? præfuit enim navigationi Iſis. Immo potius ab aliquo poſitus , qui priſtinæ incolumitati eſt redditus .
Pag. 394. Nam Deam fuiſse ſalutarem vel unus ille Tibulli locus ſatis lo-
L. 1. Eleg. quitur :
3.

> *Nunc, Dea, nunc ſuccurre mihi, nam poſse mederi*
> *Picta docet templis multa tabella tuis.*

Et Blaſius Cariophylus V. Cl. cui ſua legenda dederat Noſter , docuit Iſidis Etymon , quo a *curando* dicta videtur. Arabes enim, quorum linguæ affinis Ægyptia, אסא, *Aſa*, curam dicunt ; unde
C. 6. אסיון, *aſion* , Medicus , אסוון *aſavon* , medicamentum . Sed ad
Tab. III. ipſa marmoris latera properandum eſt. In primo videas vas Lu-
Fig. 1. na & ſpicis inſculptum , e cujus operculo ferpens in gyros educta attollitur , impoſitis his literis : ... IDI SACR... Hæc citra omnem controverſiam ita ſupplendæ ſunt : ISIDI SACRUM. Neque in ſerpente quicquam eſt obſcuri : divinitatem iiſdem tri-
C. 7. buerunt Veteres, & Iſis Ceres eſt. Neque tamen vas illud eſt
Ce-

Cereris ciſta myſtica. Diſſimili plane ſpecie eandem exhibent Act. Erud.
Seguinus & Patinus in Nummis. Eſt omnino urna, quam A- An. 1720.
pulejus Libro XI. Metamorphoſeos una cum reliqua pompa Iſia- M. Sept.
ca deſcribit. *Gerebat*, inquit, *alius felici ſuo gremio ſummi nu-
minis venerandam effigiem, non pecoris, non avis, non feræ, ac
ne hominis quidem ipſius conſimilem, ſed ſolerti repertu, etiam ip-
ſa novitate venerandam, altioris utcumque & magno ſilentio tegen-
dæ religionis argumentum ineffabile, ſed & ad iſtum plane modum
fulgente auro figurata. Urnula faberrime cavata fundo quam ro-
tundo, miris extrinſecus ſimulacris Ægyptiorum effigiata. Ejus ori-
ficium non altiuſcule levatum, in canalem porrectum longo rivulo
prominebat. Ex alia vero parte multum recedens ſpatioſa dilatione
adhærebat anſa, quam contorto nodulo ſuperſedebat aſpis ſquameæ
cervicis ſtriato tumore ſublimis.* Illa itaque urnula ipſa Iſis eſt, C. 8.
id enim verba Apuleii volunt: culta ſub hac imagine nec pe-
coris, nec avis, nec feræ, ne quidem hominis, eodem modo,
quo Solem Phœnices ſub lapidis nigri ſimulacro, Pœones ſub
brevi diſco longo ligno oppoſito coluerunt, Arabes Lapidem
Tetragonum pro Deo ſumſerunt, Idæa Mater Peſſinuntia Ro-
mam deducenda lapis fuit. Luna Iſis eſt, eſt & Ceres, ut jam
dictum: unde Lunam cum ſpicis in vaſe ſculptam facile in- C. 9.
terpretaberis. Caput in ſummo lapide a 'æva parte conſpicien- Pag. 395.
dum, Oſiridis habetur, avem, quæ juxta ſpectatur, upupam C. 10.
credit Noſter, vel accipitrem. In ſecundo latere eſt Anubis ca- C. 11.
pite canino palmam & ſitulam ſiniſtram gerens. Nec difficilio- Fig. 2.
ra ſunt, quæ in tertio latere videntur, diſcus, dolabra, & ca-
lix, inſtrumenta in ſacrificiis adhiberi ſolita. Supereſt in ultimo Fig. 3.
latere Harpocrates ſane perelegans, Iſidis & Oſiridis filius, ſilen- C. 12.
tii Deus, lævo brachio copiæ cornu ſuſtinens. Foramen in capi- Fig. 4.
te indicat, Lotum Ægyptiacam inibi fuiſſe collocatam, quæ Soli
ſacra dicitur. In ipſo copiæ cornu Perſicæ arboris folium bel-
liſſime attollitur, linguæ perſimile, Harpocrati vero ſacrum, ut
ab Ill. Cupero jam obſervatum eſt.

Act. Erud. An. 1720. M. Sept.

# IN IDEM ILLUD MARMOR ISIACUM

## GEORGII CHRISTIANI GEBAUERI,

*Uratiſlavienſis, Exercitatio.*

DIcta ſunt ſat multa de Celeberrimi Olivæ libello, quo Marmor ſuum expoſuit tam docte, tam copioſe, tam denique eleganter atque ornate, ut ſuæ & doctrinæ famam & eloquentiæ laudem, qua inter ſuos maxime celebratur, hoc uno libello egregie conſtabiliverit. Solent autem eſſe in rebus adeo obſcuris variæ variorum ſententiæ; quo omnino factum eſt, ut nonnulla, dum iſtum lapidem recens refoſſum, harum literarum dulcedine captus, intentus meditor, mihi in mentem venerint, partim a doctiſſimo Interprete neglecta, partim ab ejus ſententia aliena. Attexam ea lubens, quod exiſtimo, humaniſſimum Virum probaturum eſſe diſſenſionem de ſuis, qualem ipſe de Kircherianis nonnullis & Baudelotianis ingenue profeſſus eſt.

Prima quæſtio eſt, quid ſibi velit illud marmor, quo nomine appelletur? Cel. Oliva noſter confutatis iis, qui Aram Votivam, aut Baſin dicere poterant, pro Lapide votivo habet; ſed meminiſſe debuerat doctiſſimus Vir, idem telum, quod contra eos, qui Aram votivam putabunt, fortiter intorquet, propriam ferire ſententiam: ſi nempe ex voto conſecratum eſſet, nos illud in ipſo lapide, literis omnino ſignato, apertiſſimis verbis lecturos. Ut breviter dicam, quid ſentiam, Aram credo, non votivam, cum titulus tale quid non indicet, ſed aliam vel publicam vel privatam, ſacrificiorum cauſa poſitam. Moveor, & in hanc ſententiam veluti propellor externa forma, quæ in omnibus aram accuratiſſime refert. Neque enim quemquam illa in ſummitate ornamenta offendent; ſimilia ſane ararum decora & ſupremi margines in Idææ Matris ſacrificio a Bellorio ex ædibus Vitelleſchianis edito, in Martis ſacris ex Arcu Conſtantini depromtis, in elegantiſſimo illo Taurobolio Lugdunenſi, alibique paſſim deprehenduntur: neque quemquam tam ſuperſtitioſum credam, ut pyramidali marmoris ſpecie ſe commoveri patiatur; ſi tamen ſit, ad aram eadem forma in Minervæ ſacrificio ex Cimeliarchio Juſtinianeo edito exhibitam abire jubeo. Sed & illis inſtrumentis ad ſacrificia & libationes adhiberi ſolitis moveor, Dolabra, Diſco, Calice, quæ latus aræ po-

Pag. 396.

ſticum ornant. Moveor denique literis deletis, cum dubium non ſit, modo unam in fine periiſſe, duas illius magnitudinis, qua ſunt reliquæ, ſpatium illud non admittere. Illa, quæ excidit, non alia eſſe poteſt quam A, & verba legenda ſunt integra in hunc modum : ISIDI SACRA, nempe Ara, quod res erat.

Act. Erud. An. 1720. M. Sept.

Nunc ad locum Apuleii deveniendum eſt, noſtræ ſcriptionis caput, qui libro XI. Metamorphoſeos exſtat, & talis eſt: *Gerebat alius* ( in pompa nempe Iſiaca , in qua , Deæ monitu , hominis figuram ſe recuperaſſe fingit lepidiſſimus Afer ) *felici ſuo gremio ſummi ſui numinis venerandam effigiem , non pecoris , non avis , non feræ , ac ne hominis quidem ipſius conſimilem : ſed ſolerti repertu , etiam ipſa novitate reverendam , altioris utcumque & magno ſilentio tegendæ religionis argumentum ineffabile : ſed & ad iſtum plane modum , fulgente auro figurata urnula faberrime cavata , fundo quam rotundo , miris extrinſecus ſimulacris Ægyptiorum effigiata , ejus orificium non altiuſcule levatum , in canalem porrectum , longo rivulo prominebat . Ex alia vero parte multum recedens ſpatioſa dilatione , adhærebat anſa : quam contorto nodulo ſuperſedebat aſpis ſquameæ cervicis ſtriato tumore ſublimis*. Non videtur eſſe prætereunda varia lectio, qua hic locus laborat in verbis : *tegendæ religionis argumentum ineffabile : ſed & ad iſtum plane modum , fulgente auro figurata urnula faberrime cavata κ. τ. λ.* Ita, ut dedimus locum , habent Jo. Pricæus, & Julianus Floridus, qui Apulejum in uſum Delphini edidit, ſed ſenſu , ut mihi videtur, nullo ; quid enim ita diſtinguendo ſibi volunt hæ voces : *Sed & ad iſtum plane modum*. Oliva noſter, qui hoc probe intellexit , poſt vocem *figurata* fecit punctum, & ita ſequentia : *Urnula faberrime cavata* , novæ periodi caput eſſe voluit, & eatenus recte . Sed qui priora cohærent ? *Gerebat effigiem novitate reverendam , religionis argumentum ineffabile, ſed & ad iſtum plane modum fulgente auro figurata* . Petrus Colvius pro *figurata* habet *figuratum* , planiſſimo ſenſu, an ex codicis cujusdam autoritate, ego quidem ignoro . Perſuaſiſſimus ſum , Apulejum ſcripſiſſe *figuratam* . *Gerebat effigiem , novitate reverendam*, ( *altioris utcumque & magno ſilentio tegendæ religionis argumentum ineffabile* ) *ſed &* , quod Apulejo videlicet, equidem, aut ſimile quid, valet, *ad iſtum plane modum*, quem deſcripturus erat , *fulgente auro figuratam* . Ab imperitis librariis *M.* in fine vocis deletum eſt , quod ad proxime ſequentem : *Urnula* illud : *figuratam* pertinere crederent ; ad proxime enim præcedens aliquod nomen ſubſtantivum, quod ipſorum ſententia erat vox : *Argumentum*, multo minus pertinere, ſatis ſe intelligere putabant.

Pag. 397.

Nunc ipſam rem aggredior, ubi duo veniunt ſeparanda : alterum

Act. Erud. terum eſt : an Urnula ab Apulejo deſcripta ſit per omnia ferme
An. 1720. ſimilis Vaſi in marmore Iſiaco expreſſo ? alterum an Apuleii lo-
M. Sept. cus omnino faciat ad illuſtrationem marmoris ? Prius affirmat
Clariſſimus Oliva his verbis : *In Vaſe noſtro ſunt ferme omnia ſi-
milia. Deeſt anſa, in qua contorto nodulo aſpis inſideat. Sunt ta-
men externe Ægyptiaca expreſſa ſigna, ſpica videlicet ac Luna, &
vas anſæ loco, pyramidis inſtar non altiuſcule, ut ait Apulejus, ſed
perquam alte levatum operculum habet, unde aſpis illa belliſſime at-
tollatur.* Hæc Oliva. Deeſt itaque Vaſi in marmore anſa, fa-
tente Noſtro, ſed & plura deſunt. Non videtur illud Vas faber-
Pag. 398. rime cavatum fundo quam rotundo nec extrinſecus mira Ægy-
ptiorum ſimulacra agnoſco, Conferat, qui volet, Vas Iſiacum,
To. III. quod ex Theſauro Brandenburgico protulit in lucem Laur. Bege-
p. 186. rus, Menſam Iſiacam, aliasque ejus ſuperſtitionis Tabulas, &
facile miras Ægyptiorum figuras intelliget. Superſedet Vaſi A-
ſpis in ſpiralem lineam contorta & ſquameæ cervicis ſtriato tu-
more ſublimis; ſed in nodulum collecta non eſt. Et quid de eo
habendum, quod doctiſſimus Vir verba Apuleii: *non altiuſcule
levatum*, interpretatur, *perquam alte levatum*. Incidi in ſplendi-
diſſimo Antiquitatis explicatæ opere Montfauconiano in Pompam
To. II. Iſiacam, cui mea ſententia magis cum Apulejo convenit. Cele-
pag. 2. berrimus Vir eam ex Admirandis Antiquitatum Romanarum ſuo
Tab. III. Operi intulit, nos uberius, & alicubi forte rectius interpretabi-
Fig. 5. 6. mur. *Prior figura Mulieris*, inquit Montfauconius, *omnes Iſidis
7. 8. notas præ ſe fert*, ſitulam dextra, anguem ſiniſtra, in capite lo-
tum, *unde fortaſſe arguatur, ſacerdotes mulieres in ceremoniis ſuis
Iſidis formam mutuatas eſſe*. Quid ni? cum Apulejus in ſua
pompæ deſcriptione aſcititio ejusmodi ornatu uſos comites in-
dicet, eaque magnæ pompæ anteludia appellet. *Hic*, inquit,
*incinctus balteo militem gerebat, illum ſuccinctum chlamyde copides & ve-
nabula venatorem fecerant: alius ſoccis obauratis, indutus ſerica veſte,
mundoque pretioſo, & adtextis crinibus inceſſu perfluo fœminam mentieba-
tur. Porro alium ocreis, ſcuto, galea, ferroque inſignem, e ludo putares
gladiatorio procedere. Nec ille deerat, qui magiſtratum faſcibus purpu-
raque luderet; nec qui pallio baculoque & baxeis & hircino barbitio
philoſophum fingeret, nec qui diverſis harundinibus alter aucupem cum vi-
ſco, alter piſcatorem cum hamo induceret. Vidi & urſam manſuem, quæ
cultu matronali ſella vehebatur: & ſimiam pileo textili crocotisque phry-
giis, catamiti paſtoris ſpecie, aureum geſtantem poculum, & Aſinum
pinnis adglutinatis adambulantem cuidam ſeni debili: ut illum quidem
Bellerofontem, hunc autem diceres Pegaſum.* Hæc Apulejus. Dicas
itaque hanc etiam Iſidem, &, qui ſequitur, Mercurium, Pom-
pæ hujus anteambulones, ſacerdotes nempe in communi læti-
tia,

tia, & ſecundum illius diei ritum, numina mentitos, quos tamen cum Montfauconio dicere mulieres non eſt opus. Hoc obſerves, Iſidem dextra gerere vaſculum Ægyptium, ſitulam, qualem in noſtro marmore læva fert Anubis. Qui ſequitur, Mercurius eſt, Sacerdos nempe Iſiacus, illius Dei ſchemate aſſumto. Hujus enim numinis varia in Iſidem & ejus filium Orum merita memorat Plutarchus, illi, corona ab Oro detracta, quod Typhonem Oſiridis necati reum e vinculis dimiſiſſet, ex bucranio galeam impoſuiſſe, huic in judicio, in quo de legitimis natalibus diſceptabatur, auxilio fuiſſe dicitur. *Tertia imago Viri eſt*, ait Montfauconius, *qui princeps haud dubie in hac cerimonia eſſe videtur, & Sacerdos præcipuus, capite eſt abraſo, tegiturque magno velo, quod in brachia, & ad dimidias tibias defluit, calcei ex Ægyptiaca papyro, ex qua planta ſoleas paratas fuiſſe Apulejus teſtatur. Ipſam etiam manum obtegit velo, & nil præter vultum oſtendit, cum reliquæ figuræ nudis pedibus manibusque ſint. Inter brachia geſtat amphoram magnam aqua plenam: ſimiliter geſtabantur amphoræ in pompis Oſiridis, inquit Plutarcus in Iſide, quibus ſignificabatur, aquas Nili fertilitatem indere regioni*. Ita fere Montfauconius. Magnum illud velum, quo tegitur ſacerdos, lineum eſt, cujus rei pariter atque raſi capitis, & ſectorum unguium rationem arcanam tradit Plutarcus: Η δὲ ἀληθὴς αἰτία μία πάντων ἐςί. Καθαρῷ γὰρ (ἥ φησιν ὁ Πλάτων) οὐ θεμιτὸν ἅπτεσθαι μὴ καθαρῷ. Περίσσωμα δὲ τροφῆς καὶ σκύβαλον οὐδὲν ἁγνὸν οὐδὲ καθαρόν ἐςι. Ἐκ δὲ περιττωμάτων ἔρια, καὶ λάχναι καὶ τρίχες καὶ ὄνυχες ἀναφύονται καὶ βλαςάνουσι. κ.τ.λ. Calcei ſunt ſtriati, an ex papyro, in medio relinquam, in Apulejo nihil tale reperire potui. Denique de amphora, pace Viri celeberrimi, dicam, mihi admodum veriſimile videri, ipſam eſſe Iſidis effigiem, ſane ad Apuleii urnulam proxime accedit. Eſt profecto *faberrime cavata, fundo quam rotundo, orificium ejus*, ita enim appellanda eſt ſuperior pars, qua amphora in anguſtum coit, *non altiuſcule levatum*. Illud orificium in anteriore parte (ſuperius enim operculo quodam clauſum exiſtimo, tegendæ religionis argumentum ineffabile) *in canalem porrigitur*, & *in rivulum quendam prominet*, qui in Tabula etiam videri poteſt, & quem in Apuleii urnula adhuc longiorem fuiſſe, dicere nihil vetat; ad eam forte formam, qua apparet in urnula Theſauri Brandeburgici, quam inde Iſidis ſimulacrum pro ſua jam olim ſagacitate dixit Begerus, *Ex alia vero parte*, poſteriore puta & adverſa priori, *anſa adhæret ſpatioſa dilatione recedens*. Aſpis deſideratur & mira illa Ægyptiorum ſimulacra abſunt, injuria forte temporis, aut ſculptoris in curia. Neque eandem prorſus dico ampho-

Act. Erud. An. 1720. M. Sept. Pag. 399.

Pag. 400.

T. III. p. 302.

Digitized by Google

Act. Erud. An. 1720. M. Sept. amphoram cum urnula Apuleii, ſed perſimilem. Plutarchi locus a Montfauconio tactus ad Oſiridem pertinet, & ejus pompam. Οὐ μόνον δὲ, inquit Chæronenſis, τὸν Νεῖλον, ἀλλὰ πᾶν ὑγρὸν ἁπλῶν Ὀσίριδος ἀπορροὴν καλοῦσι, καὶ τῶν ἱερῶν ἀεὶ προπομπεύει τὸ ὑδρεῖον ἐπὶ τιμῇ τοῦ θεοῦ. Hæc Iſidis pompa eſt, & Vas illud non προπομπεύει; πομπεύει, ipſa pompa eſt. Sane Vaſe aqua, non Nilotica, quod credit Montſauconius, ſed quavis alia pleno, in Oſiridis pompis prægeri ſolito, auguſtius quid, & Deam Sacerdos omnino præcipuus tanta cura, tam religioſo ornatu, numinibus etiam præeuntibus, geſtare videtur. Quarta Figura Iſiaca fœmina eſt læva ſiſtrum quatiens, dextra ſimpulum, aut Begeri ſententia hauſtrum tenens.

T. III. p. 456. Jam ad alterum veniemus, an omnino ad marmoris illuſtrationem faciat Apuleii locus? Non admodum repugnaverim in eo doctiſſimi Olivæ ſententiæ, conjecturis etiam nonnullis pro eo militantibus. Latus illud marmoris, in quo Vas conſpicitur, eſſe omnium præcipuum, ornamenta in ſummitate inſignia & inſcriptio addita ſatis loquuntur. Iſidi ſacra eſt ara, nec tamen ulla ejus effigies: proxima duo latera cuſtodes ſatellitesque Deos, Anubin, Oſiridis & Nephthyos filium, Iſidis alumnum, & Harpocratem, Iſidis & Oſiridis necati filium, exhibent. Hos additos & Iſidem ipſam omiſſam putem? Minime vero. Sed adjiciendum eſt, qualem conjecturam Luna illa cum ſpicis mihi ſuggeſſerit. Apud Plutarcum legere eſt: *XIX. menſis Athyr ſacerdotes Ægyptios ſacram ciſtam & in ea auream arculam noctu detuliſſe ad mare, infuſaque arculæ aqua potui apta magna voce clamaſſe: Oſiridem eſſe inventum: mox tellure frugifera aromatibus etiam & ſuffimentis aquæ illi admixtis ſubactisque effinxiſſe μηνοειδὲς ἀγαλμάτιον,*
Pag. 401. *imagunculam luniformem, ſignificaturos, ſe terræ & aquæ naturam hos Deos credere.* Oſiris, humidum eſt, aqua enim arculæ infuſa Oſiridem inveniſſe ſibi videbantur ſacerdotes: Tellus illa aqua imprægnata, Iſis frugifera. Μηνοειδὲς eſt ἀγαλμάτιον; Luna enim & humida, & ipſa Iſis, alia interpretandi ratione. Spicæ fœcunditatem ex Oſiridis & Iſidis connubio oriundam denotant. An itaque illud Vas in marmore forte eſt ipſum illud κιβώτιον, Luniformis icunculæ capſa, Iſidis veneranda effigies, tegendæ religionis argumentum ineffabile, Is iſtis tamen ſignis adumbrata quodammodo, & ſacris ejusmodi initiato facile agnoſcibilis. Fatebuntur forte nonnulli, parum a veriſimilitudine hæc abeſſe.

Nunc coronidem ſubjungam, ſpontaneam conjecturam in verbis Apuleii ſupra allatis: *Vidi ſimiam pileo textili, crocotisque phry-*

*phrygiis*, *catamiti paſtoris ſpecie*, *aureum geſtantem poculum*. Hæſi, fateor, dum legi, ſimiam crocotis phrygiis ornatam paſtoris ſpeciem dediſſe; non ſolent paſtores eſſe catamiti; & quid denique aureum poculum in manu paſtoris ſignificat? Ita tamen habent Libri, quos inſpexi, omnes, iidemque meliores, Colvii, Elmenhorſtii, Pricæi, Floridi, non tamen dubito τὸ *poculum* mutandum eſſe in *pomulum*, hoc ſenſu: Simiam crocotis phrygiis indutam, & pomulum aureum geſtantem retuliſſe Phrygium Paridem, mollem & amaſium, litem de pulcritudine inter Deos ſua ſententia diremturum. Intactus manſit hic locus, quod de Ganymede Jovis pocillatore acciperetur, uti eum interpretatus eſt Julianus Floridus. Sed ego Virgilio potius crediderim, qui Ganymedem non paſtorem facit, ſed venatorem, V Æneid. v.252. Act. Erud. An. 1720. M. Sept.

*Intextusque puer frondoſa regius Ida,*
*Veloces jaculo cervos curſuque fatigat,*
*Acer, anhelanti ſimilis, quem præpes ab Ida*
*Sublimem pedibus rapuit Jovis armiger uncis.*

Paris decantatus nimis eſt, quam ut alium ſub Phrygii Paſtoris nomine intelligas, & illi Iſiaci homines in pompa ſua, ſi Ganymedem voluiſſent, addidiſſent ridiculam quandam Aquilam ridiculo Ganymedi, uti ſeni debili Bellerophonti junxiſſe ineptum Pegaſum, aſinum primis adglutinatis, ibidem legimus.

## G. B. BULFFINGERI COMMENTATIO

M. Octob. Pag. 467.

### In Theoremata quædam Bernoulliana,

### *Exhibita in Actis A. 1719. Menſ. Jun. p. 615.*

QUÆ Vir vere Maximus & promovendæ Geometriæ ſublimiori natus, Jo. Bernoulli, Theoremata Analytica in his Actis Menſ. Jun. ſuperioris Anni cum orbe literato communicavit, illa, dubium non eſt, quin vehementer placeant intelligentibus. Venit itaque in mentem experiri, quid in iisdem demonſtrandis mihi liceat proficere; atque iſtas meditationes breviter hic exponere. Pag. 468.

*Definitio.* Per $q$ & $l$ intelliguntur Numeri qualescumque, integri, fracti, affirmativi, negativi, rationales. Per $k$, $n$ & $p$ in-

A. Erud. An 1720. M. Octob.

tegri affirmativi, ita tamen ut $p$ & $n$ poſſint eſſe $=0$. Per $\delta$ integer affirmativus vel negativus. Per $\lambda$ dignitas binarii quæque. Per $e$ & $f$ quantitates conſtantes.

*Theorema I.* $\int dx : (e+fx^q)^{k+1:q}$ eſt abſolute ſeu Algebraice quadrabilis.

*Demonſtratio.* Aſſumatur $x=(\frac{y-f}{e})^{-1:q}$ erit $\int dx : (e+fx^q)^{k+1:q} = \int -\frac{1}{eq}\left(\frac{y-f}{e}\right)^{k-1} y^{-k-1:q}\, dy$. Jam ſi $q$ eſt affirmativus quicumque, vel integer negativus unitate major, ſinguli termini hujus formulæ evoluti erunt ſimpliciter ſummabiles: ſin $q$ ſit fractio negativa, vel unitas negativa, ita ut $k-\frac{1}{q}$ fiat integer affirmativus (adeoque neceſſario minor quam $k$.) formula hæc evoluta continebit Logarithmum; quem ſi devitare liceret, quadratura Hyperbolæ abſoluta foret in poteſtate.

*Theorema II.* Generalius: $\int x^{pq} dx : (e+fx^q)^{k+p+1:q}$ eſt algebraice quadrabilis.

*Demonſtratio.* Si feceris $x=(\frac{y-f}{e})^{-1:q}$ habebis $\int -\frac{1}{eq}(\frac{y-f}{e})^{k-1} y^{-k-p-1:q}\, dy$. De qua formula evoluta eadem valent, quæ de prima diximus, ſi hic $k+p+\frac{1}{q}$ fuerit integer affirmativus $=$ vel $<k$.

*Theorema III.* $\int x^{kq-1} dx : (e+fx^q)^{k-1:q}$ eſt abſolute quadrabilis.

*Demonſtratio.* Fiat $x^q=\frac{v-e}{f}$, & habebitur nova formula prio-

Pag. 469. ri æquipollens, & $=\int \frac{1}{qf}(\frac{v-e}{f})^{k-1} v^{-k+1:q}\, dv$, quæ evoluta, Logarithmum includet, quando $q$ eſt fractio affirmativa, vel unitas poſitiva, & $k-\frac{1}{q}$ integer affirmativus: ſine Logarithmo autem integrabitur, ſi $q$ fuerit negativus quicumque, vel integer affirmativus unitate major.

*Theorema IV. Generalius:* $\int x^{kq-1} dx : (e+fx^q)^{k+p-1:q}$ eſt algebraice quadrabilis.

*Demonſtratio.* Sit denuo $\frac{v-e}{f}=x^q$, erit hæc formula $=\int \frac{1}{qf}$ $(\frac{v-e}{f})^{k-1} v^{-k-p+1:q}\, dv$, ſimilis priori, &, ſi hic $k+p-\frac{1}{q}$ fuerit

rit affirmativus integer $=$ vel $<k$, Logarithmum complexa. Act. Erud.
*Theorema V.* $\int x^{pq}dx:(e+fx^{q})^{n}$ dependet a Quadratura hujus An. 1720.
$\int dx:(e+fx^{q})$. M. Octob.

*Demonſtratio*. Equidem hujus Theorematis demonſtrationem quæſivi aliquando ex formula $\int \frac{rdx}{q}$, poſitis $r$ & $q$ rationalibus, ex conſtantibus atque $x$ utcumque compoſitis: quam ſummare docuit idem, qui cetera pœne omnia, Jo. Bernoullius in Actis A. 1703. Menſ. Januar. Communicatis autem poſtea hiſce meditationibus cum Viro maximo, ille qua eſt humanitate prorſus ſingulari, & defectum illius applicationis aperuit, & ſui ex fratre Nepotis, Nicol. (ſit etiam hic pro encomio nomen) Bernoullii methodum, ſequenti ſchediasmate expoſitam, atque in primis theorematis mei ſimillimam, transmiſit. Cujus deinde in hoc noſtro theoremate imitatio ſequentem, tanquam filiam matri conſimilem excluſit. Eſt vero $\int x^{pq}dx:(e+fx^{q})^{n}=\frac{pq-q+1}{(n-1)fq}\int x^{pq-q}dx:$
$(e+fx^{q})^{n-1}-\frac{1}{(n-1)fq}x^{pq-q+1}:(e+fx^{q})^{n-1}$ & $\int x^{pq-q}dx:(e+fx^{q})^{n-1}$
$=\frac{pq-2q+1}{(n-2)fq}\int x^{pq-2q}dx:(e+fx^{q})^{n-2}-\frac{1}{(n-2)fq}\,x^{pq-2q+1}:$
$(e+fx^{q})^{n-2}$, & ſic porro, donec habeatur $\int x^{pq-(n-1)q}dx:(e+fx^{q})$.
Quod ſi forte $p=n-1$, perfecta erit operatio. Sin $p+r=n-1$,
habebimus adhuc $\int x^{-rq}dx:(e+fx^{q})=\frac{1}{e(1-rq)}x^{-rq+1}-\frac{f}{e}$ Pag. 470.
$\int x^{-rq+q}dx:(e+fx^{q})$ & $\int x^{-rq+q}dx:(e+fx^{q})=\frac{1}{e(1+q-rq)}x^{-rq+q+1}$
$-\frac{f}{e}\int x^{-rq+2q}dx:(e+fx^{q})$ & ſic porro, donec fiat $\int x^{-rq+(r-1)q}dx:$
$(e+fx^{q})=\int x^{-q}dx:(e+fx^{q})=\frac{1}{e}x-\frac{f}{e}\int dx:(e+fx^{q})$. Eadem ratione, ſi $p-r=n-1$, erit $\int x^{rq}dx:(e+fx^{q})=\frac{1}{f(rq-q+1)}.$
$x^{rq-q+1}-\frac{e}{f}\int x^{rq-q}dx:(e+fx^{q})$ & ſic deinceps.

*Scholium*. Si $p+\frac{1}{q}=1$. & $n=2$ erit $\int x^{pq}dx:(e+fx^{q})^{n}=\int x^{q-1}dx:$
$(e^{2}+2ef+f^{2}x^{2q})=-1:qf(e+fx^{q})$. Eademque ratione ſi $p+\frac{1}{q}$

 $=1$,

Act. Erud. An. 1720. M. Octob. $=1$, & $n=3$, erit $\int x^{pq}dx:(e+fx^q)^n = \int x^{q-1}dx:(e+fx^q)^3 = -1:qf(e+fx^q)^2$. Ex quo intelligitur, formulam Taylorianam $\int z(\delta:\lambda)^{q-1}dz:(e+fz^q+gz^{2q})$ fore abſolute quadrabilem, ſi $\delta=\lambda$, & diviſor quadratum, vel quadrati multiplum. Itemque $\int z(\delta:\lambda)q-1\,dz:(e+fz^q+gz^{2q}+bz^{3q})$ ſi $\delta=\lambda$ vel $2\lambda$, & diviſor Cubus, vel cubi multiplum. Vid. Acta 1719. p. 614.

*Theorema VI.* $\int x^{-pq}dx:(e+fx^q)^n$ pendet ab eadem $\int dx:(e+fx^q)$.

*Demonſtratio*. Dividatur fractionis Numerator & Denominator per $x^{qn}$, ut fiat $x^{-pq}dx:(e+fx^q)^n = x^{-pq-qn}dx:(f+ex^{-q})^n =$ (poſitis $p+n=r$ & $-q=t$) $x^{rt}dx:(f+ex^t)^n$ quod pertinet ad Theor. V.

*Theorema VII.* Generalius: $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^q)^n$ dependet a Quadratura hujus $\int x dx:(e+fx^q)$.

*Demonſtratio*. Coincidit cum demonſtr. theor. quinti, modo unciis & exponentibus Numeratorum inſeras $+l$.

*Theorema VIII.* $\int z(\delta:\lambda)^{q-1}dz:(e+fz^q)^n$ quadrabilis eſt per Circulum vel Hyperbolam.

*Demonſtratio*. Fiat $z^q=y^\lambda$, & erit $\int \frac{\lambda}{q} y^{\delta-1}dy:(e+fy^\lambda)^n$.

Factis vero $\delta-1=l$, & $p=0$, per Theor. VII. reducitur ad

Pag. 471. $\int y^{\delta-1}dy:(e+fy^\lambda)$. Hanc autem formulam dari poſſe per Quadraturam Circuli vel Hyperbolæ docuit idem ipſe Bernoullius in Actis Menſ. Jun. Anni ſuperiori pag. 611. Ibi enim in $\int x^r dx:(e+fx^p+gx^{2p})$ eſt $r=\delta-1$. & $p=\lambda$, $g=0$, ut fiat $\int x^{\delta-1}dx:(e+fx^\lambda)$ formula noſtræ æquipollens. Itaque $\int z(\delta:\lambda)^{q-1}dz:(e+fz^q)^n$ reducitur ad Quadr. Circuli vel Hyperbolæ.

NICO-

Act. Erud. An. 1720. M. Octob.

# NICOLAI BERNOULLI

## Demonſtrationes Theorematum Patrui ſui,

*In Actis 1719. pag. 615. editorum.*

IN 4 prioribus Theorematis non ſolum $q$ & $l$, ſed etiam $p$ poteſt ſignificare numerum quemcumque, etiam negativum, fractum, irrationalem; & quia ſcribendo $-q$ pro $q$, atque $e$ & $f$ invicem permutando theorema ſecundum mutatur in quartum & viciſſim, hinc omnia 4 theoremata, ſub uno generaliori comprehenduntur, quod *ita pronunciari poteſt*: $\int x^{kq-1}dx:(e+fx^q)^e$ eſt Algebraice quadrabilis.

*Demonſtratio*. Ponatur $e+fx^q=y$, & erit $\int x^{kq-1}dx:(e+fx^q)^l$ $=\int\frac{1}{q}(y-e)^{k-1}f^{-k}y^{-l}dy=\int\frac{1}{q}(y^{k-l-1}-\overline{k-1}.ey^{k-l-2}+\frac{k-1.k-2}{1.2}eey^{k-l-3}-\&c.)f^{-k}dy=(\frac{y^{k-l}}{k-l}-\frac{k-1}{k-l-1}ey^{k-l-1}+\frac{k-1.k-2}{1.2.k-l-2}eey^{k-l-2}-\frac{k-1.k-2.k-3}{1.2.3.k-l-3}e^3y^{k-l-3}+\&c.):qf^k$, quæ ſeries ob numerum $k$ integrum & affirmativum finita eſt, & poſt ſubſtitutum valorem ipſius $y=fx^q+e$, ſecundum dimenſiones ipſius $x$ ordinata, evadit $=(\frac{x^{kq-q}}{qf.k-l}-\frac{k-1.ex^{kq-2q}}{qff.k-l.k-l-1}+\frac{k-1.k-2.eex^{kq-3q}}{qf^3.k-l.k-l-1.k-l-2}-\&c.):(e+fx^q)^{l-1}$. Si $q$ mutatur in $-q$, $e$ in $f$, & $f$ in $e$, erit eadem ſeries $=\int x^{lq-kq-1}dx:(e+fx^q)^l$. vide Neut. de Quadr. Curv. Prop. 5.

*Scholium*. Si $l$ ſit = numero integro affirmativo non majori quam $k$, $\int x^{kq-1}dx:(e+fx^q)^l$ pendet a quadratura Hyperbolæ, & terminus aliquis ſeriei $\frac{y^{k-l}}{k-l}-\frac{k-1}{k-l-1}ey^{k-l-1}+\&c.$ fit infinitus.

Thc-

Act. Erud. An. 1720. M. Octob. Pag. 472. *Theor.* 5 & 7 $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^{q})^{n}$ dependet a Quadratura hujus $\int x^{l}\,dx:(e+fx^{q})$. Hic $p$ & $n$ ſignificant numerum integrum affirmativum.

*Demonſtratio*. Ponatur $A=\frac{1}{\overline{n-1}.ge}$, & erit $\int x^{pq+l}\,dx:(e+fx^{q})^{n}$ $=Ax^{pq+l+1}:(e+fx^{q})^{n-1}+(\frac{1}{e}-A.\overline{pq+l+1})\int x^{pq+l}dx:(e+fx^{q})^{n-1}$. Dependet igitur $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^{q})^{n}$ a $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^{q})^{n-1}$: & ſimili modo $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^{q})^{n-1}$ a $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^{q})^{n-1}$, & ita porro usque ad $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^{q})$. Fiat $B=\frac{1}{pq-q+l+1}$, & erit $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^{q})=\frac{B}{f}x^{pq-q+l+1}-\frac{e}{f}\int x^{pq-q+l}dx:(e+fx^{q})$; Dependet igitur $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^{q})$ a $\int x^{pq-q+l}dx:(e+fx^{q})$ & ſimili modo $\int x^{pq-q+l}dx:(e+fx^{q})$ a $\int x^{pq-2q+l}dx:(efx^{q})$, & ita porro usque ad $\int x^{pq-pq+l}dx:(e+fx^{q})=\int x^{l}dx:(e+fx^{q})$ a qua per conſequens dependet $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^{q})^{n}$. vid. Neut. de Quadr. Curv. Prop. 7.

*Scholium* 1. Si $\frac{1}{e}=A.\overline{pq+l+1}=\frac{pq+l+1}{\overline{n-1}.ge}$, hoc eſt, ſi $\frac{pq+l+1}{q}=n-1$, $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^{q})^{n}$ eſt Algebraice quadrabilis: ſimiliter ſi $\frac{pq+l+1}{q}=n-2$, $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^{q})^{n-1}$ eſt algebraice quadrabilis, & ſi $\frac{pq+l+1}{q}=n-3$, $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^{b})^{n-2}$ eſt algebraice quadrabilis, & ita porro; Hinc ſi $\frac{pq-l+1}{q}$ = numero cuicumq; integro affirmativo minori quam $n$, $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^{q})^{n}$ eſt algebraice quadrabilis.

*Scholium* 2. Si $p-q+l+1=0$; hoc eſt, ſi $\frac{-l-1}{q}=p-1$, $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^{q})$ includit quadraturam Hyperbolæ; ſimiliter, ſi $\frac{-l-1}{q}=p-2$, $\int x^{pq-q+l}dx:(e+fx^{b})$ includit quadraturam Hy-Pag. 473. perbolæ; & ſi $\frac{-l-1}{q}=p-3$, $\int x^{pq-2q+l}dx:(e+fx^{q})$ involvit Quadraturam Hyperbolæ; & ita porro. Hinc ſi $\frac{-l-1}{q}$ = numero integro affirmativo minori quam $p$, vel $=0$, $\int x^{pq+l}\,dx$: $(e+$

$(e+fx^q)$ & per conſequens etiam $\int x^{pq+l}dx:(e+fx^q)^n$ involvit quadraturam Hyperbolæ, ultra quadraturam hujus $\int x^l dx:(e+fx^q)$ exceptis caſibus ſcholii præcedentis. Act. Erud. An. 1720. M. Octob.

*Theorema VI. Generalius*: $\int x^{-pq+l}dx:(e+fx^q)^n$ dependet a Quadratura hujus $\int x^l dx:(e+fx^q)$.

*Demonſtratio*. Ponatur $A = \frac{1}{\overline{n-1}.ge}$, & erit, $\int x^{-pq+l}dx:(e+fx^q)^n$ $= Ax^{-pq+l+1}:(e+fx^q)^{n-1}+(\frac{1}{e}-A.\overline{-pq+l+1})\int x^{-pq+l}dx:(e+fx^q)^{n-1}$;

& ita deinceps usque ad $\int x^{-pq+l}dx:(e+fx^q)$, Fiat $B = \frac{1}{-pq+l+1}$,

& erit $\int x^{-pq+l}dx:(e+fx^q) = \frac{B}{e}x^{-pq+l+1} - \frac{f}{e}\int x^{-pq+q+l}dx:(e+fx^q)$;

Dependet igitur $\int x^{-pq+l}dx:(e+fx^q)$ a $\int x^{-pq+q+l}dx:(e+fx^q)$ & ſimili modo $\int x^{-pq+q+l}dx:(e+fx^q)$ a $\int x^{-pq+2q+l}dx:(e+fx^q)$; & ita porro usque ad $\int x^l dx:(e+fx^q)$, a cujus proin quadratura dependet etiam $\int x^{-pq+l}dx:(e+fx^q)^n$.

*Schol.* 1. Si $\frac{-pq+l+1}{q}$ = numero integro affirmativo minori quam $n$, $\int x^{-pq+l}dx:(e+fx^q)^n$ eſt algebraice quadrabilis.

*Schol.* 2. Si $\frac{l+1}{q}$ = numero integro affirmativo non majori quam $p$, $\int x^{-pq+l}dx:(e+fx^q)^n$ involvit quadraturam Hyperbolæ.

*Theorema VIII.* Sumtis $\delta$ & $\lambda$ in ſenſu Taylori erit $\int z^{(\delta:\lambda)q-1}dz:(e+fz^q)^n$ quadrabilis per Circulum vel Hyperbolam. Sequitur ex collatione Theor. 7. cum Probl. Taylori.

*Corol.* ſi fiat $\alpha.\beta :: -1.\frac{-f}{e}\,2p+1\times\frac{pq+q-1.pq+2q-1\,.....pq+nq-q-1}{-pq-1.-pq+q-1.-pq+2q-1\,....-pq+nq-2q-1}$, erit $\int(\alpha x^{-pq}+\beta x^{pq+q})dx:(e+fx^q)^n$ algebraice quadrabilis.

ERRA-

# E R R A T A;

## Quæ in ſchediaſmate inſerto Menſ. Jul. A. 1719. irrepſere.

Pag. 630 lin. 19 pro $pdx$ lege $pdy$

632 17 pro $1:y$ lege $1$

Ibid. 32 pro $(8ydy + 4ada)$ lege $(8ydy - 4ada)$

633 lin. antipenultima poſt *quia* inſere $y^{2m}:xx = a^{2m-2}$. &c.

634 5 pro $(2yy - aa)^{\frac{1}{2}}$ lege $(2yy - aa)^{1}$

Ibid. 8 pro $\frac{2}{3}$ lege $\frac{3}{2}$

635 lin. prima pro $AH - \surd ac$ lege $AH = \surd ac$

EX-

# EXCERPTA
## EX ACTIS ERUDITORUM
## LIPSIENSIBUS
### ANNI 1721.

---

## SOLUTIO PROBLEMATIS
### A NICOLAO BERNOULLI, Jo: Filio, Propoſiti,

De curvis motis ſecundum axem & ſe mutuo conſtanter ad angulos rectos ſecantibus,

*Miſſa ex Anglia in literis d. 7. Febr. A. 1721. ſtyli veteris datis.*

TOmo VII. Sect. VIII. p. 352. Supplem. ad Acta Er. Nicol. Bernoulli, Joh. filius, Problema Geometricum propoſuit his verbis: Act. Erud. An. 1721. M. April. Pag. 156.

*Inter duos axes parallelos poſitione datos invenire & conſtruere curvam, eandemque adhuc inverſo ſitu poſitam, ita ut alterutra vel utraque mota ſecundum axem ſuum motu ſibi ſemper parallelo curvæ ſecent conſtanter ſe mutuo ad angulos rectos, hoc eſt, ut ſecandæ & ſecantes ſint curvæ eædem.*

### SOLUTIO.

Act. Erud. An. 1721. M. April.

Exhibentur hujusmodi curvæ ratione ſequenti.

Sint FG, MN parallelæ datæ. Ducatur AB, quæ cum iis angulos conſtituat FAB, NBA æquales angulo, quo curvæ ſe mutuo ſecare ponuntur, ſive rectus ſit, ſive obliquus. In duas partes æquales dividatur linea AB in $e$, & ſumatur in ea pro arbitrio punctum D, ducaturque DE rectis FG, MN parallela.

Tab. I. Fig. 1. Literæ autem $a$, $c$, $d$ denotent quantitates quascumque datas, R quantitatem non datam, $m$, $n$ numeros quosvis inter ſe *primos, & impares*. Fiatque $CD = R^{m:n}(\frac{n}{m}c + \frac{n}{m+2n}dRR,)$ deinde $DE. = R^{m+n,:n}(\frac{n}{m+n}c + \frac{n}{m+3n}dRR) +$ area curvæ, cujus abſciſſa R & ordinata $R^{m-n,:n}(c + dRR)\sqrt{(aa+RR)}$ quo facto locus puncti E erit curva quæſita. Erit autem irrationalis ſive, ut appellant, tranſcendens, ſi vero ſit $d = (m+3n)$

Pag. 157. $c : ma^2$, locus puncti E erit rationalis ſeu algebraica; erit enim $DE = \frac{nc}{ma^3} R^{m:n}[(aa+RR.)^{3:2} + \frac{maa}{m+n}R + R^3]$, exiſtente $eD = \frac{n}{m} R \frac{m}{n}(c + \frac{(m+3)c}{(m+2n)a^2}RR)$. Item ſi $n$ ſit unitas & $m$ numerus negativus & ternario major (vel etiam ternarius, ſi ſit $d=0$) locus puncti E rationalis erit.

Sunt formæ generales, quibus hujusmodi lineæ ex curvarum quadraturis derivantur, quæ, præter jam memoratas, alias quoque innumeras curvarum ſpecies utriusque generis ſuppeditant; inter quas occurrunt duæ lineæ Geometris non ignotæ, nimirum logarithmica, &, quando angulus interſectionis rectus eſt, cyclois.

### SCHOLIUM.

Quæritur, quibus computationibus adductus ſit problematis Autor inter duos ejus caſus ita diſtinguere, ut in altero, ubi angulus interſectionis rectus eſt, curvas rationales diſertim requirat; in altero autem, quando angulus eſt obliquus, an tales dari poſſint, dubitare videatur.

ACCU-

Act. Erud. An. 1721. M. April.

# ACCURATA DESCRIPTIO LUCULÆ BOREALIS

## In Obſervatorio Gieſſeno Acad. d. 17. Febr. & 1. Mart. MDCCXXI. obſervatæ

a Jo. GEORG. LIEBKNECHT, *SS. Theol. D. ejusque & Math. Prof. P.*

UT in noſtris regionibus hucusque parum hyemaſſe fuit viſum: ita dies XVII. Febr. liquore Thermometri infra 20 lin. deſcendente præter ſpem ſerenus erat. Quare & Auditoribus tunc meis ſuaſor fui, ut mecum poſt horam ſtatim ſextam veſperi ad obſervandam ♀rem & dein menſurandas in Orione fixarum diſtantias minimas in Obſervatorium publicum aſcenderent. Ubi vix dimidia hora poſt fere ſeptentrionem verſus mirabilis apparuit *arcus* quidam *ſubpallidus*, undique in hemiſphærio ſplendentibus admodum, una cum ♀re, ſtellis fixis. Primus hic arcus ſub initium vix abſimilis apparebat illi, quem anno 1710 die 26 Novembr. heic Gieſſæ obſervavi, in Actis Eruditor. A. 1711. p. 12 delineatum. Succreſcens integrum ſub ſe continebat ſegmentum, cujus amplitudo adhuc ſuccreſcebat in parte tam occidua, quam ortiva. Horizon integer contra iſtanc temporis rationem, antea indicatam, ſat erat ab exhalationibus liber, unde & talem primitus albuginem parum inter labores alios curavi: id quod etiam cauſæ fuit, cur ſpectatores nullam ibi nubeculam ſuſpicarentur, meque magis urgerent, ut oculos eo dirigerem. Erat *ſegmentum obſcurum* AB poſtea in plaga ſeptentrionali 10 gr. 50 min. altum, & ejus *arcus ſubpallidus* BC inſuper 4° 40′. Poſt horam ſeptimam novus adhuc ſuccedebat arcus obſcurior CD, cujus altitudo cum prioribus ſeu AD erat ab Horizonte = 19 grad. Mox arcus uterque, & lucidus, & obſcurior, illud perpetuo continebat ſegmentum obſcurum & denſum, id quod tamen nullum dabat nubis cujusdam ſignum: undique enim tranſparebant ſtellæ fixæ, quaſi faces in tenebris magis lucentes, de quibus deinceps. Neque ſtellæ iſtæ prius apparebant, quam ſecundus arcus DE lucidior oriretur. Interea in prædicto ſegmento obſcuro paſſim ſurgebant quaſi luminoſæ columnæ ſeu trabes uti veteres vocabant. Erant autem, ut magis declaremus, nihil aliud, quam radii ſubpallidi in ordine ut plurimum parallelo exſurgentes, nunc ſcoparum inſtar divaricantes, qui in una modo parte creverunt, mox decre-

Tab. I. Fig. 2. Pag. 159.

Fig. 3.

 verunt in altera, & quaſi dimicantes invicem diſparuerunt, majori impetu rurſus apparuerunt, ceu velitantes hinc inde currendo ſolent. Surgebant primo & inferioribus locis, quos mox relinquendo alii ſuperius continuabant circa arcus obſcuri marginem. Erant nonnullæ columnæ radioſæ, aliæ denſiores, aliæ paulo incurvatæ, ſed hæ perinde ut obliquius pergentes admodum raræ. Poſt horam VIII. fere tertius arcus DE ſublucidus & amplior illis prioribus BC & CD accedebat; qui omnes ita junctim altitudinem ab Horizonte referebant AE 40°, 20'. Extremus hic arcus ſatis erat firmus, quem ne quidem columnæ ſeu radii e vicino, obſcuro ſurgentes turbabant, nec novus accede-
Pag. 159. bat, nec ullibi ad horizontem amplior fiebat; quare ejus amplitudinem ortivam a cardine ſeptentrionali AG ſumſi = 51 gr. & occiduam AF = 55°: ut ideo totus arcus, ſc. iſte major, qui reliquos & ſegmentem obſcurum continebat, amplitudinem haberet = 106 gr. & altitudinem antea adductam = 24°, 20'. Dignum eſt notatu ſegmentum nigrum nullas exhibuiſſe ſtellulas, nec prius iſtas apparuiſſe quam tertius arcus luminoſus apparuit. Ubi demum in parte tam nigri ſegmenti, quam arcuum optime transmicare cœperunt, & quidem in parte occidua Cygni α, ξ & μ juxta Bajeri appellationem; in ortiva parte etiam ſtellæ tertiæ & quartæ magnitudinis tranſparebant, quæ etiam ſubinde micabant inter columnas dictas. Clarior etiam & illuſtratior, quod miratus ſum, reddebatur *viæ lacteæ* regio vicinior, cujus ita albugo fiebat major, quocumque tales radii luminoſi pergebant. Poſtea ſuperior arcus lucidus in parte occidua diſruptus quaſi videbatur, qui inſtar nebulæ Andromedam peræque albicantem tranſcendebat, quem poſt horam X radii ex ipſa plaga ſeptentrionali ſequebantur. Horizon ſeptentrionalis non aliter erat illuſtratus, ac ſi lumen eſſet in vicinia, quæ tamen ceu aliunde conſtat, non potuit non longiſſime tunc abeſſe. Reliquæ Horizontis partes non ita erant illuſtratæ: immo ipſæ illuſtratæ partes non æque illuſtratæ, ſed quaſi umbris ſubinde diſtinctæ erant. In eadem plaga Horizontis ſeptentrionali, ex obſervatorio noſtro 80 pedes Rhinl. alto, omnia, etiam remotiſſima ædificia poterant cognoſci, inque his non ſolum tegulæ & feneſtrarum orbes; ſed & in viis lapides.

Tab. I. Fig. 2.

Fig. 3.

Die 1 Martii poſt horam ſeptimam fere per feneſtram in boreali plaga notabilem *arcum* vidi. Hic uti præcedente exiſtebat amplior & clarior: ita claritatem ſuam ſubinde mutabat, neque ſegmentum ejus tantam habebat obſcuritatem. Quæ borealis facies diu hærebat immobilis, utut horizontem verſus nonnullæ columnæ inſtar fumi tenuiſſimi obſervarentur; arcus ipſius altitudine ſem-

Fig. 4.

ſemper manente = 31° 50′. Prout vero priorem faciem ſuperavit altitudine: ita & figura ipſa erat illuſtrior, ſiquidem ab initio videbatur fumare ſicque flammas quaſi projicere. Quantumvis vero cœlum ſat erat clarum ſtellasque fixas egregie exhibebat, non tamen Horizon exinde erat multo clarior, ceu nuper quidem; immo nullæ ſtellæ micabant in ſegmento hoc clariori, licet tales arcus ipſe monſtraret. Poſt horam fere nonam tres, uti nuper, apparuerunt arcus, manente tamen eadem altitudine prædicta = 31° 50′: neque hæc, uti nuper, cum ipſis arcubus ſuccrevit, neque columnæ priores erant adeo rectæ, ſed fumi inſtar vacillantes. Quid? quod arcus ſuperioris extremitas tota quaſi vacillare videbatur præ meris ejusmodi fumoſis ductibus. Inter omnes vero trabes priores apparuit in ſeptentrione AB illa major ſupra & inferius ſuos radios ſpargens; diſparente hac ſtatim nova apparuit in C magis lucens. Impediebat autem, quod valde dolui, tunc corporis infirmitas, quo ipſe vix amplius continuare valerem hanc meam obſervationem; ſuaſor tamen fui auditoribus ejusmodi rebus ſat adſuetis, ut eo curatius hanc cœli faciem intuerentur. Qui etiam ſequentia mihi expoſuerunt una cum aliis viris fide dignis. Nimirum poſt horam XI apparuiſſe ex Oriente magnum radium & infra hunc obſcuriori arcui inſidens globoſum & crinitum quaſi, ſed valde obſcurum corpus C, cujus tamen inferiorem rotunditatem obſervatores non potuerunt oculis percipere, perceperunt tamen alii, qui cum vulgo inde ſtellam novam dictitarunt. Dein tamen omnino illum radium ex arcu venientem verſus plauſtrum majus ſuum curſum direxiſſe, tertio fere mutatis vicibus inſtar velitantium radios apparuiſſe, ita ut, diſparente uno in Oriente, alter apparuerit in Occidente eodem plane modo, quem in ſingulari ſyrmate A. 1716 d. 20 April. obſervavi. Inter hanc velitationem quarto in Oriente luminoſum admodum radium inſtar teli D columnam illam majorem tranſiiſſe, unde vulgus ſibi crucem finxit. Mox tamen in Occidente nubeculas fuiſſe viſas, & poſt mediam demum noctem ex oppoſita parte paullatim & ſic porro alibi diſparuiſſe columnas illas fumantes una cum arcubus, ceu quidem obſervatores antea laudati mihi expoſuerunt. Quod aeris conſtitutionem attinet, diem 1 Martii ſat ſerenum nubilus excipiebat, Therm. ad lin. 22 reſurgente & Barometr. ad 31′, 1″ immo tertius Martii dies itidem inſtabilis noctem pluvioſam relinquebat.

Act. Erud. An. 1721. M. April. Pag. 160.

Pag. 161.

ADDI-

Act. Erud.
An. 1721.
M. April.

# ADDITAMENTUM

## *De ſimilibus phænomenis in vicinia nuperrime obſervatis.*

Simile phænomenon, quale modo ex obſervationibus Cl. *Liebknechti* deſcripſimus, obſervatum etiam fuit d. 1 Martii a b hora 9 usque ad 2 hic Lipſiæ, Halæ Saxonum, Merſeburgi, Tenſtadii in Thuringia, Miſenæ ac alibi. Nimirum Miſenæ h. 11 claritas inſignis aeris inter ſeptentrionem & occidentem obſervata eſt, per quam innumeri radii ſub initium ſubrubri, deinde ſubalbidi inſtar flammarum ſerpentum ejiciebantur. Ex loco editiore videbatur nubes obſcura, unde radii iſti evibrabantur &, quod horridum adſpectu erat, per eam veluti in firmamento corpus ex iridibus ſe mutuo interſecantibus huc illuc volutari videbatur. Claritas illa, quæ lumen Lunæ plenæ ſuperabat, per ampliorem tractum diffundebatur una cum radiis fulgurantibus.

*Temſtadii* ab h. 7 usque ad 8 tenuis atmoſphæram inferiorem obſidebat nebula, cujus pars ſuperior ſplendore quodam ſubalbido illuſtrata ſemicirculum referebat ab occidente verſus orientem protenſum. Luna occidente arcus altior fiebat & per eum h. 9 multi admodum radii aſcendebant. Hor. 10 inter continuas fulgurationes vehemens in nebula iſta agitatio obſervata, quæ h. 11 increſcebat, ubi fumus quaſi illuminatus verſus Auſtrum propelli videbatur, non tamen ex eodem conſtanter loco. Hor. 12 arcus accenſus videbatur, flammis a ſeptentrione verſus auſtrum ſerpentibus & ſeſe mutuo celerrime inſequentibus. Hor. 1 ab occidente proficiſcebatur nebuloſum quoddam corpus aliud, altius arcu verſus auſtrum excurrens & radios pyramidales continuo evibrans, variis coloribus continctos. Prope Arcturum ex improviſo quaſi fulgur perſtringebat oculos obſervatoris, igne in ſtellam veluti conglobato deſcendente, ac mox in radium latum protenſo, qui ultra 8 circiter minuta lucebat ac in figuram fere triangularem ſeſe contrahebat, lumine ſenſim ſenſimque imminuto, donec prorſus evaneſceret. Ab hora prima flammæ fiebant remiſſiores, arcu nebuloſo h. 2 ſubſidente, ita ut aliqui adhuc radii, ſed flamma nulla conſpiceretur. Obſervata etiam eſt ibidem d. 17 atque d. 23 Febr. aurora borealis, ſed non adeo illuſtris.

Pag. 162.

*Non abſimilia ceteris quoque in locis viſa ſunt.*

E LI-

Act. Erud. An. 1711. M. April. Pag. 177.

## E LITERIS CHRISTFRIDI WÆCHTLERI, JC.

*Occaſione locorum quorundam Philoſtrati.*

JO. Laur. Mosheim, *Biblioth. Bremenſ. claſſ. 3. Faſc. 1. p. 1.* in Epiſtola de imaginibus teleſticis, quas Apollonium Tyanæum confeciſſe negat, ferre non potuit I. quod D. Gotfridus Olearius in notis ad Philoſtratum *de vita Apollonii l. 3. c. 22.* dixerat, præcipuum illarum inter Græcos magiſtrum eundem fuiſſe. Seldenus autem *ad Marm. Oxon p. 51.* dixerat ſimiliter, *ante Apollonii Tyanei tempora nunquam in Græcia has artes teleſmaticas fuiſſe notas, a Zabiis autem habuiſſe originem*. Mosheimius hic adſtipulari Seldeno noluiſſe videtur; Apollonii tempore τελεστικὸν non admodum fuiſſe notam. Sed nullam plane hic pugnam cernas. Eundem autem Apollonium ea feciſſe, quæ Antiochiæ & Byzantii miranda effeciſſe putatur aliis, haud ſcripſit D. Olearius. Nam illa commemorantur a recentioribus quibusdam. An credat Mosheimius Philoſtrato, Apollonium ſtruxiſſe Epheſi adverſus peſtem ἄγαλμα ἀποτρόπαιον, *lib. 4. cap.* 10. non liquet. Videntur autem imagines teleſticæ, ἀγάλματα talia, ſtatuæ etiam teleſticæ, & quocumque nomine veniant artes Apollonii, in eundem cenſum cadere, & a vaferrima magia iſtorum temporum ortum habere. Revera tamen primum illum apud Græcos ab imaginibus iſtis celebrem factum eſſe, aſſerit etiam Stanlejus. *Philoſ. Orient. Lib. 1. Sect. 1. cap. 22.* Et Jo. Clericus: *Magicis artibus celebrem fuiſſe nemo negaverit. Impoſtor fuit, magnus quippe. Hiſtor. Eccleſ. Sect. 1. pag.* 500. Atqui Damis, Maximus, Mœragenes, quorum primus perpetuus comes Apollonii fertur & commentarios de eo reliquit, reliqui duo Apollonii res plenius adhuc ſcripſerunt, ejusque temporibus proximi, *penitus ignorant prodigioſa illa opera*, ait Mosheimius. Sane vero nihil extat horum omnium: neque noſtrum eſt adeo definire, quid ſciverint vel ignoraverint de prodigiis iſtis. Et præſtabat dicere, tres iſtos nihil omnino conſignaſſe literis, ſed figmenta eſſe omnia & a Philoſtrato primum excogitata. Ergo & Origenes mentitus videbitur, qui Mœragenis ſcripta profitetur ſe legiſſe, de Apollonii Tyanenſis, magi & philoſophi, ὑπομνημονεύμασι. *Captos eſſe ab illius magia non ignobiles philoſophos*, ὡς πρὸς γόητα αὐτὸν εἰσελθόντας. Sed quia non adulabatur Apollonio Mœragenes, ad eum non putabat eſſe at-

Pag. 178.

ten-

tendendum Philoſtratus. Huet. *Demonſtr. Evang. p.* 1067. Celſus etiam ipſe, contra quem ſcripſit Origenes, Hierocli præluſit, & magicas operationes contulit cum hiſtoria & miraculis JESU, *L.* 1. *p.* 53. quia id ipſi commodum in præſens videbatur. Cumque vixerit ſeculo ſecundo, notasque habuerit artes Apollonii omnes, videtur easdem recenſere apud Origenem *Lib. 6. p* 301. *ἀποπομπίους φωνὰς, κτύπους, δαιμονίους σχηματισμοὺς, αἰθηπῶν, (ἐσθήτων) ἀριθμῶν, λίθων, φυτῶν, ῥιζῶν, καὶ ὅλως παντοδαπῶν χρημάτων παντοῖα ἀλεξιφάρμακα. incantationes, effigies formasque dæmonum varias pellendis morbis, & amuleta diverſorum generum in veſtibus, numeris, lapidibus, plantis, radicibus.*

2. II. Apollonium ſemel ſub Domitiano fuiſſe Romæ, ut ſe purgaret a crimine, quod ei objiciebatur, exiſtimabat D. Olearius: Mosheimius etiam paulo ante, quam patraſſe ibidem iſtud argue- Pag. 179 retur. Non abnuebat ſane Apollonius, ſe tunc, cum diceretur patratum eſſe, fuiſſe Romæ, ſed domi aſſediſſe amico veteri, Philiſco, graviter decumbenti, præſente inprimis Teleſino, Viro Conſulari & Medicis. Factum hoc conjicit Mosheimius Anno Chriſti XCII. accuſatum autem fuiſſe anno XCIII. Sed dubium reddit hunc calculum, quod in Apologia Apollonii *L.* 8. *c.* 7. *Sect. XI.* dicitur, *bis triginta & octo annis non acceſſiſſe Eum limina Imperatorum.* Ita recurrimus ad annum Neronis X, quo Apollonius prima vice fuit Romæ, ac Teleſino innotuit, atque apud Tigillinum præf. prætorio accuſatus, per artem magicam fecit, ut volumen, quod tenebat in manu accuſator, & in quo accuſatio erat deſcripta, omne veſtigium literarum amitteret ſubito, quum Tigillinus illud præſente Apollonio explicaret. Volebat ergo is Domitiano perſuadere, ſe per hos XVIII. annos, & usque ad Domitiani annum XII. Romam non adveniſſe, vel ad limen Imperatoris. Quod erat ambigue dictum. Sub initium Imperii Domitiani erat Nerva adhuc Romæ, ſed quia idoneus videbatur qui imperaret, jubebatur habitare Tarentum, Apollonius igitur, qui bene ſperabat de Nerva, forte tunc erat adhuc Romæ, & una cum Nerva diſceſſit. Cumque accuſaretur ex urbe in agrum egreſſus eſſe noctu ad Nervam, ut eum ſacrificato puero erigeret ad ſpem imperii, in exitium Domitiani; dicendum erit, cadere eam accuſationem in annum primum ſtatim Domitiani, & Chriſti XXCI. Diu enim præſentem pati Nervam non potuiſſe Domitianum, nemo dubitat. Ita vero recte reſpondit Apollonius, per hos XVIII. annos ad limen Imperatoris ſe non acceſſiſſe, Romæ tamen apud Nervam fuiſſe, ſed no-
3. ctu tunc non egreſſum in agrum, nec ſacrificaſse. III. Diſputat Mos-

Moſheimius, Hieroclem ex judice Nicomedienſi non ſtatim fuiſ- Act.Erud.
ſe præfectum Alexandriæ, ſed prius præſidem Bithyniæ. Obſer- An. 1721.
vavit autem ipſe Olearius, apud Euſebium exprimi δικαςήεια τὰ M. April.
ἀνωτάτω καὶ καθόλȣ, & adeo per totam illam provinciam, *in Hie-
rocl. c. 4. ſ. 432.* Lactantius autem *de mort. perſecut. c. 16.* nondum
videtur omnino loqui de eo Hierocle, cujus meminit *divin. in-
ſtit. L. 5. c. 2.* neque id hactenus probavit vel Valeſius ad Euſe-
bium vel Baluzius ad Lactantium. Deſtituimur enim juſta ſerie, Pag. 18
in quam collocandus ſit Flaccinus, Hierocles, & Priſcillianus:
& an ea cadant in hunc Hieroclem, quæ enarrat Lactantius *L. 5.
c. 2. compoſuit libellos duos, non contra Chriſtianos, ſed ad Chri-
ſtianos*, ut humane ac benigne conſulere putaretur, *in quibus adeo
multa capita Scripturæ, adeo intima enumerat, ut aliquando ex ea-
dem diſciplina noſtra fuiſſe videatur: niſi forte caſu in manus ejus
divinæ litteræ inciderunt.* Num ſimilia occurrant in animadverſ.
Euſebii ad comparationem Hieroclis cum Chriſto, videndum fo-
ret aliis. IV. Improbat Moſheimius, verſionem Billianam Iſido- 4.
ri Peluſiotæ *Lib. 1. epiſt. 398.* corrigi a D. Oleario: καινοὺς enim
λόγȣς non eſſe ei hiſtorias mirabiles de teleſticis Apollonii, ſed
ſermones tantum novos & ante non auditos, de quibus tamen
non conſtet, quid iis veri ſubſit. Nos hic laudamus, quod fa-
tetur Moſheimius, τελεσάμενον rectius expoſitum D. Oleario,
*teleſtica collocantem Apollonium*. Non contradicit etiam Iſido-
rus, nec Apollonium liberat a ſuſpicione illorum teleſmatum:
ſed urget tantum, non poſſe illa exhiberi, conſiderari & inſpi-
ci. Erant enim haud dubie defoſſa multis in locis, neque fa-
cile eruenda & examinanda. Ita ſeculo quarto, quum Conſtan-
tius Imperator putaret theſaurum in Thracia eſſe inveniendum,
effoſſæ ſunt tres ſolidæ ex argento ſtatuæ, ſpecie barbarica, &
veſte barbarica indutæ, & in ſeptentrionem verſæ. Dicebant
autem incolæ, antiquo ritu ſtatuas ibi conſecratas, & locum
ἐξ ἀρχαίας τελετῆ ἱερὸν eſſe. Paucos etiam poſt dies Gothorum
gens univerſam incurrit Thraciam & ſecutæ paulo poſt incur-
ſiones Hunnorum ac Sarmatarum in Illiricum & ipſam Thra-
ciam. Locus autem obſecratus erat inter Thraciam & Illyricum.
Photius *ex Olympiodoro, Cod. 80. ſ. 187. 188.* Hæc cum comperta
haberet Iſidorus ſeculi quinti ſcriptor, recte reſpondit, ante om-
nia oſtendi debere locum teleſmatum fide dignum. Omiſiſſe
autem hæc Philoſtratum, qui tamen vitam Apollonii cum cu-
ra ſcripſerit. Calumniam ergo eſſe, ab hoſtibus illius concinna-
tam.. *Egregium profecto locum*, ait Moſheimius, *cujus initia mul-
ti arripiant, ſed reliqua non conſiderarint.* Inverto totum hoc ar-

Act. Erud. An. 1721. M. April. Pag. 181. gumentum. Mosheimius enim videbit hic, Iſidorum rem tanti
momenti noluiſſe hactenus approbare, ob ſilentium Philoſtrati,
qui non expreſſerit, iis locis defoſſa ab Apollonio eſse telesma-
ta. Si omnem fidem hiſtoricam ei ademiſset Iſidorus, reſpuiſ-
ſet hunc Autorem plane, ceu hominem, quo non ſit ineptior
nec ſuperſtitioſior, quique quadrata rotundis miſcuerit, & tot
monſtra fabularum conquiſiverit, ut mente captus hinc inde vi-
deri poſſit. Perit igitur etiam alterum Monsheimii argumen-
tum, non confeciſse Apollonium imagines teleſticas, nec alia ad-
miranda Antiochiæ & Byzantii, ob idem ſilentium Philoſtrati.
Totam is enim ejus enarrationem explodit, ut Apollonio ſerve-
tur ſama viri boni. Ipſe autem Iſidorus ille Peluſiota ſcripſit li-
brum, qui non extat, adverſus Gentiles, quod omnes illorum
divinationes (ἡ μαντικὴ) ſint nugæ, & fruſtra omnium ore ce-
lebrentur. Itaque & telesmata Apollonii damnavit eo modo, ſi-
5. cut Origenes. V. Demonſtraſse autem opinabatur Mosheimius,
usque ad tertium ſeculum, quo vixit Philoſtratus ſub Severo,
nihil extare apud veteres contra Apollonium. Adde tamen alium
locum Origenis *lib.* 4. *contra Celſum*, quem habet Seldenus *de
DIs Syr. Synt.* 1. *c.* 2. *p.* 116. Porphyrius porro ſeculo tertio pro-
vocat tum ad veteres, tum qui ſua & patrum memoria vixe-
rint, & ex nuperis ad hunc Apollonium, *de abſtin. l.* 3. §. 3. qui af-
firmaverit, hirundinem garrientem aliis aviculis indicaſse fru-
mentum ante urbem effuſum eſse in terra. Refert iſta etiam Phi-
loſtratus *Lib.* 4. *c.* 3. Porphyrius ergo non negavit, factum eſse,
quod ille ait de Apollonio, & ſocios ejusdem deprehendiſse, il-
lud ipſum effuſum vere frumentum fuiſse ibidem, & hirundines
omnes etiam eo avolaſse. Recitat præterea & Celſus apud Orige-
nem, colloquia inter aves fieri. Reſpondet Origenes, hoc quo-
que dæmones indicaſse hominibus, ut ſcirent, quid colloqueren-
tur illæ aves, *Lib.* 4. *pag.* 222. & 228. Apollonium ergo docuere
dæmones omnia illa magica Philoſtrati, quæ Mosheimius habet
6. pro fabulis. VI. Seculo enim quarto demum ait cœpiſse tenuem
rumorem inter vulgus ſpargi de magia Apollonii, qualis ille apud
Euſebium *contra Hierocl. c.* 44. *f.* 464. Iterum retinet Mosheimius
& verſionem & notam D. Olearii de machinis teleſticis Apollo-
nii, quæ Euſebii ævo credebantur ab illo poſitæ. At vero is non
eſt rumor tenuis, ſi qui affirment, ſeſe deprehendiſse ac reperiſ-
ſe etiam hodie ἀντίκα τὸ νῦν, machinas ſimiles, easque poſse
oſtendi. Et quanquam Euſebius ibi his non immoretur, fecit
id tamen *de præpar. Evang. L.* 5. *c.* 7. ubi diſputat non modo con-
tra Porphyrium, ſed & ipſum Apollonium. Nam & libros ejus

*de*

*de ſacrificiis* legiſse certum eſt *L.* 4. *c.* 5. Machina Epheſina huc pertinet, quam jactat ipſe Apollonius apud Domitianum *L.* 8. *c.* 7. *Sect.* 9. totque alia, quæ Philoſtratus profecta putat a ſapientia & Deorum auxilio. Utique etiam probat locus ex *qu. XXIV. ad Orthodox.* ſive Juſtini Mart. ſive recentioris auctoris, Apollonii telesmata adhuc illo ſeculo dubitationem non contemnendam injeciſse Chriſtianis. Dicebant enim, *videmus plurima illorum in rebus ipſis oſtendi*, & poſse adeo ſimplices ad gentilismum ſeduci. Reſpondet Juſtinus, utique olim Diabolum ἐν τῷ ἐκείνῳ ἀγάλματι Apollonii habitaſse, ſed obmutuiſse; etſi ſtatua ipſa adhuc oſtendatur, & corporalem qualemcumque operationem vi materiæ, ac per conſenſionem & diſsenſionem potentiarum naturalium, quæ Diabolo erant cognitæ, adhuc exercere videatur. Junge *qu.* 2. 5. 10. 31. 42. 52. 74. 81. 126. ac nemo dixerit, hunc Autorem eſſe nullius fidei. VII. Laudat Mosheimius D. Olearium, quod recte legat textum Philoſtrati *L.* 8. *c.* 21. *f.* 364. Græcos diſcipulos Apollonii omnes itidem vocaſſe *Apollonios*. Sed ſtatim reprehendit, quod inter illos in notis *ad L.* 4. *c.* 11. *f.* 148. numeret Thonum Ægyptium, cujus mentio apud Lucianum Pſeudom. Neque vero aſſeverabat hoc D. Olearius. *Forte*, inquit, &, *ni tamen*. Utique etiam occurrit ibi diſcipulus aliquis Apollonii, medicus ſcil. & Præceptor Alexandri, ſed anonymus. Claudit agmen Jo. Clericus, qui verba Epiſtolæ Apollonii VII. f. 387. corrupta dixit, *Bibliotheque anciènn. & mod.* T. XIII. P. 2. *artic.* 3. *p.* 343. quod pro κάλων ſcriptum ſit καλῶν. Viderat autem Noſter etiam ex Lubino, κάλως omnino eſſe funem, ſed *funium mercatorem* inepte dici, ἔμπορον κάλων. Sic enim conſtruxerat hæc verba Lubinus, qui debuiſſet πάντα κάλων conjungere. Dum ergo errantem feſtinante calamo ſequitur noſter, retinuit verſionem Lubini, πάντα δεῖ σείειν, quaſi ſcriptum eſſet, τὰ πάντα, *omnia oportet movere*. Eam vero non eſſe mentem adagii, notiſſimum erat Noſtro vel ex Eraſmo, *Chil.* 1. *Cent.* 4. *p.* 30. 31. Tu vero hic reſpice ad Iſidori Peluſiotæ *Lib.* 4. *epiſt.* 60. ἴσ-ως γὰρ--- ἀφικόμην.

Act. Erud. An. 1721. M. April. Pag. 182.

7.

8.

Act. Erud. An. 1721. M. Maii. Pag. 188.

# Hiſtoire de l'Academie Royale des Sciences, Année MDCCXVII. &c.

h. e.

## HISTORIA ACADEMIÆ REGIÆ SCIENTIARUM Anni 1717, cum Commentariis Mathematicis & Phyſicis ejusdem Anni.

*Amſtelodami, apud Petrum de Coup*, 1720. 12. *reg. plag.* 22. *tab. æn.* 14.

IN *Phiſica generali* figuras plantarum, arborum, arcium, turrium, quandoque geometricas in lapidibus Florentinis conſpicuas arceſſit *de la Faye* a materia peregrina, quæ ſeſe in ſubſtantiam lapidum inſinuavit. Accedit adeo ad eorum caſtra, qui eas pro luſu naturæ habent. *Maraldi* d. 15 & 16 Decembr. A. 1716 & d. 6, 9, 10 & 11 Aprilis 1717 obſervavit auroram borealem, a nubibus prætereuntibus tectam, nec motum fixarum participantem. Id ſingulare in obſervatione habetur, quod lumen integrum fere horizontem occupaverit & d. 10 & 11 Aprilis per integram noctem duraverit. *De la Hire* rationem reddere conatur phænomeni cujusdam magnetici, quod ſatis paradoxum videtur; nimirum cur ſubinde magnes debilior ſecum trahat ferrum ex polo magnetia fortioris pendulum. *Lemery* deſcribit phænomena lapidis cujusdam magnetis æmuli, qui in fluvio quodam inſulæ Ceylonenſis reperitur & corpora quædam levia, veluti cineres, limaturam Martis, fruſtula chartæ primum attrahit, deinde rurſus repellit. *Godofredus junior* refert, d. 4 Jan. globum igneum ex nubibus evolantem ad turrim templi inſigni cum fragore, qualis ex ictu tormenti majoris percipitur, diſſiliiſſe & ſub ſpecie pluviæ igneæ ſeſe expandiſſe. Pag. 189. *Robelinus* delineat puteum ſatis ſingularem, in quo aqua aſſurgit, dum in mari adjacente deſcendit, rurſusque deſcendit, dum in illo aſſurgit. Rationem quoque phænomeni reddere ſtudet. *De Mairan* miſit ad Academiam Scientiarum relationem de cornu bovis, quod in terra vegetatum videbatur. *De la Hire* d. 15 Octobr. hor. 10. min. 30 vidit radium luminoſum duos circiter gradus latum, 5 vel 6 altum, qui poſt nubes denſas



Digitized by Google

15 circiter gradibus ſuper horizontem elevatas in plaga ſeptentrionali apparuit. Radius iſte intra minutum temporis aſcendit: ſtetit deinde immotus intra 4 vel 5 minuta, quibus elapſis intervallo 3 vel 4 expandebatur per ſpatium 20 & 25 graduum, partim verſus Orientem, partim verſus Occidentem. Tandem ſucceſſive debilitatus diſparuit, initio in medio, fine in extremitatibus facto. Mox h. 10 45' apparuit eodem in loco phænomenon prorſus ſimile. Cauſam conſtituit exhalationes in aere inflammatas. *De la Hire* obſervavit quantitatem pluviæ per annum 1716 digitorum 14 cum lineis $4\frac{1}{4}$. Barometri minima altitudo notata fuit 26 dig. $9\frac{1}{2}$ lin. d. 1 Jan. vento exiſtente auſtrali & maxima 28 dig. 3 lin. d. 16 Febr. vento ſpirante ex plaga inter ſeptentrionem & orientem intermedia. Declinatio acus magneticæ verſus occaſum fuit 12° 20'. D. 9 Maii h. 5 mat. verſus auſtrum apparuit parhelium, cujus centrum a centro veri Solis diſtabat $22°\frac{1}{2}$. Monet autem *de la Hire*, diſtantiam variare pro diverſa aeris denſitate. Act. Erud. An. 1721. M. Mai.

In *Anatomicis* contendit *Petitus*, herniam veſicæ, quam vitium conformationis dixerat *Mery* in Hiſtoria A. 1713 poſſe proficiſci a cauſis accidentalibus, quales ſunt urinæ ſuppreſſio & graviditas. *Winslow* novam detexit valvulam in vena cava inferiore, quam *valvulam Euſtachii* vocat, quia eam jam ante vidit, etſi non ſatis agnoverit *Euſtachius*, Anatomicus ante 150 annos celebris. Monſtrat uſum in circulatione ſanguinis in fletu. *Littre* uſum clyſterum nutrientium liquidorum, ubi alimentis ſolidis propter præternaturalem œſophagi ſtatum non eſt locus, rationibus a Mechanica inteſtinorum petitis impugnat, inprimis quod valvula *Bacchini* liquidis neget tranſitum ex inteſtinis craſſis in tenuia, quibus plurimæ venæ lacteæ adhærent, chyli ſecernendi receptacula. Contrarium tuetur *Lemery*: ſed Pag. 190. non male judicat *Fontenellius*, quod forſan ſibi mutuo prorſus non adverſentur, cum *Littre* non omnem uſum neget, *Lemery* autem demonſtrare non poſſit, quantus idem ſit. Quid ſi enim uſus, quem ille exiguum vocat, idem foret, quem ſuis rationibus hic ſtabilivit? De *Reaumur* in formationem unionum inquirit, quos effectum alicujus morbi eſſe ſuſpicatur, facta extravaſatione ſucci in concha margaritifera. *Sivert* Chirurgus aperiens tumorem in manu fœminæ, quam pondus ingens attollens ante biennium contraxerat, 200 circiter corpuſcula rotunda, candida & oblonga inſtar fabarum, longitudinis 4, latitudinis 2 linearum in cavitate interna reperit, quæ Academicis viſa fuere glandulæ amiſſo uſu naturali induratæ. *Du Verney* Autor eſt, quod, ſi ovum colubrinum aperiatur, cum ſerpens

Act. Erud. An. 1721. M. Maii. pens excludi debet, fœtus hic in ſpiram contortus omnique motu deſtitutus in eodem deprehendatur, quem tamen admodum vivacem mox adipiſcitur, ubi aerem bis vel ter hauſit. *Littre* deſcribit fœtum monoculum, naſo deſtitutum. Oculus erat in medio faciei infra frontem & duobus humoribus cryſtallinis gaudebat, ſed choroide deſtituebatur. Aderat etiam nervus opticus geminus, retina gemina, iris gemina, humor vitreus geminus &c. ita ut duo oculi globos rotundos referentes uno viderentur concluſi. Solus humor aqueus erat communis. Cranio aperto, cerebrum liquidum apparuit. Manus ſiniſtra ſex digitis inſtructa erat, pollice in duas veluti diviſo.

In *Chymicis* in originem nitri inquirit *Lemery* negans ejus fontem eſſe aerem atque terram: ſed potius ex plantis & animalibus idem derivat, cum *Reſſons* oſtenderit, dari plantas, ex quibus nitrum extrahere licet, & in vulgus notum ſit, terram nitro impraegnatam eſſe, in qua animalia excrementa depoſuere. *Godofredus* junior & *Lemery* docent, arte chimica effici poſſe, ut ſalia acida in alcalina abeant.

In *Botanicis* deſcriptionem Kali Hiſpanici ſupini, annui, ſedi foliis brevibus dedit *de Juſſieu*; duarum novarum ſpecierum *Lamii Danty d'Isnard*.

In *Algebraicis* liber *Taylorii* de methodo incrementorum anſam
Pag. 191. dedit *Nicolio* de calculo differentiali circa quantitates finitas meditandi: quod argumentum olim meditatus *Leibnitius* incidit via vere analytica in calculum differentialem infiniteſimalem, quem-
Edit. Act. admodum monuimus in Actis A. 1716 p. 292. Exhibet *Taylorius* inter alia methodum ſummandi ſeries infinitas fractionum, quorum numeratores ſunt conſtantes, denominatores facta plurium quantitatum uniformiter creſcentium. Eam *Nicolius* transfert ad ſummandos terminos quotcumque ſeriei, cujus denominatores ſunt facta, quorum factores continuo eadem quantitate augentur. Quoniam vero ipſo judice, *Taylorius* methodum nec ſatis clare explicatam, nec demonſtratam dederit, ſed adeo intricatam propoſuerit, ut innumeris caſibus non ſatisfaciat, ideo eandem nova ratione expoſuit. Atque ita primum in genere tractat de calculo differentiali circa ſeries finitas, quo etiam uſus eſt *Wolfius* in ſummandis potentiis numerorum atque numeris pyramidalibus in Elementis Matheſeos biennio ante Methodum incrementorum *Taylori* editis. Novam Tabularum Arithmeticarum Tabulis logarithmorum ſubſtituendarum ideam exhibet de *Traytorens*, in quibus numeros compoſitos reſolvi jubet in ſuos factores primitivos, numeros nempe primos.

In *Geometricis* lineam curvam per analyſin determinat *Varigno-*



Digitized by Google

*gnonius*, in qua utrimque plantandæ ſunt arbores, ut oculo in fine poſito appareant in lineis parallelis plantatæ, hoc eſt, eodem a ſe invicem intervallo utrinque diſtare videantur. Dixerat *Honoratus Fabri* & *Tacquetus* ſuo modo demonſtraverat, ſed admodum perplexe, lineas iſtas eſſe hyperbolas oppoſitas. Idem ſimplici admodum analyſi reperit *Varignonius*. Reddit autem more ſuo problema multo generalius, quærens nimirum duas lineas in plano dato, in quibus ſi plantentur arbores, binæ oppoſitæ appareant oculo ſuper plano utcumque elevato ſub angulis ſinuum quorumcumque, cum in hypotheſi *Fabriana* atque *Tacquetiana* oculus ſupponatur in fine plani & anguli ſumantur æquales. Sed hac univerſalitate non contentus alia inſuper addit problemata, quæ ipſius in hoc genere peritiam docent. Act. Erud. An. 1721. M. Maii.

In *Aſtronomicis* theoriam Satellitum in genere perficere ſtudet *Caſſini*, determinando inclinationem orbitarum Satellitum ad orbitas primariorum planetarum, circa quos feruntur, & nodos ſeu interſectionum puncta. Agitur autem de nodis ac inclinatione veris non apparentibus, hoc eſt, ex Planeta primario, non e Tellure viſis. Idem inveſtigat diſtantiam Sirii a terra & magnitudinem veram per parallaxin orbis annui, quam ſollicite obſervavit teleſcopio trium pedum, in cujus foco extenſum erat filum Sirium Meridianum attingens, ad quadrantem muro affixum firmato. Variationes in altitudine Sirii per annum obſervatæ non exceſſere latitudinem fili. Monſtrat autem, eas eſſe conformes motui Telluris annuo circa Solem, contrarias vero ſuppoſitæ variationi refractionis pro diverſa anni tempeſtate. Quoniam parallaxin reperit 6 ſecundorum, Diametrum apparentem 5 ſecundorum, & Diametrum orbis annui minimum æſtimat 20000 diametrorum terreſtrium, ideo diſtantiam Sirii a Terra definit 437800000 diametrorum terreſtrium, diametrum veram vero 10612 diametrorum terreſtrium: unde, cum diametrum Solis centuplam ſtatuat diametri Terræ, diameter Sirii centupla minimum eſt diametri Solaris. Magni momenti eſt hæc obſervatio, cum per eam motus Telluris annuus circa Solem, adeoque veritas ſyſtematis Copernicani, rigoroſe demonſtretur, ita ut nullus ſit exceptioni locus, id quod non obtinet in parallaxi ſtellæ polaris a Flamſtædio obſervata, quemadmodum alibi monſtravit *Caſſini*. D. 27 Mart. 1717 *de la Hire* obſervavit initium eclipſeos propter nubes obſervationem turbantes dubium h. 1 55′, obſervationem $7\frac{1}{2}$ digitorum h. 3 14′ 10″ & 20′ 25″, finem h. 4 38′ 25″, cœlo ſereno. Medium eclipſeos determinat h. 3 17′ 20″. Eandem quoque eclipſin obſervavit *Caſſini*, qui finem refert ad Pag. 192.

h. 4

Act. Erud. h. 4 38′ 10″, initium circiter ad h. 1 54′. *De la Hire* æquino-
An. 1721. ctium vernale exacte obſervavit d. 20 Mart. hor. pomerid. 5 51′.
M. Maii. Idem deſcribit Micrometrum univerſale, quod non modo in o-
mni eclipſi ſive lunari, ſive ſolari locum habet, verum etiam in
quovis alio caſu, ubi micrometris utimur, utiliter adhibetur.
Commendaverat nimirum in Tabulis ſuis aſtronomicis p. 71 cir-
Pag. 193. cinum duplicem, cujus crura ex una parte ſint e. gr. alteris de-
cies majora ejusque forma talis, ut in tubum teleſcopii crura
breviora per fiſſuram intromitti poſſint, apicibus acutiſſimis ob-
jecto in foco depicto applicatis. Nunc illud perfecturus crura bre-
viora in arcus ellipticos ſeu ovales incurvari jubet, ne partem
objecti tegant rectilinea. Monet varia circa uſum hujus micro-
metri, inprimis in obſervandis eclipſibus, & præmittit diſcur-
ſum de inventore microſcopii, quem *Picardum* atque *Azoutum*
laudat, atque ampliſſimo ipſius in re aſtronomica uſu. Idem *de
la Hire* peculiarem exhibet diſcurſum de inventoribus microme-
tri, horologii oſcillatorii & tuborum opticorum. Refert ibidem,
*Malvaſiam* in Ephemeridibus A. 1662 editis p. 196 ſpeciem quan-
dam micrometri attuliſſe, quod parum differat ab eo, quod *Pi-
cardus* atque *Azoutus* A. 1666 publici juris fecere. *Hugenium* in
Syſtemate Saturnino jam biennio ante *Malvaſiam* nempe A. 1659
dediſſe methodum obſervandi diametros apparentes Planetarum,
quæ aliquid micrometro ſimile continet & a quo parum abludit
micrometrum *Malvaſianum*. Primam ergo inventionis laudem
*Hugenio* tribuit. Eidem quoque inventum *horologii oſcillatorii* ad-
ſcribit, cujus conſtructionem primum Hagæ-Comitum Ann. 1658
edidit, motum deinceps penduli æquabilem reddere docuit in
tractatu de Horologio oſcillatorio Pariſiis 1673 publicato. Tubi
optici inventum refert ſub initium ſeculi decimi ſeptimi ad arti-
ficem quendam Batavum, quem non nominat: ſed mox ad ob-
ſervationes cœleſtes tranſtuliſſe *Galilæum*. Tubum ex duobus vi-
tris convexis compoſitum, quem aſtronomicum vulgo vocant,
A. 1611 inveniſſe *Keplerum* & in egregio Dioptricæ libello pro-
poſ. 86 demonſtratum dediſſe. Negat autem, *Portam* in Magia
naturali inventum teleſcopii jam indigitaſſe, quemadmodum ipſi
*Hugenio* videtur. D. 20 Sept. An. 1717 *de la Hire* obſervavit ope
teleſcopii 7½ micrometro inſtructi obſcurationem 7 digitorum
hor. 6 28′ 20″ & finem hor. 7 34′ 15″. *Maraldi* hor. 6 33′ quan-
titatem obſervavit 7 digit. 6′, finem notavit hor. 7 35′ 30″.
*Caſſini* hor. 6 24′ 10″ vidit eclipſatam Lunam 7 digit. 12′ &
finem notavit hor. 7 34′ 50″. Confert obſervationem ſuam
cum Norimbergenſi *Wurzelbaueri*, qui finem notavit h. 8 10′ 15″

& inde

& inde differentiam Meridianorum deducit 36′ 5″. Exhibetur etiam obſervatio ejusdem eclipſis, quam inſtituit *Deliſle* junior una cum obſervatione occultationis *Aldebaran* d. 25 Sept. 1717 a Luna factæ: nihil autem mutationis ſtellæ accidit, unde athmoſphæræ lunaris exiſtentia ſtabiliri poſſet. *De la Hire* expoſuit conſtructionem horologii tempus verum una cum medio indicantis valde ſimplicem & demonſtratione Geometrica munitam. Act.Erud. An. 1721. M. Maii.

In *Mechanicis* preſſiones cylindrorum & conorum rectorum, itemque ſphærarum & ſphæroidum quorumcunque a chordis circumvolutis & potentia quacunque tractis profectas ad calculum revocat *Varignonius*, uſus lemmate a *Borello* in tractatu de motu animalium Tom. II. propoſ. 56. demonſtrato. *De la Faye* deſcribit rotam helicibus inſtructam, ad aquas ad radii altitudinem elevandas, qualem, etſi inſcio ipſo, jam indicarunt *Dechales* Tom. 3. Mundi Mathemat. prop. 41. Tractar. de Machinis & Hydraulicis & *Wolfius* in Element. Hydraul. §. 99. Fig. 45. Structuram tamen helicum diſtincte atque ſingulari ratione exponit, ut hoc nomine rota ipſius inter nova inventa locum mereatur. *Saulmon* inquirit in principia actionis fluidorum, fluida conſiderans tanquam aggregatum infinitorum fere ſolidorum infinite parvorum. Si ergo ſolidum a fluido impellitur, perinde eſt ac ſi innumeri globuli illud una percuterent. *Delasme* novas pancratiorum ſpecies deſcribit vulgari, quo aurigæ utuntur, pancratio præſtantiores.

Obiit Anno 1717 *Jacobus Ozanam* natus Ann. 1640 in Principatu *Dombenſi*, patre divite ac multa prædia poſſidente, qui ex familia Judaica originem ducebat. Cum natu minimus in bonis parentis ſuccedere non poſſet, pater eum Eccleſiæ deſtinabat. Enimvero Philoſophiæ ſcolaſticæ ac Theologiæ, quæ nimium ſimilis eidem videbatur, pertæſus in libros Mathematicos incidit & autodidactum egit, paucas ſuppetias ferente Profeſſore Theologiæ, quo utebatur. Patre mortuo ſtudio Theologico, cui per quatuor annos vacaverat, valedicens ad Mathemata animum appulit & eorum docendorum gratia Lugdunum Gallorum ſe contulit, animi magis, quam pecuniæ gratia. Ludo valde delectabatur, nec invita fortuna. Ann. 1670 edidit Tabulas Sinuum Tangentium & Secantium atque Logarithmorum, correctiores iis, quas dedere *Ulacq*, *Pitiſcus* & *Briggius*. Cum duobus exteris, quos in Matheſi inſtituerat, & qui literas cambiales nondum acceperant, Pariſios abituris, abſque chirographo quinquaginta dupliones mutuo dediſſet. *Dagueſſeau* actio- Pag. 195.

ne tam generoſa commotus eum Pariſios advocavit & patrocinii ſui certiorem reddidit. Vix Pariſiis advenerat, cum matrem agonizantem ipſius videndi deſiderio teneri reſciret. Mox in patriam advolans mortuam invenit atque fratris natu majoris artibus ſe hæreditate excluſum doluit. Pariſios redux, miſſo ludo, Matheſin unice coluit. Uxorem duxit tantum non pauperem & ex ea 12 liberos genuit. Quamdiu exteri Pariſiis degebant, reditus ei ſufficientes ex Matheſi proveniebant: ſed durante bello diſcipulis deſtitutus ad libros componendos ſe convertit, non tam animo lucrandi, quam temporis fallendi gratia. Pauco tempore multa ſcripſit. Opera ejus præcipua ſunt Dictionarium Mathematicum, curſus Mathematicus, tractatus de Algebra, de ſectionibus conicis, recreationes Mathematicæ & Phyſicæ, *Diophantus* MSC. Verſatur autem circa Geometriam veterem; recentiorem ſublimiorem non attigit, An. 1701 ætatis 61 uxorem amiſit & eodem tempore in numerum Adjunctorum Academiæ Scientiarum adſcitus eſt. Mortem præſenſit ſanus & d. 3 April. 1717 hor. 3 pomeridiana apoplexia ſubita extinctus, nemine niſi ancilla præſente. Plus famæ apud exteros, quam apud Gallos conſecutus. In religione ultra plebem ſapere noluit, Doctorum, inquiens, Sorbonnæ eſt diſputare, Papæ decidere & Mathematici in linea perpendiculari in Paradiſum aſcendere.

M. JOHAN-

Act. Erud. An. 1721. M. Mait. Pag. 195.

# M. JOHANNIS BURCARDI, BASILEENSIS,

## EPISTOLA ad Virum Clariſs. BROOK TAYLOR,

### *J. U. D. & R. S. B. Soc.*

Legi *Apologiam* tuam, Cl. Taylore, contra *V. Cl. Joh. Bernoullium*, audivique, illam non uno tantum loco typis fuiſſe excuſam: Londini bis prodiit, ſi non pluries, videlicet in Tranſactionibus Regiæ Societatis, tum etiam in ſcheda peculiari, deinde ſemel ſaltem in Belgio; an alibi inſuper & quot linguis præterquam Gallica & Latina lucem aſpexerit, mihi nondum conſtat. Pag. 196.

Operam dediſti indefeſſam, ut veniret ad notitiam exterorum quoque Mathematicorum.

Ex Anglia transfretaſti in Galliam, diſſeminaturus ibi, præſertim Lutetiæ, (hunc tui itineris ſcopum fuiſſe multi mecum opinantur) tua ſchediaſmata: exemplar unum, mittente Cl. Varignonio, accepit Cel. Bernoullius mecumque communicavit.

Spe forſan lactabaris, Cl. Taylore, Bernoullium noſtrum mire perculſum iri, ubi tuas legerit acerbas expoſtulationes, faſtidioſo contemptu aculeisque virulentis refertas; ſed ſpem illam tuam inanem fuiſſe ex eo cognoſcere tibi licuit, quod Cl. Bernoullius cauſæ ſuæ fiſus te per Cl. Varignonium ſollicitavit, ut ſibi adhuc aliquot duodena exemplaria tuæ *Apologiæ*, an *Invectivæ*, ocyus transmittere velles, ſancte promittenti, ſe illa per Germaniam, Helvetiam & Italiam (in quas forſan mittendi occaſionem ipſe non habeas) fideliter diſtributurum; prævidit namque, tuum ſecum agendi modum non poſſe non id efficere, ut apud omnes æquos rerum judices fama Bernoulliana, quæ tibi ſudes eſt in oculo, altiores radices agat. Quis enim tuas nænias legendo non ſtatim animadverteret animum tuum invidia faſcinatum? Cl. Bernoullius te condecoraverat titulo *inſignis & acuti Geometræ* aliisque occaſionibus te civiliter tractaverat, quin etiam per Monmortium tuam ambiverat amicitiam: ſed quid, mi Taylore, pro hac humanitate repoſuiſti? certe nihil, quam verba contemtum faſtumque ſpirantia; ſcilicet tibi jam eſt Bernoullius, ſi Diis placet, *imperitus Leibnitii fautor, calumniator*

*contumelioſus*, *malevolus detrectator*, *Princeps eorum qui univerſis Anglis ſunt infenſi* &c. Quid, ſi talia iis rependis, qui humaniter te tractant, quid, inquam, illi abs te expectandum haberent, qui ſepoſita humanitate liberius de te loquerentur? Clar. Bernoullius, qui neminem unquam aggreſſus eſt, nec niſi primo graviter laceſſitus, quenquam offendir, poſſet utique cauſam ſuam ipſe contra te agere, atque te pro merito depexum dimittere, quid enim facilius quam injurias injuriis repellere, & quicquid in eum effudiſti, in ſinum tuum reſundere, ſed non ita ſolet imitari lixas, & quam ſibi impoſuit legem, vid. Act. Lipſ. 1718. Edit. Act. pag. 262. *ſe nimirum nemini reſponſurum*, *qui conviciis tantum & aculeis voluerit pugnare*, ſtrictiſſime obſervabit, *ſecurus profecto*, ut in iisdem Actis anni ſequentis pag. 598. monuit, *ſe quoque ſilense maledicorum conatus in fumum abire*, *utpote a quibus ipſius exiſtimatio*, quam tantopere deſtructam cuperent, *minime dependeat*.

Pag. 197. Patere igitur Vir Clariſſime, ut vices agam Cel. Bernoullii noſtri, cujus humanitatem erga te obſervatam tam inhumaniter tractaſti: amice reſpondebo, quod etſi non mereatur incomta tua & faſtidioſa ſeribendi ratio, meretur ſaltem ingenii tui mathematici (utinam non tam ſupercilioſi) felicitas; hanc nos, nam & in hoſte virtus laudanda, quanti valet, æſtimamus.

Nomen quidem meum exprimere nolueram, non quod te reformidarem, ſed quia nullam inde quærebam laureolam; verum poſtquam, quibus titulis anonymos condecorare ſoleas, mecum perpendiſſem, ſententiam mutans illud appoſui, quamvis id tibi perinde eſſe debere exiſtimem, ſi non tam ad hominem, quam ad res ipſas reſpicere volueris: ſecus ſi ſeceris, atque ad injurias & convicia, tanquam ad arma tua confugeris, crede mihi, mi Taylore, eo ipſo demonſtratum dabis, tua te cauſa cecidiſſe, nec te juvabit magnam affectare fidentiam, & erecta criſta deſpicere tuos adverſarios; rerum noſtrarum periti & æqui judices damnabunt barbaram iſtam pugnandi viam: nos vero non magni pendimus, quid in Patria tua judicaverint quidam ex ſociis tuis ſimili faſtu turgidi & livore in exteros occœcati, hi enim ſoli tibi credent, & quo vehementius in nos debacchaberis, eo promtius applaudent. *Neceſſe eſt*, ut lepide habet Quintilianus, *contentioſius loquaris*, *quod probare non poſſis*, *& affirmationem ſumit ex homine*, *quicquid non habet ex veritate*.

Tria obſervavi in ſcripto tuo, Clariſſime Taylore, quæ exprobras Cel. Bernoullio, & quæ tibi anſam dederunt usque adeo in illum invehendi, illa ſunt hæc.

I. Locus *in Epiſtola pro eminente Mathematico* D. J. Bernoullio,

Actis

Act. Erud. An. 1721. M. Maii.

Actis Lipſ. A. 1716. inſerta p. 338, qui ita ſonat: *Hoc nihil novi eſt in quibusdam Anglis, qui ſibi ſolis licere putant,* aliorum inventa tanquam ſua *impune* uſurpare, *quando ipſi hominesque Deosque invocant, ubi vident, vel ſaltem videre arbitrantur, extraneos in ſuorum inventa manus inferre. Exempla ſunt quorundam, ut Cheynei, des Hayes,* Taylori, *aliorumque, qui paſſim inventis Bernoullii ſunt uſi, alienisque, vel nulla prorſus facta mentione Autoris vel &c.*

II. Diſplicet tibi, quod in Actis Lipſ. A. 1718. p. 499. Bernoullius de te, quem tamen, quod crimen ejus emollire poterat, vocavit *Geometram inſignem & acutum*, dixerit, te *ad profundiora ſua, aliorumque feliciter penetraſſe.*

III. Male te habet, Vir Clariſſime, amica admonitio Cel. Bernoullii de tua in ſcribendo obſcuritate, qua fiat ut ſcripta tua *a perſpicacioribus quoque Mathematicis vix intelligi queant.*

Pag. 198.

Videbo nunc, an gravia adeo hæc ſint delicta, ut tam ferociter in illa animadverteres: quod quidem ad primum punctum attinet, quo haud obſcure poſtularis *Plagii*; fateor, de injuria tibi illata potuiſſe te conqueri, ſi id dixiſſet Clariſ. Bernoullius, atque ſi tu eſſes innocens & probe te purgaſſes a plagii ſuſpicione, qua etiamnum vehementer gravaris: ſed præterquam quod noſter *reſpondere* non teneatur de eo quod Autor *Epiſtolæ pro eminente Mathematico* aſſeruit, cum præſertim jam publice per Filium ſuum declaraverit, ſe omnia, quæ in illa Epiſtola continentur, non approbare, hoc inſuper verum eſt, tantum abeſſe, te gloriari poſſe de non uſurpatis aliorum inventis, ut jam temet ipſum habeamus confitentem plagii reum, nunc quippe fateri demum cogeris, te *in Iſoperimetro uſum eſſe Analyſi Autoris Jacobi Bernoulli*, cujus tamen nomen reticueras. Num reliqua, quæ in libro tuo de Methodo incrementorum poſt Bernoullium noſtrum aliosque tractaſti, ut de funicularia, de centro oſcillationis, de curvatura lintei &c. ſatis evincant, te propria, ſicuti jactas, uſum eſſe Analyſi, judicent periti, quos libri tui obſcuritas a lectione ipſius non abſterruit. Neſcis forſan, mi Taylore, nobis certo conſtare de cauſa ob quam gratia excideris apud Illuſtriſſimum Newtonum; ſcilicet huic quoque, quod ſuum eſſe credebat, ſurripere & cum illo de inventorum gloria contendere auſus fuiſti: ſi rem propius inſpiciamus, etiamſi vel maxime favere tibi vellemus, non tamen mehercle poſſumus, quin rotunde dicamus, methodum tuam incrementorum præter tituli novitatem vix novi quid continere, ſtatim namque ac tu conſideras quantitatum variabilium incrementa, tamquam finita, nihil inde efficis aliud, quam quod per Algebram ordinariam præſtari poteſt;

quo-

Act. Erud. An. 1721. M. Mart. quomodo vero inde deriventur proprietates *differentialium*, aut, ut a veſtratibus vocantur, *fluxionum*, id dudum ante te oſtenſum eſſe, patet ex ſectione prima *Anal. Infin. parvorum*.

Quæ habes de *fluentium fluentibus*, in quibus mirum quantum tibi places, nec illa certe ſunt nova Cel. noſtro Bernoullio: quod tibi eſt $x'$ deſignans fluentem ipſius $x$, illi olim erat $\int x$; quodque tibi eſt $x''$, denotans fluentem fluentis $x'$, erat illi $\int\int x$, atque in genere quod tu intelligis per $x$ notatum accentu acuto toties repetito, quotus fluentis eſt gradus, cujus exponens ſit $n$, id noſter expreſſerat ſimpliciter per $\int^n x$, non ſecus ac differentiale ejusdem gradus notari ſolet per $d^n x$; cum vero quantitatem aliquam *differentiare* negative ſit idem quod *ſummare* vel *integrare* Pag. 199. affirmative, atque vice verſa *ſummare* vel *integrare* negative tantundem ſit, ac *differentiare* affirmative, pronum eſt colligere, quod $\int^n x = d^{-n} x$ & $\int^{-n} x = d^n x$. Ne autem putes, Vir Cl. talia nunc demum a nobis confingi, ut tuis, quæ jactas, derogemus, tranſcribam huc quædam excerpta ex literis quibusdam Bernoullianis ad Illuſtriſſ. Leibnitium datis jam quinto ante finem ſuperioris Sæculi anno; quæ continent, erunt tibi forte ingrata, ſed tanto gratiora lectoribus aliis, qui non invidia torquentur.

De his literis (ne credas me ad teſtem mortuum provocare) teſtari poteſt Cl. Varignonius, Vir, ut noſti, incorruptæ fidei, cum quo nempe Cl. Bernoullius ſpecimen aliquod ex literis illis de eadem materia communicavit in aliqua Epiſtola ſcripta d. 24. Decembris 1697. tuum eſt, ni credere mihi velis, ex ipſo illo Viro integerrimo quærere, quid de hac re ſit; petenti non denegabit teſtimonium. En igitur verba Bernoullii ad Leibnitium in Epiſt. $\frac{8}{18}$ Junii 1695. „ Eleganter obſervaſti conſenſum inter
„ numeros poteſtatum a binomio & differentiarum rectangulo;
„ haud dubie aliquid arcani ſubeſt. Nondum ſatis vacavit exa-
„ minare, an quid inde pro ſummationibus elici poſſit. Videtur
„ tamen quantitatem propoſitam differentialem cujusvis gradus
„ integrari poſſe, eam primo differentiando *more conſueto*, & de-
„ in ſumendo tertiam proportionalem hujus novæ quantitatis dif-
„ ferentialis ad differentialem propoſitam, conſideratis interim
„ $d$, $d^2$, $d^3$, $d^4$ &c. tanquam quantitatibus Algebraicis, & non
„ ut literis tantummodo characteriſticis; ſic ex. gratia tertia pro-
„ portionalis $d^3$ ad $dd$ erit $d$; & $d^4$ ad $d^3$ erit $dd$ (ac ſi litera $d$
„ quantitatem Algebraicam denotaret) in hunc finem eſto propo-
„ ſita differentialis tertii gradus hæc $xd^3y + dxddy$ cujus integra-
„ lis invenienda ſit: differentietur ea more ſolito & habebitur
„ $xd^4y + 2dxd^3y + ddxddy$; poſito jam $d^0x$ pro $x$, ſumatur ſe-
„ cundum regulam meam tertia proportionalis ad $d^0xd^4y + 2dxd^3y$

+

„ $+ ddxddy$ & propoſitam $d^0xd^3y + dxddy$, quæ erit $d^0xddy$, Act. Erud. An. 1721. M. Maii.
„ hoc eſt, $xddy$: dico itaque $xddy$: eſſe integralem quantitatis
„ propoſitæ $xd^3y + dxddy$, quod quidem ante calculum primo
„ intuitu patebat; juvat tamen oſtendiſſe, quomodo per metho-
„ dum eo perveniri poſſit. Nota, quod in hoc ſcrutinio literæ ip- Pag. 100.
„ ſæ, quæ alias indeterminatas denotant, non conſiderandæ ſunt
„ ut tales, ſed duntaxat quatenus afficiunt vel diſtinguunt ipſas
„ $d$, $dd$, $d^3$ &c. hoc modo quadratum ipſius $d^3y$ hic non eſt
„ $d^3y^2$ ſed $d^6y$; cubus ipſius $d^3y$ non $d^3y^3$, ſed $d^9y$, idem puta
„ de multiplicatione, diviſione & extractione radicum, erit ſci-
„ licet nova hac operandi ratione $d^2y \times d^3y = d^5y$; $\frac{d^5y}{d^3y} = ddy$;
„ $\sqrt[3]{d^6y} = ddy$; item $\frac{ddy}{ddy} = d^0y = y$: Hoc pacto $\frac{x}{x}$ non eſt $= 1$,
„ ſed $= \frac{d^0x}{d^0x} = d^0x = x$. porro quoniam $d^{-m}$ idem quod $\int^m$, erit ex.
„ gr. $\frac{d^4y}{d^5y} = d^{-1}y = \int y$, & $\frac{d^3y}{d^2x} = d^3y\, d^{-2}x = d^3y \int\int x$. Iden intelli-
„ gendum, ſi plures ſint indeterminatæ $x$, $y$, $z$ &c. Accidit ple-
„ rumque, ſicuti prævideo, ut integrale quantitatis differentia-
„ lis propoſitæ hoc modo inventum exprimatur per ſeriem, quan-
„ do præſertim propoſita differentialis ſua natura non eſt integra-
„ bilis: Ex. gr. integranda ſit $xd^3y + 2dxddy$; ſi differentietur,
„ prodibit $xd^4y + 3dxd^3y + 2ddxddy$: ergo tertia proportionalis
„ hujus ad illam more noſtro ſumta erit $\frac{d^0xd^6y + 4dxd^5y + 4ddxd^4y}{d^0xd^4y + 3dxd^3y + 2ddxddy}$,
„ inſtituta jam diviſione continua, incipiendo a primo denomi-
„ natoris membro, habebitur hæc ſeries $d^0xddy + dydx - d^0yddx$
„ $+ d^{-1}yd^3x - d^{-2}yd^4x + d^{-3}yd^5x$ &c. hoc eſt, $xddy + dydx - yddx$
„ $+ \int yd^3x - \int\int yd^4x + \int^3 yd^5x$ &c. quæ proinde æqualis eſt
„ $\overline{\int xd^3y + 2dxddy}$. Alia invenitur ſeries incipiendo diviſionem ab
„ ultimo membro, nimirum hæc, $2d^0xddy - d^{-1}xd^3y + d^{-2}xd^4y$
„ $- d^{-3}xd^5y + d^{-4}xd^6y$ &c. hoc eſt: $2xddy - \int xd^3y + \int\int xd^4y - \int^3 xd^5y$
„ $+ \int^4 xd^6y$ &c. quæ proin priori ſeriei æqualis eſt. Alia adhuc
„ abſcondita hic latent, quæ autem eruere & ſtudioſius excolere
„ nunc non vacat, &c.

In ſubſequente Epiſtola Menſe Aug. 1695 data ad eundem Virum Illuſtriſſimum hanc materiam continuavit his verbis:

„ Memineris me ſeriem univerſalem inveniſſe (vid. Act. Lipſ. Pag. 101.
„ 1694 pag. 86.) pro quadraturis & rectificationibus per repeti-
„ tam additionem & ſubtractionem quantitatum æqualium, quæ

„ tibi

Act. Erud. An. 1721. M. Maii. ,, tibi non diſplicuit: Ecce nunc eandem ſeriem per novum meum
,, integrandi modum repertam. Quærendum eſto $\int ndz$; differen-
,, tietur more conſueto $ndz$, ut habeatur $nddz + dndz$, ſive
,, $d^0nddz + dndz$. Ad hoc proin & ad $ndz$, ſeu $d^0ndz$, ex
,, præſcripto novæ regulæ capiatur tertium proportionale, quod
,, erit $\frac{d^0nddz}{d^0nddz + dndz}$ = (diviſo numeratore & denominatore per
,, $d$, quod a $z$ afficitur) $\frac{d^0ndz}{d^0ndz + dnd^0z}$. Facta nunc diviſione
,, ultima, inchoando a priore denominatoris termino prodibit
,, $\int ndz = d^0nd^0z - dnd^{-1}z + d^2nd^{-2}z - d^3nd^{-3}z +$ &c. hoc eſt, $nz$
,, $- dn\int z + d^2n\int^2 z - d^3n\int^3 z +$ &c. inchoata vero diviſione a po-
,, ſteriore termino orietur $\int ndz = d^{-1}ndz - d^{-2}nd^2z + d^{-3}nd^3z$
,, $- d^{-4}nd^4z +$ &c. hoc eſt, $dz\int n - d^2z\int^2 n + d^3z\int^3 n - d^4z\int^4 n +$
,, &c. Quoniam vero (poſita $dz$ conſtante) $\int z$, $\int^2 z$, $\int^3 z$, $\int^4 z$ &c.
,, æquantur ipſis $\frac{zz}{1.2dz}$, $\frac{z^3}{1.2.3dz^2}$, $\frac{z^4}{1.2.3.4dz^3}$, $\frac{z^5}{1.2.3.4.5dz^4}$
,, &c. prior ſeries inventa $\int ndz = nz - dn\int z + d^2n\int^2 z - d^3n\int^3 z +$
,, &c. convertetur in hanc $\int ndz = nz - dn\frac{z^2}{1.2dz} + d^2n\frac{z^3}{1.2.3dz^2}$
,, $- d^3n\frac{z^4}{1.2.3.4dz^3} +$ &c. quæ omnino eadem eſt, quam in Actis
,, Lipſ. loco ſupra citato exhibui. Quod ſi ponamus $dn$ conſtan-
,, tem, erunt $\int n$, $\int^2 n$, $\int^3 n$, $\int^4 n$ &c. $= \frac{nn}{1.2dn}$, $\frac{n^3}{1.2.3dn^2}$,
,, $\frac{n^4}{1.2.3.4dn^3}$, $\frac{n^5}{1.2.3.4.5dn^4}$, &c. Hinc altera ſeries $\int ndz$
,, $= dz\int n - d^2z\int^2 n + d^3z\int^3 n -$ &c. mutabitur in hanc $\int ndz =$
,, $dz\frac{nn}{1.2dn} - d^2z\frac{n^3}{1.2.3dn^2} + d^3z\frac{n^4}{1.2.3.4dn^3} -$ &c. in qua per-
,, inde ut in præcedente applicando ad exempla $dz$, $d^2z$, $d^3z$,
Pag. 202. ,, &c. deſtruuntur per $dn$, $dn^2$, $dn^3$ &c. ita ut proveniant quan-
,, titates pure Algebraicæ: quæ ſeries itidem ut in Actis docui
,, per iteratas additiones & ſubtractiones reperiri poteſt &c.

Quid cenſes, mi Taylore? annon vides ex paucis his ſpeciminibus (plura brevitatis gratia non addimus) hanc materiam ante te jamdiu fuiſſe occupatam & forte ſolidius tractatam? Annon etiam percipis, longe commodius adhiberi literas $d$ & $\int$, quam veſtra puncta & accentus, ſiquidem cum his non æque ac cum

illis

illis Algebraico modo procedere liceret? Hinc quoque intelligis, ut hoc in tranſitu dicam, quousque jam tum Clariſs. Bernoullius penetraverit in naturam differentialium ulteriorum graduum, quam tu ipſi perſpectam non eſſe aſſeverare audes: hac de re autem infra tecum fuſius agam. Interim ne iraſcere, quæſo, ſi nunc detegam plagium, quod circa hanc ipſam materiam commiſiſti & ſub conſuetæ tuæ obſcuritatis caligine abſcondere conatus fuiſti; continetur illud in libri tui *Incrementorum* pag. 38. ubi prop. XI. hoc tradis Theorema veluti novum & tuum. Act. Erud. An. 1721. M. Maii.

*Ipſius* $\dot{r}s$ *fluens*, inquis, *exprimi poteſt per alterutram ex ſeriebus* $\boxed{\dot{r}s} = rs - r'\dot{s} + r''\ddot{s} - r'''\dddot{s} +$ &c. *vel* $\boxed{\dot{r}s} = \dot{r}s' - \ddot{r}s'' + \dddot{r}s''' -$ &c. Quam novum ſit &c. patet ex allatis ſeriebus Bernoullianis ſuperiore jam ſæculo inventis; quæ tu revocas $r$, $\dot{r}$, $\ddot{r}$, $\dddot{r}$ &c. $s$, $\dot{s}$, $\ddot{s}$, $\dddot{s}$ &c. item $r'$, $r''$, $r'''$ &c. $s'$, $s''$, $s'''$ &c. Cl. Bernoullio ſunt $z$, $dz$, $d^2z$, $d^3z$ &c. $n$, $dn$, $d^2n$, $d^3n$ &c. item $\int z$, $\int^2 z$, $\int^3 z$ &c. $\int n$, $\int^2 n$, $\int^3 n$ &c. quod apud te eſt $\boxed{\dot{r}s}$ id Celeb. Bernoullio audit $\int ndz$; transmuta jam tuos characteres in Bernoullianos, & prior tua ſeries $\boxed{\dot{r}s} = rs, - r'\dot{s} + r''\ddot{s} - r'''\dddot{s} +$ &c. oppido eſt Bernoulliana prior $\int ndz = nz - dn\int z + d^2n\int^2 z - d^3n\int^3 z +$ &c. poſterior vera tua $\boxed{\dot{r}s} = \dot{r}s' - \ddot{r}s'' + \dddot{r}s''' -$ &c. itidem eſt Bernoulliana poſterior $\int ndz = dz\int n - d^2z\int^2 n + d^3z\int^3 n -$ &c.

Atqui hæ ſeries perſcriptæ ſunt Illuſtri Leibnitio An. 1695 ac brevi poſt communicatæ cum Viris Celeb. Marchione Hoſpitalio, Varignonio, & ni fallor aliis. Tu Vir optime easdem in lucem profers, in libro tuo, anno demum 1715 impreſſo: ita nos paſcis crambe tua poſt 20 annos recocta. Sed nec ignorare poteras, nam ſedulo legis Acta Lipſienſia, ſeriem tuam $\boxed{\dot{r}s} = rs - r'\dot{s} + r''\ddot{s} - r'''\dddot{s} +$ &c. (quæ ut oſtendimus nonniſi notandi modo differt a priore Bernoulliana $\int ndz = nz - dn\frac{z^2}{1.2.dz} + d^2n\frac{z^3}{1.2.3\,dz^2} - \dddot{d}n\frac{z^4}{1.2.3.4\,dz^3} +$ &c.) jam extare in Actis illis 1694 pag. 86; hoc tu diſſimulaſti. Quid inde ſequitur? ſcilicet, te reum eſſe plagii & convictum. Pag. 203.

At audio te oggerentem, *te hic ſaltem propria uſum eſſe Analyſi, ut nullo modo dici poſſis alios fraudaſſe*: foret fateor aliquid tibi laudis tribuendum, ſi quod oggeris verum eſſet, & neglecta

Act. Erud. Analyſi Bernoulliana, quæ ſimpliciter procedit per additiones &
An. 1721. ſubtractiones earundem quantitatum ſub diverſis formis expreſſa-
M. Maii. rum, dediſſes aliam & tibi propriam Analyſin; interim quam dediſti, minime eſt tua, ſed eſt Clariſſimi Moivrei, qui eam pridem exhibuit in publicum anno nimirum 1704, in ſuis doctiſſimis animadverſionibus contra Cheynæum, plagiarium faſtuoſum & tibi admodum ſimilem. Ut autem clarius pateat identitas Analyſeos tuæ cum Moivreana, tranſcribam priora tantum veſtra utriusque verba. Tu ita infis pag. 38: *Sit fluens quæſita* $rs+p$, *hoc eſt* $\boxed{\dot{rs}}=rs+p$: *Tum capiendo fluxiones, erit* $\dot{rs}=\dot{r}s+r\dot{s}$, $+\dot{p}$, *hoc eſt*, $\dot{p}=r\dot{s}$, *adeoque* &c. Clariſs. Moivreus p. 69: *Sit*, inquit, *fluens ipſius* $\dot{z}y=zy-q$; *tunc* $\dot{z}y=\dot{z}y, +z\dot{y}-\dot{q}$, *ſive* $\dot{q}=z\dot{y}$. *Pone* &c. Tu habes $rs$; Moivreus habet $zy$, quod tibi eſt $p$, Moivreo dicitur $-q$. Reliqua, ſi non omnino verbotenus ſunt eadem, ſane quoad ſenſum tam ſimilia ſunt, ut vix ovum ovo ſimilius eſſe queat.

Quid ad hæc dicis, Vir Clariſs. fruſtra nobis obtrudis pro excuſatione *nimiam tuam ignaviam, ob quam, quod de rebus cum eſ-*
Pag. 204. *ſes maxime ſollicitus*, uti jactas, *Hiſtorias rerum & Nomina Autorum penitus neglexeris*. Sic omnes plagiarii ſe excuſabunt, ſed hæc tua ignavia te non detinuit, quin ſæpiſſime Nominis Newtoniani (quod & nos veneramur) mentionem faciendi anſam arriperes, in rebus etiam, quæ jam ſunt tritiſſimæ, qualis eſt ſeries quam profers pag. 55 pro inventione Dignitatis Binomii, quam & Bernoullius noſter (cujus Nomen tibi adeo inviſum eſt) in Lectionibus ſuis Hoſpitalianis in multorum manibus verſantibus ſingulari modo ante tot annos inventam tradidit & poſtea multis aliis modis eandem nimis facile eruit, quam ut eas luce publica dignas cenſeret.

Series vero Bernoulliana $\int ndz = nz - dn\frac{z^2}{1.2dz} + d^2n\frac{z^3}{1.2.3dz^2} - d^3n\frac{z^4}{1.2.3.4dz^3} + \&c.$ minus erat trita, & fortaſſe non minoris momenti, quam Newtoniana. Illam itaque jure potiore, quam hanc primo ſuo inventori aſſerere debuiſſes, ſi voluiſſes bona fide agere.

Sed hoc ipſo quod tecta & remota impunius auferuntur, quam quæ in omnium oculis verſantur, non dubitaſti inventum illud ſub velamine punctorum & accentuum tuorum $\boxed{\dot{rs}} = rs$

$-r'\dot{s}+r''\ddot{s}-r'''\dddot{s}+$&c. autori Cl, Bernoullio ſubducere; credebas te tutum in obſcuritate tua & furtum quaſi in ſacco gerentem. Act. Erud. An 1721. M. Maii.

Ceterum exempla, quæ depromis ex hoc tuo furto, ſunt trivialia, immo fere obſoleta, hinc recte quidem monuiſti pag. 46. *hæc jam elegantius fieri ab illuſtriſſimo Newtono in quadratura curvarum*, modo interim non oblitus fuiſſes monere pariter, eadem diu antequam tractatus Newtonianus in lucem veniſſet, facta fuiſſe ab aliis, ut videre eſt in *fluxionum Methodo inverſa Georgii Cheynæi*, ſed magis adhuc in ſcheda quam Cheynæus poſtea libro ſuo adjunxit ſub titulo *Addendorum & Annotandorum*, de quibus ita loquitur Cheynæus in præfatiuncula eorum, ac ſi quæ in iis continentur ſuo Marte inveniſſet, cum tamen ea per literas acceperit a Johanne Bernoullio antea conſulto & rogato, ut quod annotaſſet in libro Cheynæano, cum ipſo Cheynæo amice communicaret; id quod Bernoullius qui minime eſt myſterioſus, libenter indulſit Cheynæo roganti ſed poſtea turpiter abutenti prona Cl. Bernoullii facilitate; ſi hac de re plura noſſe cupis, Cl. Taylore, adeas Cl. Moivreum, ex quo omnia accurate reſciſces, videbisque te in Cheynæo habere tibi ſimilem plagiarium, quamvis hujus criminis ſocios in Anglia veſtra plures alios habeatis. Pag. 205.

Ad te redeo, Vir Clariſs. jam non vacat venari omnia plagii exempla, quæ in obſcura tua incrementorum ſylva deliteſcunt; unum tamen præterire non poſſum, quod ipſe commemoras; haud dubie culpæ conſcius culpam amoliri ſatagis ſed incaſſum. Scilicet nova Theoria Bernoulliana de centro oſcillationis publicata anno 1714 in Actis Lipſ. Menſe Junio, ut & in Comment. Reg. Scient. pro eodem anno usque adeo tibi placuit, ut eandem poſtea tuo libro inſerueris, tanquam a te inventam. Plagii ſuſpicionem, quam quis ex eo quod liber tuus integro anno ſerius in lucem venerit, quam ſchediaſma Bernoullianum, habere poſſet, prævenire quidem omni modo ſtudes, ſed cunctis tuis rationibus, ſeu potius commentis nihil aliud conficis, quam ut Lectores judicioſi in ſuſpicione ſua obfirmentur. Nolo hic diſcutere, quæ hanc in rem afferuntur in Diario Gallico in Batavis imprimi ſolito ſub titulo *Bibliotheque Angloiſe*, ad argumenta quippe ſollicite congeſta a recenſore tui libri, hoc eſt, ſi recte conjicio, a te ipſo, jam anno præterito in Actis Lipſ. reſpondit Cl. Nic. Bernoullius noſtri Filius, qui inter alia apprime notavit, non ſat bona fide actum eſſe a recenſore, quod dum mentionem facit Theoriæ Bernoullianæ, fingat eandem ex-

Act. Erud. Ac. 1721. M. Maii. tare tantum in Commentariis Pariſinis pro anno quidem 1714, ſed nonniſi anno 1717 editis, diſſimulans alteram editionem, quæ habetur in Actis Lipſ. 1714 M. Junio, & quæ proin hoc ipſo menſe fuit divulgata; Acta enim iſta diſtribui ſolent ipſis Calendis cujusque menſis cujus nomen præſeferunt. Ita putavit tuus Patronus, neminem fore, qui ſolutionem problematis de centro oſcillationis inſertam libro tuo A. 1715 mutuatam e Bernoulliana, præcedente jam anno edita, ſuſpicetur. Sed tandem in te rediens animadvertiſti, fucum iſtum nimis eſſe palpabilem, quam ut quenquam decipiat: rerum enim noſtrarum curioſi, qui Commentarios Pariſinos evolvunt, lectione quoque Actorum Lipſienſium delectantur. Quare relicto hoc ſtratagemate, nunc alio uteris, ſed non magis idoneo. Quando enim in tua Apologia hunc in modum loqueris: *Bernoulli ſolutiones duæ extant eodem anno* (1714) *editæ; quarum poſterior cum noſtra, quoad principia, tam mire conſentit, ut jurares ab eodem homine eſſe utrasque inventas*; fingis utique duas illas ſolutiones Bernoullianas, quoad principia eſſe a ſe Pag. 206. invicem diverſas, ut tuam quoque a Bernoulliana priore diverſam eſſe Lectori perſuadere poſſis: at miſerum artificium, quo ne imperitioribus quidem illuſeris! oportet quippe utramque tantum linguam intelligere Gallicam & Latinam, ut quis ex contextu æque ac ex inſpectione figurarum percipiat ſchediasma Gallicum Theoriæ Bernuollianæ in Commentariis editum, eſſe nudam tantum verſionem ſchediasmatis Latini in Actis vulgati, eamque tam fidelem, ut verbotenus fere ubique interpres reddiderit Gallice, quod a Bernoullio ſcriptum erat Latine.

Quid ex his omnibus ſequitur, mi Taylore, niſi id tantum quod ſi ſolutio tua eadem ſit cum Bernoulliana poſteriore, ut fateris, ſit quoque eadem cum priore, quæ ante tuam in publicum prodiit, minimum per integrum annum; credamus igitur citra juramentum ſolutionem in libro tuo 1715 eamque in Actis 1714 *ab eodem homine eſſe utrasque inventas*.

Nec eſt quod dicas, librum iſtum tuum fuiſſe penes *Societatem Regiam & cum omnibus fere veſtris Mathematicis communicatum usque a Menſe Aprilis* 1714; ad hoc quippe ſatis ſuperque reſponſum eſt a Bernoullio Filio. Demus, ſi ita vis, librum iſtum tuum pridem ante ipſius editionem fuiſſe communicatum cum veſtris Mathematicis, quis eorum erit, qui ſe in eo ſolutionem tuam jam tum vidiſſe teſtabitur? annon poſtea nemine animadvertente intrudi potuit? At ipſa *ſolutio tua ut cauſaris cum amicis Tuis communicata eſt usque ab initio anni* 1712, atque hoc verum eſſe *teſtes citas epiſtolas autographas Keillii tui*. At fragile teſtimonium, ſi aliud tibi non ſuppetit! audes contra Bernoullium accer-

cenſere in teſtem Keillium, quem noſti eſſe nominis Bernoulliani totiusque Nationis Germanicæ inimicum inſenſiſſimum? Hoccine tibi permittit Jurisprudentia tua? Ego vero ſincerius tecum agam, producamque teſtimonia contra te non ab inimico tuo, ſed ab amico tuo quodam tibi fideliſſimo & in ſtudiis Mathematicis verſatiſſimo, atque quanta pars inventorum gloriæ unicuique debeatur apprime gnaro, quippe qui operam dedit conſcribendæ Hiſtoriæ *de inventis Mathematicis eorumque veris Autoribus*, qui proinde ſine dubio inſtructiſſimus fuit authenticis documentis. Utinam vero opus hoc, quod ferme ad umbilicum pervenerat, non interruptum fuiſſet præmatura morte ſcriptoris! multis ex veſtratibus, qui tam contentioſe ſibi ſuisque varia inique arrogant, os potenter obturaſſet, atque ut erat vir incorruptus, nec Germanis magis quam Britannis favens, utpote natione Gallus, ita facile fidem apud omnes æquos rerum judices inveniſſet. Is autem erat (quid opus eſt nomen celare?) Monmortius Geometra inſignis & in orbe Mathematico ſcriptis ſuis notiſſimus. Vir iſte tibi erat familiariſſimus, quem etiam, ut talem agnoviſti, vid. Diarium Gallicum Hagienſe (*Europe Savante*) menſe Maii 1719 pag. 126, ubi Monmortii amorem in veritatem, ejusque intimam, qua te honorabat, amicitiam ita extollis: *Je ſuis ſi touché* (inquis) *de l'amour ardent, que vous reſſentez pour la verité, & de la grande bonté, que vous temoignés par l'opinion favorable, que vous avez des travaux de mes compatriotes, (ſans parler du bonheur que me procure l'etroite amitié, dont vous avez la bonté de m'honorer) que je me ferai toujours un plaiſir tres grand, de vous être de quelque utilité dans vos recherches curieuſes.*

Act. Erud. An. 1721. M. Maii.

Pag. 207.

Hujus itaque Monmortii, te ipſo fatente, tam candidi tamque impenſe faventis & tibi & veſtratibus, teſtimonium nullo modo ſi ſapis reſpues; ille autem in numerum Plagiariorum obſcure ſcribentium te refert, quod percipies ex ſequente fragmento Epiſtolæ alicujus Monmortianæ ad Cl. Bernoullium ſcriptæ d. 3. Apr. 1718. *Je me ſouviens de ce que vous m'avez mandé autrefois touchant l'obſcurité impenetrable de ſon (Taylor) livre* Method. incrementorum. *Vous avez bien raiſon, c'eſt ramer ſur les Galeres, que de lire & de vouloir entendre de tels livres: pour moi la vengeance que j'en retire ſi bons qu'ils ſoient, c'eſt de les laiſſer là; votre Ami met Mr Taylor au nombre de ceux qui ne citent pas les auteurs dont ils empruntent quelque choſe. Il merite moins ce roproche, que Mr. Cheynée & ſur tout Mr. Hayes, qui vous a copié & Mr. de l'Hoſpital mot a mot: mais je conviens, qu'il (Taylor) le merite un peu - - - - - - - - - je ne crains pas les voleurs, mais en general, je les hais, & la republique des Letres en eſt pleine: Vous l'avez eprouvé plus, qu'un autre: je me fais un veritable plaiſir en compoſant l'Hiſtoire de la Geometrie d'eclairer les larcins, & de reſtituer à chacun ce qui lui a eté pris.*

Poſ-

Act.Erud. An. 1721. M. Maii. Poſſem & alios magni nominis producere viros, qui te, mi Taylore, plagii reum ſuſpicantur, ac nominatim quidem in cauſa Theoriæ centri oſcillationis, quam Cl. Joh. Bernoullio utpote primo & unico Autori in ſolidum adjudicant: ſed ut bilem tuam effugiam, illos nominare nunc quidem ſuperſedeo, nominaturus ſi quod ſpero permittere voluerint.

Hæc ad primam tuam querelam. Ad alteram quod ſpectat, miror te ægre ferre verba Cl. Bernoullii, *se ad profundiora ſua aliorumque feliciter penetraſſe*, dicentis; neſcio ſane, annon quilibet alius talia de ſe dicta ſibi laudi duceret: quid enim avidius
Pag. 208. amaret, quam gloriam, qua de ſe prædicaretur, quod tanto polleat ingenii acumine, ut, quæ alii licet ante ipſum myſteria invenerunt, ad ea tamen ipſe ſuo Marte *feliciter penetraverit*? Non credo vel Newtonum, vel Bernoullium, vel alium quemvis ex hodiernis inventoribus offenſum iri, ſi de ſe dicatur, quod ad archimedea penetraverit, & quidem multo feliciusq; quam Archimedes ipſe. At ſi quid valet mea conjectura, ideo te pupugerunt verba Bernoulliana, quia plagii vitium tibi tacite exprobrari putabas; alium, qui meliorem habuiſſet conſcientiam non pupugiſſent. Deſine ergo iraſci Bernoullio & tuæ potius iraſcere culpæ, non enim juſtum eſt ut alius luat, quod tu peccaſti: Bernoullius laudare te voluit, tu laude indignum te ſentis, cum prava te mordeat conſcientia. Quid ſtomacharis Bernoullio qui nihil deliquit? Hoccine tua te docuit Jurisprudentia?

Reſtat ut oſtendam, quam iniqua ſit tertia tua contra Clariſs. Bernoullium quiritandi cauſa; dixit ſcripta tua eſſe *obſcura* usque adeo ut ne *a perſpicacioribus quidem ſatis intelligi queant*; ſed quid tum? an de obſcuritate monere idem eſt quod crimen exprobrare? ſi falſo te taxaſſet obſcuritatis, habuiſſes fateor cauſam retorquendi culpam in Bernoullii indocilitatem; ſed ex literis modo allatis vidiſti, Monmortium invita omni qua pollebat perſpicacia maluiſſe ad triremes damnari, quam legere caliginoſa tua ſcripta.

Ne putes, Cl. Vir, Monmortium ita non locuturum fuiſſe niſi antea ita loquendi occaſio data fuiſſet a Cl. Bernoullio; ecce ab eodem Monmortio, tuo quidem amico ſingulari, teſtimonium aliud ultro exhibitum de tua *obſcuritate* partim, partim de clara & perſpicua Bernoullii ſcribendi ratione. Sic enim habet in literis ad Bernoullium noſtrum d. 28 Octobr. 1718: *Le peu, que vous me marqués de vos idées ſur cette matiere [des Vibrations des cordes de muſique] me plait beaucoup: Vous êtes ſur [Monſieur] dans tout ce que vous faites, quoi qu'en diſe Mr. Keil; je vous invite à communiquer au public vos decouvertes en ce genre. Il ne ſort rien de vos mains,*

*qui*

*qui ne ſoit* perfectum ingenio, elaboratum induſtria *; ce n'eſt là un compliment,* Act. Erud.
*c'eſt la pure verité : & je ne connois perſonne, qui ſoit connoiſſeur & impartial,* An. 1721.
*qui n'en convienne ; ce que j'eſtime encore infiniment, c'eſt que vous avez le rare* M. Maii.
*& precieux talent de vous faire entendre, vous êtes presque le ſeul auteur en*
*Geometrie, que je liſe avec beaucoup de plaiſir : je n'aime pas la peine,*
*bien d'autres me reſſemblent en cela, Vous la diminuez infiniment a votre* Pag. 209.
*Lecteur. J'ai bien dit des injures & de bien groſſes à mon Amy Mr. Taylor, quand il étoit ici avec moi, ſur l'obſcurité étonnante, & la mauvaiſe façon de ſon livre.*

Poſſes ne dubitare de ſinceritate hujus judicis, qui ſe (clam te adeoque non ex adulatione) tuum amicum profitetur? quid nunc, ſi amici tui ita de te judicant, quid inquam alii cenſebunt? Interim idem ille amicus tuus Monmortius in aliis literis ad Clar. Bernoullium 28 Junii 1719 tuam, mi Taylore, obſcuritatem, qua plagium tuum ſupra notatum diſſimulare voluiſti, his exprimit verbis: *Son memoire (de Mr. Taylor) ſur les centres d'oſcillation eſt abſolument le même, que le votre, qui a paru le premier, on ne peut une plus grande conformité d'idées ; il n'y a de difference, que dans l'expreſſion claire chez vous, obſcure chez Mr. Taylor.*

Sed curioſa ſunt atque digna inprimis, ut tranſcribantur, quæ in eadem habet Epiſtola Monmortius de ſuis inventis circa ſeries, quorum Latine vertendorum, & edendorum curam tibi demandaverat : tam egregie ſc. translatoris officio functus fueras, ut Autor ipſe ſua inventa a te in Latinum verſa an perverſa cognoſcere amplius & intelligere vix potuerit. En ejus verba: *J'ai admiré & ri, que vous ayéz reconnu le ſtile & le latin de Mr. Taylor, dans le petit traité que je vous ai envoyé ſur les ſuites. Je le lui avois envoyé fort different de ce qu'il eſt, il en a voulu changer toute la ſorme & l'a rendu tel qu'en bonneur* je ne l'entend pas trop moi meme. *J'ai été obligé pour le deviner de m'accrocher aux exemples qu'il n'a point changés. - - - - Je me ſuis douté auſſi que le latin n'en etoit pas trop bon.*

Obſcuritas tua, mi Taylore, tibi quandoque utilis eſt, ſed tibi ſoli, ejus namque beneficio videri cupis aliquid ſolviſſe, quod revera nec ſolviſti nec ſolvere potuiſti: exemplum habemus in problemate a te ipſo Mathematicis non Anglis propoſito & per Cl. Bernoullium perfecte ſoluto, vid: Act. Lipſ. 1719 p. 605 & ſeq. at quod tu ipſe, quia nullam dediſti ſolutionem, minime ſolviſti, interim ut imponeres Monmortio tuo, pro vera ſolutione ipſi fumum obtruſiſti, ut ſibi perſuaderet, te ſolutionis compotem eſſe : audi enim amicum tuum ad Bernoullium Filium d. 15 Maii 1719 ita ſcribentem : *Je lirai avec ſoin la ſolution qu'a donné Mr. votre Pere dans les Actes de Leipſic du probleme propoſé dernierement par Mr. Taylor ; ce ſavant Geometre m'en a envoyé depuis peu une ſolution fort abregée &* que je n'ai pas enten-

Act.Erud. An.1721. M. Maii. Pag. 210. tendue. Vides Monmortium bona fide crediidiſſe, a te tuum problema eſſe ſolutum, accepit enim pro ſolutione aliquid, quod ne umbra quidem ſolutionis erat, neſcius ſub obſcuritate tua nil niſi fucum latere. Sed turpe eſt optimi amici credulitate abuti. Interim ut ſcias quid ſenſerit idem tuus amicus de ſolutione Bernoulliana ejusdem problematis tui (vel ſaltem a te propoſiti) ex Epiſtola ad Cl. Bernoullium menſe Junio ejusdem anni data excerpo judicium Illuſtr. Monmortii hunc in modum expreſſum: *J'ai lu votre memoire avec toute l'avidité & toute la curioſité, que j'ai toujours pour ce qui vient de vous. L'extreme clarté & l'ordre naturel de votre ſolution du probl. de Mr. Taylor m'a mis en état de l'entendre dans une matinée, & de faire tous les calculs neceſſaires. Je m'attens à un pareil plaiſir, lorsqu'il vous plaira, nous decouvrir votre Analyſe du probleme de Mr. Keill; car vous poſſedez au ſupreme degré l'art d'applanir les difficultez à vos lecteurs, & de metre les matiéres les plus ſublimes a la portée des Eſprits les plus mediocres. He bien, Monſieur, vous vojez que les efforts de ceux qui vous portent envie, & que les tentations, auquelles on vous expoſe, tournent à votre gloire. Pour moi, je n'ai pas douté un moment, que voulant vous en donner la peine, vous ne fuſſiez capable de reſoudre à coup ſur, ce qui auroit eté trouvé par un autre, &c.*

Huc pertinet, quod paulo poſt nempe 28 ejusdem menſis Junii ad Cl. Bernoullium noſtrum de eadem materia ſcripſit Monmortius in ſententiæ ſuæ confirmationem. *Je vous ai*, inquit, *temoigné dans ma derniere lettre, Monſieur, ce que je penſois de votre ſolution du probl. de Mr. Taylor: le premier & les plus grand merite, qu'ait pour moi un mourceaux de geometrie, c'eſt d'etre intelligible, le votre eſt eſtimable par cet endroit & par tout ce qui peut donner du prix à un ouvrage &c.*

Quid tandem ad hæc omnia dicis, doctiſſime Taylore? plurane deſideras teſtimonia? poſſem equidem alios non inferioris ordinis Geometras adducere, idem cum Monmortio de te ſentientes; ni autem inſatiabilis fueris, ſuffecerint opinor tot tamque graves hujus viri querelæ contra inextricabilem tuam obſcuritatem motæ; hæ quippe cum ſint ab optimo tuo amico profectæ, annon plus ponderis apud te habebunt, quam ſi mille alios in teſtes advocaſſem? Vides hinc, qua fronte dicere ſuſtineas *de tua conqueri obſcuritate, id eſſe ab ingenuis moribus prorſus alienum, & meram contumeliam*; quis enim conqueſtus eſt? profecto non Bernoullius ſolus, ſed alii, ſed Monmortius amicus tuus fidiſſimus, qui te ea de re in faciem increpuit, hic igitur ex ſententia tua caruit *ingenuis moribus*, hic fuit tuus merus calumniator; deſine impoſterum condecorare Bernoullium ejusmo-

Pag. 211. di titulis qui ſolemnes ſunt inter calones potius quam inter *ingenuæ* educationis homines.

Hee

Nec eſt quod in tui excuſationem objectes, *difficile eſſe in re fere nova & ab uſu commun aliquantulum remota, non eſſe obſcurum;* nihil enim tam novum in tuo libro deprehendo, quod non explicari poſſit vel jam ante te explicatum ſit clare & perſpicue; deinde ridiculum mihi videtur novitatem prætexere ad excuſandam obſcuritatem, ſi rei novitas obſcuritatem pareret in ſcribendo, omnia quæ hactenus ab Archimede, Apollonio, aliisque primis inventoribus inventa, forent obſcuriſſima, utpote tum temporis cum ſcriberent nova. Sed quid ad veteres recurro? nova Theoria de centro Oſcillationis a Cl. Bernoullio inventa & primo in lucem emiſſa tam clare, tamque dilucide conſcripta eſt, quam quod maxime, a te vero poſtea libro tuo inſerta tanta laborat caligine, ut Lectori opus ſit Oedipo, qui explicet, & ne ſic quidem intelligi poſſit, niſi præ oculis habeatur ſcriptum Bernoullianum, quod lucem affundat ad cognoſcendum tuam ſolutionem enatam eſſe ex theoria Bernoulliana. Act.Erud. An. 1721. M. Maii.

Ita utcumque ventilavimus, amiciſſime Taylore, quam juſtæ ſc. fuerint tres illæ a te prætextæ rationes ob quas Cl. Bernoullium usque adeo proſcindere & eum, ſi per te ſtetiſſet, ex hominum memoria delere voluiſti. Si jam te dimitterem taceremque ad reliqua invectivæ capita, quibus Bernoullii noſtri merita tantopere extenuas, forſan *patientiam noſtram ignaviæ* alicui imputares & *ſilentium* pro conſenſu acciperes; o quanta inde tibi ſociisque tuis naſceretur triumphandi materia! Ideoque in reſponſionem ad inficetas tuas nænias accipe ſequentia placido & ſedato animo proferenda.

Undenam audiveras, Cl. Vir, id quod affirmas, *te audire Bernoullium de exordio conquerentem, quo nuper uſus es in ſolutione problematis Leibnitiani in tranſactionibus Philoſophicis edita: reprehendiſſe ſtylum tuum utpote acriorem quam virum bene moratum deceat; item nimium tuum contemtum extraneorum:* non enim memini Bernoullium publice (quamvis jure potuiſſet) conqueſtum eſſe de ſtyli tui acrimonia, & indecentia, antequam Apologiam tuam in lucem protruſeras; at hoc nunc tuo injuriandi ſpecimine comprobas, vehementer illum falli, qui apud te quærere voluerit veſtigia quædam humanitatis in exteros, eos prælertim, quos tibi facilius eſt obtrectare quam imitari. *Fautores Leibnitii* ſine exceptione taxaveras imperitiæ; ipſumque Leibnitium exagitaveras tanquam *pertinacem* & *convictum plagiarium*. ¶ Nunc vero prius, quod ipſe fateris *paulo durius ſonare*, reſtrictum cupis per neſcio quam Jurisprudentiæ tuæ Regulam ad quosdam tantum Fautores Leibnitii, *Bernoullium* ſcilicet *& ſocios ejus vobis infenſos &*, ſi Diis placet, *univerſos Anglos indigne tractantes*. Pag. 212.

 De

Act.Erud. An. 1721. M. Maii. De altero vero, quo *pertinaciam* & *convictionem plagii* pro civilitate tua Leibnitio exprobraveras, nunc quidem quaſi id numquam in mentem tibi veniſſet omnino taces, ſcilicet, ut bilem tuam totam in ſolum Bernoullium effundere poſſes: næ! lepidum jam eſt in ſcripto tuo legere inter *illuſtria nomina* extraneorum, quorum *te tanta*, ut ſimulas, *tenet reverentia*, ipſius quoque nomen Leibnitii; quem antea ex ſingulari tua reverentia inter *pertinaces* & *convictos* plagiarios referebas, ſed & non minus lepidum eſt te videre triumphantem de *imperitia* Bernoullii, eodem fere tempore, quo a te tuoque Keillio ad certamen provocatus problemata veſtra, quæ ipſimet ſolvere non valebatis, feliciter enodavit, atque exhibitis ſuis ſolutionibus, contra quas nihil excipere poteratis, victor evaſit.

Actum agerem, ſi denuo commonſtrare vellem, quam parum ſincere redargueris imperitiæ eos, qui putatitiam illam Anonymi ſolutionem trajectoriarum generalem pro ſolutione admittere noluerunt, id enim jam ſatis monſtratum eſt a Cl. Bernoullio filio in Act. Lipſ. 1720 M. Maio, ſi tu citra præjudicium benignius de ea judicans, monſtra te nobis peritiorem, neque bonitatem ejus conviciis ſparſis in Bernoullium ſociosque (præ ceteris Cl. Hermannum, qui eandem cum Bernoullio fovet ſententiam, Act. Lipſ. 1717 M. Aug.) vindica, ſed opere ipſo doce quomodo ex illa, quam ita vocas, *ſolutione generali* æquationes ſint deducendæ pro trajectoriis curvarum a Leibnitio propoſitarum, quarum natura hæc eſt, $dy = \frac{x^n\,dx}{\sqrt{a^{2n} - x^{2n}}}$. Quod ſi non præſtiteris eadem laborabis imperitia, quam aliis objicis, & nolens volens fateberis ſolutionem illam *generalem* eſſe puram putam chimæram. Eandem omnino tulit ſententiam Monmortius tuus in literis ad Celeber. Bernoullium d. 14 Septembr. 1717. *J'ai porté*, ait, *le même jugement que vous, de la ſolution, qu'on a donnée de votre problême ſur les trajectoires dans les Tranſactions: c'eſt ſe moquer du monde de donner une pareille ſolution d'un probleme fort difficile*. In eundem ſenſum literis ſuis ad Cl. Bernoull. 26 Junii 1718 judicat his verbis: *Vos Reflexions ſur le* id profecto illorum imperitiæ tribuendum erit *de Mr. Taylor ſont tres juſtes & exprimées avec beaucoup d'agrément. Je penſe en verité comme vous: c'eſt ſe moquer du monde & abuſer des termes que d'appeller ſolution le peu de lignes dont il eſt queſtion au ſujet du*
Pag. 213. *probleme des Trajectoires; c'eſt un abus à reformer, que cette façon obſcure & enigmatique de reſoudre des problemes: & le vray moien eſt de ſtatuer, que qui parlera ainſi au public ſera cenſé & reputé n'avoir point parlé*.

En, mi bone, dum Bernoullium & ſocios ejus ad imperitorum claſſem relegas, incautus quoque damnas intimum tuum ami-

amicum, qui certe talia de te minime promeruit, Licebat tibi omnia in Cl. Bernoullium quæ invidia inſpirabat eructare, nam *Act. Erud. An. 1721. M. Mai.*

*Hunc obtrectare ſi volet malignitas,*
*Imitari dum non poſſit, obtrectet licet.*

modo ſociis, modo amicis tuis perperciſſes. Celeb. Bernoullius ſane invidentium rabiem non timet, novimus veſtratium quosdam in ſocietatem coiiſſe, ſubverſuros, ſi poſſent, ſtabilitam Cel. Bernoullii gloriam, ſed non animadvertitis hinc aliud nihil effici, quam ut eidem novum addatur robur: veriſſimum enim Ciceronis illud, *invidia virtute parta, gloria non invidia eſt putanda.* Huic adſtipulatur candidiſſimus ille tuus Monmortius, ſemper ut ſentiebat eloqui ſolitus; is enim in Literis menſe Junio 1719 exaratis atque jam ſupra citatis Bernoullio noſtro animum addit hunc in modum: *Sojez ſur qu'on ne gagnera pas une pouce de terrain ſur vous. Vous ne pouvez rien perdre du coté de la reputation de grand eſprit, de Geometre du premier ordre, de grand inventeur & de grand promoteur des nouveaux calculs, cela eſt certain. Vous aurez toujours l'avantage ſur ceux, qui voudront vous attaquer par ces endroits; les faits ſont decisifs en votre faveur. D'ailleurs il eſt conſtant, qu'on vous à ſouvent volè, pillè avec artifice & ingratitude, & qu'on ne peut vous accuſer de vous etre jamais ſervi du bien d'autrui, ſans lui en faire honneur. Je vous citois dernierement à Mr. Taylor comme un modele de l'exactitude, qu'un honnete homme doit avoir en ce genre; & j'aſſociois à cet honneur Mr. Hermann & Mr. Varignon, qui ce me ſemble ne manquent jamais quand ils traitent une matiere après Mr. Newton, après vous, ou après quelqu'autre, d'y renvojer & d'en parler avec honneur bien different en cela d'un certain Mr. des Haies, qu'un de vos amis à cite bien à propos, & d'un grand nombre d'autres Anglois &c.*

In eadem Epiſtola ſub finem rem fortius exprimit: *Votre* ingratam æque ac moleſtam *& le* profundiora noſtra *vous ont fait un adverſaire illuſtre* [ *Mr. Taylor* ] *vous auriez pu lui epargner ces reproches, car comme on dit, toutes veritès ne ſont pas bonnes à dire ſur tout en publie, mais enfin il n'y a pas grand mal, vous vous en tirerez bien; tout ce que je vous demande, c'eſt que vous ne vous fachiez point, & que vous aiez aſſez bonne opinion du public pour etre aſſuré que votre reputation & les grands ſervices que vous avez rendus à la Geometrie ne peuvent ſouffrir aucune atteinte, quand avec les Anglois l'ancien & le nouveau monde ſeroient conjurès contre vous; mais cela n'eſt pas, car tous nos François, en particulier qui ont appris les nouveaux calculs dans l'Analyſe des infiniment petis & dans les journaux de Leipſic, vous aiment & vous reſpectent comme leur principal Maitre.* Pag. 214.

Poſſem producere innumera alia ejusmodi teſtimonia, quæ Cl. Bernoullium ab impacta imperitiæ nota potenter vindicant, niſi

N 2 bre-

Act. Erud. brevitatis quoque habenda eſſet ratio. Quia vero veſtrates per
An. 1721. Epiſtolarum documenta certare inceperunt, & ut audio etiam-
M. Maii. num pergunt, lubet hunc morem hac vice ulterius ſequi, adjiciendo fragmentum Epiſtolæ Monmortianæ ad Bernoullium die 17 Junii 1717. Ex eo namque videbis quid magnus veſter Newtonus de Bernoullio noſtro judicet. Audebisne vocare *imperitum*, qui a Newtono titulum habuit Geometræ *peritiſſimi?* Ita autem Monmortii verba ſonant : *Je ſai, qu' il* (*Mr. Newton*) *vous eſtime parfaitement, qu' il vous regardoit meme du vivant de Mr. de Leibnitz comme le plus fort Geometre, qu' il y eut en Europe, & qu' il rend en toute occaſion la juſtice qui eſt due non ſeulement à vos grands talents mais auſſi à vos* decouvertes. *Il eſt certain, Monſieur, & il faudroit être, ou de mauvaiſe foi, ou très ignorant dans l' Hiſtoire de la Geometrie moderne, pour ne pas convenir, que les nouvaux calculs & la Geometrie à la prendre il y a 25 ans vous doivent & à Mr. votre Frere plus qu' a perſonne, ſans en excepter Mr. Nevvton & meme Mr. Leibnitz. L' Analyſe des infiniment petits & les Journaux de Leipſic ont fait preſque tout ce qu' il y a aujourdhui de Geometres & on ſait la part que vous y avez. Ce que Mr. Leibnitz donna en 1682 etoit très obſcur & aſſez borné quoique digne d' admiration, c' étoit une ſource tres feconde, mais où vous & Mr. votre Frere avez pris cette ſource, elle etoit encore tres petite, vous l'avez rendu un grand fleuve. Il falloit de grands Genies pour appercevoir, decouvrir & nous enſeigner tant de magnifiques applications, que vous avez faites de ce calcul. Je ſuis faché que Mr. Leibniz n' ait pas repondu aux Anglois, & aux prejugéz, qu' ils tirent contre lui principalement des deux lettres de Mr. Nevvton imprimées dans les ouvrages de Wallis. J' ai examiné avec ſoin* [NB] *les pieces, qui ſont entre les mains du public, comme j' ai deſſein de donner quelque jour une Hiſtoire de la Geometrie, qui eſt deja aſſez avancée, je tacherai de m' inſtruire à fond de tout ce qui a rap-*
Pag. 215. *port à cette fameuſe querelle, qui partage deux ſavantes Nations & de rendre à chacun l' honneur qui lui appartient legitimement; quand vous voudrez je vous communiquerai ce que je penſe : pour vos droits & ceux de Mr. votre Frere, ils ſont independants de cette diſpute; le tribunal de Mr. Keill n' eſt pas ſouverain, & on en peut appeller : Je le croi fort bon Geometre, mais il eſt chaud, prevenu & paſſionné: Il me paroit encore qu' il a naturellement l' eſprit de travers; j' ai vu des raiſonnements pitoiables de lui ſur la Phyſique & de plus pitoiables ſur la Metaphyſique. Je ſai qu' il a voulu ecrire contre moi, il m' auroit fait aſſurement bien de l' honneur : c' eſt à l' occaſion d' une certaine lettre pages 377 & 378; on m' a dit, que Mr. Nevvton l' en avoit empeché.*

Non putem te dicturum aliquid hic adulationi eſſe tribuendum, veſtrum quippe Newtonum revera de Clariſs. Bernoullio noſtro eam, quæ hic dicitur, habere honorificam opinionem ac cum Newtono ſimiliter ſentire Hallejum alioſque magnos ex veſtratibus Geometras: poſſem id docere per alias quoque literas ex Anglia ipſa ſcriptas partim a Clariſs. Moivreo, partim ab

aliis,

aliis, tum & ab ipſo Newtono, docebo, ſi te de fide mea dubitare videro. Act. Erud. An. 1721. M. Mai.

Sed quid his diutius immoror? Nemo non videt, Clariſſime Taylore, contemtum quem ſimulas de Cel. Bernoullio in maximam ejus laudem vergere. Quemadmodum enim *in magnis liberisque civitatibus*, Cornelio Nepote ita ſentiente, ſic quoque in Republ. literaria *eſt hoc commune vitium, ut invidia gloriæ comes ſit, & libenter de his detrahant, quos eminere videant altius*. Sed doleo hoc vitium usque adeo tibi innatum, ut ne quidem diſſimulare queas. Velles quidem moroſiori tuæ intemperiei varias prætexere querimonias, ne ex mera invidia contra Bernoullium tam inhumaniter ſcripſiſſe videreris, ſed nihilo graviores, quam quas Lupus in fabula movit agno inferius ad rivum ſtanti & lupo aquam turbanti: cum enim omnes tuas rationes frivolas eſſe facile perſpiceres, tandem quo te amplius verteres neſcius feſtivum comminiſceris figmentum, ſcilicet *Bernoullius & Socii ejus Anonymi vobis ſunt infenſi: atque univerſos Anglos indigne tractarunt*. Gravis ſane accuſatio! ſed ſimili modo lupus agnum accuſaverat: quid? Bernoullius, quia ad Keillii tuamque cantilenam ſe componere noluit, quia a vobis inſolenter & elata criſta laceſſitus ſe defendit, quia ſuperciliosos veſtros contemtus & inſultus repreſſit, quia vobis duobus provocantibus comparuit, quia veſtris vos armis in fugam vertit, dum problemata veſtra quibus ſolvendis ipſi impares eratis feliciter enodavit, quid, inquam, an ideo Bernoullius vobis omnibus eſt infenſus? an ideo univerſos Anglos indigne tractavit? Pag. 216. Nimium tibi tribuis Keillioque tuo, cum putas in utroque veſtro totius Anglicæ nationis honorem verſari; ille ſaltem Thraſo Atticus, qui omnes naves in portum appellentes ad ſe pertinere ſibi imaginabatur, multum abeſt, quin rem tantam ſibi tribuerit.

Si quis alius, Cl. Bernoullius certe doctorum Anglorum ingenia & merita magni ſemper fecit, de Newtono ejusque inventis non ſine ſumma laude mentionem fecit quavis data occaſione, quod ſolidiorem ipſi parit gloriam, quam quæ ex turpi nonnullorum veſtrorum adulatione emergit. Sunt multi alii ex Britannica gente viri, quos ob doctrinæ præſtantiam, ingenii acumen ac morum probitatem impenſe laudat & amat Cl. Bernoullius noſter, habet enim Anglia Hallejum, Craigium, Burnetum, aliosque eruditos Geometras, quibus merito accenſemus Moivreum quamvis naſcendi ſorte Gallum, longa tamen habitatione Anglum: horum virtutes animi & pereximias ingenii dotes & vires debito honoris cultu ſemper proſequitur Cl. Bernoullius ab iisque viciſſim amatur; quin & tuam, quod non ignoras, am-

bivit

bivit amicitiam, ad ingenium tuum reſpiciens non ad mores, quos nondum cognoverat. Sed aliter tibi viſum eſt, nec aliam ob cauſam reſpuiſti oblatam amicitiam, quam quod Nomen Bernoullianum ambitioni tuæ obſtaculo eſſe putaveris. Newtonus ſibi gratuletur quod Anglus ſit, alias idem a Te ipſi quod Bernoullio contingeret, imo fortaſſe durius, nam *ſumma petit livor*; certe non eſt operæ pretium ut nobis perſuadeas, *te cauſæ Newtonianæ non eſſe tam pertinaciter addictum*, credimus etiamſi non dicas te quidem externe ſimulare ſummi hujus viri fautorem, dum eidem tamen ſi per te ſtaret inventorum gloriam avide ſurriperes, quod quodammodo patet ex ſupra dictis.

Ergone tandem agnoſcis, Clariſſime Taylore, te in Iſoperimetro uſum eſſe Analyſi Autoris *Iacobi Bernoulli*, *Viri*, ut loqueris, *a rebus Mathematicis optime meriti*, *cui debitos nunc perſolvi honores?* Ingenua fuiſſet hæc & te digna confeſſio, ſi ſtatim in ipſo loco, ubi ea analyſi uſus fuiſti, ſponte monuiſſes, unde eam hauſeris; ſed cum detecta demum fraudulenta uſurpatione plagium amplius palliare non poſſis, confeſſionem iſtam tuam, utpote extortam, exſibilamus & nauci facimus: neque urbanitati tuæ tribuimus, quod defunctum Jacobum Bernoullium ob ejus meriti de rebus mathematicis laudare & ipſi nunc debitos honores perſolvere volueris; eandem haud dubie cum fratre ſortem experiretur ſi viveret.

Pag. 217. *Scripta placent a morte fere: quia lædere vivos*
*Livor, & injuſto carpere dente ſolet.*

Accedo tandem ad Bernoullii noſtri ſolutiones Iſoperimetrorum, in quibus carpendis dentes tuos præcipue exerces, ſed quam feliciter videbimus. Poſtquam omnem moviſſes lapidem, ut ex ſcriptis Bernoullianis aliquem extunderes errorem, tandem tibi viſus es reperiſſe ubi graviter ceſpitaverit Bernoullius, nimirum in ſolutione priore edita in Commentariis Reg. Scient. Acad. 1706 Reapſe aliquid hic ex inadvertentia irrepſiſſe, Cl. Bernoullius ipſe primus animadvertit & pro candore ſuo publice monuit nemine urgente. Tu vero lapſum leviorem, qui non tam methodum afficit, quam ejus circumſtantiam, tantopere exaggeras, invidorum more, ut quis crederet errorem a Bernoullio commiſſum fuiſſe capitalem: audes namque dicere, *priſtinam illam Analyſin ejus a capite ad calcem quaſi unum aliquod vitium maximum conſtituere;* ſed cum eo venis ut audax aſſertum probare jam velis, delaberis in aliquot ratiunculas & cavillos, quarum me miſeret, *parturiunt montes, naſcetur ridiculus mus*. Primo vocas ridiculam ſubſtitu-

ſtitutionem, per quam Bernoullius ex *profundioribus ſuis*, *neſcis quibus*, deduxit æquationem $FO \times \Delta RO = \varphi\omega \times \Delta\rho\omega$. Ridendo res non conficitur, debebas monſtrare falſitatem hujus æquationis; ego ringente invidia ſuſtineo æquationem eſſe bonam, atque ex præmiſſis ratiociniis (quæ tu per jocum profundiora vocitas) legitime deductam; ſi contrarium ſentis, tuum eſt, non per riſum ſed per argumenta ſolida demonſtrare, aut latere vitium in præmiſſis illis aut concluſionem inde non legitime eſſe petitam; utrumvis præſtiteris, magnus nobis eris Apollo: ſin ridere tantum perrexeris, reſpondeat Phædrus, in quo forſan legiſti ſequentia: Act. Erud. An. 1721. M. Maii.

*Plerumque ſtulti, riſum dum captant levem,*
*Gravi diſtringunt alios contumelia,*
*Et ſibi nocivum concitant periculum.*

Præterea tibi diſplicet æquationis inventæ $FO \times \Delta RO = \varphi\omega \times \Delta\rho\omega$ transformatio in hanc $FO \times \Delta PF = \varphi\omega \times \Delta\pi\varphi$; quia PF cum ſit minor quam RO, & $\pi\varphi$ major quam $\rho\omega$, hinc ut putas impoſſibilitas ſequatur. Fateor equidem ſi PF & RO, nec non $\pi\varphi$ & $\rho\omega$ differrent quantitate aſſignabili, hoc eſt, ſi differentiæ cum ipſis quarum ſunt differentiæ eſſent comparabiles, transformationem fore vitioſam, ſed cum hic habeatur FO pro una particula elementari curvæ quæſitæ & $\omega\varphi$ vel $O\varphi$ pro altera priori contigua, non video, quid impediat, quo minus PF pro RO & $\pi\varphi$ pro $\rho\omega$ tanquam æquivalentes ſubſtitui poſſent, hoc quippe in calculo infiniteſimali praxis requirit ſolemniſſima: idque hic magis, quod puncta F & $\varphi$ tam prope ad O & $\omega$ accedere conſiderari poſſint, ut FP & $\varphi\pi$ reapſe cum RO & $\rho\omega$ confundantur. Quod ſi autem tu cenſeas, Vir Clariſſime, in hoc negotio diſcedendum eſſe a praxi conſueta; demonſtrationem tuam ſed citra riſum præſtolabimur. Pag. 218.

Dicis porro, *parum ſcienter fingi curvaturam in* F *eſſe ad curvaturam in* $\varphi$ *ſicut eſt* PO *ad* FO; quaſi vero hæc ratio per fictionem fuiſſet aſſignata, & non potius per ipſam Analyſin ita determinata, hinc profecto non capio, quid tibi velis cum ais: *nihil in hac tota Analyſi eſſe, quod privilegium illud vindicet puncto* O *potius, quam alii cuilibet puncto* $\omega$ *in arculo minimo* $FO\omega\varphi$ *ubivis ſumto. Nec curvedinem tam ridicule æſtimari*. Urges inſuper, *nimis imperite fieri* $mn = ddx$, $nl = ddy$, & $ml = \frac{dtddy}{dx}$, & poni debere $mn = \frac{1}{2} ddx$, $nl = \frac{1}{2} ddy$, & $ml = \frac{dtddy}{2dx}$.

Omnes

Act Erud. Ao. 1721. M. Maii. Omnes potius objectiones tuas excuſaveris quam iſtam; aut enim calculum differentialem non intelligis, aut nimio cavillandi pruritu laboras: ſi prius, *imperite* agis, alios *imperitiæ* arguendo, dum recte procedunt; ſi poſterius, næ! iterum monſtras, quam perverſo in ſitu tibi ſit jecur livido felle turgens, Quid? ſi curva inſtar polygoni infinitorum latuſculorum conſideratur, uti certe hic ſit, quod ex fig. 4. patet, imo ex ipſa quoque fig. 3. ubi angulus acutiſſimus *l*F*m* diſerte ſumitur pro angulo curvedinis, quod non eſſet, niſi F*m* ſumeretur pro parte prolongata latuſculi præcedentis & ipſi F*l* contigui; audebisne ſtante hac ſuppoſitione negare $mn = ddx$, $nl = ddy$ & $ml = \frac{dtddy}{dx}$? Inquies forſan, curvam non recte conſiderari, tanquam polygonum infinite parvorum laterum; ſed quidni hoc liceat, cum ſit res meri arbitrii? ſive enim contempler curvam veluti conflatam ex infinitis lineolis rectis, ut hic ſit & multis

Pag. 219. aliis occaſionibus, præſertim in rectificationibus curvarum, ſive curvam mihi ſiſtam tanquam ex arculis circularibus compoſitam, ſicuti facere ſolemus in illis, quæ per evolutiones generatæ concipiuntur, certe nil niſi verum inde emerget, modo cetera ex aſſumta hypotheſi recte ratiocinando procedam. Poſitis itaque principiis licitis, quis unquam recte ratiocinando peccavit, aut verum non eruit? Vellem, mi optime Taylore, ut mihi vel unicum indicares ex Geometris calculo differentiali utentibus, ſive Gallus ſit, Italusve, ſive Germanus, qui non idem mecum ſentiat, quique non dicat perperam a te carpi $mn = ddx$, $nl = ddy$ &c. provoco non ad Celeb. Wolfium alioſque Germanos, utpote tibi ſuſpectos, neque ad Cel. Hermannum, ſi quidem Helvetios Germanis annumerare volueris, ſed provoco ad inſignes viros, Varignonium, Manfredum, Riccatum, ipſumque qui veſtratibus impenſius favet Abbatem Contium, hic quippe ut & Cl. Varignonius, quod noſti & quod novimus ipſi, te jam in faciem damnarunt, cum nuper Pariſiis eſſes, reliqui damnabunt certo certius. Hoſcine ergo tu omnes cum Bernoullio noſtro *Imperitorum* phalangi aggregabis, tuque ſolus cum Keillio tuo peritiam omnem poſſides? ſed ut videas porro, quam parum *rem acu tetigeris*, mi *Taylore*, monere te volo quod tibi ipſi contradicas: laudas & approbas *regulas extantes in libro de Analyſi infinite parvorum*, interim ſecundum has ipſas regulas ſcribendum eſt $mn = ddx$, $nl = ddy$, ut ſcripſit Clariſs. Bernoullius, non vero $mn = \frac{1}{2}ddx$, $nl = \frac{1}{2}ddy$, ut tu ſcribis, conſule ſi lubet hujus libri art. 64 num. 1 pag. 57, quo

quo ſpectant figuræ 48 & 49, ubi quod eſt $k$: & $cn$ id in fig. 3. Schediaſmatis Bernoulliani Comment. Pariſ. 1706 eſt $nl$ & $mn$ vel viciſſim, prout BP aut BG pro axe ſumitur; invenies in fine dictæ paginæ hæc verba: *il eſt evident alors que le triangle* $mgk$ *eſt ſemblable & egal au triangle* MR$m$, *& qu' ainſi* $kc = ddy$, & $cn = ddx$; Hoc præcipit regula prælaudati libri, quem non reprobas, reprobas vero $mn = ddx$, $nl = ddy$ in figura Bernoulliana, quod idem eſt ac $cn = ddx$, $kc = ddy$ in figur. libri. Vides in quem te conjiciat Labyrintum tua aliis contradicendi libido, quod carpit *Taylorus* id laudat *Brookius*, quanta triumphandi materia? Act. Erud. An. 1721. M. Mai.

Dicite, io Pæan! &, io, bis dicite, Pæan! Pag. 210.

I nunc & perſuade quibusdam veſtris ſciolis, id quod dicis, nempe *peſſimum eſſe in ſolutione Bernoulliana, quod vitioſiſſimis hiſce principiis perfectiſſimam alligaverit concluſionem*; quid? ſi principia ſunt vitioſa, quo quæſo miraculo factum, ut perfectiſſima tamen concluſio ex illis deduceretur, cum ſit contra omnem probabilitatem, imo moraliter impoſſibile, tot veras concluſiones elicere, quot ſunt caſus particulares, ſi falſa eſſent principia, quibus illæ nituntur: non ſufficit paradoxum hoc aſſerere ſed incumbit tibi dilucide & diſtincte oſtendere, quomodo ex principiis licet falſis, mirabili adeo fato veritas promanaverit: deinde qui factum, ut prima illa ſolutio, quam tu omnino corruptiſſimam appellas, eleganter tamen adeo coincidat cum altera indirecta priori ſtatim ſubjuncta ex natura preſſionis liquidorum deſumta, cui tu gratiam facis, quamque ideo ſilentio tuo approbas.

Nihilo felicius tibi ceſſit, Vir conſultiſſime, captum conſilium conatusque tuus carpendi alteram directam Cl. Bernoullii ſolutionem Iſoperimetrorum editam in Act. Lipſ. Anni 1718. menſibus Jan. & Febr. Incipis criſin tuam a criminatione, qua Bernoullio imputas, eum fraternis tuisque ſolutionibus *malevolum detrahere*, fratri *prolixitatem*, tibi *obſcuritatem* objiciendo. Objecit utique Cl. Bernoullius fratri ſuo prolixitatem, tibi obſcuritatem, ſed quid inde mali? an ideo erit *malevolus detractor*? Prolixitas & obſcuritas non ſunt crimina, nihil ergo criminoſi vobis objecit; potuiſſet, fateor, de iis tacere; non tamen omnino ſine ratione fuit mentionem feciſſe fraternæ prolixitatis & Taylorianæ obſcuritatis, ut ſcilicet tanto clarius eniteret præſtantia methodi Bernoullianæ, utpote quæ cum ſit & brevis & perſpicua ab utroque iſto vitio immunis eſt: noſti proverbium, *oppoſita juxta ſe poſita magis eluceſcunt*. Hoc tantum quæritur, verene an falſo id dixerit Cl. Bernoullius? non putem hanc quæſtionem longa diſcuſſione opus habere; quod namque ſpectat ad

Act. Erud. An. 1721. M. Maii. tuam obſcuritatem, quis amplius de ea dubitabit poſtquam legerit, quæ ſupra attulimus? De prolixitate ſolutionis Jac. Bernoullii, non eſt quod multa dicam; conferat modo qui certus eſſe volet, utriusque & Jacobi & Johannis ſolutiones, oppido deprehendet ingens earum diſcrimen ac plus forſan quam dictum eſt prolixitatis in una ac brevitatis in altera.

Ut extenues præſtantiam ſolutionis Bernoullianæ, detorques ſenſum verborum dicentis, ſe ſolviſſe *ope cujusdam principii ab uniformitatis lege, quam nemo hucusque obſervavit, petiti*, affingisque Bernoullio, quaſi his verbis innuere voluiſſet hanc uni-
Pag. 221. formitatis legem nulla unquam occaſione fuiſſe adhibitam. Si æquus fuiſſes verborum interpres, ſcire te oportuiſſet, quod verba ſint intelligenda ſecundum ſubjectam materiam nec ulterius extendenda; haud dubie lex uniformitatis nihil novi eſt, nec eſt, quod operoſe nobis probes a te quoque in libro tuo adhiberi, adhibita quippe fuit dudum antea ab ipſo Bernoullio in determinatione curvæ celerrimi deſcenſus, ſolidi rotundi minimæ reſiſtentiæ, aliisque in occaſionibus; non itaque *lex ipſa* ſed *applicatio legis* ad præſens negotium aliquid novi continebat ex mente Clar. Bernoullii, propterea hanc applicationem vocavit *principium ab uniformitatis lege, quam nemo huc usque* (ſc. in hoc negotio) *obſervavit, petitum*.

Contendis deinde, novam hanc Joh. Bernoulli *ſolutionem eſſe meram fraternam*, nempe a Jacobo datam, ita plagii crimen quo ipſe oneratus es in Bernoullium noſtrum devolvere velles, ſed vano, ſed irrito conatu: accuſationis prætextum ex eo ſumis, quod Johannes poſt Jacobum contemplatus fuerit arculum minimum curvæ quæſitæ tanquam ex tribus lineolis elementaribus compoſitum, item quod lemmata, quamvis aliter demonſtrata, ſolutioni præmiſerit, tum & alia generalia, quibus non hic tantum, poſt Jacobum, ut tu falſo ſupponis, ſed jam olim aliis in locis ante Jacobum uſus eſt Johannes, ſi hæc faciunt, ut duæ iſtæ utriusque ſolutiones pro una eademque ſint habendæ; certe Cl. Hermannus, qui in ſua ſolutione ſimili Bernoullianæ eodem tempore edita iisdem prorſus præliminaribus uſus, Plagiarii nomen, te ita judicante, non effugiet. Interim egregio tuo ratiocinandi ſpecimine pariter conficiam, omnia quæ pro quadratura & rectificatione curvarum a Geometris recentioribus detecta ſunt, deberi Archimedi, aliisque veteribus Mathematicis, ex quorum nempe ſcriptis haud obſure elucet, habuiſſe eos aliquem calculum infiniteſimalem, tum & conſideraſſe curvas ceu polygona infinitorum laterum, eorumque areas per ordinatas parallelas reſolviſſe in trapeziola. Quin & tota Geo-

metria

Digitized by Google

metria ex Elementis Euclideis propullulavit ; ergo omnia noſtri temporis ioveota aceepta referenda ſunt primis Euclideorum Inventoribus : quid itaque tandem remanebit hodiernis ? Nihil. Act. Erud. An. 1721. M. Mai.

Sed aliter cenſuerunt viri doctiſſimi, qui livoris œſtro non perciti, inventis verum ſtatuere norunt pretium. Quanti æſtimaverit Cel. Varignonius hanc quam tu depretias ſecundam Bernoullii Iſoperimetrorum meditationem, mallem ut ex ipſo inclyto viro ſciſcitareris, quam ut multis tibi referam. Audi interim Moomortium tuum, judicium ſuum de eadem ferentem : Is in Epiſt. ad Autorem 26 Jan. 1718 mirabundus in hæc erumpit verba : *J'ai etè charmè, enchantè de votre memoire ſur les Iſoperimetres, tout ce qui ſort de vos mains eſt parfait: je vous remercie de la bontè que vous avez eue de m'en donner communication.* Pag. 222.

Nec minus honorifice loquitur in Epiſt. 28 Junii 1719: *Mr. Hermann m'avoit envoiè une ſolution avec l'Analyſe du probleme des Iſoperimetres, & j'en ai etè plus content, que de celle, que j'ay vu depuis ( de lui ) dans les journaux, c'eſt de cette ſolution peu differente dans le fond de la votre, & dans laquelle le principe de l'uniformitè eſt emploiè, que je parlois à Mr. Taylor. Quoique ſon Analyſe ſoit aſſez nette & courte, qu'il l'etende même à d'autres problemes, je conviens ſans peine que* la votre l'emporte par ſon extreme elegance *& auſſi par le grand nombre de* tres belles applications, *que vous faites de* votre principe d'uniformitè. Vides hic Analyſio aſſertam Bernoullio noſtro, quam tu ipſi derogatam cuperes: vides agnoſci elegantiam applicationum principii uniformitatis, quod tu ex invidia tanquam nihil novi explodis. Vides deoique *hanc prolem* quam maxime *dignam eſſe ſuo perente*, dignam proinde, ut tuam inſulſam Ironiam revoces ; talem enim tamque dignam prolem tu nullam hucusque edidiſti in lucem, ac dubito an unquam ſis editurus.

Cum tam male tibi cedant joci, conſultius faceres ab iis abſtinere, quam iis intempeſtive indulgendo temet ipſum riſui exponere. Nam ecce quam fatui ſint ſales tui, mi Taylore ; dicis jocabundus, te *neſcire quo fato fias, ut in hac materia de Iſoperimetris, Bernoullius Deos omnes ſemper offendat iratos*, ſed mox hujus joci oblitus & eodem fere halitu fateri cogeris : *Bernoullium favente Minerva calculum pro Iſoperimetris tandem concinnaſſe & reddidiſſe elegantiorem*. Quid agis Jocator ? Habet Cl. Bernoullius faventem Minervam Deam nempe Humanitatis, Scientiarum & Artium, ſed *offendit Deos iratos*, at quales Deos ? haud dubie Faunos, Silvanos, Panes & hujusmodi gentium Deos agre-

ſtes, paluſtresque, quos tibi propitios non invidet, ſibi iratos non curat Bernoullius Minervæ dilectus. In poſterum ſi jocari geſtias, jocare cautius, ne in caput tuum recidat telum. Propero ad finem invectivæ tuæ, tametſi plurima, quæ ne in immenſum excreſcat reſponſio, intacta relinquo; vix enim lineam invenio, ubi non lateat aculeus. Tandem, ut quorundam odium excites Bernoullio noſtro, audes neſcio quo colore ipſi exprobrare, quod *primas ſibi in ſublimiori Analyſi obſtinata ambitione arroget*; accuſatio eſt falſiſſima, noſter enim nunquam eo proceſſit arrogantiæ, ut ſibi *primas* deberi contenderet: etſi forſan quædam præſtiterit ab aliis pro derelictis habita, unde aliquam ſaltem ſibi palmam attribuere potuiſſet, nunquam tamen modeſtiæ limites excedens, tuo veſtrorumque nonnullorum more auram popularem captans nimium ſibi plauſit.

Pag. 223.

Veriſſimum eſt, cujus tu nunquam contrarium probabis, Clar. Joh. Bernoullium, præterquam quod cum fratre ſuo calculum differentialem ad eam quam nunc habet perfectionem perduxerit, ipſo Leibnitio paſſim fatente, hoc inſuper peregiſſe, ut calculum, quem vocavit *integralem*, proprio Marte a nemine præmonitus eruerit atque in Regulas Algorithmi, quantum rei natura tum patiebatur, redegerit, idque eo tempore, cum nondum ſciret, an & quousque Leibnitius & Newtonus hoc negotium jam antea promoviſſent. Fuit itaque ejus Inventor Bernoullius, etſi non primus; *inveniſſe autem, ingenii eſt*, inquit alicubi Walliſius veſter, *ſed primum inveniſſe, fortunæ*. Nihil tum viderat Bernoullius de ſcriptis Newtonianis nec editis nec ineditis; imo nec principia Phil. Nat. ipſi adhuc erant viſa; non eſt itaque quod glorieris, Noſtrum a veſtratibus vel tantillum profeciſſe: utrum alii ab ipſo profecerint, vidiſti partim ex literis quibusdam Monmortianis ſupra allegatis.

Quod in ſpecie ſpectat ad *Analyſin infinite parvorum ab Illuſtr. Hoſpitalio editam*, in dubium revocas, *an regulæ extantes in illo Libro a Bernoullio emanaverint*, proinde, *an hic ſit idoneus, qui alios docuerit regulas differentiandi differentias*: ſi tibi ſcrupulum hunc quem maligne moves tollere non poteſt ipſa Illuſtriſs. Editoris candida confeſſio, quamvis nonnihil generalis, contenta in præfatione, ita ſonans: *je reconnois devoir beaucoup aux lumieres de Mrs. Bernoulli, ſur tout à celles du jeune preſentement Profeſſeur à Groningue*, &c. ſi hoc, inquam, tibi non ſufficit, audi Leibnitium rerum tum temporis geſtarum maxime gnarum; is in novis Reip. Liter. M. Novemb. 1706 pag. 526 ſequens perhibet teſtimonium: *On le void*, inquit, *par l'ouvrage de Mr. le Marquis de l'Hoſpital, à qui Mr. Bernoulli le jeune en avoit communi-*

*muniqué les fondements & la matiere a Paris*. Adjungo Illuſtr. Leibnitii teſtimonio, quod forſan recuſabis, alterum ab optimo tuo amico Monmortio datum, tanto utique majoris momenti habendum, quod ſit extra omnem veriſimilitudinem, illum aliquid in præjudicium veritatis contra populares ſuos in gratiam alicujus extranei teſtari voluiſſe, adeo ut certum ſit, illum locutum eſſe ex animi ſententia, convictum de rei veritate, quam, quia ſcribebat Inventorum Mathematicorum Hiſtoriam, ſtudioſe & ſollicite inveſtigaverat. In Epiſtola jam citata 26 Junii 1718 ad Celeb. Bernoullium hæc habet : *je ſuis maintenant ſuffiſamment inſtruit par votre lettre*, & plus encore par la lecture que j'ai faite, il y a 13 ou 14 ans des cayers & leçons que vous avez communiqué a Mr. le Marquis de l' Hoſpital ; *le Pere Reyneau en avoit un* Manuſcript bien complet, *qu' il me preta*.

Act. Erud. An. 1721. M. Maii.

Pag. 224.

Huc faciunt, quæ in eadem Epiſtola interjectis aliquot paginis adducit : *J' ai vu vos leçons ſur un manuſcript non ſuſpect, vous pouvez les rendre telles pour tout le public en les faiſant imprimer avec certaines formalitez, qui otent tout ſujet de defiance & occaſion de reproche. J' admets auſſi les preuves, que nous donne Mr. Newton, qu' il n'a apris de Perſonne les regles de prendre les differences & d' integrer. Mais enfin etant jaloux, ſoit pour ſa gloire, ſoit pour celle de ſa Nation, de l' honneur de cette decouverte, il devoit la publier le premier, il ne ſeroit pas dans le cas, ou il ſe trouve aujourdhui, 1 de partager l' invention avec Mr. Leibnitz, 2 de voir que l' honneur d' avoir fait les plus belles, le plus difficiles & les plus importantes applications de ces nouvaux calculs vous appartient & à Mr. Votre Frere ; 3 il ne ſeroit pas obligè comme il l' eſt aujourdhui, à prouver ſon droit à Gens difficiles, qui pretendent, que dire*, literis tranſpoſitis *qu' on ſait*, fluxiones invenire & vice verſa *n' eſt pas une preuve aſſurée, qu' on le ſache*.

Quæ ſequuntur excerpta ex literis Monmortii ad Noſtrum datis 28 Octobr. 1718, rei de qua dubitas veritatem ſpecialius probant, quandoquidem demonſtrant Illuſtr. Hoſpitalium confeſſum eſſe ſe illas lectiones habere : C' *eſt d' un ami*, inquit Monmortius, *qui etoit à Paris avec vous & qui copioit vos leçons pour Mr. de l' Hoſpital que le Pere Reyneau a tirè ſon Manuſcript dont j' ai bien remarquè quelques petits lambeaux dans ſon livre* Analyſe demontrée. *Le Pere Bizance en avoit auſſi un, comme je preſſois Mr. le M. de l' Hoſpital de me le preter, il me donna une lettre pour le Pere Bizance, par laquelle il le prioit de me preter le ſien, mais apparement le mot etoit donnè pour n' en rien faire, car je ne l' eus point : le P. Reyneau me preta le ſien environ un an aprés*.

Viri hoc loco nominati ſunt, ni fallor, adhuc in vivis, tuum erit ſi ulteriorem deſideras confirmationem illos compellare ; veritati non renuent teſtimonium. Verum lectiones illæ in uſum Hoſpitalii Pariſiis conſcriptæ, quamvis copioſæ, minimam tamen con-

Act Erud. An. 1721. M. Maii. Pag. 225. conſtituunt partem eorum, quæ Noſter in Patriam redux & poſtmodum in Belgium translatus eidem ſuppeditavit durante longo commercii epiſtolici tempore. Nunquam finirem, ſi omnia in rei fidem afferre vellem documenta ex ipſis Literis Hoſpitalianis deſumpta; pauca tantum inſtar omnium ſufficiant. In Epiſtola ad Cl. Bernoullium 8 Decembr. 1692, *Vous voiez, Monſieur*, inquit, *que je continue à vous prier de m'inſtruire, & que je me ſers de la liberté, que vous m'avez donnée ladeſſus*. Ibidem ſequentia leguntur: *je voudrois bien auſſi que vous m'envoiaſſiez une methode generale, pour reſoudre les problemes tels que celuici, ſoit donnée une demie Ellipſe quelconque* AMB, *dont les demi axes ſont (donnés de poſition) & ſuppoſant qu'il y ait une infinité de Paraboles qui paſſent toutes par le point* A, *& dont les ſommets des axes ſoient dans la demie Ellipſe, il faut trouver la ligne qui les touche toutes. Au lieu d'une Ellipſe & des Paraboles on pourroit ſuppoſer d'autres lignes à l'infini. Ce probleme me parroit avoir quelque rapport à ce que dit Mr. Leibnitz dans les Actes de Leipſic du mois d'Avril de cette année.* Generalis hujus problematis ſolutio, quam Bernoullius petenti transmiſit, conſpicitur in *Analyſi infinite parvorum* pag. 131 & ſeqq.

Epiſtola Hoſpital. 2 Jan. 1693 inter multa alia hæc continet: *Je voudrois bien ſavoir comment vous etes parvenu a cette conſtruction. Je vous prie de m'envoier la maniere dont Mr. Votre Frere trouve une ſuite infinie egale à la ſoutendente d'un arc de cercle donné. Vous me ferez tout à fait plaiſir de m'envoier la conſtruction des courbes que vous me marquez. Je ne deſeſpere pas, que vous ne mettiez dans la perfection la methode des tangentes inverſe & que vous ne reſolviez enfin par ſon moien la courbe de deſcente de Mr. Leibnitz, Vous voulez bien, que je me ſerve de la liberté, que vous m'avez donnée, en vous priant de penſer à votre loiſir aux queſtions ſuivantes &c.* Per curvam deſcenſus Leibnitianam intelligit illam quæ alias vocatur *Iſochrona Paracentrica*, cujus ſolutionem & conſtructionem invenies in Actis Lipſ. 1694. Menſ. Octob. Quæſtiones quarum ſolutiones deſiderat Illuſtr. Hoſpitalius extant ſolutæ in *Anal. infin. parv. p. 139 & ſeqq.* usque ad finem Sectionis VIII.

In Epiſtola, quæ præcedentem immediate ſequitur, 20 Febr. 1693 leguntur hæc verba: „ Vous avez tresbien reſolu tous les
„ problemes, que je vous propoſois, & meme au dela de mon at-
„ tente, ce n'eſt pas que je ne ſois perſuadè que vous étes capa-
„ ble de coſes bien plus difficiles, mais j'avois peur que la lon-
„ gueur du calcul ne vous ennuyaſt. - - - - - Je trouve dans votre
„ lettre deux choſes nouvelles, qui me paroiſſent tres bien ima-
„ ginées. L'une eſt la ſolution de la courbe Leibnitienne $addx = dy^2$ - - - - l'autre conſiſte dans l'application de la regle de l'in-
Pag. 226. „ verſe des tangentes pour conſtruire l'equation differentielle
„ $axxdy = byydx + cxxdx$. - - - - Je n'oſerois vous rien demander
„ de votre nouvelle eſpece de calcul (intelligit calculum percur-
„ rentium ſeu exponentialium, cujus Principia in Actis Lipſ. 1697 Menſ.

„ Menſ. Mart. ſunt tradita ) j'eſpere cependent étre des premiers „ à qui vous la communiquerez. Act. Erud. An. 1721. M. Maii.

a Sept. 1693 petuntur a Cl. Bernoullio trium ſequentium Problematum ſolutiones. „ Je vous demande comment vous avez „ trouvè la conſtruction des tangentes des courbes des chalouppes que Mr. Varignon m'a communiqueé & vous voulez bien „ que je vous propoſe auſſi en meme temps de trouver les tangentes des courbes que decrivent les points moiens entres les „ chalouppes. Je vous avoue, *que je ne* me ſuis pas fort appliquè à reſoudre l'equation $\frac{\sqrt{2a^3x-x^4}-a\sqrt[3]{aax}}{a-\sqrt{ax^3}}=y$, lorsque „ $x=a$: car ne voiant point de jour pour y reuſſir, puisque toutes les ſolutions, qui ſe preſentent d'abord, ne ſont pas exactes, je n'ay pas voulu y perdre de temps inutilement, & j'aime mieux l'apprendre de vous, quand vous m'en voudrez „ faire part „. Poſtquam longo tempore, crebriſque literis ſollicitaſſet horum ſolutiones, tandem inſtanter ſollicitanti eas communicavit; primi problematis ſolutionem ſiſtit Propoſ. 16 Sectionis II. *Anal. inf. parv.* Alterum ſolutum habetur ibidem propoſ. 11 Sect. ejusdem; tertium autem ſolutionem ſuam ſortitur Propoſ. 1 Sectionis IX.

D. 19 Febr. 1695 proponitur quæſtio varias partes complectens: „ Voici maintenant une queſtion ſur la quelle je vous prie de me „ ſatisfaire: Je demande la maniere de determiner les points de „ la plus grande largeur d'une roulette decrite par la revolution d'un cercle ſur un autre cercle, & cela ſoit que le point „ decrivant ſe trouve ſur la circonference du cercle mobile ou „ au dehors, ou au dedans. Je demande auſſi lorsqu'il ſe trouve „ en dedans la maniere de determiner le point d'inflexion.

Horum a Cel. Bernoullio datas enodationes invenies in *Anal. inf. parv.* Propoſ. 3 & 4 Section. IX. Ad quas reſpondit Illuſtriſs. Hoſpitalius 16 April. ejusdem anni hunc in modum: „ Votre „ maniere pour trouver les points d'inflexion ( dans les roulettes ) eſt tres ingenieuſe & j'en ſuis tout à fait content, „ il eſt facile de trouver en la ſuivant la valeur du raion de la „ developpée de la roulette, mais je voudrois ſavoir, quelle figure peuvent avoir ces developpées dans les deux cas, ſavoir, „ lorsque le point decrivant eſt hors, ou au dedans de la circonference; je ſouhaiterois auſſi, que vous m'envoiaſſiez la quadrature de ces roulettes. Pag. 227.

Quadraturam iſtam deſideratam exhibet propoſitio ultima Sectiọn. IX.

Innu-

Act.Erud. An 1721. M. Maii. Innumera alia prætereo, ne tibi, Cl. Taylore, qui ad Celeb.
Bernoullii laudes tabeſcis, nimium creent faſtidium. At vero ſi
hæc omnia nondum tibi extorquent confeſſionem, quod Cl. Ber-
noullius noſter ſit maxime *idoneus qui alios docuerit regulas dif-
ferentiandi differentias*, legendam & examinandam tibi commen-
damus illius Analyſin adhibitam pro ſolutione problematis de cur-
va projectilium in aere reſiſtente in quacunque multiplicata ra-
tione velocitatum, cujus ſolutionem provocatus a Keillio veſtro
dedit Bernoullius in Actis Lipſ. 1719 M. Maj. ipſe dum Keillius
ſuæ ſolvendæ quæſtioni impar fuit, quem ideo & tu, mi Taylo-
re, pro miſero Analyſta habes, teſtibus literis quibusdam Mon-
mortii ad Bernoullium filium datis d. 28 Oct. 1718, ubi inter
alia tuum perſcribitur teſtimonium de fidiſſimo tuo Keillio his
verbis: „ Voici ce que m'ecrit Mr. Taylor: *J'attendrai jusqu'*
„ *après demain à ecrire à Mr. Keill & vous pouvez avertir Mr. Ber-*
„ *noulli de ce retard, qui peutetre l'engagera à allonger encore le ter-*
„ *me, qu'il à donné à Mr. Keill*. Tout ceci eſt en Anglois, &
„ il ajoute ces deux mot *c'eſt pour rire*; (quid hic ridendum
„ ſit neſcio) enſuite recommençant ſon Anglois il ajoute: *En-*
„ *tre nous, je ſuis un peu de l'avis de Mr. Bernoulli que Mr. Keill*
„ *is better qualified for a Champion, than for an Analyſte*,
„ *eſt plus hardi campion qu'il n'eſt bon Analyſte*. Dans une autre
P.g 228. „ de ſes lettres il blame Mr. Keill de ſon peu d'equité &c. mon-
„ trez s'il vous plait, ce dernier article à Monſ. votre Pere il eſt
„ pour lui. Lege, inquam, ſequentem Analyſin Bernoullianam,
quam ſiſtimus loco ſpeciminis concatenatæ operationis per diffe-
rentialia ulteriorum graduum; judicandum poſtea tibi & aliis
relinquimus, annon Autor ſit idoneus, qui alios docuerit regulas
differentiandi differentias. Nunc quidem mente & corpore vale.

JOH.

Act. Erud. An. 1721. M. Maii.

# JOH. BERNOULLI OPERATIO ANALYTICA

Per quam deducta eſt ejusdem ſolutio,

*Quæ extat in Actis Lipſ. 1719. Menſ. Maii,*

Problematis de invenienda Curva, quæ deſcribitur a projectili gravi in medio reſiſtente.

*Excerpta ex illius Epiſtola ad Illuſtriſſ. Monmortium d. 13. Julii 1719.*

ANalyſin hanc, cum tranſmitteret Bernoullius deſideranti Monmortio, his uſus eſt verbis: *Voici, Monſieur, mon analyſe, que vous m'avez demandée, pour la ſolution du probleme de Mr. Keill, pris dans un ſens general. Vous aurez la bonté de la communiquer auſſi à Mr. Varignon qui la ſouhaite. Vous verrez, que toute cette analyſe n'eſt qu'une chaine d'egalités deduites de la formule generale pour la determination des reſiſtances, que j'ai donnée dans les journaux de Leipſic de 1713 p. 139 & 140.*

## *Problema.*

Invenire & conſtruere curvam, quam corpus uniformiter grave, & cujus directio gravitatis ſit ad horizontem perpendicularis, deſcribit in medio uniformiter denſo: ſuppoſita reſiſtentia in quacumque multiplicata ratione velocitatis, cujus exponens ſit $2n$.

## SOLUTIO.

*Vid. Fig. III. Tab. I. Act. Lipſ. 1713.*

Sit LC curva quæſita, vertex L, abſciſſa $LR = x$, applicata $RC = y$, arcus $LC = r$, reſiſtentia in puncto $C = R =$ ( per hyp. & quia velocitas in C eſt in ſubduplicata ratione coradii CG, ut demonſtravi p. 138 §. 37. ) $CG^n$, gravitas G quæ uniformis eſt ponatur $= c^n$; Formula reſiſtentiæ, quæ habetur p. 139 & 140 $R = G(2Cb - dCG) : \mp 2Cc$, mutatur ob medii denſitatem uniformem, in hanc $CG^n = c^n(2Cb - dCG) : \mp 2Cc$, Pag. 229.

 adeo-

Act. Erud. An. 1721. M. Maii. adeoque $\mp 2Cc = c^n (2Cb - dCG) : CG^n =$ (ob $dCG = Fg - Cb$, ac proin $Cb = Fg - dCG$) $c^n (2Fg - 3dCG) : CG^n = \frac{c^n}{CG^{n-1}} \left(\frac{2Fg}{CG} - \frac{3dCG}{CG}\right) =$ (ob Fig. pag. $CG :: Oo . CO$) $\frac{c^n}{CG^{n-1}} \left(\frac{2Oo}{CO} - \frac{3dCG}{CG}\right) =$ (quia $Oo$ eſt differentiale ipſius $CO$) $\frac{c^n}{CG^{n-1}} \left(\frac{2dCO}{CO} - \frac{3dCG}{CG}\right) =$ (quoniam differentiale quantitatis cujusvis diviſum per eandem dat differentiale logarithmi quantitatis ejusdem) $\frac{c^n}{CG^{n-1}} (2dlCO - 3dlCG) =$ (quia per naturam logarithmorum $lCO - lCG = \log. \frac{CO}{CG}$) $\frac{c^n}{CG^{n-1}} \left(2dl\frac{CO}{CG} - dlCG\right) =$ (ob $CO . CG :: Cc . bc$) $\frac{c^n}{CG^{n-1}} \left(2dl\frac{Cc}{bc} - dlCG\right) =$ (ſubſtitutis pro $Cc$, $bc$, $CG$, ipſorum valoribus, ſupponendo $dy$ conſtantem) $\frac{c^n}{CG^{n-1}} \left(2dl\frac{dr}{dy} - dl\frac{dr^2}{ddx}\right) = \frac{c^n ddx^{n-1}}{dr^{2n-2}} \left(2dl\frac{dr}{dy} - dl\frac{dr^2}{ddx}\right) =$ (quia $l\frac{dr}{dy} = ldr - ldy$) $\frac{c^n ddx^{n-1}}{dr^{2n-2}} (2dldr - 2dldy - 2dldr + dlddx) =$ (ob $dy$ conſtans adeoque $dldy = o$) $\frac{c^n ddx^{n-1}}{dr^{2n-2}} \times dlddx =$ (per naturam different. logarith.) $\frac{c^n ddx^{n-1}}{dr^{2n-2}} \times \frac{d^3x}{ddx} = \frac{c^n ddx^{n-2}}{dr^{2n-2}} \times d^3x$. Æquando itaque primum cum ultimo, habebimus $\mp 2Cc$ hoc eſt $\mp 2dr = \frac{c^n ddx^{n-2}}{dr^{2n-2}} \times d^3x$, vel (multiplicando utrumque per $dr^{2n-2} ddx$) $\mp 2dr^{2n-1} ddx = c^n ddx^{n-1} d^3x$. Sit nunc $dx = \frac{zdy}{a}$, proinde $dr = dy \surd (aa + zz) : a$,

Pag. 230. quibus in priori æquationis membro ſurrogatis oritur $\mp \frac{2dy^{2n}}{a^{2n}} (aa + zz)^{\frac{2n-1}{2}} \times dz = c^n ddx^{n-1} d^3x$; Integretur jam æquatio, ponendo $\int (aa + zz)^{\frac{2n-1}{2}} \times dz = Z$, & habebitur, ob $dy$ conſtans,

∓

$\mp \frac{2dy^{2n}}{a^{2n}} \times Z = \frac{1}{n} c^n ddx^n =$ ( ſubſtituto valore $\frac{dzdy}{a}$ pro $ddx$ ) $\frac{1}{n} c^n \times \frac{dz^n dy^n}{a^n}$ : Dividendo per $\frac{dy^n}{na^n}$, erit $\mp \frac{2ndy^n}{a^n} \times Z = c^n dz^n$, extracta radice exponentis $n$, provenit $\frac{dy}{a} \times \mp (2nZ)^{\frac{1}{n}} = cdz$, unde $dy = acdz : (\mp 2nZ)^{\frac{1}{n}} = acdz \times (\mp 2nZ)^{\frac{-1}{n}}$, atque integrando emergit tandem $y = ac\int dz \times (\mp 2nZ)^{\frac{-1}{n}}$. Quia vero $dx = \frac{zdy}{a} = czdz \times (\mp 2nZ)^{\frac{-1}{n}}$, erit quoque $x = c\int zdz \times (\mp 2nZ)^{\frac{-1}{n}}$; Datis igitur $y$ & $x$ per $z$, ſaltem per quadraturas, dantur coordinatæ curvæ quæſitæ : ipſa proin curva conſtrui poteſt. Q. E. F. Act. Erud. An. 1721. M. Mai.

### *Scholium.*

Diviſis valoribus coordinatarum $y$ & $x$ per communem conſtantem $c \times (\mp 2n)^{-\frac{1}{n}}$ prodibunt coordinatæ ſimplicius expreſſæ pro curva eandem cum optata naturam habente, nimirum $y = a\int dz \times Z^{\frac{-1}{n}}$, & $x = \int zdz \times Z^{\frac{-1}{n}}$.

### *Coroll.*

Hinc patet curvæ ſubtangentem eſſe $= yz : a$, eſt enim $dy : dx :: adz \times Z^{-\frac{1}{n}} . zdz \times Z^{-\frac{1}{n}} :: a . z$.

Act. Erud. An. 1721. M. Junii. Pag. 266.

## E LITERIS CHRISTFRIDI WÆCHTLERI, JC.

*Occaſione quorundam locorum Libanii.*

EDidit V. Cl. Jo. Albertus Fabricius Vol. VII. Biblioth. Græcæ, ceu nunc primum prodeuntes Libanii Sophiſtæ quatuor Orationes, cum verſione ac notis etiam D. Godfridi Olcarii. Natæque hinc ſunt velut in re nova obſervationes quædam mutuæ inter D. Jo. Henricum Majum & D. Jo. Mich. Steinheilium, viros celeberrimos, & in iſto etiam genere literarum eru-
1 diciſſimos. Obſervatio I. pertinet ad Orationem de ulciſcenda nece Juliani. Dixit ibi Libanius §. 12 p. 160, Julianum non eſſe cæſum ab aliquo hoſtium. Neminem enim illorum auſurum fuiſſe, mediæ aciei ſe immittere ſine evidenti vitæ diſcrimine. Si autem plures hoſtium id auſi eſſent, plures quoque & non unicum Julianum interfeciſſent. Jam vero ſolus ille occubuit, nemine ex propinquis & cuſtodibus illius, mali quicquam patiente, *ὐδενὸς παθὼ ὐδὲν ντος, ἀλλ' ὐδὲ μελλήσαντος, & quia nemo horum etiam curæ oppreſſori Juliani eſſet, præter illum ſolum.* D. Majus volebat legi, *μελλήσαντος, & nec paſſuro quidem quicquam mali*. Potius tamen placuit ei, *μελλήσαντος*, a *μελέω*, *μελίζω*, Lucianus *Dialog. Ajacis & Agamemn. εἰ σὺ μανεὶς σεαυτὸν ἐφόνευσας, ἐμέλησας δὲ καὶ ἡμᾶς ἅπαντας*. D. Steinheilius autem, *Valde*, inquit, *probarem primam lectionem μελλήσαντος, & hac ratione etiam le-*
Pag. 267.
*gendum apud Lucianum, teipſum occidiſti, & nos quoque omnes occiſurus eras.* (Nam *ἐμέλισας*, quod eſt *εἰς δύο τέμνειν*, hic parum convenit.) *Elegans Græciſmus, cujus exemplum apud Laert.* 1, 98: *μὴ μόνον τὺς ἁμαρτάνοντας, ἀλλὰ καὶ τὺς μέλλοντας, κόλαζε. ἁμαρτάνειν* ſcilicet. *Et ſimiliter apud Libanium hic, ἀλλ' ὐδὲ μελλήσαντος παθεῖν.* Occurrit ſane hæc reciprocatio apud Libanium in hac ipſa Oratione, *ὃς μὲν ἀπέθνησκον, οἱ δὲ ἔμελλον*, ſcil. *ἀποθνήσκειν*. §. 10 p. 158. Et §. ult. *Orat. parental. p.* 378: *ὦ μεγάλα μὲν θράσας, μείζω δὲ μέλλων, o maxima auſe, majora vero adhuc auſure!* Sed hic non intervenit perſona tertii cujusdam: quod ſit §. 12 *p.* 161. Sermo enim non eſt de propinquis & cuſtodibus, an ii quicquam de futuro paſſuri ſint, quantum in voluntate ipſorum eſſet, ſed an percuſſor Juliani in animo illos tunc habuerit, ſicut in animo habuit percuſſionem Juliani ipſius? Negat hoc Libanius, videturque omnino ſcripſiſſe, *μελλήσαντος, ἀπεκτονότος*. Scilicet: *nemo alius quic-*

*quam*

*quam mali paſſus eſt, neque pati debuit ex intentione percuſſoris.* Evidens hoc eſt e verbis ultimis, ὁ γὰρ ἄθλιος οὗτος ἦν, καὶ ἐφ' ὃν ἀπέςαλτο, *de ſolo enim* Juliano *laborandum erat percuſſori*, *utpote cui ſoli fuerat immiſſus*, ac nemini cuſtodum vel propinquorum præterea; adde Phalaridis *Epiſt.* 71 *in fine*. Reliqui textus omnes ſumpti ſunt ex Libanii Oratione parentali in Julianum. II. §. 18 p. 243 Julianus τότε πρῶτον ὅπλως τε καὶ πολέμου γενόμενος, D. Olearius, *licet tunc primum arma bellaque attingeret* Julianus. Prompte D. Majus, γευόμενος, *guſtaret*. Quod pluribus locis Autorum Græcorum illuſtratur. Similiterque D. Steinheilius. Nonne obſervarunt autem viri doctiſſimi ex ipſa translatione D. Olearii, eum γενόμενος legiſſe, cum ſcriberet, tunc primum *attigiſſe* Julianum arma bellumque? Sane qui prima vice tangit arma, guſtare illa dicitur tantum μεταχειριζόμενος δ' ἀσπίδα ἐξ ἀρχῆς, φέρειν Libanio hic τὴν σκευήν. Typotheta quum vellet γευόμενος exprimere, arripuit compendiarium illum ductum trium literarum γευ, quod eſt γευ, habet autem annexum υ, quaſi legi poſſet etiam γεν. Is vero error quia contingere ſæpius poteſt, ſatius foret, compendium illud, propter diſpendium, omnino tolli. Sic enim aut ſcriberent illi homines γευ, aut γεν, & accuratius inſpi- 2

Pag. 268.

cerent textum. III. §. 28. pag. 254. D. Majus vidit deeſſe aliquid in textu poſt, μεςαὶ δὲ ἦσαν, ac ſupplet αἱ νῆσαι τοῦ ποταμοῦ. Et D. Steinheilius, *recte de inſulis conjeciſti. Plura autem verba hic omiſſa fuiſſe docet editio Morelliana*, τοῦ ποταμοῦ, τῶν νενικηκότων. Parentalis ergo non fuit inedita. At enim typographus ſimilitudine τοῦ ἦσαν & νῆσαι iterum deceptus, poſterius omiſit. D. Olearius autem reperit utique id in textu, & expreſſit, *erantque inſulæ fluvii refertæ*. Abundat tamen τὸ ποταμοῦ, antecedit enim nomen illius, ὁ Ῥῆνος. Nec pertinet ad hoc comma τῶν νενικηκότων. Incipit enim ibi nova phraſis: μεςαὶ δὲ ἦσαν αἱ νῆσαι, ſcilicet νῆσαι τοῦ Ῥήνου, & τῶν νεκρῶν. Quod utrumque antecedit. Τῶν νενικηκότων ἐπὶ τοὺς ἰόντων, *victores enim irruebant etiam in eos, qui in ſylvis ſe abſconderant*. IV. §. 46 pag. 271 κατέλιπον αὐτῷ ὁπλίτας, εὔξασθαι μόνον δυναμένους. Pro εὔξασθαι D. Majus, εὐνάζεσθαι, *ſtertere & coire conſuetos*. ( Εὐνὴ pro concubitu Philoſtrato, Icone 16 f. 787, καὶ ἥ τις μὲν σφῶν ἡ εὐνὴ ἐγένετο, *qualis vero ipſorum fuerit concubitus*. Et mox: γέγραπται δὲ οὐχ ἡ εὐνὴ νῦν, *Coitus autem hic quidem non exprimitur*, ) Milites autem orandi doctos non rejeciſſet Julianus, quin eos inſtituit potius in ſacris. §. 81 *pag.* 307. At Conſtantii milites reprehendit ceu 3 4

iner-

Act. Erud. An. 1721. M. Junii. inertes §. 105. *pag.* 330. D. Steinheilius vero, *commode tamen etiam retineri poteſt* τὸ εὔξασθαι. *Nam pag.* 307 *laudat in ſuis robur cum pietate junctum, & molliores Conſtantii milites per novem menſes ideo rebus ſacris occupari voluit, ut forte eos ſeduceret ad Gentiliſmum*. Et hanc illius mentem fuiſſe patet ex §. 82. Ut enim Chriſtiani diſcerent invocare Martem, Bellonam, περὶ ταύτην τὴν σπουδὴν maximam opum vim fuiſſe abſumptam, &, quia verba ad hoc non ſuffeciſſent, aurum & argentum ad iſta perſuadenda adhibitum §. 81. Tunc enim eos ad preces pariter & ad arma fore idoneos. Conſtantium autem Juliano reliquiſſe tantum ſenio confectos & ad numerum facientes. Hos, præ imbecillitate, ad preces unice aptos adhuc eſſe,

Pag. 269. ϰαὶ ὑπὸ σκηναῖς καθεύδειν, & ſub tentoriis ſtertere. §. 105. *pag.*

5 330. V. §. 78 *pag.* 304 πώγωνας ἐκεῖσε φερόντων ϰαὶ τὸ τῶν δακτύλων ἔργον, D. Olearius, *aliis apud ipſos initium diſcendi ſtatim facientibus, aliis poſtliminio quaſi accedentibus, barbasque & annulos ad ſcholas eorum, qui literis erant imbuti, accedentibus*. Annuli hic, pro opere digitorum. D. Majus, *imo opificum opera manuum fuiſſe venalia, atque ideo allata. Voluiſſe enim effectus artis priſtinæ cum libris permutare*. D. Steinheilius etiam applaudit: *perquam eleganter explicaſti. Opifices enim illi erant* χειρώνακτες ἀποχειροβίωτοι. Enimvero Dom. Oleario δακτύλων ἔργον ſumitur pro δακτυλίων ἔργῳ, *opere annulorum*, per digitos elaboratorum: non autem pro omni opere manuum craſſiori. Quo ſenſu opifices deſcribit Pollux *Lib.* 1. *cap.* 5, *L.* 2 *cap.* 4, 19, *Lib.* 7 *cap.* 1. Num vero & barbæ erant illis venales, quia eas afferebant? aut permutabiles? Credo duas hic ætates tantum exprimi, juvenum & ſenum. Illi ſtatim incipiebant ſua ſtudia, hi poſtliminio. Illi nihil habebant præter digitorum ſuorum primitias & pro captu ætatis annulos; hi barbas tantum oſtendebant. Julianus *miſopog. ſ.* 358: *Demophilus fecit ſermones tum adoleſcentibus, tum ſenibus audiendi avidis jucundiſſimos. Solet enim ſenectus triſtiores etiam ad juvenile audiendi ſtu-*

6 *dium impellere*. VI. §. 82 pag. 309 τεταριχευμένοις ἀπαντῶσι θηρίοις, D. Olearius, *præclarior erat impenſa illa, quam in eos, qui cum beſtiis fame efferatis pugnabant*. D. Majus autem, *lego* ἀπατῶσι, *decipiunt cum animantibus conditis, non cum efferatis fame. Sale condiuntur vel aceto, vel aliter ad memoriam perpetuam*. Neque vero idem D. Steinheilius hic ſenſit. *Bene*, inquit, *monuiſti: exiſtimo tamen, Olearium reperiſſe* λιμῷ τετρυχωμένοις, *atque inde verſionem ejus ortam. In editione Morelliana hic eſt magna lacuna*. Credo, Libanium reprehendere impenſas factas in

be-

beſtias fame jam diu, non efferatas, ſed exhauſtas & prope enecatas. Huc enim etymon deduxit H. Stephanum. Neque adeo addi textui ἐ λιμῷ, neceſſe eſt: VII. ʒ. 148 pag. 369 οἷς δ᾽ ἐθεραπεύθη τὸ δαιμόνιον ἱερεῖς, D. Olearius, *ſacerdotes, qui Diis ſacra fecerunt*. Contra D. Majus, οἷοις δ᾽ ἐθεραπεύθη τὸ δαιμόνιον ἱερέυσι; *a quabus autem ſacerdotibus colitur iſtud numen?* Nolebat enim ἱερεῖς bis recurrere. *Semper etiam*, θεραπεύειν τὸν θεὸν, *de cultu divino uſurpari*. Sed iterum humanior eſt D. Steinheilius, & expoſitione rem totam juvat. Poſterius enim τὸ ἱερεῖς intelligit de ſacris & victimis; ubi haud dubie maluiſſet ſcribi ἱεροῖς, ut ſenſus ſit: Sacra enim vel victimæ, quibus Dii antea placabantur, nunc poſt mortem Juliani ſunt in perquiſitionibus injuſtis pariter, ac ſacerdotes ipſi. Ita δὲ pro γὰρ accipitur. Statim, καὶ ἃ τὸ πῦρ ἔλαβε, τούτων ἡ τιμὴ τίθεται. Hic ἃ reſpondet τοῖς ἱεροῖς. Ut ergo connexio verborum fiat perſpicua, ceſſet parentheſis cum interrogatione, & ponam comma poſt ἱεροῖς. A ſacerdotibus poſtulantur rationes injuſtæ; de quibus enim Diis facta ſunt ſacra, & quæ abſumpſit ſacer ignis, ea certo nunc taxantur pretio, ut reſtituatur, quod Diis colendis impenſum fuit. Hæ ſunt eruditæ iſtæ cogitationes Virorum optimorum, & citra rixam colloquentium inter ſe de perpaucis textibus Libanii. Quantum vero putes gaviſuram eſſe omnem Germaniam, ubi commentarii Alciphrontis & Heliodori, ope D. Maji, cui iſta donaria ceſſit D. Steinheilius, lucem, quam exoptamus aſpicient?

Act. Erud. An 1721. M. Junii. 7

Pag. 270.

Act. Erud. An. 1721. M. Junii.

# JOH. BERNOULLI ANIMADVERSIO

## In Solutionem ad ſe Londino miſſam problematis alicujus circa trajectorias,

### *Propoſiti in Actis Lipſ. Supplem. Tom. VII. Sect. VIII. p.*

MAteriam de Trajectoriis, elegantem ſed arduam, fuſe & accurate tractavit Filius meus in Actis Lipſ. anni proxime elapſi, ubi methodos a me inventas, per quas quoad fieri poteſt, ſolvitur generale Trajectoriarum problema, clare & fideliter expoſuit. In fine longæ diſſertationis, adjecit problema, ex hac materia enatum, ſolutu dignum & curioſum, quod proin Analyſtarum attentionem mereri videbatur. Conſtitit illud in hoc, ut *Inveniatur & conſtruatur curva, quæ ſemetipſam inverſo ſitu po-*
Pag. 271. *ſitam atque hinc inde motam ſecundum utrumque axem motu ſibi ſemper parallelo ſecet conſtanter ad angulum rectum vel etiam ad angulum cuilibet dato æqualem.*

Monuit proponens, me ſolutione potitum eſſe & tali quidem, ex qua pateat ſatisfacere infinita genera curvarum, tam algebraicarum quam tranſcendentium; Inter eas dari duas quasdam Geometris non ignotas, adeoque vel inventu vel divinatu faciles, ſed deſiderare nos alias inſuper ex utraque claſſe curvarum, algebraicas tamen præ cæteris exigentes.

Accepi nupero menſe Martio litteras Londino ab ignota manu & ut ajunt *ſine die & conſule* ſcriptas, in quibus inveni aliquam ſed non addita analyſi problematis noſtri ſolutionem, quæ an bona ſit, aliis examinandum vel Autori demonſtrandum relinquo. Legitur ea in Actis Menſis Aprilis p. *65*, *66*. Quisquis vero ſit ejus Autor, haud dubie Britannus, videtur in Analyſi infinite parvorum non mediocriter verſatus, quod vel hinc manifeſtum eſt, quia in hac ſolutione elucent veſtigia longi & operoſi calculi. Sed ſi minus induſtriæ plus vero ſagacitatis adhibuiſſet, invenire potuiſſet ſolutionem aliam longe ſimpliciorem. Contigit ipſi, quod ſæpiſſime ſolet, venari ſcilicet per ambages intricatas &

lon-

Digitized by Google

longas, quod in propinquo latet angulo. Vitium autem eſt, aut ſaltem defectus, in omni ſalutatione, quæ præter neceſſitatem nititur fundamentis compoſitis ac longe petitis, deducens ad conſtructionem plus æquo laborioſam. Act. Erud. An. 1721. M. Junii.

Priusquam itaque communicemus noſtram mira ſimplicitate & concinnitate gaudentem, indulgemus Solutori anonymo adhuc aliquod tempus, genuinam noſtræque ſimilem, qualem deſideramus, inveſtigandi ſolutionem; ac talem inprimis, quæ pro optatis curvis tranſcendentibus conſtructionem ſuppeditet non per quadraturas, quibus Solutor jam utitur, ſed per ſolas rectificationes curvarum algebraicarum, & quidem ſive rectus ſit, ſive obliquus interſectionis angulus; nec obſtat, quod pro aliquo contentos nos fore promiſerimus re ſaltem ad quadraturas redacta; noſtra enim methodo pro quovis angulo interſectionis, præter innumeras curvas algebraicas, etiam innumeræ aliæ tranſcendentes conceſſa rectificatione algebraicarum conſtruibiles promtiſſime eliciuntur.

Cæterum quas ſuppreſſo nomine ſubindicavimus binas curvas quæſito ſatisfacientes, Geometris non ignotas, rectiſſime nunc nominavit Solutor Londinenſis, nimirum *Cycloidem* quando angulus interſectionis rectus eſt, & *Logarithmicam*, exiſtente quolibet interſectionis angulo. Sed quod ad hanc attinet, notanda ſunt ſequentia, quæ ille nondum animadvertiſſe videtur: Primo ſciendum eſt, Logarithmicam duplici modo ad uſum vocari poſſe, ita nempe ut moveatur vel ſecundum directionem applicatarum, vel ſecundum directionem aſymtoti, priori modo unaquæque ex Logarithmicis inſervit ſive rectangula ſit ſive obliquangula, ſed reſpectu alterius modi non omnes Logarithmicæ huic negotio quadrant, ſed tantum acutangulæ; non vulgaris ſeu rectangula, ut & omnes obtuſangulæ ſunt prorſus inidoneæ, voco Logarithmicas *acutangulas*, *rectangulas*, *obtuſangulas*, quarum applicatæ cum ſubtangentibus conſtituunt angulos *acutos*, *rectos*, *obtuſos*. Hoc etiam notatu dignum eſt, in caſu quo angulus interſectionis eſſe debet rectus, optato effectui reſpondere Logarithmicam *ſemirectangulam* quæ ipſiſſima eſt Linea *Beaunmana*, apud Geometras quondam non incelebris. Horum demonſtrationem nunc non addimus; dabit eam noſter Anonymus, ne divinando tantum vel palpando in Logarithmicam incidiſſe videatur. Pag. 272.

Act. Erud.
An. 1721.
M. Aug.
Pag. 360.

# OBSERVATIO

## De novo ductu ſalivali Glandulæ Lingualis,

*Facta ab* ABRAHAMO VATERO, *Phil. & Med. Doct. Anat. & Botan. Prof. Publ. Subſtituto Vitemb. & Natur. Curioſ. Collega.*

AD linguæ radicem foramen aliquando hiare, primum vidit Johannes Baptiſta Morgagni, uti monuimus in Actis his Edit. Act. Anno 1708 menſe Januario pag. 30, Adverſaria ejusdem Anatomica prima recenſentes, canalemque iſtum ad os usque hyoidis proſecutus, pro excretorio magnæ partis glandularum ibi ſitarum eum agnovit; iſtiusque mentionem facit Laurentius Heiſterus in Compendio Anatomico, cæcumque foramen appellat. Virorum igitur horum in re Anatomica famigeratiſſimorum ductum ſecutus Clariſſimus Vaterus, in animum induxit, data occaſione in hanc rem ulterius inquirere, eoque conſilio non tantum variorum brutorum, ſed etiam humanas linguas, quas in liquore conſervaverat, examini iterum iterumque ſubjecit, aſt fruſtraneus in eo fuit omnis labor; prout fatetur in Programmate, ſuperiori anno Vitembergæ edito. In brutorum quippe linguis nil omnino de eo comparuit, in humanis quidem quibusdam aſſervatis adfuit, ſed anguſtum, contractum, & impenetrabile. Oblata quidem occaſione ſecandi corpora demortua, aliquoties linguas humanas exſectas perluſtravit, plurimaque experimenta fecit, ſed non æquali ſucceſſu. Interdum enim in his vix veſtigium hujus foraminis adfuit, ſubinde quidem viſui ſe obtulit idem, ſed in fundo anguſtiſſimum, aditum flatus, ſtili, imo ſetæ porcinæ nullatenus admittens, a papilla e centro porrecta plane occluſum. Aliquando foramen illud, quod nec flatum, nec ſtilum tenuiſſimum admittebat, verſus poſteriora aperuit, flatuque tubulo immiſſo, marginem ejus perquiſivit, in quo anguſtiſſimum oſtiolum deprehendit; per quod nihilo ſecius mediante inflatione non tantum, ſed etiam trajectione materiæ Pag. 361. ceraceæ, tota poſterior linguæ & epiglottidis exterior ſuperficies intumuit, & anfractus cellulasque varias exhibuit. Alio tempore, quo idem foramen occluſum deprehendit, mediante flatu

flatu detexit orificium exiliſſimum, non in medio linguæ, ſed a latere verſus laringem, in loco pollicis latitudine a dicto foramine remoto, per quod eandem glandulofam linguæ & epiglottidis ſuperficiem cera replevit. Tandem cum puellam novem menſium demortuam cultro ſubjiceret, injectione aquæ in foramen hoc ſæpius tentata, ſucceſſive elevata fuit glandulofa expanſio ampliſſima, majorem linguæ fauciumque partem involvens. Ab aqua enim injecta tota poſterior linguæ pars ac ſuperficies externa epiglottidis circa glottidem usque intra œſophagum ad duorum fere digitorum latitudinem valde intumuit. A latere præterea linguæ, & ſub eadem, diſtenta fuit glandula inſignis ad frenum usque expanſa, quæ cellulas & globos innumeros exhibuit. Hanc itaque glandulam, aut, ſi mavis, glanduloſam expanſionem ad ſalivales refert Clariſs. Vaterus, quam ex dicto Programmate hic delineatam cum B. L. communicamus. Act. Erud. An. 1721. M. Aug.

## *Explicatio Figurarum.*

Tab. II. Fig. 1.

Figura 1.

A. B. C. D. Lingua puellæ novem menſium, a parte anteriori & ſuperiori repræſentata.
a. Foramen in ſuperiori & poſteriori linguæ ſuperficie hians, quod eſt orificium novi ductus ſalivalis.
b. Glottis.
c. Epiglottis, in cujus exteriori ſuperficie glandula, ſuper eandem expanſa, repleta, ita ut ejus facies plane mutata ſit, & tumida appareat.
d. Aſpera arteria cum œſophago verſus ſuperiora reclinata, ita ut glanduloſa expanſio in conſpectum prodeat.
e. Oeſophagus.
f. Glanduloſa expanſio in ſuperficie ſuperiori & poſteriori linguæ & e latere ejusdem, nec non ſuper epiglottidem, glottidem & œſophagum.
g. Oeſophagus circa laryngem apertus, ut glanduloſa expanſio in eo videri queat. Pag. 361.
h. Glandula thyroidea e latere gulæ prominens.

Act.Erud. An. 1721. M. Aug. Tab.III. Fig. 2.

Figura 2.

A. B. C. D. Lingua eodem ſitu inverſa, & ab inferiori & poſteriori parte viſa.

a. Aſpera arteria cum œſophago ad ſuperiora ducta.

b. Glandula thyroidea.

c. Tenuis productio glandulæ thyroideæ verſus os hyoidis amandata.

d. Os hyoidis abſconditum.

e. Glandula nova ſalivalis a latere linguæ & ſub eadem, usque ad frenum expanſa & aqua injecta turgida.

f. Frenum linguæ.

# SYSTEMA SOLARE NEWTONIANUM

## TAM PLANETARUM QUAM COMETARUM,

Cui ſubjecta eſt pars ſcholii generalis principiorum Iſ. Nevvtoni editionis ſecundæ, in Anglicum ſermonem translata.

*Londini, apud Joh. Senex, ad inſigne Globi in ambulacro Saliſburienſi, fol. Tab. æn. pl. unica.*

LINGUA ANGLICA.

CEleberrimus Hallejus in Aſtronomiæ Cometicæ Synopſi edita num. 297 Tanſact. Angl. Newtoni, ut ipſe ait, veſtigia ſecutus, eam methodum, qua docet ille exemplo Cometæ anni 1680 Cometarum orbitas Geometrice conſtruere, calculo Arithmetico accommodarat, & Tabulam exhibuerat XXIV. Cometarum, inde ab anno 1337. ad 1698. variis temporibus
Pag. 363. obſervatorum. Hujus, ibidem ait, numeri vim habent omnia, quæ de motu Cometarum hactenus obſervata ſunt, accuratiſſime repræſentandi. Clariſſimus igitur Whiſtonus ejus rei periculu-

riculum facturus, jam ante aliquot annos æri incidi curavit Syſtema Planetarium in Charta majore, præter Planetarum orbitas, Perihelia, Aphelia, Nodos, eo ſitu, quem ultimo Decembris St. V. Ann. 1720. ſingula habitura erant, exhibens orbitas Cometarum Parabolicas numero XXI, quales ſunt in propriis planis ſpectatæ, & ſine reductione ad Eclipticam. Cometis enim annorum 1532 & 1661, item 1531, 1607, 1682, unicam aſſignat orbitam. Halleji conjecturam ſecutus, qui loco citato innuit, pro iisdem fortaſſe habendos eſſe, quamvis in ipſa Tabula obſervationibus preſſe inſiſtens, Perihelia ipſis tribuat non plane eadem. Eodem modo Cometam anni 1456, qui in Tabula Hallejana ſeorſim non extat, eodem duce Hallejo pro eodem habet cum illis annorum 1531, 1607, 1682, Singulis orbitis adſcribi fecit Whiſtonus tempus quando apparuerunt, tempus periodicum, ubi datur, & proinde quando iterum ſint apparituri, interdum etiam gradum maximæ incaleſcentiæ, in periheliis nempe, cum caudæ longitudine. Sic ad Orbitam AA leguntur ſequentia: *Orbita Cometæ anni Domini 1680. In perihelio ſuit 8 Decembr.* (St. V.) *ipſo meridie* diſtantiam minimam *nactus* 496000 *mill.* (Anglic.) *a centro Solis, quo tempore fere* 2000 *vicibus magis incaluit, quam calor eſt ferri candentis: caudam reverſus a perihelio habuit* 80, 000, 000, *milliar. Periodum complet annis* 575: *maximam a Sole diſtantiam habet circiter* 11200, 000, 000, *milliar. Ratio maximæ diſtantiæ ad minimam eſt ut* 20000 *ad* 1: *adeoque lumen calorque maximus ad minimum erit in majore ratione quam* 400 000 000 *ad* 1. *Aſcendens Nodus eſt* ♑ 2° 2′, *Inclinatio* 60° 56′, *Directio eſt in conſequentia ſignorum*. Hoc modo Whiſtonus tum temporis adornavit Syſtema Cometarum. Quod dum deſcripſimus, eadem opera enarravimus ſingula, quæ in præſenti ſchemate ad minorem tantum modulum conſtructo ab eodem artifice, quo tum uſus Whiſtonus erat, exhibentur. Neque alia præterea diverſitas ulla eſt, præterquam quod Planetarum ſitum aſſumſerit alium, breviusque ſingula enunciarit, quæ ſcripſit ad orbitas, multa etiam omiſerit, ut Nodos, Inclinationes Diſtantiasque Cometarum a Sole, nec non Perihelia & Aphelia quæ quidem ex ipſo Schemate cognoſcuntur. Planetarum Perihelia, Aphelia, Nodos ad extimum Eclipticæ circulum; periodi vero & diſtantia a Sole, Diametri & Maſſæ, cum denſitatibus; & velocitates, illuminatio & incaleſcentia; porro periodi & diſtantiæ Satellitum & annuli Saturnini in quatuor extremis Chartæ angulis quaſi per totidem tabulas diſpo-

Act. Erud. An. 1721. M. Aug.

Pag. 364.

Act.Erud. An.1721. M. Aug. Tab.II. Fig.3.

ſpoſitæ habentur. Utriusque Syſtematis ideam ſuppeditat ſpecimen in Figura 9 expreſſum. In hac circuli concentrici ſunt orbitæ Planetarum, lineæ vero parabolicæ Cometarum. Et quidem AA eſt orbita Cometæ anni 1680; BB Cometæ annorum 1531, 1607, 1682, 1456; CC Cometæ an. 1684; DD Cometæ 1698; EE Cometæ 1556.

EX-

# EXCERPTA
## EX ACTIS ERUDITORUM
### LIPSIENSIBUS,
### TOMI SEPTIMI SUPPLEMENTORUM.

---

## C. A. H. SPECIMEN ARTIS CRITICÆ,

*Novæ editioni* Q. CURTII RUFI *præmiſſum.*

Tom. VII. Supplem. Sect. II. Pag. 54.

CURTII, ſcriptoris & nitidiſſimi & longo mihi uſu familiariſſimi, novam adornare editionem cum conſtituerim, eamque ita comparatam, ut Autor ille, quam plurimis, quibus adhuc deturpatus exſtat, maculis abſterſis, in lucem prodeat incorruptus; non vereor, ne ingratum ſit futurum Philologis atque Criticis, ſi prius aliquot graviſſima *Curtii* vulnera demonſtrem, eademque a me curata, ut certa inde fieri poſſit conjectura de ceteris meis medicamentis criticis. Equidem jam in *Parergis Criticis* non pauca *Curtii* loca ſuæ reſtitui integritati: ut jam inde appareat, etſi *Freinshemius*, ut ipſemet *Commentarii in Curtium* pagina prima ſcribit, *ad ſummam diligentiam nihil fecerit reliqui, ut hic autor, quantum poſſit, emendatus atque nativa puritate ſplendidus prodiret*; tamen permulta supereſſe in *Curtio* haudquaquam ſana, adeoque emendationis indiga. Ceterum ro- Pag. [illegible].

gatos

 gatos volo lectores Criticæ artis peritos, ut ſi quam emendationum harum mearum minus feliciter ſuſceptam rationibus rite ſubductis judicent, benevole me corrigant, latisque de meo edendi *Curtii* propoſito ſinceris ſententiis vel acuant induſtriam meam vel obtundant. En itaque complura *Curtii* loca prius ut in mendo jacent, deinde ut a me ſunt ſanata. Ut crebra eorundem verborum repetitione poſſim ſuperſedere, præfixa litera *V* vulgatam indicabit ſcripturam, *E* meam ſignabit emendationem.

Lib. III. cap. 3. n. 25: V. *Propinquorum amicorumque conjuges huic agmini proximæ; lixarumque & calonum greges vehebantur. Ultimi erant cum ſuis quisque ducibus*, &c.

E. *Propinquorum amicorumque conjuges huic agmini proximæ vehebantur. Lixarum & calonum greges ultimi erant*, &c.

Lib. III. cap. 6 n. 11: V. *Servatus a me vitam mihi dederis, oro quæſoque, amiſſoque metu patere medicamentum concipi venis.*

E. *Servatus a me vitam mihi dederis. Oro quæſoque, omiſſum metu* &c.

Lib. IV. cap. 14. n. 10: V. *Hic dies imperium, quo nullum amplius vidit ætas, aut conſtituet aut finiet.*

E. *Hic dies imperium, quo nulla amplius vidit ætas*, &c.

Lib. V. cap. 1 n. 7: V. *Jam Suſa, jam cetera ornamenta regni, cauſamque belli Victorem occupaturum.*

E. *Jam Suſa, jam cetera ornamenta regni, cauſam belli*, victorem occupaturum.

Lib. V. cap. 2 n. 7: V. *Perticam —— ſtatuit, ex qua ſignum eminebat pariter omnibus conſpicuum, obſervabatur ignis noctu, fumus interdiu.*

E. *Perticam —— ſtatuit, ex qua ſignum pariter omnibus conſpicuum obſervabatur, ignis noctu, fumus interdiu.*

Lib. V. cap. 3 n. 14: V. *Litteris Alexandrum ita deprecata eſt, ut ipſum excuſaret, quod deprecaretur: petere ſe, ut illis quoque; ſi minus, ſibi ignoſceret: pro neceſſario ac propinquo ſuo, jam non hoſte, ſed ſupplice tantum vitam precari.* Pag. 56.

E. *Literis —— deprecata eſt, id ipſum excuſaret, —— ignoſceret, pro —— vitam precanti.*

Lib. VI. cap. 4 n. 15: V. *Et gens bellicoſa, & natura ſitus difficilis aditu, curam regis intenderat.*

E. *Gens & bellicoſa*, &c.

Lib. VI. cap. 11 n. 20: V. *Tumultu cognito legem ſe ſupplicio conjunctis ſontium remittere edixit.*

E. *Tumultu cognito, legem ſe propinquis ſontium remittere, edixit.*

Lib. VII. cap. 1 n. 23: V. *Parentes liberis ſi occurrant, & ingrati & inviſi ſunt. Cum donis honoramur, cum præmiis onuſti revertimur, quis ferre non poteſt? quis illam alacritatem animorum continere?*

E. *Parentes, liberi, ſi occurrant, —— quis* (noſtrum) *ferre poteſt?* &c.

Lib. VII. cap. 1 n. 36: V. *Huc enim malorum ventum eſt, ut verba mea eodem tempore & Alexandro excuſem & Antiphani. At hercule mater de*

Digitized by Google

*de nobis inimicis tuis ſcripſit. Utinam prudentius eſſet ſollicita pro filio, & non inanes queque ſpecies anxio animo figuraret. Quare enim non adſcribit metus ſui cauſam? Denique non oſtendit autorem, quo facto dictove noſtro mota tam trepidas tibi literas ſcripſit.*

E. *Huccine malorum ventum eſt, ut verba mea eodem tempore & Alexandro excuſem & Antiphani? At hercule mater de nobis ſcripſit. Utinam prudentius eſſet ſollicita pro filio, non inanes quoque ſpecies anxio animo figuraret! Quare enim non adſcribit metus ſui cauſam, neque oſtendit autorem? quo facto dictove noſtro mota tam trepidas tibi literas ſcripſit? O miſeram conditionem meam*, &c.

Lib. VII. c. 2 n. 24: V. *Polydamas — mutuaque gratulatione functi, Polydamas epiſtolam ab rege ſcriptam ei tradidit.*

E. *Polydamas — mutuaque gratulatione facta, epiſtolam ab rege ſcriptam ei tradidit.*

Lib. VII. cap. 5 n. 7: V. *Ergo quicquid vini oleique erat, hominibus ingerebatur.*

E. *Ergo — erat, avidius ingerebatur.* Pag. 57.

Lib. VII. cap. 5 n. 20: V. *quia nihil ulli nefaſtum in Beſſum interfectorem Regis ſui videbatur.*

E. *Quia nihil ulli nefas jam in Beſſum* &c.

Lib. VII. cap. 7 n. 28: V. *Sibi enim alia ad gloriam concedere deos.*

E. *Sibi animalia ad gloriam* &c.

Lib. VII. cap. 8 n. 9: V. *magnitudine corporis animum æſtimantibus medicus haudquaquam famæ par videbatur.*

E. *magnitudine — æſtimantibus haudquaquam* &c.

Lib. VII. cap. 9 n. 1: V. *Contra rex fortuna ſua & conſiliis ſuorum ſe uſurum eſſe reſpondet. Nam & fortunam, cui confidat, & conſilium ſuadentium, ne quid temere & audacter faciat, ſecuturum.*

E. Hæc verba: *nam & — ſecuturum*, deleo, manifeſtum quippe gloſſema, continens priorum verborum paraphraſin ſatis jejunam, frigidam, ineptam.

Lib. VII. cap. 11 n. 15: V. *cum cuneos inter ſaxa defigerent, queis gradus ſubinde inſiſterent.*

E. *cum cuneos — queis ſubinde inſiſterent.*

Lib. VIII. cap. 8 n. 19: V. *ut coram his probra, quæ modo in me jeciſti, modo audiſti, illius quoque ore referantur.*

E. *Ut coram his — jeciſti, illius quoque* &c.

Lib. VII. cap. 10 n. 30: V. *alii magnarum arborum ſtipites cumulis ac moles ſaxorum in cavernas dejiciebant.*

E. *alii — ſtipites ac moles* &c.

Tom. VII. Supplem. Sect. II.

Lib. IX. cap. 1 n. 30: V. *ut ſoſpes acciperet.*
E. *ut hoſpes acciperet.*

Lib. IX. cap. 4 n. 27: V. *vates monere eum cœpit, ne committeret, aut certe differret obſidionem.*
E. *vates monere eum cœpit, omitteret, aut certe differret obſidionem.*

Lib. X. cap. 2 n. 3: V. *a quibus interceptum & trucidatum a quodam* &c.
E. *a quibus non receptum, ſed trucidatum* &c.

Lib. X. cap. 3 n. 4: V. *ut nihil omiſerint, quod ſinguli magis obedienter ac pie facerent.* Pag. 58.
E. *ut nihilominus ſinguli omnia obedienter ac pie facerent.*

Lib. X. cap. 8 num. 9: V. *ſecretas cogitationes intra ſe quoque volventes*, &c.
E. *ſecretas cogitationes intra ſe quisque volventes.*

Lib. X. cap. 9 n. 3: V. *populus Rom. ſalutem ſe Principi ſuo debere profitetur, cui noctis, quam pæne ſupremam habuimus, novum ſidus illuxit.*
E. *populus — profitetur, qui nocti, — illuxit.*

Sufficiant hæc pro ſpecimine. Adjungere poteram fundamenta, quibus ſingulæ iſtæ emendationes nituntur. Sed quoniam breve hujus loci ſpatium id non permittit, atque adeo ipſi meo in *Curtium* commentario illa reſervare me jubet, uni duntaxat pari earum, quas modo produxi, emendationum nunc tantum affundam luminis, ut nulli amplius dubitationi pateat aditus. Alter locus eſto, qui *lib. V. cap. 1. num. 7* ita a me correctus eſt: *Jam Suſa, jam cetera ornamenta regni, cauſam belli, victorem occupaturum.* Scilicet per *appoſitionem* quam vocant grammatici, duo illæ voces, *cauſam belli*, prioribus adjunctæ ſunt, ac recte *Cellarius* ita id interpretatur, ut opulentæ Perſidis urbes fuerint cauſa & incitamentum, cur Macedones hoc bellum ſuſceperint. Pari modo Tacitus *in Agricola VII. 1. prædia ipſa*, inquit, *& magnam patrimonii partem diripuit*, *QUÆ CAUSA CÆDIS FUERAT*. Idem libelli ejusdem *cap. XII.* 8. ſimili plane uſus appoſitione: *fert Britannia aurum & argentum & alia metalla*, *PRETIUM VICTORIÆ.* Rurſus *cap. XV. 7: ſibi patriam, conjuges, parentes; illis avaritiam & luxuriam CAUSAS BELLI eſſe.* Sed audiamus ſuum ipſius interpretem *Curtium VI.* 11. 32: *Timuiſſe* (ſe) *reſpondit, ne pater — interim extingueretur, ipſique, ſpoliato tantis viribus, occidendi regis CAUSA non eſſet: feſtinaſſe ergo ſe, dum PRÆMIUM haberet in manibus*, &c.

Alter locus *Curtii* eſto *lib. III. cap. 6. num.* 11. hunc in modum a me refictus:

*Ser-*

Tom. VII. Supplem. Sect. II. Pag. 59.

*Servatus a me vitam mihi dederis. Oro quæſoque, omiſſo metu* &c.

Scilicet Philippus medicus, cujus iſta verba ſunt, in ſuſpicionem venerat acceptæ a Dario in perniciem Alexandri pecuniæ. *Nunc igitur*, inquit ad Regem, *mea ſalus cum tua eſt conjunctiſſima. Si mori te contingat, ego tanquam parricida trucidabor. Sin ſanitatem recuperaveris, mea quoque vita in tuto erit: adeoque nunc vere tuo ore meus quoque trahitur ſpiritus. Age igitur, depone metum, & patere medicamentum viribus uti ſuis.* Simul in hac oratione ineſt argumentum, quo Philippus eximere Regi ſuſpicionem annititur. *Non eſt*, inquit, *veriſimile, tuæ me vitæ inſidiari, cum nemini, quam mihi, tua mors damnoſior ſit.* Prorſus geminum locum reperi in ſexta *Ciceronis* ad *Brutum* epiſtola, quem attexam integrum: *Glycona, medicum Panſæ, audimus veniſſe in ſuſpicionem Torquato de morte Panſæ, cuſtodirique ut parricidam. Nihil minus credendum eſt: QUIS ENIM MAJOREM CALAMITATEM MORTE PANSÆ ACCEPIT?* Ceterum quod *Curtius* pro *dabis* poſuit *dederis*, ſingularis elegantiæ eſt. Plane eadem elegantia *Plautus* utitur in *Amphitruone* I. 1, 157: *SERVAVERIS*, id eſt, *ſervabis me, id ſi feceris*. Sic & *Cicero lib. XI. ad Famil. epiſt.* 27: *his literis niſi credideris, me omnis officii & humanitatis expertem JUDICARIS*. Et *Orat. IV. in Catil. cap. 6. ineunti: ſive hoc ſtatueritis, DEDERITIS* ( pro *dabitis* ) *mihi comitem* &c. *ſive illam Silani ſententiam ſequi malueritis, facile me — DEFENDETIS. Ovidius Faſt. I*, 17:

*Da mihi te placidum, DEDERIS in carmina vires.*

Porro *omittere metum* dixit hic loci *Curtius*, ut alibi ( IV, 1, 30, & III, 2, 1, ) *omittere ſpem*. Non ſecus *Terentius Heaut.* I, 2, 3. *Sollicitudinem iſtam, quæ te excruciat, omittas*. Et *Adelph.* II, 4, 3: *omitte triſtitiam tuam. Cicero* in *Somnio Scipionis: ades animo, & omitte timorem. Seneca* in *Troade v.* 452: *omitte fletus*. Atque hæc haſtenus.

Tom. VII. Supplem. Sect. VI. Pag. 264.

# EXCERPTA ASTRONOMICA

*Ex Tranſactionibus Anglicanis A.* 1718.

N. 355. p. 768. & ſeq. SAtellitium Saturni maximam partem a *Joh. Dominico Caſſini* detectum cum nonniſi per teleſcopia exquiſita & prægrandia videri poſſit, a ſolis Aſtronomis Pariſienſibus raro iſto ad obſervandum apparatu inſtructis obſervatum. Quamobrem cum a multis retro annis nullæ amplius obſervationes a laudatis Aſtronomis communicarentur, in ſuſpicionem adducti ſunt Aſtronomi exteri, ſatellitium iſtud non ſatis fidis obſervationibus niti. Augebat in Anglia hanc ſuſpicionem, quod Vir Cl. *Guilielmus Derham* per teleſcopium 123 pedum, a *Chriſtiano Hugenio* cum apparatu ipſum a tubi optici molimine liberandi olim Societati Regiæ donatum, Saturnum contemplatus in ancipiti hæreret, utrum ſtellulæ circa eam conſpicuæ eſſent Satellites nec ne, cum loca earundem obſervata a locis ex Tabulis *Caſſinianis*, Societati Regiæ quondam oblatis & in Tranſactionibus Philoſophicis Num. 187 publicatis, omni adhibita ſolertia computatis prorſus diffiderent. Enimvero poſtquam *Caſſini* junior, magni parentis haud degener filius, virtutum patriarum hæres,
Pag. 265. in Commentariis Academiæ Regiæ Scientiarum A. 1714 theoriam Satellitum ex recentioribus obſervationibus emendaſſet (quemadmodum notatum eſt in Actis Anni 1719. pag. 642;) agnitum eſt in Anglia, Satellitium Saturni & a *Derhamo* viſum, & extra omnem dubitationis aleam poſitum eſſe. Ut itaque tanto minus dubii relinqueretur, Vir plurimum Reverendus, *Jacobus Pound*, Societatis Regiæ Sodalis, per teleſcopium *Hugenianum* Satellites obſervavit d. 21 April. h. 10 40′ A. 1718 & obſervationes cum Societate Regia communicavit, a cujus Secretario publicatæ fuerunt. Nos, omiſſis iis, quæ ſitum eorundem concernunt, notatu dignum cenſemus, quod zona etiam apparuerit in facie Saturni anſati, qualis minor eſſe ſolet in facie Jovis: quod idem etiam a *Caſſino* olim animadverſum, ut habetur in Tranſact. Phil. Num. 128 p. 690. Nec negligendum eſt monitum Obſervatoris, quod Satellites, adhibitis etiam teleſcopiis prægrandibus, quale eſt iſtud *Hugenianum* 123 pedum, cum ſint admodum exiles ac lumine debili radient, non videantur, niſi aere
N. 356. p. 776. admodum defæcato & in tenebris ſpiſſiſſimis. Ex *Poundi* obſervationibus correctæ ſunt Tabulæ motuum mediorum Satellitum Sa-

Saturni, quas ex *Caſſinianis* Num. 187 Tranſactiones exhibent, cumque cœlo ſatis conſonæ fuerint deprehenſæ, Num. 356 in publicum emittuntur. Similes Tabulas dedit etiam *Caſſinus* in Comment. Acad. Reg. Scient. A. 1716 cum Anglicanis conſentientes. Nos ut curioſitati lectorum, qui voluminibus iſtis carent, ſatisfaciamus, elementa Tabularum exhibemus, unde Tabulæ ipſæ ſine difficultate expanduntur. Satelles primus denotat intimum, quintus extimum. Tom. VII. Supplem. Sect. VI.

| Ordo Satell. | Epochæ A. 1720 | Motus annuus | Mot. diurnus | Mot. horar. | Mot. unius minuti. |
|---|---|---|---|---|---|
| I. | ♉ 18° 55′ | 4 S. 4° 43′ | 6 S. 10° 42′ | 0 S. 7° 57′ | 0°. 7′ 57″ |
| II. | ♋ 18 49 | 4 S. 10 2 | 4. 11 32 | 0. 5 29 | 0. 5 29 |
| III. | ♎ 13 35 | 9. 17 2 | 2. 19 41 | 0. 3 19 | 0. 3 19 |
| IV. | ♌ 13 58 | 10. 20 35 | 0. 22 35 | 0. 0 56 | 0. 0 56 |
| V. | ♏ 4 2 | 7. 6 32 | 0. 4 32. | 0. 0 11 | 0. 0 11 |

Notandum ſcilicet, in motu annuo medio integras omitti revolutiones, quemadmodum in Tabulis ſolenne eſt. Conſtituuntur autem revolutiones & diſtantiæ in Semidiametris Saturni ejusque fractionibus decimalibus, ut ſequitur: Pag. 266.

| Ordo Satellit. | Preriodus Revolutionum | | | | | diſtantiæ a Centro ♄ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | d. | h. | ′ | ″ | ‴ | |
| I. | 1 | 21 | 18 | 26 | 30 | 4. 3400 |
| II. | 2 | 17 | 41 | 10 | 30 | 5. 5593 |
| III. | 4 | 12 | 25 | 10 | 0 | 7. 7643 |
| IV. | 15 | 22 | 41 | 28 | 0 | 18. 0000 |
| V. | 79 | 7 | 46 | 0 | 0 | 52. 4578 |

Exhibetur etiam Sylloge obſervationum Aſtronomicarum, quarum accuratio mire prædicatur, ita ut obſervationes *Poundianæ* Planetarum pares vix habere dicantur, cum tubis prælongis ac micrometris præter ſolitum affabre factis inſtitutæ fuerint. Notatu imprimis dignum eſt, quod Cl. *Pound* A. 1717 d. 26 April. h. 9 Londini obſervaverit latitudinem Jovis borealem ſemiminuto non majorem, cum poſteris uſui eſſe queat in definiendo nodorum Jovis motu. Apparet autem ex iſta Sylloge, plures nunc eſſe N. 357. p. 847.

in

Tom. VII. Supplem. Sect. VI. in Anglia obſervatores. Certe in ea nominantur præter *Poundium*, *Deſaguliers*, *Stephanus Gray*, *Derham*, *Wright*, *Haukius*, *Jacobus Bradley*, qui d. 5 Sept. 1718 mane, Sole jam fere 30 gr. alto vidit apud *Wonſted* arctiſſimum Lunæ infra Palilicium tranſitum: quæ obſervatio ſui generis prima dicitur ab invento teleſcopio. Diſtabat nempe Palilicium a limbo ☽ h. 7 59′ temp. æqu. 5′ 38″, at 1′ 25″ h. 8 17′ 5″. Lunæ diameter h. 8 58′ obſervabatur 31′ 7″.

N. 355. p. 736. Vir de Aſtronomia præclare meritus, *Edmundus Halley*, argumenta quædam adducit, quæ quarundam fixarum latitudinem immutatam eſſe probabile reddunt. Operæ itaque pretium ducit, ut eam in rem ſollicitius inquiratur. Nimirum *Tycho de Brahe* differentiam, quæ inter latitudines fixarum modernas & antiquas *Ptolemæi* aut potius *Hipparchi* intercedit, hinc deducit, quod *Ptolemæus* obliquitatem Eclipticæ juſto majorem ſtatuerit. Pag. 267. Reperit autem *Hallejus*, hypotheſi *Tychonianæ*, quæ magno ſtellarum numero confirmari videtur, contradicere *Sirium*, *Arcturum* & *Palilicium*. Sane in hypotheſi imminutæ obliquitatis eclipticæ tempore *Hipparchi* 15 minutis auſtralior eſſe debebat latitudo *Palilicii* & 20 latitudo *Sirii*, quam hodie deprehenditur: enimvero *Ptolemæus* latitudinem *Palilicii* 20 *Sirii* vero 22 minutis borealiorem facit moderna. Similiter idem latitudinem Arcturi 33 minutis borealiorem determinat, quam nunc reperitur. Notandum vero, latitudines *Ptolemaicas* reſpondere declinationibus a *Timocharide*, *Hipparcho* & ipſo *Ptolemæo* obſervatis, ut error in ſcribam conjici nequeat. Sunt etiam tres iſtæ ſtellæ Telluri omnium viciniſſimæ, ut, ſi qua mutatio accidat, in iis potiſſimum ſenſibilis fieri debeat. Addit præterea ex *Bullialdi* Aſtronomia Philolaica f. 172, quod *Ptolemæus* A. C. 509 d. 11. Mart. *Palilicium* a Luna tectum commemoret, cum tamen id fieri haud potuerit, etiamſi latitudo *Palilicii* multo minor hodierna ſtatuatur.

DE-

# DESCRIPTIO METEORI IGNITI

Tom. VII. Supplem. Sect. VI.

Ab Henrico Barham in Jamaica A. 1700 obſervati.

*Ex Tranſact. Anglic. A.* 1718 *Num.* 357 *pag.* 837 *&* 838 *excerpta & in compendium miſſa.*

Vidit Obſervator globum igneum, mole æqualem globis ferreis pulvere nitrato repletis, quos *bombas* vocare ſolent, motu admodum celeri per aerem decidentem, qui fulgore prorſus inſigni emicabat. Cum ad locum accederet, ubi terram attigerat, varias ibidem obſervavit cavitates in terra effoſſas, quarum media ad magnitudinem cranii humani, quinque vero aut ſex minores circum circa ad pugni magnitudinem accedebant. Tanta erat profunditas, ut baculis, qui ſpectantibus ad manus erant, explorari non poſſet. Gramina circa cavitates effoſſas cremata conſpiciebantur, & odor ſulphureus percipiebatur per aliquod temporis intervallum. Nocte præcedente imbres comitata fuerant fulgura crebriora cum tonitru vehementiori.

# J. G. ECCARDI

Pag. 271.

De ſignificatione Literarum CONOB.

*In nummis inferioris ævi frequenter occurrentibus.*

POST Carolum Cangium egregia nuper diligentia Anſelmi Banduri, Monachi Benedictini, in exponendis Numiſmatibus Imperatorum a Trajano Decio uſque ad Palæologos Auguſtos enituit. Hoc inſigne opus cum oculis curioſis perluſtrarem, incidi forte fortuna in vexatum illud CONOB, quod a Conſtantini M. tempore in ima Numorum parte frequenter, a Zenone vero Auguſto uſque ad Leonem Iſaurum ferme unice comparet. Ortelius, Occo, Gretſerus, Triſtanus, Chiffletius & Cangius per *Conſtantinopoli obſignatam* pecuniam vel monetam expoſuerunt.

Tom.VII. Supplem. Sect. VI. runt. R. P. Daniel peculiari Diſſertatione exiſtimat, in re monetaria a Latinis non fuiſſe uſurpatum verbum *obſignare*. Idem, cum CONOB illud non in numis tantum Imperatorum, ſed etiam in iis, quos Tyranni ac Reges Francorum & Gothorum procul a Conſtantinopoli cudi fecerunt, obſervaſſet, negat nomen Conſtantinopoleos in talibus exprimi potuiſſe. Unde putat hoc abbreviatum eſſe ex

ΚΟΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ } Ο ΒΑΣΙΛΕΥΣ.
CONSTANTINVS }

Imperatorum enim Græcum nomen Βασιλεὺς erat. Credit, filios & poſteros Conſtantini Magni, in memoriam illius hoc nomen retinuiſſe. Sed nullo veteris autoris indicio nititur. Nec ὁ hic commode & ſecundum Græcorum morem comparet. Si enim Conſtantini nomen hic exprimeretur, ſimpliciter poni debuiſſet Κωνσταντῖνος Βασιλεὺς, ut in numo Antonini Caracallæ Ἀντονεῖνος Βασιλεὺς extat. Ex maxima autem numorum hujus ævi copia manifeſtum fit, eo loco, quo impreſſum invenitur CONOB, in aliis nomina locorum, ubi numi percuſſi ſunt, poni. Sic occurrunt in ima hac numorum parte *Heraclea*, *Smirna*, *Syrmium*, *Treviri*, *Lugdunum*, *Arelate*, *Aquileja*, *Siſcia*, *Roma* & plures aliæ civitates. *Conſtantinopoli*, ex quo illa ſedes Imperii facta erat, major numorum pars excudebatur. Et frequenter in Conſtantini & ſucceſſorum numis legas

Pag. 272. CON. (Bandur. pag. 211, 225, 497) CONS. (pag. 213, 225, 327, 328, 330) CONST. (pag. 302) quo *Conſtantinopolin*, ubi numi hi facti, indicari, nemo facile negabit. Alii numi habent PCON (pag. 227, 229, 328, 372) PCONS. (pag. 327) PCONST. (pag. 302) quod iterum eſt: *Percuſſa Conſtantinopoli*: uti PTR. (pag. 211 & alibi pluries) & PTRE (pag. 278) *percuſſa Treviris*; PLVG (pag. 428) *percuſſa Lugduni*; PSIS *percuſſa Siſciæ*; PLON. (pag. 268 292) *percuſſa Londini*; PROM (pag. 209) *percuſſa Romæ*; PARL. (pag. 213, 219, 284, 288) *percuſſa Arelatis*. Eſt etiam numus, in quo CONP. (pag. 270) forte inverſe *Conſtantinopoli percuſſa* interpretandum eſt. Eſt alius, in quo CONB. (pag. 481) ſunt iterum alii, in quibus CONSB. (pag. 531) & CONSP. B. (pag. 476) extat, quod ego *Conſtantinopoli batuta* interpretor. *Batuere* enim pro *percutere* vetus, licet non ubique obvium, verbum eſt. Lexicographi id docebunt. Et Galli noſtri, qui inde *battre* ſuum formarunt, videntur etiam idem verbum, Romanorum more, unde ad ipſos ars monetaria cum vocabulis ſuis pervenit, adhuc hodie ideo de fabricatione numorum adhibere. RB. (pag. 415) itaque erit *Romæ batuta*; ANTB (pag.

449)

449, 511 ſeq.) SMRB. (pag. 451) ALE. B. (pag. 475) ASISCB. (pag. 487.) BSIS. (pag. 398, 420, 466) TRB. (pag. 389) *Antiochiæ*, *Smyrnæ*, *Alexandriæ*, *a Sciſcienſibus*, *Siſciæ*, *Treviris batuta*. Sunt numi, in quibus CONSA (pag. 227, 233) Conſtantini junioris & Juliani imaginibus notati, quas literas ego *Conſtantinopolis æterna* interpretor. *Æterna* enim in numis & Inſcriptionibus Roma vetus vocatur frequentiſſime, cujus æmula Roma nova ſive Conſtantinopolis. Alius Juliani numus oſtendit KONSAJ. quod, niſi vitium cælatoris adſit expono *CPolis Auguſta*. De numorum percuſſione ſpecialim quoque verbum *ſignare* uſitatum eſt. Unde TR. S. (pag. 225, 302, 322, 349) *Treviris ſignata*; TRS. (pag. 233) idem; & STR. (p. 211, 213, 219 & alibi) STRE. (pag. 211, 340) *ſignata Treviris*; S. AR. (pag. 237) SAR. (pag. 233) & SARL. (pag. 215) *ſignata Arelatis*; SLVG. (pag. 428) *ſignata Lugduni*; SMAQ. (pag. 229) *ſignata moneta Aquilejæ*; SMATR. (p. 300) *ſignata moneta a Treviris*; MOSTR. (pag. 211) *moneta ſignata Treviris*; SMNB. (pag. 205) *ſignata moneta Byzantii*; SMHB. (p. 211) idem; SMLD. (p. 549) *ſignata moneta Lugduni*; LVGD. OFF. S. (pag. 235, 432) *Lugdunenſis officina ſignavit*. Ex his iterum elucet S. CON. (pag. 225) SCON. (pag. 372) SCONS. (p. 235) exponendum eſſe: *ſignata Conſtantinopoli*. ubi ergo hoc loco in numis fere innumeris occurrit KONOB vel CONOB. non video, cur hoc *Conſtantinopoli obſignatam* monetam non denotare poſſit. Levior eſt R. P. Danielis objectio de non uſitato verbo *obſignare* in re numaria. Neque enim ſcriptores veteres, qui vocabula numariæ rei omnia congeſſerint, habemus. Et, cum Cicero habeat phraſin *tabellas obſignare ſignis* & Cæſar *obſignare teſtamenta*, cur non etiam dici potuerit *ſigno numario obſignare monetam*; quod proprie eſt *ſignum imprimere monetæ*. Quodſi inſolens etiam in auctoribus veteribus hæc locutio eſſet, ſufficit verbum *obſignare* hoc ſenſu plus una vice in variis numis occurrere. Etſi enim concedere velim, TROBT. (p. 451 ſeq.) exponi poſſe, *Treviri obtulere*: locutio tamen hæc in numis hujus temporis infrequens eſt. Et cum plures extent, in quibus TROBS (p. 217, 225, 451, 587 ſeq.) TROBC (pag. ead.) ſigmate Græcorum pro S Latino poſito, & diſtincte TR. OBS. (pag. 482) legitur; illud certe *Treviris obſignata* interpretandum omnia perſuadent. Et TRAOBC (pag. 457) idem erit ac *Treobc* ſive etiam *Treviris obſignata*; vocali ſolum *a* pro *e* poſita, ut ſæpe factum, ob ſonum veterum vicinum. Sic pagin. 475 legitur DA SISC. & DE SISC. Unde TRODC & TRODT (p. 482) ac TROS (pag. 217) ex TROBS a rudi cælatore corruptum fa-

Tom. VII. Supplem. Sect. VI.

Pag. 273.

Tom.VII. Supplem. Sect. VI. ſacile conjicias. Uti autem in vocibus decurtatis literæ plures ſemper pauciores exponunt; ita & hic TR. OB. (pag. 482) TROB. (pag. 451, 522, 559 ſeq.) nec non TRO. (pag. 211) ex modo expoſito TR. OBS. explicanda veniunt. Sic quoque TES. OBS. (pag. 559 ſeq.) & TES OB (pag. 579) MOBS (pag. 522) MD. OB. (p. 522), MDOB. (pag. 482) AQOBF (p. 482, 492, 579) *f* erronee pro *ſ* poſito, & AQ OB. (p. 482, 497) eſt *Theſſalonicæ*, *Mediomatricis*, *&* *Aquilejæ obſignata moneta*. Sponte igitur hiſce omnibus uno obtutu conſideratis, prodit, CONOB. omnino interpretandum eſſe: *Conſtantinopoli obſignata*, ſcil. moneta. Idque eo clarius eſt, quod & diſtincte in numo Arcadii
Pag. 274. (pag. 538) legatur CO OB, & in alio Gallæ Placidiæ CON. OB. (pag. 566) ſcriptum inveniatur. Quod ſi numos CONOB. aut KONOB. exhibentes Conſtantinopolitanæ urbi demas, pauci admodum invenientur, quos in hac imperii ſede culos eſſe affirmare poteris. Sed objicit R. P. Daniel, extare *Conob* illud in numis Imperatorum Occidentis, qui ſine dubio non fuerint CPoli fabricati, nec non in aliis a Tyrannis cuſis, qui nunquam juris quid CPoli habuerint, quales Eugenius, Attalus & alii; idemque inveniri in numis Regum Francorum & Gothorum procul diſſitorum a ſede Imperii Orientalis. Sed notandum eſt, ſatis apparere, genuinum harum literarum ſenſum in iſta ſeculi quinti barbarie, ubi linguæ Latinæ notitia in Oriente rarior facta eſt, barbaris in Imperium irruentibus & bona ibi ſtudia impedientibus, ſine dubio periiſſe. Hinc primum putavere, CONOB denotare *iconio* ſive imagine Principis *obſignatam* pecuniam. Procopius Goth. Lib. III. cap. 33. meminit, *Francorum Reges* a tempore Juſtiniani Imp. numum cudiſſe aureum, nec ei, ut alibi mos erat, Imperatoris Romani, ſed *ſuam inſcripſiſſe imaginem*. 'Ου τῦ 'Ρωμαίων, inquit, αὐτοκράτορος, ἧπερ εἴθισται, χαρακτῆρα ἐνθέμενοι τῷ στατῆρι τούτῳ, ἀλλὰ τὴν σφετέραν αὐτῶν εἰκόνα. Apud Suetonium in Caligula eſt *ſimulacrum iconicum*, ſive quod vultum exprimit; *iconia* & *iconium* apud Frodoardum de Pontificibus Romanis, Papiam, aliosque plures pro *figura* & *imagine* adhibetur, atque a vulgo tandem *Conium* pronunciatum, quemadmodum & Lycaoniæ urbs *Iconium* communiter & nunc quoque *Cogni* audit. Nec adeo male Cironius apud Menagium in Orig. Gallicis Gallicum *Coin* pro ſigillo monetario ex *iconio* derivavit. Martinius in Etymol. *iconium* exponit ſignaculum primogenium, quo forma numi exprimitur, ἀρχέτυπον σφραγιστήριον. Certe in *Theodeberti Regis Francorum* numis duobus (apud Bandurum pag. 648 ſeq.) ICONOB. expreſſum eſt, ut principis *icone* vel *iconio obſignata* moneta

neta

neta indicetur; id quod Franci ex Juſtiniani permiſſu præ ceteris obtinuerant. Prima deinde litera privatum CONOB apud eundem Bandurum, Cangium & Blancium frequentius occurrit, eoque ſenſu & *Doccio Monetarius* & *Childericus Rex Francorum* & *Reccaredus Rex Gothorum in Hiſpania* illud adhibuerunt, neque ad Conſtantinum aut Conſtantinopolin reſpexerunt. Rudes artifices porro *Conob* illud in COMOB (pag. 598 ſeq.) imo & in CORMOB (pag. 618) corrupere. In aliquibus numis obſerves etiam CONOBI (p. 695, 703) ſcriptum, ubi ferme exiſtimes, creditum, hiſce literis *Conſtantinopoleos* nomen exprimi, cum & ea communiter *Stamboli* vocaretur, *p* in *b* mutato: & ex *Conſtantinopoli* in ore vulgi facile fiat *Conoboli* & *Conobi*. Nec tamen hoc omnibus placuit aut patuit; unde Græci glorioſuli myſticum ſenſum inde extorſere; & Cedrenus literas vocis ignotæ expoſuit *Civitates Omnes Noſtræ Obediant Benerationi*, ſive venerationi. Græci enim *V* Latinum in *B* mutare ſolent. Nec mirum, a Zenonis ævo nihil pene aliud, quam *Conob* ſive CPtanæ monetæ ſignum in numis legi: erant enim omnes fere aliæ officinæ monetariæ aut in barbarorum aut tyrannorum manibus, nec tuti quid, niſi in principe urbe ab iis reſtabat. Ex iis tamen quæ protulimus, quivis facile intelliget, CONOB a Conſtantino M. primum uſurpatum in numis denotaſſe omnium primo *CONſtantinopoli OBſignatam* monetam; deinde vero apud exteros præcipue eo indicatam fuiſſe monetam *Principis CONio* vel *iconio OBſignatam*; Græcos vero tandem, quid his literis revera indicetur, penitus ignoraſſe.

Tom. VII. Supplem. Sect. VI. Pag. 275.

Tom.VII. Supplem. Sect. VII. Pag. 303.

# NIC. BERNOULLI, JOH. FIL.

Exercitatio Geometrica de Trajectoriis Orthogonalibus &c.

( *Vid. Act. Erud. A.* 1720 *Menſ. Maii p.* 15. )

## SECTIO II.

§. 20.

ANte omnia dicendum erit in univerſum de problemate trajectoriarum quouſque illud in genere ſumtum ſolutum habeatur, poſtea de ſolutionibus minus univerſalibus, quæ quidem infinitis generibus curvarum competunt non tamen omnibus, ac tandem de iis quæ nonniſi ad exempla particularia ſunt accommodata: *ſolvere* autem hoc loco vario ſenſu accipi poteſt, primo enim ſolvitur aliquo modo problema perveniendo duntaxat ad æquationem differentialem qualemcunque cui plures inſunt, quam duæ indeterminatæ earumve elementa, qui ſolvendi modus dici poſſet primi & infimi gradus; 2 ſolvitur nonnihil perfectius ſi
Pag. 304. reduci poteſt ad æquationem quamvis differentio-differentialem ſed in qua nonniſi duæ reperiuntur indeterminatæ cum ſuis elementis, qui ſecundus eſt perfectionis gradus. 3 Perfecte ſolvitur inveniendo æquationem differentialem ſine differentiis altioribus & quæ conſtat duabus tantum indeterminatis, talis ſolutio obtinet tertium perfectionis gradum. 4 Solvitur perfectiſſime ſi præterea integrando ad æquationem, terminis finitis conſtantem, aut ſaltem per ſeparationem indeterminatarum ad quadraturas reducatur, ut conſtrui poſſit, qui quartus & ſummus eſt gradus perfectionis.

§. 21. Jam vero problema trajectoriarum generaliter conceptum ejus eſt indolis, ut vix ſperare liceat aliam ſolutionem, quam quæ ad primum gradum aut forte ad alterum referri poſſit, qui hueusque rem perduxerit, multum ſane præſtitiſſe cenſendus eſt. Quod vero attinet ad ſolutiones generales quidem, ſed tantum pro certis generibus curvarum, variæ ſuppetunt, quæ tertium imo & quartum perfectionis gradum obtinent. De reliquis, quæ tantum ad exempla particularia ſunt aptata, non

eſt ut multum dicamus, quia hujusmodi ſolutiones certam methodum non obſervant, ipſa vero illa exempla plerumque jam continentur in aliquo genere curvarum, quod ſui generalem admittit ſolutionem. Tom. VII. Supplem. Sect. VII.

§. 21. Quæ de his ſingulis inventa poſſideo & potiſſimam quidem partem ex communicatione optimi Parentis, nunc ordine pertractabo, addita ubique demonſtratione ſeu analyſi: illa ex methodis, quæ maxime obvia & cujus meminit in literis ad Leibnitium datis 2 Sept. 1694, per quam plura exempla dudum antea a ſe ſoluta refert, vid. Act. 1698 M. Octobr. conſiſtit in hoc, ſicuti patet ex ſolutione allata loco citato pag. 418 pro exemplo logarithmicarum eodem axe & per idem punctum ductarum atque trajectoria normali ſecandarum, ut ſi curva ABC. ſit una ex ſecandis a trajectoria quæſita DBE. concipiatur BF tangens ſecandæ ABC, tanquam normalis ſecantis DBE propter angulum rectum ABE, adeoque poſitis coordinatis trajectoriæ AG, $y$; GB, $x$, earumque elementis Gg vel $nb$, $dy$; $n$B; $-dx$; ut fiat FG. GB :: $-dx$. $dy$ hoc eſt ſubtangens ſecandæ ad applicatam communem $x$, ſicuti hujus ejusdem elementum ad elementum abſciſſæ, hæc analogia ſuppeditabit æquationem differentialem primi gradus continentem præter coordinatas earumque elementa etiam parametrum variabilem curvarum ſecandarum. Hactenus ſolutum habebitur problema ſed nonniſi imperfectiſſime ſeu in primo & infimo ſolutionis gradu: quod ſi inſuper valor ſubtangentis ita exhiberi poſſit, ut parameter variabilis eum non ingrediatur, habebitur trajectoria DBE per æquationem differentialem primi gradus omnino liberam a parametro, quæ ſolutio perfecta eſt in tertio perfectionis gradu, unde patet curvarum algebraicarum trajectorias ſemper exprimi poſſe per hujusmodi æquationem, conceſſa nempe extractione radicum ex æquationibus algebraicis. Denique ſi valor ſubtangentis FG eo reduci queat, ut excludat non ſolum parametrum variabilem, ſed omnes quantitates conſtantes & implentes homogeneorum dimenſiones, hoc eſt ut FG componatur tantum ex coordinatis $y$ & $x$ ſecundum quamcumque legem, dico hoc caſu etiam ſolvi poſſe problema in ſummo perfectionis gradu; etenim æquatio differentialis pro trajectoria emergens conſiſtet in meris $y$ & $x$ ita ſecum invicem permixtis, ut ubique ſimul eundem dimenſionis gradum adimpleant: verum jam diu à Patre meo demonſtratum eſt, quomodo in talibus æquationibus differentialibus indeterminatas ſeparare oporteat, ut earum conſtructio ad quadraturas revocetur, niſi, quod quandoque fieri poteſt, per integrationem ad algebraicas omnino reducantur.

Tabul. Suppl. To. VII. Fig. 1.

Pag. 305.

§. 22.

Tom. VII. Supplem. Sect. VII. §. 22. Poſſem horum caſuum exempla bene multa tam tranſcendentia quam algebraica producere, ſed quia conſtitui ob materiæ abundantiam ad particularia non deſcendere, relinquam aliis dictorum applicationem facere. Interim hac occaſione oſtendam, quam facile canon Clariſs. Hermanni, in quem etiam Patruelis meus incidit, ex hac prima Patris mei methodo deducatur: ſit enim pro curva ſecanda ABC æquatio differentialis generaliter expreſſa per $dx = pdy$ ubi $y$ & $x$ denotant ejus coordinatas AG & GB; $dy$ & $dx$ earundem elementa, quatenus pertinent (manente parametro invariata) ad curvam ſecandam eandem ABC; at-
Pag. 306. que $p$ quantitatem deſignat utcumque compoſitam ex coordinatis, parametro & conſtantibus. Jam ergo per methodum expoſitam erit FG . GB ($:: dy . pdy :: 1 . p$) $:: Bn . nb ::$ (ſumendo $-dx$ & $dy$ pro elementis coordinatarum $x$ & $y$ quatenus pertinet ad Trajectoriam DBE) $-dx . dy$, adeoque $1 \times dy = px - dx$, hoc eſt $dy = -pdx$; unde apparet, permutatis elementis in æquatione ſecandarum $dx = pdy$, & variato alterutro ſigno, oriri æquationem $dy = -pdx$ pro Trajectoria quæſita, ſicuti præcipit Canon Hermannianus ſæpe adeo commendatus; ſed ſimul patet, eandem in re ipſa nihil differre a methodo hic explicata: quam Pater meus jam ante tot annos adhibuerat, quin & canonem illum nihil aliud eſſe, quam ipſius methodi commodam tantum enunciationem.

Fig. 2. §. 23. Altera methodorum ſuperiori jam ſeculo a Patre uſitatarum, non multo minus obvia eſt quam præcedens: Illa huc redit, ut concipiantur duæ curvæ ſecandæ ſibi mutuo proximæ, ABC, $Abc$ ſectæ a trajectoria DBE in punctis B, $b$; & a communi applicata GB in punctis B, $\beta$; unde formabitur triangulum rectangulum $Bb\beta$, eritque adeo (ducta $bn$ perpendiculari ad $B\beta$) $B\beta . b\beta :: b\beta . n\beta$, ſeu $B\beta \times n\beta = b\beta \times b\beta = b\beta^2$. Habetur autem $B\beta$ differentiando applicatam GB ſecundum parametrum variabilem & abſciſſam AG invariabilem, ipſa vero $bn$ (elementum abſciſſæ AG quatenus pertinet ad trajectoriam DBE) $= dy$; & $\beta b$ (elementum curvæ ſecandæ $Abc$,) cujus poſita æquatione differentiali $dx = pdy$, habetur $\beta b$ (faciendo $1 . \sqrt{1+pp} :: bn . \beta b$) $= \sqrt{1+pp} \times dy$, ſicuti & $\beta n$ (propter $bn . \beta n :: 1 . p$) $= pdy$; ſit itaque $B\beta = -qda$ (pono $-qda$, quia creſcente parametro in hac figura decreſcit GB) erit $-qda \times pdy = \overline{1+pp}\,dy^2$ ſeu $-qda \times p = \overline{1+pp}\,dy$, unde $-da = \frac{1+pp}{pq} dy$. Quæ eſt æquatio pro trajectoria quæſita.

§. 24.

§. 24. In hac methodo fundamentum habet regula prior, qua utebatur Clariſs. Hermannus antequam in canonem ſuum incidiſſet, & cujus dedi deſcriptionem in Actis 1718 p. 555, ſed quam deſeruit animadvertens haud dubie ſibi non facile eſſe applicare hanc regulam ad curvas tranſcendentes ſecandas ABC, in quibus nempe valor applicatæ GB in terminis finitis exhiberi nequit, hoc enim omnino requiri videtur ad id, ut differentiari illa poſſit, ſuppoſita variabilitate parametri & invariabilitate abſciſſæ AG, hoc eſt, ad inveniendum valorem ipſius $q$ in æquatione $-da = \frac{1+pp}{pq}dy$. Quamdiu itaque fugit quid pro $q$ ſubſtituendum ſit, æquatio inventa nullius erit utilitatis, utpote quæ ne quidem in infimo perfectionis gradu problema ſolvit, proinde minoris æſtimanda, quam quæ per primam methodum inventa eſt $dy = -pdx$; etſi hæc ut jam dictum, quia tres involvit variabiles $y$, $x$ & $a$ latentem in $p$, nonniſi imperfectiſſimam conſtituat ſolutionem: ſed ſi qua arte determinari poteſt $q$, ſcilicet in tranſcendentibus, de quibus hic ſermo eſt, æquatio proveniens, ex ſubſtitutione ejus valoris in $-da = \frac{1+pp}{pq}dy$ ſolvet problema in longe excellentiori gradu quam altera $dy = -pdx$, ſiquidem in illa tunc non niſi duæ continebuntur variabiles, ſuppoſito $p$ dari duntaxat per $a$ & $y$, nam ſi etiam $x$ ingrederetur, utraque pari paſſu ambularent. Quocirca operæ pretium erit oſtendere quomodo in tranſcendentibus valor ipſius $q$ inveniatur: In hunc finem communicabo rationem differentiandi quantitates tranſcendentes de curva in curvam, quam jam olim Leibnitio & parenti meo familiarem fuiſſe ex ipſorum literis ad ſe invicem ſcriptis cognovi, & quæ in vulgus nondum nota hucusque deſiderari videbatur. Tom. VII. Supplem. Sect. VI. Pag. 307.

§. 25. Sit igitur curva ABC, eique proxima $Abc$, quæ ex illius parametri variatione oritur: oportet invenire differentiam utriusque applicatæ GB, G$b$ ad communem abſciſſam AG pertinentis, hoc eſt, oportet invenire B$b$; quod ut peragatur etiam in tranſcendentibus (nam ſi GB algebraice daretur nulla eſſet difficultas) obſervandum eſt differentiam duorum totorum eſſe æqualem ſummæ ex differentiis partium, vel quod idem eſt, differentiam duorum totorum componi ex omnibus differentiis partium: hinc ſi (abſciſſa AG in elementa diviſa) innumeræ aliæ, intelligantur applicatæ FE, IH, KL &c. Erit B$b$ differentia inter GB & G$b$, æqualis B$b$ — E$e$ + E$e$ — Hh + Hh — Ll &c. eſt vero (ductis E$m$, $en$, axi AG, parallelis) B$b$ — E$e$ = B$b$ Fig. 3. Pag. 308.

Tom.VII. Supplem. Sect. VII. — $mn = Bm - bn =$ differentiæ inter elementa applicatarum, GB, G$b$, unde B$b$ differentia totarum GB & G$b$, erit æqualis aggregato ex omnibus illis differentiis inter elementa applicatarum ad communes abſciſſas pertinentium. Quare differentiando elementa applicatæ, ſuppoſita parametro variabili, & manente abſciſſa invariata, & poſtea quod provenit iterum integrando, ſuppoſita parametro invariabili & fluente abſciſſa, emerget valor ipſius B$b$: ſit itaque ut prius æquatio naturam curvarum exprimens $dx = pdy$ (nominatis nempe AG, $y$; GB, $x$: parametro variabili $a$, & $p$ quantitate compoſita utcumque ex $y$, $a$ & conſtantibus) differentietur $p$, ſupponendo $a$ fluentem, & $y$ manentem, vocetur quod provenit R$da$, erit $Bm - bn = R\,da\,dy = da \times Rdy$; hoc nunc integretur ſuppoſita $a$ ac proinde $da$ manente ſed $y$ fluente, habebitur $da\int Rdy = Bb$ ſeu $q$. Quod ſi R$dy$ actu ipſo integrari non poteſt, dabitur $q$, ſaltem tranſcendenter, hoc eſt, per quadraturam. Noſtra igitur æquatio ad Trajectoriam §. 23, inventa $-da = \frac{1+pp}{pq}\,dy$ abiit in hanc $-da = \frac{1+pp}{p\int Rdy}\,dy$, nonniſi duabus indeterminatis $y$ & $a$ variabili conſtantem, per quam adeo problema in penultimo perfectionis gradu ſolutum habemus, perfectius autem, hoc eſt, in ſummo perfectionis gradu ſolvere problema in tanta generalitate ſumtum vix ſperare poſſumus. Notetur interim, ne confundatur $dy$ in $\int Rdy$ cum altero quod totam fractionem multiplicat, prius illud eſſe elementum abſciſſæ quatenus pertinet ad curvam ſecandam, alterum vero eſſe elementum ejusdem, quatenus ad trajectoriam pertinet; ſic ergo $\int Rdy$, conſiderari debet tanquam quantitas finita & data (licet tranſcendenter) per $y$ & $a$ invariabilem in hac integratione, quæ cum ceteris quæ inſunt quantitatibus per omnes curvas conſtantiſſimis, quomodocumque compoſitæ & permixtæ intelliguntur.

§. 26. Reſtat ut B$b$ inveniamus in maxima problematis generalitate, ſuppoſito nimirum in æquatione curvarum ſecandarum
Pag. 309. $dx = pdy$ quantitatem $p$ conflatam eſſe ex ambabus coordinatis $y$, $x$, ex parametro $a$ & conſtantibus quibuscumque: ad hoc præſtandum utemur eadem illa methodo differentiandi quantitates tranſcendentes de curva in curvam, adhibita tantum aliqua dexteritate; vocetur enim B$b$, $d$X, utpote, elementum ipſius $x$ ex ſolius parametri variatione ortum adeoque diſtinguendum a $dx$; Quod itaque ex differentiatione ipſius $p$, ponendo $y$ manentem atque parametrum $a$ fluentem, reſultat, ſit R$da$ + T$d$X (talem

lem enim formam omnino habebit, quia fluente $a$ etiam $x$ fluet, hoc eſt, mutabitur GB in G$b$); Erit nunc B$m$ — $bn$ hoc eſt $ddX = Rdady + TdXdy$ adeoque $ddX - TdXdy = Rdady$. Tom. VII. Supplem. Sect. VII.
Res jam huc redit, ut hæc æquatio integretur manente parametro & fluente AG, id quod duobus modis, qui Patri meo accepti ſunt ferendi, efficitur: Et quidem primo multiplicetur æquatio per $z$, ut habeatur $zddX - TzdXdy = Rzdady$, nunc quæratur valor ipſius $z$ talis, ut prius membrum evadat integrabile, hoc fine ponatur illud eſſe differentiale ipſius $zdX$, hoc eſt, eſſe $= zddX + dzdX$; & cum primi termini utrobique jam ſint identici, etiam alteri ſunt identificandi faciendo $dzdX = -TzdXdy$, unde $\frac{dz}{z} = -Tdy$, atque integrando, $lz$, hoc eſt logarithmus ipſius $z = -\int Tdy =$ (ſupponendo $lc = 1$) $lcx - \int Tdy$; reductiſque logarithmis more ſolito ad numeros, $z = c^{-\int Tdy}$. Hanc quantitatis non logarithmicæ reducendæ rationem a Patre primum introductam videas in Act. Lipſ. 1700 p. 507. Cum itaque $zdX = \int Rzdady =$ (ob $da$, invariab.) $da\int Rzdy$, ſubſtituatur valor inventus ipſius $z$, habebitur $c^{-\int Tdy} \times dX = da\int Rdy \times c^{-\int Tdy}$, ipſumque $dX$ ſeu B$b = \frac{da\int Rdy \times c^{-\int Tdy}}{c^{-\int Tdy}}$.

§. 27. Alter modus integrandi $ddx - TdXdy = Rdady$, continetur in methodo Patri olim uſitata in Actis 1697 p. 284 ad conſtruendam æquationem $ady = ypdx + by^n qdx$, a Patruo ipſi propoſitam, cujus noſtra eſt tantum caſus particularis, fiat igitur ut in loco citato factum $dX = mz$, adeoque $ddX = mdz + zdm$, Pag. 310.
quibus ſubſtitutis in æquatione $ddX = Rdady + TdXdy$, mutatur ea in hanc, $mdz + zdm = Rdady + Tmzdy$; ponatur vi illius methodi $zdm = Tmzdy$, & $mdz = Rdady$, prior dat $\frac{dm}{m} = Tdy$, unde $m = c^{\int Tdy}$, hoc in altera ſubſtitutum dat $c^{\int Tdy} dz = Rdady$ ideoque $dz = \frac{Rdady}{c^{\int Tdy}} = Rdady \times c^{-\int Tdy}$, unde $z = da\int Rdy \times c^{-\int Tdy}$, & $mz$, ſeu $dX$, ſeu B$b = c^{\int Tdy} \times da\int Rdy \times c^{-\int Tdy} = \frac{da\int Rdy \times c^{-\int Tdy}}{c^{-\int Tdy}}$ ut ante.

§. 28. Reperta hoc modo ipſa B$b$, ſeu valore ipſius $qda$ in æquatione generaliſſima pro trajectoriis §. 23 $- da = \frac{1 + pp}{pq} dy$; ſubſtituatur illa in hac æquatione, & prodibit nova quæ illas generaliter ſolvit, & in qua nulla erit quantitas, cujus valor

Tom. VII. Supplem. Sect. VII.

non ſit definitus, nempe hæc $-da = \frac{\overline{1+pp} \times c^{\int T dy}}{p \int R dy \times c^{\int T dy}} dy$. Ubi ſtatim patet, in caſu quo $p$ componitur tantum ex $y$, $a$ & conſtantiſſimis, ita ut $x$ non ingrediatur, fore $T = 0$, ac proinde æquationem illam degenerare in hanc $-da = \frac{1+pp}{p \int R dy} dy$, prorſus ut jam invenimus §. 25. Ceterum etiam hic, quod ſupra in fine ejusdem paragraphi jam monuimus, notandum, in integrationibus $\int T dy$ & $\int \overline{R dy \times c^{\int T dy}}$ ſumi debere parametrum $a$ pro invariabili ita ut illæ quantitates tanquam finitæ & datæ per ipſas curvas ſecandas datas conſiderari debeant.

Pag. 311. §. 29. Quandoquidem Patruelis meus Clar. Profeſſor Patavinus idem præſtitit, ſed eo fine, ut inveniret æquationem differentialem quam vocat *completam* ex data differentiali æquatione *incompleta*, unde poſtea trajectoria determinatur per eandem noſtram æquationem; e re erit ejus methodum quæ mere analytica eſt nulla attentione facta ad figuram, huc tranſcribere ex quadam ipſius epiſtola ad Patrem exarata, retentis quibus uſus eſt verbis ſed ſymbolis ad noſtra accommodatis, ita autem habet: „ *Problema*. --- Datam æquationem differentialem alicujus curvæ $dx = pdy$, in qua $p$ datur per $x$, $y$ „ quantitatem conſtantem $a$, & alias conſtantes, transmutare „ in aliam æquivalentem, in qua etiam quantitas $a$ ſit variabilis. *Solutio*. Sit æquatio quæſita $dx = pdy + qda$, quæ nempe „ integrata exhibeat eandem æquationem, quæ provenit ex integratione æquationis $dx = pdy$ in qua $a$ ſumitur pro quantitate conſtante. Ut inveniatur valor quantitatis $q$, differentietur quantitas $p$, ſumptis pro variabilibus $x$, $y$ & $a$; & fit „ generaliter $dp = T dx + S dy + R da$. Sumta $a$ conſtante erit $dy = \frac{dx}{p}$, hæc æquatio differentietur ſumptis $x$ & $dx$ conſtantibus,

„ & erit $ddy = \frac{-dxdp}{pp} =$ (quia ſi $x$ conſtans eſt, $dp = S dy + R da$)

„ $\frac{-S dx dy - R dx da}{pp} =$ ( quia ſi $x$ conſtans, $dy = \frac{-q da}{p}$ )

„ $\frac{S q dx da - R p dx da}{p^3}$. Nunc hoc idem $ddy$ alio modo quæro:

„ ſumta $x$ conſtante erit $dy = \frac{-q da}{p}$, hæc æquatio differentie-

tur

„ tur ſumptis $a$ & $da$ conſtantibus, & erit $ddy = \frac{-pdqda + qdpa}{pp} =$ Tom. VII. Supplem. Sect. VII.
„ (quia ſi $a$ conſtans, $dp = \mathrm{T}dx + \mathrm{S}dy$) $\frac{-pdqda + \mathrm{T}qdxda + \mathrm{S}qdyda}{pp} =$
„ (quia ſi $a$ conſtans, $dy = \frac{dx}{p}$) $\frac{-ppdqda + \mathrm{T}qpdxda + \mathrm{S}qdxda}{p^1}$.
„ Unde æquatis his duobus valoribus ipſius $ddy$ erit $\frac{\mathrm{S}qdxda - \mathrm{R}pdxda}{p^3}$ Pag. 312.
„ $= \frac{-ppdqda + \mathrm{T}qpdxda + \mathrm{S}qdxda}{p^3}$ ſive $\mathrm{S}qdx - \mathrm{R}pdx = -ppdq$
„ $+ \mathrm{T}qpdx + \mathrm{S}qdx$, ſive $-\mathrm{R}dx = -pdq + \mathrm{T}qdx$, ſive (ponendo
„ $pdy$ pro $dx$) $-\mathrm{R}dy = -dq + \mathrm{T}qdy$. Ponatur $\mathrm{T}dy = \frac{-dz}{z}$,
„ eritque $-\mathrm{R}zdy = -zdq - qdz$ & integrando $\int \mathrm{R}zdy = qz$ ſive $q =$
„ $\frac{\int \mathrm{R}zdy}{z}$, ſed quia $\mathrm{T}dy = \frac{-dz}{z}$, erit ſumpta $c$ pro quantitate
„ aliqua conſtante (*cujus nempe logarithmus* $= -1$) $z = c^{\int \mathrm{T}dy}$,
„ quo valore ſubſtituto habebitur $q = \frac{\int \mathrm{R}dy \times c^{\int \mathrm{T}dy}}{c^{\int \mathrm{T}dy}}$. *Brevius*.
„ Poſita $a$ conſtante eſt $dx = pdy$, differentietur hæc æquatio poſitis
„ $y$ & $dy$ conſtantibus eritque $ddx = dpdy =$ poſita $dp = \mathrm{T}dx + \mathrm{R}da$)
„ $\mathrm{T}dxdy + \mathrm{R}dady =$ (quia ob $y$ conſtantem $dx = qda$) $\mathrm{T}qdady$
„ $+ \mathrm{R}dady$. Poſita $y$ conſtante eſt $dx = qda$, differentietur hæc
„ æquatio poſitis $a$ & $da$ conſtantibus & erit $ddx = dqda$. Unde
„ æquatis his duobus valoribus ipſius $ddx$ erit $\mathrm{T}qdady + \mathrm{R}dady =$
„ $dqda$, ſive $\mathrm{T}qdy + \mathrm{R}dy = dq$. Ut prius.

§. 30. Quod nunc ſpectat ad ipſam æquationem univerſalem pro trajectoriis per hos modos inventam $-da = \frac{1 + pp \times c^{-\int \mathrm{T}dy}}{p \int \mathrm{R}dy \times c^{-\int \mathrm{T}dy}} dy$; Ea utique etiam tres indeterminatas involvit $y$, $x$ & $a$, proinde non perfectius ſolvit problema quam altera illa ex transmutatione elementorum orta $dy = -pdx$, cujus expreſſio eſt ſimpliciſſima & inventu facillima: Sed hae tamen gaudet prærogativa, quod in applicatione ad exempla contingere poſſit, ut $x$ in noſtra æquatione inventa evaneſcat & ita non niſi duas relinquat indeterminatas $y$ & $a$ earumque elementa $dy$ & $da$, id quod in altera $dy = -pdx$ evenire nunquam poteſt, nam Pag. 313.
quamvis $x$ prorſus exularet a $p$, reſtaret tamen ejus elementum $dx$, ita ut niſi aliunde forte via ſuppetat exterminandi adhuc alte-

Tom. VII. Supplem. Sect. VII.

terutram $y$ vel $x$, ſolutio per hanc æquationem ultra infimum gradum (ut jam ſupra diximus) non evehatur.

§. 31. [illegible] miſſa hac univerſaliſſima Trajectoriarum formula, quæ qua talis, quod fateor, plus habet curioſitatis quam utilitatis in applicatione ad exempla; pervenio tandem ad varias methodos non quidem univerſaliſſime ſolventes problema, ſed tamen generales ſingulas in ſuis generibus, adeo, ut unaquæque applicabilis ſit ad infinita curvarum genera ſpecies totidem particulares ſingula comprehendentia. Obſervabit Lector problema ſolutum plerumque mira facilitate, ac ſemper in perfecto ſolutionis ſenſu, quandoque in perfectiſſimo, quod fit reducta æquatione ad conſtructionem per quadraturas.

§. 32. Occurrit ſtatim methodus ſimplicitate jucunda gaudens pro quibuscumque curvis ſecandis ſimilibus & circa datum punctum ſimiliter poſitis, ubi non opus erit attendere curvarum peculiarem æquationem, ſiquidem omnia, quæ dari poſſunt ſimilium exempla ſub una generali conſtructione continebuntur, quæ ea eſt quam a Parente datam in Actis 1718 pag. 551, §. 10 communicavi & de qua ibi diſerte dixi, quod non tantum ad exemplum a Leibnitio propoſitum $dx = \frac{y^n\, dy}{\sqrt{a^{2n} - y^{2n}}}$, *ſed & ad alia infinita eodem ſucceſſu accommodari poſſit, ſi levis attentio adbibeatur*, nempe ad omnium ſimilium curvarum exempla, ad ſimilitudinem enim (qua tum certis de cauſis nominare nolebam) extento quaſi digito me reſpexiſſe, nunc nemo non videt.

§. 33. Analyſin ipſam hanc in rem inſtitutam, prout eam primo Patrueli meo poſtea Nobiliſs. Monmortio impertiit Pater, paucis his habe: eſto LBM trajectoria quæſita ſecans orthogonaliter omnes cujuscumque generis curvas ſimiles AB$b$, CD$d$ &c. ex communi polo H, deſcriptas: aſſumatur ex illis quædam ut CD$d$, pro invariabili & norma reliquarum, quam *Principalem* vocat. Ductis ex polo H duabus rectis HB, H$b$, angulum acutiſſimum facientibus BH$b$, quæ ſecent trajectoriam in B, N; *Principalem* CD$d$ in D, $d$, & curvam ſimilem tranſeuntem per B in $b$; intelligantur arculi concentrici, BF, DG, centro H deſcripti: ſit HD $= x$, HB $= y$; adeoque G$d$ $= dx$, FN $= -dy$ (ponitur $-dy$, quia creſcente ordinata HD in *principali* decreſcit ordinata HB in trajectoria LBM.) Quia itaque curva CD$d$ eſt data, elementum DG dabitur in $x$ & $dx$, per methodum tangentium directam: Sit DG $= X dx$ (intelligitur per X quantitas qualiscumque compoſita ex $x$ & conſtantibus, hoc eſt, more Paterno loquendo, *functio* quælibet ipſius $x$) ob ſimilitudinem curva-

Fig. 4. Pag. 314.

varum CD$d$, AB$b$, triangula DHG, BHF, ut & DG$d$, BF$b$ Tom.VII. Supplem. Sect. VII.
ſunt ſimilia; proinde HD($x$). HB($y$) :: DG ($Xdx$) BF $= \frac{yXdx}{x}$,
& HD($x$). HB ($y$) :: DG.BF :: G$d$($dx$). F$b = \frac{ydx}{x}$, verum ex conditione problematis, angulo NB$b$ exiſtente recto, erit BF² $\left(\frac{yyXXdx^2}{xx}\right) = b$F × FN $\left(\frac{-ydxdy}{x}\right)$ reductione peracta habebitur æquatio in qua indeterminatæ jam ſponte ſunt ſeparatæ ſine ulteriori præparatione, $\frac{XXdx}{x} = \frac{-dy}{y}$; quæ generaliter exprimit trajectoriam pro curvis ſimilibus tranſcendentibus æque ac algebraicis cujuſcumque ſint naturæ, atque hinc deducta eſt conſtructio citata ex Actis 1718.

§. 34. Nunc velim comparet B. Lector hanc univerſaliſſimam ſimilium ſolutionem ad extremum perfectionis gradum, nempe ad quadraturas, redactam eamque ſimplicem, planam ac facilem, cum ſolutionibus particularis exempli $dx = \frac{y^m dy}{\sqrt{a^{2m} - y^{2m}}}$ a Viris clariſſimis Hermanno & Tayloro datis, ac dein judicet per ſe ipſum annon illæ (ſaltem reſpectu ad noſtram) ſint intricatæ, longæ & difficiles, atque imprimis judicet, quo jure Cel. Hermannus conqueri poſſit quod analyſin ipſius ejusdem exempli in Actis 1717 pag. 404 & 405 exhibitam prolixitatis & moleſtiæ arguerim. Sed ſperamus, ubi viderit Vir acutiſſimus brevitatem juxta generalitatem tum calculi tum formulæ noſtræ $\frac{XXdx}{x} = \frac{-dy}{y}$, ipſum pro candore ſuo agnita rei veritate ſententiam noſtram in mitiorem partem acceptuntm eſſe. Videbit exemplum, alterum quod ipſi propoſui in Actis 1718 p. 556 l. 8 *a fine*, certe ſuo illo calculo inſuperabile, & quod ideo intactum reliquit, in generali hac formula $\frac{XXdx}{x} = \frac{-dy}{y}$ æque contineri ac quodlibet aliud ſimpliciſſimum, ſi quidem ut attendenti facile patet, ſit etiam ex claſſe ſimilium, de quo propterea non immerito dixi; ejus conſtructionem per methodum paternam non eſſe imperviam. Ceterum in tranſitu notari hic cupio, quod ex ipſa figura ultro patet, ſi curvæ ſecandæ CD$d$, AB$b$, ſint logarithmicæ ſpirales ſimiles, circa communem polum H, fore trajectoriam LBM etiam ſpiralem logarithmicam, quia invariabilis anguli ABH, invariabile

Pag. 315.

 bile quoque eſt complementum MBH: hinc ſpiræ mirabilis proprietatibus a Patruo quondam meo recenſitis, quibus illa multis modis ex ſe ipſa naſcitur, novum accedit augmentum; quo videmus ſpirarum illarum trajectorias exiſtere pariter ſpiras ejusdem naturæ quamvis prioribus diſſimiles, excepto caſu, quo angulus HBA eſt ſemirectus adeoque ſui complemento HBM æqualis.

§. 35. Methodus hucusque expoſita nimis fœcunda eſt, quam ut in ſimilibus tantum ſubſiſtat: meretur itaque ut porro explicem, quam facile applicari poſſit ad infinita alia curvarum etiamſi non ſimilium genera, a quibus omnes imaginabiles ſimilium familiæ non aliter quam rivulus ab oceano abſorbentur, tanta nimirum reperitur diſcrepantia ratione extenſionis inter utramque curvarum huic methodo obedientium claſſem. Proponantur ergo curvæ ſecandæ $CDd$, $ABb$ &c. quæ licet ſint tranſcendentes diſſimiles, modo hanc inter ſe obſervent conditionem ut ordinatæ HB ad HD, $Hb$ ad $Hd$, &c. habeant non quidem conſtantem rationem (quod eſſet caſus ſimilium & non niſi unicus inter in-
Pag. 316. finitos alios nunc ſolvendos) ſed conſtantem quamcunque relationem, expreſſam æquatione quadam algebraica inter ordinatam HD curvæ *principalis* $CDd$ & parametrum $a$ ſpectantem ad curvam ſecandam $ABb$, hoc eſt ut HB ſit functio data qualiscumque ipſius HD, quam parameter $a$ aliæque conſtantes quocumque modo ingrediantur.

§. 36. Sit enim ut antea HD ordinata curvæ principalis $= x$, HB ordinata trajectoriæ quæſitæ $= y$; $Gd = dx$, $FN = -dy$: Manente invariabili parametro $a$, differentietur functio qua exprimitur HB quatenus eſt ordinata ſecandæ $ABb$, ut habeatur elementum $Fb$, quod vocetur $pdx$, dabitur utique $p$ per $x$, $a$ & alias conſtantes, ſit nunc etiam ut ſupra $DG = Xdx$; erit HD $(x) . HB (y) :: DG (Xdx) . BF = \frac{yXdx}{x}$; unde iterum ob angulum $bBN$ rectum $BF^2 \left(\frac{yyXXdx^2}{xx}\right) = bF \times FN \; (-pdxdy)$ reducendo invenitur $\frac{XXdx}{pxx} = \frac{-dy}{yy}$. Quia vero HB ſeu $y =$ functioni ipſius HD, cui inſunt algebraice $x$, $a$ & conſtantes, dabitur, conceſſa extractione radicum, valor ipſius $a$ in $x$, $y$, & conſtantibus, quo ergo ſubſtituto in quantitate $p$, emerget æquatio pro trajectoria $\frac{XXdx}{pxx} = \frac{-dy}{yy}$, duas tantum indeterminatas $x$ & $y$ continens, ac proin ſolvens problema in tertio perfectionis gradu.

Tom. VII. Supplem. Sect. VII.

§. 37. Ut hæc æquatio ad caſum *ſimilium* tanquam ad ſimpliciſſimum applicetur, notandum, fractionem qua exprimitur HB in hac tantum æquatione $y = ax$ conſiſtere, adeoque quod generaliter vocatur $p$ hic jam eſſe $= a = \frac{y}{x}$; hoc igitur valore ſurrogato in $\frac{XXdx}{pxx} = \frac{-dy}{yy}$, prodibit $\frac{XXdx}{x} = \frac{-dy}{y}$ ſicut in §. 33 invenimus: ſed innumeri alii ſunt caſus præter hunc, in quibus res ſuccedit usque ad ſeparationem indeterminatarum, ideſt ad perfectiſſimum ſolutionis gradum, ſcilicet in omnibus illis (ut aliquos tantum memorem) ubi valor ipſius $p$, in $y$, $x$, & conſtantibus ita expreſſus habetur, ut $y$ vel quicquid ad eam ſpectat per ſimplicem diviſionem vel multiplicationem a reliquo ſeparari poſſit; hoc quippe pacto æquatio noſtra $\frac{XXdx}{pxx} = \frac{-dy}{yy}$; in duo ſeparatur membra, quorum unum ex conſtantibus atque ex $x$ & $dx$, alterum itidem ex conſtantibus atque ex $y$ & $dy$ conſtabitur: ſit ex. gr. curva *principalis* CD$d$ data qualiſcumque tranſcendens vel algebraica, ex qua curvæ ſecandæ AB$b$, ita generentur, ut relatio inter HD & HB exprimatur hac æquatione $a \times DB = HB \times HD$, hoc eſt, $ay - ax = yx$; Erit HB ſeu $y = \frac{ax}{a - x}$, ideoque F$b$ $= \frac{aadx}{aa - 2ax + xx}$, unde $p = \frac{aa}{aa - 2ax + xx} =$ (ſubſtituendo pro $a$ ejus valorem $\frac{yx}{y - x}$) $\frac{yy}{xx}$; & ſic æquatio generalis $\frac{XXdx}{pxx} = \frac{-dy}{yy}$ mutatur in hanc $\frac{XXdx}{yy} = \frac{-dy}{yy}$, vel multiplicato utrobique per $yy$ in hanc, $XXdx = -dy$, quæ conſtruibilis eſt per quadraturam.

Pag. 317.

§. 38. In hoc curvarum ſecandarum genere æque ac in ſimilibus, *Principalis* CD$d$ eſt una ex ipſis ſecandis adeoque ut reliquæ a trajectoria ad angulos rectos ſecabitur, quod notanter dico, nam in pluribus aliis caſibus accidit ut *Principalis*, ex qua ſecandæ generantur, ipſa inter ſecandas non comprehendatur, Ex. gr. ſint ſecandæ AB$b$ tales, ut HB ſeu $y$ ſit $= \sqrt{aa + 2bx}$, ubi per $b$ intelligo lineam pro omnibus eandem, patet utique fieri non poſſe ut parametro $a$ ſucceſſive variante tandem evadat HB ubique æqualis ipſi HD, hoc eſt, ut ſecanda AB coincidat cum principali

Tom.VII. Supplem. Sect. VII. Pag. 318. cipali CD. Interim etiam in hoc aliisque hujusmodi caſibus trajectoria LBM per quadraturas conſtrui poteſt; quoniam enim $y=\sqrt{aa+2bx}$, erit $Fb=\frac{bdx}{\sqrt{aa+2bx}}=\frac{bdx}{y}$, unde $p=\frac{b}{y}$, qui valor ſubſtitutus in æquatione generali $\frac{XXdx}{pxx}=\frac{-dy}{yy}$, dat hanc alteram $\frac{XXdx}{xx}=\frac{-bdy}{y^3}$, in qua nulla cernitur indeterminatarum permixtio, quæ conſtructionem per quadraturas impediat.

§. 39. Non opus erit, ut multis oſtendam, hanc methodum eadem facilitate extendi ad omnia curvarum genera, ubi ſecandæ ex curva principali generantur faciendo illarum applicatas ad communes abſciſſas pertinentium: Concipiamus enim curvas ſe-
Fig. 5. candas ABb hac lege formari ex principali CDd, ut applicatæ HB, bb &c. conſtituant functiones applicatarum principalis HD, bd &c. per æquationem algebraicam expreſſas, ita videlicet, ut qualis functio eſt HB ipſius HD, talis etiam functio ſit bb, ipſius bd; & ſic ubique; hanc autem functionem ingrediatur parameter, qua eadem manente pro eadem curva, ſed ſucceſſive mutata pro diverſis, oriuntur ſecandæ infinitæ ABb, quarum trajectoria orthogonalis LBM ſic paucis determinatur: ſint DG, BF parallelæ axi RP, ſintque $HD=x$, HB quatenus eſt applicata trajectoriæ $=y$; Proinde (ſuppoſita bb ipſi HB proxima) $Gd=dx$, $NF=-dy$: Quia ob datam CDd curvæ naturam datur per methodum tangentium directam Hb in $x$, $dx$ & conſtantibus, ſit igitur Hb vel DG vel $BF=Xdx$; jam manente parametro $a$, differentietur valor ipſius $y$, hoc eſt, functio, quæ exprimit HB, ut habeatur elementum Fb quod ſit $=pdx$. Cum vero angulus bBN ſit rectus, erit $BF^2$ $(XXdx^2)=bF\times FN(-pdxdy)$, ſeu $XXdx=-pdy$. In quantitate $p$ ſubſtituatur valor ipſius $a$, qui habetur ex æquatione inter $y$, & functionem ipſius HD, quo facto reſultabit æquatio pro trajectoria $XXdx=-pdy$, in qua non-
Pag. 319. niſi duæ involventur indeterminatæ $x$ & $y$, & ita ſolutum erit problema in penultimo gradu perfectionis.

§. 40. Hæc autem pariter ut altera illa §. 36 inventa $\frac{XXdx}{pxx}=\frac{-dy}{yy}$ innumeros admittit caſus perfectiſſime ſolubiles nempe per quadraturas: atque in univerſum quæ §. 37 & 38, dicta ſunt, etiam huc quadrant. Rem multis exemplis illuſtrare non vacat; ſubindicare tamen haud pigebit, plurima olim operoſe ſatis ſoluta,

luta, eſſe corollaria tantum quorundam caſuum ſimpliciſſimorum. Ex. gr. ſint ſecandæ AB$b$ tales, ut earum applicatæ HB, habeant ad applicatas principalis HD, rationem conſtantem, hoc eſt, ut $y$ ſit $= ax$, erit in hoc caſu $p = a = \frac{y}{x}$; Hinc æquatio generalis $XXdx = -pdy$, mutatur in hanc ſpecialem $XXdx = \frac{-ydy}{x}$, ſeu $XXxdx = -ydy$, quæ per quadraturas conſtruitur. Ex hac ſpeciali porro fluunt loco confectarii ſolutiones ſequentium; 1. ſi curvæ ſecandæ ſunt parabolæ cujusvis gradus eundem verticem & eundem axem habentes; 2. ſi ſunt Hyperbolæ vel Ellipſes ad communem axem transverſum pertinentes, quod fuit problema primum Leibnitianum & a me ſolutum in Actis 1716 M. Majo; 3. ſi ſunt Logarithmicæ ſuper eodem axe & per idem punctum tranſeuntes; quod ſuperiori jam ſeculo Pater & Patruus ſolverunt; & quæ ſunt ejusmodi infinita alia. Quod ſi ſecanda AB$b$, ſit eadem cum principali CD$d$, alium tantum ſitum habens, ita nempe ut DB, differentia inter HB & HD, ſit conſtantis magnitudinis, ſeu ut BD ſit $= bd$; adeoque $y = x + a$ & $p = 1$, id quod ex æquatione generali $XXdx = -pdy$, hanc facit $XXdx = -dy$, quæ competit omnibus trajectoriis ad curvas easdem ex motu parallelo de loco in locum translatas. Tom. VII. Supplem. Sect. VII

§. 41. Redeo ad curvas ſimiles, ſed accepta voce *ſimilitudinis* in latiori ſignificatione: Conſidero namque hoc loco triplicem ejus ſenſum, nempe ſimilitudinem *lateralem*, *exponentialem* vel *potentialem*, & *functionalem*. Duæ curvæ dicuntur mihi *lateraliter* ſimiles, in quibus ſumendo in data ratione duas quasvis abſciſſas, unam in una & alteram in altera, etiam applicatæ illis reſpondentes habent eandem illam rationem. Duæ curvæ erunt *exponentialiter* vel *potentialiter* ſimiles, quando ſumptis duabus abſciſſis quibuslibet in data ratione, applicatæ illis reſpondentes gaudent ratione quæ datæ rationis eſt duplicata, triplicata, ſesquiplicata aliave multiplicata ſecundum quemcumque exponentem ſive rationalem ſive irrationalem. Denique per *functionaliter* ſimiles intelligo, ubi abſciſſis datam rationem obtinentibus reſpondent applicatæ, quæ proportionales ſunt functionibus utrobique eadem lege factis ex ſuis reſpectivis abſciſſis parametris & conſtantibus. De his ſequentia habe elegantia & curioſa. Pag. 310.

§. 42. Quod quidem attinet ad curvas *lateraliter* ſimiles, oppido pateſcit ex definitione, earum ſimilitudinem non differre ab illa altera communiter & proprie ſic dicta, quo vulgari ſenſu ſumptas curvas ſimiles, ſupra, §§. 32, 33, 34, 35 fuſe pertra-

Tom. VII. Supplem. Sect. VII. ſtavimus. De iis tamen ut denuo agamus, quantum quidem ſecundum hanc definitionem conſiderata ſimilitudo viam nobis ſternit ad altiora, e re omnino eſſe arbitramur.

Fig. 6. §. 43. Detur igitur curva quæcumque CDE pro *principali*, aliæque innumeræ ſecandæ qualis AB*b*, hac conditione ex illa formatæ, ut ſumptis utrobique duabus abſciſſis RP & RF, in ratione *b* ad *a* hoc eſt, ut parameter principalis ad parametrum ſecandæ, applicata P*d* unius ad applicatam FB alterius habeat eandem illam rationem *b* ad *a*. Quæritur trajectoria LBM: Sint coordinatæ trajectoriæ RF vel RS $= y$; FB vel SN $= x$ coordinatæ principalis RH vel RP $= z$, HD vel P*d* $= t = \int Z dz$, intelligo per Z functionem quamcumque ipſius RH, hoc eſt, quantitatem utcumque datam per $z$ & conſtantes, quam etiam HD vel $t$ ingredi poteſt, quia hæc ipſa ob curvam datam CDE data ſupponitur; ſint porro elementa coordinatarum SF, BO, *b*T, HP, G*d*; & elementa curvarum BN, B*b*, D*d*; Sit nunc RP. RF :: *b*.*a* :: P*d*. FB; & creſcente *a* per elementum *da* ut habeatur proxima curva ſecanda tranſiens per N; ſit etiam RH. RS :: *b*. $a + da$ :: HD.

Pag. 321. SN; erit RF$(y) = \frac{az}{b}$, FB$(x) = \frac{at}{b} = \frac{a}{b}\int Z dz$, earumque differentialia FS$(dy) = \frac{adz + zda}{b}$; BO ſeu TN$(-dx) = \frac{-aZdz - tda}{b}$. Eſt vero (ob curvas ſimiles CDE, AB*b*, ſimilemque in illis ſitum punctorum, D, B) G*d*. GD :: T*b*. TB :: (ob angulum rectum NB*b*) TB. TN, hoc eſt $Zdz . dz$ (:: Z. 1) :: $\frac{adz + zda}{b}$. $\frac{-aZdz - tda}{b}$ :: $adz + zda . -aZdz - tda$, adeoque (æquando producta mediorum & extremorum) $adz + zda = -aZZdz - Ztda$, & per reductionem reſultat $\frac{-da}{a} = \frac{1 + ZZ}{z + Zt} dz$: Hæc itaque æquatio in qua $t$ & Z dantur per $z$, conſtrui poteſt per quadraturas, quia non laborat complicatione indeterminatarum; invento ſic valore ipſius $a$, trajectoria LBM ipſa facile conſtruitur: ſumpta enim abſciſſa quavis RP$(z)$, fiat RP. RF :: *b*. *a*, ut & P*d*. FB :: *b*. *a*, erit punctum B in trajectoria quæſita LBM.

§. 44. Talis conſtruendi modus ope curvæ principalis omnium eſt commodiſſimus; interim ex eo etiam alii eliciuntur: Concipiamus enim quantitatem *p* eodem ritu dari per abſciſſam *y* & parametrum *a* curvæ AB*b*, quo Z datur per abſciſſam $z$ & parame-

me-

metrum $b$ curvæ principalis CDE: manifeſtum eſt curvæ AB$b$ æquationem fore $x = \int p\,dy$, vel $dx = p\,dy$; ſicuti curvæ CDE æquatio eſt $t = \int Z\,dz$, vel $dt = Z\,dz$. Porro manifeſtum eſt functiones duas ſimiles, hoc eſt quantitates eodem ritu compoſitas ex indeterminatis utrobique proportionalibus, habere eam rationem ad ſe invicem, quam habent duarum indeterminatarum homologarum dignitates ejusdem dimenſionis, cujus ſunt ipſæ functiones. Ut hoc, quod in ſequentibus quoque uſum habebit, paulo clarius explicem, quia $b \,.\, a :: z \,.\, y :: t \,.\, x ::$ (ſumendo jam $dy$ & $dx$ pro elementis coordinatarum curvæ AB$b$ lateraliter ſimilis ipſi CDE) $dz \,.\, dy :: dt \,.\, dx$, erit ex. gr. $\overline{bbz + z^3} \,.\, \overline{aay + y^3} :: b^3 \,.\, a^3 :: z^3 \,.\, y^3 :: t^3 \,.\, x^3$; item $\sqrt{b^4 + 3bbtz + 2z^4} \,.\, \sqrt{a^4 + 3aaxy + 2y^4} :: bb \,.\, aa$; item $\frac{1}{\sqrt{2bz + zz}} \,.\, \frac{1}{\sqrt{2ay + yy}} :: b^{-1} \,.\, a^{-1}$; item $\frac{b^3}{b^3 + z^3} \,.\, \frac{a^3}{a^3 + y^3} :: b^0 \,.\, a^0 :: 1 \,.\, 1$; hoc eſt $\frac{b^3}{b^3 + z^3} = \frac{a^3}{a^3 + y^3}$; item $\frac{dz}{\sqrt{b^3 + z^3}} \,.\, \frac{dy}{\sqrt{a^3 + y^3}} :: b^{\frac{1}{2}} \,.\, a^{\frac{1}{2}}$; item $\int dz \sqrt{4b^4 + 2bz^3} \,.\, \int dy \sqrt{4a^4 + 2ay^3} :: b^3 \,.\, a^3$; Et ita de aliis. Quomodo autem dimenſiones functionum ſint æſtimandæ, non eſt quod explicem, id enim intelligentibus per ſe patet.

Tom. VII. Supplem. Sect. VII.

Pag. 322.

§. 45. Ex dictis fluit, omnes functiones ſimiles nullius dimenſionis, eſſe inter ſe æquales, quæ ſunt primæ dimenſionis ſe habere in ſimplici ratione ut latera homologa; quæ ſunt ſecundæ dimenſionis ſe habere in duplicata ratione laterum homologorum; quæ ſunt tertiæ dimenſionis fore in triplicata ratione eorundem: quæ ſunt ſeſqui dimenſionis, eſſe in ſeſquiplicata ratione eorundem, & ſic deinceps. His probe intellectis haud difficulter percipitur, quantitates Z & $p$ eſſe nullius dimenſionis, quia in æquationibus $dt = Z\,dz$ & $dx = p\,dy$, membra priora $dt$ & $dx$, quæ ſunt unius dumtaxat dimenſionis, indicant etiam altera, $Z\,dz$ & $p\,dy$, unam tantum habere dimenſionem, adeoque Z & $p$ nullam; & proinde $Z = p$. Ex quo liquet etiam $\frac{1 + ZZ}{z + Zt}\,dz$ & $\frac{1 + pp}{y + px}\,dy$ vel $\frac{1 + pp}{y + p\int p\,dy}\,dy$, cenſendas eſſe nullius dimenſionis, & conſequenter $\frac{1 + ZZ}{z + Zt}\,dz$, æqualem ipſi $\frac{1 + pp}{y + p\int p\,dy}\,dy$, hac igitur quantitate ſubſtituta in ſuperiori æqua-

Tom. VII. Supplem. Sect. VII. Pag. 323. tione pro trajectoria habebimus hanc aliam $\frac{-da}{a} = \frac{1+pp}{y+p\int pdy}dy$; quam primo dedit Cel. Hermannus in Actis 1718 p. 559.

§. 46. Sed probe notandum ſi $\frac{1+pp}{y+p\int pdy}dy$ ſit integrabilis per logarithmos, ideo non poſſe concludi quod $lc - la$ debeat eſſe $= \int \frac{1+pp}{y+p\int pdy}dy$ hoc eſt $=$ illis logarithmis, qui differentiati producunt $\frac{1+pp}{y+p\int pdy}dy$; quod paradoxum ut explicetur, hoc velim conſideret Lector, logarithmorum differentialia poſſe eſſe æqualia, ita tamen ut logarithmi ipſi non ſint æquales, ſed data quantitate a ſe invicem differentes, ut notum eſt; verum numeri reſpondentes iſtis logarithmis data quantitate differentibus in data ratione ſe habent, adeoque ſunt inæquales neque differentia eſt data: Sic ex. gr. etiamſi $\frac{dx}{x} = \frac{ndx}{nx}$, male tamen aliquis concluderet logarithmum prioris qui eſt $lx$ eſſe æqualem logarithmo poſterioris qui eſt $lnx$, alioquin pari jure colligere poſſet fore $x = nx$, quod abſurdum eſſet: Sic quoque ſi habeamus $\frac{dx}{x} = \frac{dz}{z}$ ſupponendo nempe $dx.\ dz :: x.\ z :: f.\ g.$ hoc eſt in data ratione; plane non ſequitur ut quilibet videt, fore abſolute loquendo $\int \frac{dx}{x} = \int \frac{dz}{z}$, ſeu $lx = lz$, quia alias foret $x = z$; quare ex æqualitate differentialium logarithmorum nihil aliud colligi poteſt, quam quod numeri horum logarithmorum ſeu quantitates abſolutæ habeant inter ſe rationem datam. His bene notatis nemo non perſpicit rationem ob quam $\frac{1+zz}{z+zt}dz$ & $\frac{1+pp}{y+p\int pdy}dy$, ſint quidem æqualia, tametſi eorum integralia per logarithmos expreſſa ſint inæqualia, atque ipſæ quantitates abſolutæ inæquales in ratione data, quæ ratio in hac lege fundatur, ut poſt reductionem logarithmorum ad numeros ſuos vel quantitates abſolutas in hac æquatione $lc - la = \int \frac{1+pp}{y+p\int pdy}dy$, quælibet dimenſio ipſius $y$, dividatur per eandem dimenſionem ipſius $\frac{b}{a}$ ita ut ſcribendum

Pag. 324.

ſit

ſit $\frac{by}{a}$ pro $y$, $\frac{bbyy}{aa}$ pro $yy$; $\frac{b^3y^3}{a^3}$ pro $y^3$ &c. nec non $\frac{ba}{a}$ ſeu $b$ pro $a$, $bb$ pro $aa$, $b^3$ pro $a^3$ &c. vel ſumpta $b$ conſtantiſſima pro unitate, ſcribi debeat $\frac{y}{a}$, $\frac{yy}{aa}$, $\frac{y^3}{a^3}$ &c. pro $y$, $yy$, $y^3$ &c. & $1$, pro $a$, $aa$, $a^3$ &c. Hoc enim pacto fient numeri ſeu quantitates abſolutæ ex logarithmis qui inſunt in $\int \frac{1+pp}{y+pſpdy}\,dy$ & $\frac{1+ZZ}{z+Zt}dz$, elicitæ perfecte æquales. Atque ex hoc fundamento dedimus ſupra §. 16 correctionem regulæ Hermannianæ, quæ ſine illa, ut ibidem oſtendimus per exemplum parabolarum, veram trajectoriæ æquationem in algebraicis non exhiberet. Tom. VII. Supplem. Sect. VII.

§. 47. Ceterum ſi deſideratur trajectoriæ æquatio in $y$, $x$, $a$ & eorum elementis, $dy$, $dx$, $da$; illa facillime ita obtinetur. Fiat $a.\ b :: \mathrm{RF}(y)$. $\mathrm{RP}(z) = \frac{by}{a}$; & $a.b :: \mathrm{FB}(x)\,\mathrm{P}d(t) = \frac{bx}{a}$; adeoque differentiando erit HP vel DG $(dz) = \frac{bady - byda}{aa}$, & G$d$ $(dt) = \frac{badx - bxda}{aa}$; Quia vero ON $(dy)$. BO $(-dx)$ $:: \mathrm{GD}\left(\frac{badx - bxda}{aa}\right)$. $\mathrm{DG}\left(\frac{bady - byda}{aa}\right) :: adx - xda$. $ady - yda$, habetur inde æquatio $ady^2 - ydady = -adx^2 + xdadx$; quæ reducta dat hanc alteram $\frac{da}{a} = \frac{dx^2 + dy^2}{xdx + ydy}$, a Cel. Hermanno *modularem* dictam, atque prius a Clariſs. Tayloro exhibitam, ſed ita tamen, ut ejus analyſin tanquam rem myſterioſam *celare ſtatuerit*; Etſi revera, cum tres contineat indeterminatas, $x$, $y$ & $a$, per ſe ſolam nullius ſit utilitatis ad problematis pro ſecandis ſimilibus generaliter ſumptis conſtructionem, atque hunc unicum uſum eumque ſatis exiguum præſtet, quod ejus beneficio in quolibet particulari exemplo perveniri poſſit ad æquationem differentio-differentialem inter coordinatas & earum elementa prima & ſecunda, ſi nempe valor ipſius $a$ in $x$, $y$, $dx$, $dy$, habendus ex æquatione canonis $-dy = pdx$, nec non valor ipſius $da$, qui ex differentiatione prioris provenit, ſubſtituatur in æquatione hac $da = \frac{dx^2 + dy^2}{xdx + ydy}$; Reſultabit utique æquatio differentio-differentialis pro trajectoria inter ſolas coordinatas & conſtantes exclu- Pag. 325.

cluſa parametro variabili $a$. Hæc deinde æquatio porro reducetur ad æquationem differentialem primi gradus ſaltem ſi id natura caſus particularis permittit, quamvis plerumque res ſit abſtruſiſſimæ indaginis, atque ſi ſuccedit, ſicuti in exemplo a Leibnitio propoſito $dx = \frac{y^m dy}{\sqrt{a^{2m} - y^{2m}}}$, nihil tamen aliud lucri inde efficitur, quam quod obtineatur æquatio differentialis primi quidem gradus; ſed ubi plerumque indeterminatæ permixtæ manent, ut vel plane non, vel nonniſi difficulter ad conſtructionem per quadraturas revocari poſſit, quemadmodum accidit prædicto exemplo, quod hanc ſuggeſſit æquationem $xdy - ydx = c^{1-m} y^m ds$, cujus conſtructionem Celeber. Hermannus tantum indirecte & ex præſuppoſita æquatione curvarum ſecandarum, non vero directe & ex ipſa ejus natura ſequeſtratis indeterminatis exhibuit: confer quæ hac de re jam ſupra §. 18 fuſius monui. Hinc demum ergo patet, quantum reliquis omnibus ſit præferenda Paterna conſtructio generalis pro quocumque genere ſecandarum ſimilium, quam ex aſſumpta earum *Principali* deduxit; ego vero communicavi in Actis 1718 pag. 551, & ipſam ejus analyſin aperui hic §. 33 hujus diſſertationis.

# NIC. BERNOULLI, JOH. FIL.

Tom. VII. Supplem. Sect. VIII. Pag. 337.

## Exercitatio Geometrica de Trajectoriis Orthogonalibus &c.

## SECTIO III.

### §. 48.

ACcedo ad curvas *exponentialiter* ſimiles, quarum trajectorias ſequenti modo determino: ſit in eadem figura VI una ex ſecandis IK$k$ (quam vitandæ confuſionis cauſa ad alteram axis partem pono, ad quam etiam principalis CDE poſita intelligatur.) Hujus itaque ſecandæ IK$k$ ex definitione ſimilitudinis *exponentialis* hæc eſt natura, ut ſumptis duabus quibuscumque abſciſſis RP & RF in ratione $b$ ad $a$, id eſt, in ratione parametri curvæ principalis CDE ad parametrum ſecandæ IK$k$, applicata illius P$d$ ſit ad applicatam hujus FK, ut $b^e$ ad $a^e$, hoc eſt, ut dignitas quælibet cujus index ſeu exponens vocetur $e$ parametri principalis ad dignitatem ſimilem parametri ſecandæ: ceterum nominentur hic etiam, ut in lateraliter ſimilibus, coordinatæ trajectoriæ RF vel RS$=y$; FK vel SQ$=x$; coordinatæ curvæ principalis RH vel RP$=z$; HD vel P$d = t = \int Zdz$: Intelligo, ut ibi, per Z functionem quamcumque ipſius RH vel $z$. Sit itaque RP. RF $:: b. a$; erit P$d$. FK $:: b^e. a^e$; Creſcente $a$ per elementum $da$, ut naſcatur ſecanda proxima tranſitura per Q; atque fiat RH. RS $:: b. a + da$; ac proin HD. SQ $:: b^e. \overline{a+da}^e$; habebitur inde RF $(y) = \frac{az}{b}$; FK $(x) = \frac{a^e t}{b^e} = \frac{a^e}{b^e}\int Zdz$, earumque differentialia FS ſeu KW $(dy) = \frac{adz + zda}{b}$, QW $(-dx) =$ $\frac{-a^e Zdz - ea^{e-1} tda}{b^e}$. Ut vero habeatur ratio inter KW & W$k$ elementa coordinatarum curvæ ſecandæ IK$k$, differentientur eorum valores $\frac{az}{b}$ & $\frac{a^e}{b^e}\int Zdz$, manente $a$ invariabili, Eritque KW $= \frac{adz}{b}$ & W$k = \frac{a^e Zdz}{b^e}$, unde $\frac{a^e Z}{b^e}. \frac{a}{b} ::$ W$k$. KW :: (ob angulum re-

V. Tab. Suppl. To. VII. p. 141.

Pag. 338.

Tom. VII. Supplem. Sect. VIII.

rectum QK$k$) KW. QW :: $\frac{adz+zda}{b}$. $\frac{-a^eZdz-ea^{e-1}tda}{b^e}$. Reducta hac analogia ad æquationem, reperietur $b^{2e-2}zda+ea^{2e-2}Ztda = -b^{2e-2}adz-a^{2e-1}ZZdz$, quæ eſt æquatio pro trajectoria IK$k$ continens differentiales tantum primi gradus atque duas tantum indeterminatas $z$ & $a$, nam $t$ datur per $z$.

§. 49. Potuiſſet hæc æquatio etiam elici ex natura curvarum AB$b$ principali CDE *lateraliter* vel ſimpliciter ſimilium; hoc modo: Quia BF $=\frac{at}{b}$ & FK $=\frac{a^et}{b^e}$, erit BF. FK :: $\frac{a}{b}$. $\frac{a^e}{b^e}$, hoc eſt (manente $a$ invariabili pro curvis AB$b$, & IK$k$) in ratione conſtante, adeoque BF. FK :: $b$S. S$k$, ac proinde etiam $b$T. $k$W :: BF. FK :: $\frac{a}{b}$. $\frac{a^e}{b^e}$, id quod dat $k$W $=\frac{a^{e-1}}{b^{e-1}}\times b$T, & ita habebimus $k$W. KW. (:: KW. QW) :: $\frac{a^{e-1}}{b^{e-1}}\times b$T. BT :: (ob ſimil. curv. AB$b$ & CDE) $\frac{a^{e-1}}{b^{e-1}}\times Zdz$. $dz$ :: $a^{e-1}Z$. $b^{e-1}$; eſt vero (ut ex §. præced. videre eſt) KW. QW :: $\frac{adz+zda}{b}$. $\frac{-a^eZdz-ea^{e-1}tda}{b^e}$ ideoque :: $a^{e-1}Z$. $b^{e-1}$, quæ eadem eſt analogia cum præcedenti, per conſequens eandem dabit æquationem pro trajectoria, nempe hanc $b^{2e-2}zda+ea^{2e-2}Ztda = -b^{2e-2}adz-a^{2e-1}ZZdz$. quæ (exiſtente $e=1$, in quo caſu exponentialiter ſimiles IK$k$ degenerant in lateraliter ſimiles AB$b$,) mutatur in hanc $zda+Ztda=-adz-aZZdz$, unde $\frac{-da}{a}=\frac{1+ZZ}{z+Zt}dz$, prorſus ut invenimus §. 43.

Hinc ſequentia deducuntur tanquam conſectaria.

Pag. 339. §. 50. Quia unaquæque ex ſecandis *potentialiter* ſimilibus IK$k$ eam habet indolem & relationem ad ſibi correſpondentem AB$b$ communi principali CDE *lateraliter* ſimilem, ut binæ quæque applicatæ BF, KF, eidem abſciſſæ RF competentes habeant rationem, ut $\frac{a}{b}$ ad $\frac{a^e}{b^e}$, hoc eſt, ut $a^{1-e}$ ad $b^{1-e}$, ſeu ut dignitas parametri curvarum cujus exponens eſt $1-e$ ad ſimiles dignitatem parametri curvæ principalis. Hinc fluit, quod ſi curvæ *lateraliter* ſimiles AB$b$, hac generali æquatione exprimantur, (nominatis RF, $y$; FB, $u$; parametro variabili, $a$; invariabili,

li, $b$;) $du = pdy$; ubi per $p$ intelligo quantitatem utcumque compoſitam ex $y$, $u$, & $a$; atque ſi ex illis formentur curvæ IK$k$, quarum applicatæ FK habeant ad applicatas BF rationem eam quam habet $b^m$ ad $a^m$, hoc eſt rationem quamcumque multiplicatam rationis parametri principalis $b$, ad parametrum variabilem $a$, quarum adeo æquatio (poſita FK $= x$) ſit hæc $dx = \frac{b^m p\,dy}{a^m}$; hinc, inquam, fluit etiam harum curvarum IK$k$ trajectoriam UKY determinari per ſuperiorem æquationem $b^{2e-1} z\,da + e a^{2e-1} Zt\,da = - b^{2e-2} a\,dz - a^{2e-1} ZZ\,dz$, quæ jam mutatur in hanc (quia $1-e$ vocatur $m$) $a^{2m} z\,da + \overline{1-m}\, b^{2m} Zt\,da = - a^{2m+1} dz - b^{2m} a ZZ\,dz$; ubi ut ſupra per $z$ intelligitur RH vel RP, abſciſſa curvæ principalis rationem habens ad RS vel RF, ut $b$ ad $a$, per $t$ intelligitur applicata ejusdem HD, per Z vero, quantitas eodem modo compoſita ex $z$, $t$, & $b$ ſicuti $p$ componitur ex $y$, $u$, & $a$; ut nimirum principalis CDE *lateraliter* ſimilis evadat ipſis AB$b$, & potentialiter ſimilis ipſis IK$k$; & ſic quidem ut ſit P$d$. FK $(:: b^e . a^e) :: b^{1-m} . a^{1-m}$. Tom.VII. Supplem. Sect.VIII.

§. 51. Exemplum curvarum ſecandarum diſſimilium hac æquatione differentiali $dx = \frac{b^m dy}{\sqrt{a^{2m} - y^{2m}}}$ expreſſarum, quod mihi proponit Celeber. Hermannus in Actis Lipſ. 1719. pag. 588, eſt caſus dumtaxat noſtrarum curvarum *potentialiter* ſimilium, quod ſic facile oſtendo: Quoniam enim $\frac{b^m dy}{\sqrt{a^{2m} - y^{2m}}} = \frac{b^m}{a^m} \times \frac{a^m dy}{\sqrt{a^{2m} - y^{2m}}}$; concipiamus curvas lateraliter ſimiles AB$b$, quarum hæc ſit æquatio $du = \frac{a^m dy}{\sqrt{a^{2m} - y^{2m}}}$ (quas lateraliter ſimiles fore per ſe liquet) Pag. 340. abeunte parametro variabili $a$ in $b$, $y$ in $z$ & $u$ in $t$; abibit $du = \frac{a^m dy}{\sqrt{a^{2m} - y^{2m}}}$ in $dt = \frac{b^m dz}{\sqrt{b^{2m} - z^{2m}}}$. Jam vero $du$ ($b$T). $dx$ ($k$W) $:: \frac{a^m dy}{\sqrt{a^{2m} - y^{2m}}} . \frac{b^m dy}{\sqrt{a^{2m} - y^{2m}}} :: a^m . b^m$; proinde etiam $u$ (BF). $x$ (KF) $:: a^m . b^m$; hinc patet ergo curvas ſecandas quarum æquatio differentialis eſt $dx = \frac{b^m dy}{\sqrt{a^{2m} - y^{2m}}}$ eſſe exponentialiter ſimiles, earum per conſequens trajectoriam determinatam haberi per æquationem pro trajectoriis ſecandarum exponentialiter ſimilium in præced. inventam $a^{2m} z\,da + \overline{1-m}\, b^{2m} Zt\,da =$

Tom. VII. Supplem. Sect. VIII. $-a^{2m+1}dz - b^{2m}aZZdz$ ſupponendo nempe pro principali ſecandarum hanc æquationem $dt = \frac{b^m dz}{\sqrt{b^{2m} - z^{2m}}}$. Atque ita dedi, quod operæ pretium ſi non forſan impoſſibile putabat Cl. Hermannus, æquationem differentialem primi gradus pro trajectoria mihi propoſita, & talem quidem quæ nonniſi duabus indeterminatis $a$, $z$, & ex $z$ dependentibus Z & $t$ conſtat.

§. 52. Verum etiam æquationem *modularem*, $\frac{da}{a} = \frac{dx^2 + dy^2}{ydy + \overline{1-m}xdx}$, quam pro hujusmodi trajectoriis Vir doctiſs. exhibuit, haud ægre deducimus ex contemplatione ſimilitudinis exponentialis: Fiat enim, ut pro lateraliter ſimilibus factitatum §. 47, $a \,.\, b :: \mathrm{RF}(y) \,.\, \mathrm{RP}(z) = \frac{by}{a}$; ſed hoc diſcrimine quod jam hic faciendum ſit $a^e (a^{1-m}) \,.\, b^e (b^{1-m}) :: \mathrm{FK}(x) \,.\, \mathrm{P}d(t) = \frac{b^{1-m}x}{a^{1-m}}$; differentiando itaque erit HP vel DG $(dz) = \frac{bady - byda}{aa}$ & GD

Pag. 321. $(dt) = \frac{b^{1-m}adx + \overline{m-1}\, b^{1-m}xda}{a^{2-m}}$. Hinc BT . $b$T ( :: DG . G$d$ ) $:: a^{1-m}dy - a^{-m}yda \,.\, b^{-m}adx + \overline{m-1}\, b^{-m}xda$, & quia $b$T . $k$W $:: a^m \,.\, b^m$; erit, compoſitis rationibus, BT (KW) . $k$W $:: ady - yda \,.\, adx + \overline{m-1}\, xda$. Eſt autem ex natura trajectoriæ, hoc eſt, ob angulum rectum QK$k$, QW $(-dx)$ . KW $(dy)$ :: KW . $k$W $:: ady - yda \,.\, adx + \overline{m-1}\, xda$; ex qua analogia emergit hæc æquatio $ady^2 - ydady = -adx^2 + \overline{1-m}xdadx$, quæ peracta reductione reddit ipſam modularem Hermannianam $\frac{da}{a} = \frac{dx^2 + dy^2}{ydy + \overline{1-m}xdx}$.

§. 53. Atque hæc æquatio univerſalis eſt pro trajectoriis omnium ejusmodi generis curvarum ſecandarum quarum æquatio ita ſe habet $dx = \frac{b^m pdy}{a^m}$, ſuppoſito nimirum curvas alteras, quæ hac æquatione exprimuntur $du = pdy$ eſſe lateraliter ſimiles, quarum parameter variabilis ſit $a$. Sed ſi independenter ab hac conſideratione curvas iſtas ſecandas contemplemur quatenus ſunt potentialiter ſimiles quarum exponens ſit $e$, ſcribendum tantum

eſt

eſt $e$ pro $1-m$, & prodibit æquatio modularis $\frac{da}{a}=\frac{dx^2+dy^2}{ydy+exdx}$ inſerviens trajectoriæ ſecandarum potentialiter ſimilium. Tom. VII. Supplem. Sect. VIII.

§. 54. Quod ſi vero porro deſideretur ejusdem æquatio differentio-differentialis in exemplo propoſito ſecandarum $dx=\frac{b^m dy}{\sqrt{a^{2m}-y^{2m}}}$: Permutentur ſecundum canonis tenorem elementa $dx$ & $dy$ & alterutrius ſignum, ut habeatur, $-dy=\frac{b^m dx}{\sqrt{a^{2m}-y^{2m}}}$ pro eadem trajectoria, eliciaturque ex hac æquatione valor ipſius $a$ qui erit $=\left(\frac{b^{2m}dx^2}{dy^2}+y^{2m}\right)\frac{1}{2m}$; adeoque logarithmus ipſius $a$ ſeu $la=l\left(\frac{b^{2m}dx^2}{dy^2}+y^{2m}\right)\frac{1}{2m}=\frac{1}{2m}\,l\left(\frac{b^{2m}dx^2}{dy^2}+y^{2m}\right)$; differentiando utrumque habebitur $\frac{da}{a}$, hoc eſt, $\frac{dx^2+dy^2}{ydy+\overline{1-m}\,xdx}=\frac{my^{2m-1}dy^4+b^{2m}dydxddx-b^{2m}dx^2ddy}{mb^{2m}dx^2dy+my^{2m}dy^3}$, facta reductione invenietur æquatio illa prolixa quam expreſſit ingenioſiſſimus Hermannus in fine additamenti ſui, vid. Act. 1719 menſ. Febr. p. 588. Pag. 347.
Sed quæ cum deſcendat ad differentias ſecundas easque complicatas cum variis poteſtatibus primarum, non majus inde ſubſidium ſperari poterit ad conſtructionem problematis quam ex æquatione modulari quæ conſtat tribus indeterminatis: præſtat itaque ſi quis operæ pretium facere voluerit, ut conſtructionem tentet problematis ex noſtra æquatione ſupra inventa $a^{2m}zda+\overline{1-m}\,b^{2m}Zeda=-a^{2m+1}dz-b^{2m}aZZdz$, utpote quæ ſubſiſtit in primis differentiis neque plures quam duas indeterminatas continet; obtinebitur autem conſtructio, ſi id unicum fiat, ut indeterminatæ ſeparentur. In caſibus quibusdam res facile ſuccedit, nam ſi $m=0$ vel $e=1$, æquatio mutatur in hanc $zda+Zeda=-adz-aZZdz$, unde $\frac{-da}{a}=\frac{1+ZZ}{z+Ze}dz$, quæ eadem eſt cum illa quam §. 43. pro curvis lateraliter ſimilibus invenimus, & reapſe illico patet in hoc caſu curvas potentialiter ſimiles evadere lateraliter ſimiles, ut jam animadverſum eſt §. 49. Porro ſi $m=1$ vel $e=0$, noſtra æquatio in hanc faceſſit $azda=-aadz-bbZZdz$, ſeu $azda+aadz=-bbZZdz$, & multipl. per $z$, erit $azzda+aazdz=-bbZZzdz$, ex cujus integratione oritur (aſſumpta pro arbitrio quantitate con-

Tom. VII. Supplem. Sect. VIII. Pag. 343. ſtante $c^4$) $aazz = c^4 - 2bb\int ZZzdz$, unde $a = \frac{\sqrt{c^4 - 2bb\int ZZzdz}}{z}$; & ita conceſſa quadratura habetur $a$ per $z$, ipſaque proin trajectoria conſtruitur. Sciendum interim hunc caſum jam contineri in eo genere curvarum ſecandarum quarum methodum tradidimus §. 39. & nominatim quidem deſinere in illum, quem expoſuimus in ſequenti §. 40. Num alii caſus ſint ſeparabilitatis indeterminatarum præter hos duos $m = o$ & $m = 1$, inquirere non vacat: Sed de his ſatis.

§. 55. De *functionaliter* ſimilibus etiam agendum erit, quod paucis exequi licet, earum enim trajectoriæ perveſtigantur eadem methodo, qua uſi ſumus in *lateraliter* & *potentialiter* ſimilibus:

Fig. 6. Sit ergo IK$k$ una ex ſecandis functionaliter ſimilibus, quæ ſcilicet ex principali CDE, hac lege ſupponitur deſcripta, ut ſumptis duabus utrobique abſciſſis quibuscunque RP & RF in ratione $b$ ad $a$, applicatæ correſpondentes P$d$ & FK obſervent rationem ut 1 ad $\alpha$, hoc eſt, ut unitas ad qualemcunque functionem parametri variabilis $a$, quam autem functionem nulla alia indeterminata præter $a$ ingrediatur; Sit porro quod oritur ex differentiatione ipſius $\alpha$ æquale A$da$, hoc eſt, ſit $d\alpha = Ada$, dabitur itaque etiam $A$ per $a$, ſeu erit ipſius $a$ nova functio data: Retentis interim iisdem literarum denominationibus & ſuppoſitionibus quas adhibuimus §§. 43 & 48. Ob RP. RF :: $b.a$, erit RF $(y) = \frac{az}{b}$, & ob P$d$. FK :: $1.\alpha$, *erit* FK $(x) = \alpha t = \alpha\int Zdz$: differentiando habebitur, FS ſeu KW $(dy) = \frac{adz + zda}{b}$, QW $(-dx) = aZdz - td\alpha = -\alpha Zdz - tAda$. Sed ad habendam rationem inter KW & W$k$ elementa coordinatarum curvæ ſecandæ IK$k$, earum valores $\frac{az}{b}$ & $\alpha\int Zda$ differentiandi ſunt, manente $a$ conſtanti, hoc modo fiet KW $= \frac{adz}{b}$ & W$k = \alpha Zdz$, proindeque $\alpha Z.\frac{a}{b}$ :: W$k$. KW :: (quia angulus QK$k$ eſt rectus) KW. QW :: $\frac{adz + zda}{b}.\ aZdz - tAda$, ex qua analogia reſultabit hæc æquatio $azda + bb\alpha AZtda = -aadz - bb\alpha\alpha ZZdz$, exprimens naturam trajectoriæ IK$k$ in differentialibus tantum primi gradus, atque continens nonniſi duas indeterminatas $z$ & $a$, ſiquidem datur $t$ per $z$ & $\alpha$ per $a$.

§. 56.

§. 56. Non neceſſe duco ut moneam ſub hac æquatione contineri duas illas jam ante inventas pro trajectoriis curvarum ſive lateraliter ſive potentialiter ſimilium, potentiæ enim conſiderandæ veniunt ut ſpecies tantum functionum generaliter ſumptarum. Præterea etiam hoc loco unaquæque ex ſecandis *functionaliter* ſimilibus IK$k$ talem habet connexionem cum ſibi correſpondente AB$b$, lateraliter ſimili communi principali CDE, ut binæ quæque tam applicatæ BF, KF, quam earum elementa $b$T, $k$W, rationem habeant ut $\frac{a}{b}$ ad $\alpha$ ſeu ut $\frac{a}{b\alpha}$ ad 1. Hinc ut in §. 50. non abſimili argumento conficitur hoc alterum, ſi nimirum curvæ *lateraliter* ſimiles AB$b$, generaliter exprimantur per æquationem ibidem poſitam $du = pdy$, ac formentur ex illis curvæ ſecandæ IK$k$ quarum applicatæ FK ad applicatas BF rationem obtineant eam quam habet 1 ad $\frac{a}{b\alpha}$, hoc eſt, ut unitas ad quamlibet functionem parametri variabilis, quam nunc vocare lubet $\frac{a}{b\alpha}$, quarum adeo æquatio hæc ſit $dx = \frac{b\alpha pdy}{a}$, harum utique curvarum IK$k$ trajectoria VKY determinabitur per æquationem modo ſupra inventam $azda + bb\alpha AZ : da = -aadz - bb\alpha\alpha ZZ\, dz$. Tom. VII. Supplem. Sect. VIII. Pag. 344.

§. 57. Ad rem exemplo illuſtrandam, ſit æquatio hæc curvarum ſecandarum $dx = (a^b + ca^m + ea^n)^l \times (a^r + fa^{r-s}y^s + gy^r)^q \times dy$, ubi per $c$, $e$ &c. intelligo quantitates, quomodocumque datas per parametrum invariabilem $b$, aliasque conſtantes, per $f$, $g$ &c. coefficientes numericos quoscumque, per $b$, $m$, $n$, &c. $r$, $s$, &c. ut & per $l$, $q$, exponentes vel indices quoslibet: Ponatur jam in propoſita ſecandarum æquatione $\frac{az}{b}$ pro $y$, & $\frac{adz}{b}$ pro $dy$, mutabitur illa in hanc $dx = \frac{a^{rq+1}}{b} \times (a^b + ca^m + ea^n)^l \times (1 + \frac{fz^s}{b^s} + \frac{gz^r}{b^r})^q \times dz$. Hinc protinus liquet pro curva principali CDE hanc poſſe ſumi æquationem $dt = (1 + \frac{fz^s}{b^s} + \frac{gz^r}{b^r})^q \times dz$, ſumptaque $\frac{a^{rq+1}}{b} \times (a^b + ca^m + ea^n)^l$ pro $\alpha$, ſeu functione parametri variabilis, intelligitur facile, inde generari curvas functionaliter ſimiles IK$k$, quæ gaudent prædicta æquatione, adeoque cum pro- Pag. 345.

po-

Tom. VII. Supplem. Sect. VIII. poſitis ſunt eædem; manifeſtum igitur eſt ipſarum trajectorias contineri ſub generali noſtra æquatione $azda + bb\alpha AZsda = -aadz - bb\alpha\alpha ZZdz$. In qua $\alpha = \frac{a^{rq+1}}{b} \times a^{h} + ca^{m} + ea^{n})^{t}$; A = ejusdem differentiali diviſo per $d\alpha$; $Z = (1 + \frac{fz^{s}}{b^{s}} + \frac{gz^{r}}{b^{r}})^{q}$; adeoque $s$ ſeu $\int Zdz = \int (1 + \frac{fz^{s}}{b^{s}} + \frac{gz^{r}}{b^{r}})^{q} \times dz$. Et ita patet curvas ſecandas quarum æquatio $dx = (a^{h} + ca^{m} + ea^{n})^{t} \times (a^{r} + fa^{r-s}y^{s} + gy^{r})^{q} \times dy$, eſſe ex genere *functionaliter* ſimilium, quod demonſtrare volebam.

§. 58. Æquatio *modularis* pro trajectoriis *functionaliter* ſimilium invenitur iisdem inſiſtendo veſtigiis, quæ deduxerunt ad inveſtigationem ejusmodi æquationum pro trajectoriis cum *lateraliter* tum *potentialiter* ſimilium, vid. §§. 47, 52. Recte enim inſtituta operatione pervenietur ad hanc æquationem $\frac{da}{a} = \frac{dx^{2} + dy^{2}}{ydy + a\alpha^{-1}Axdx}$, quæ *modularis* eſt competens trajectoriis curvarum quarumcumque *functionaliter* ſimilium, atque æquatione $dx = \frac{b\alpha pdy}{a}$ gaudentium, ubi ſcilicet $p$ talis ſupponitur quantitas ut curvæ per $du = pdy$ expreſſæ ſint *lateraliter* ſimiles, habentes $a$ pro parametro variabili. Ceterum nemo non videt ex æquatione iſta *modulari* immediate poſſe eliei alteram *modularem* ſeu reſpondentem trajectoriis curvarum potentialiter ſimilium, quarum æquatio ut ſupra vidimus hæc eſt $dx = \frac{b^{m}pdy}{a^{m}}$: Comparemus

Pag. 346. enim $\frac{b\alpha pdy}{a}$ cum $\frac{b^{m}pdy}{a^{m}}$ tanquam genus cum ſpecie, & inde patebit quid pro $\alpha$ ſumendum ſit, nempe erit $\alpha = b^{m-1}a^{1-m}$, adeoque $d\alpha$ ſeu $Ada = \overline{1-m}\, b^{m-1}a^{-m}da$, ipſumque $A = \overline{1-m}\, b^{m-1}a^{-m}$; his valoribus ipſorum $\alpha$ & A ſubſtitutis in generali æquatione $\frac{da}{a} = \frac{dx^{2} + dy^{2}}{ydy + a\alpha^{-1}Axdx}$ orietur $\frac{da}{a} = \frac{dx^{2} + dy^{2}}{ydy + \overline{1-m}\,xdx}$, quæ ipſiſſima eſt *Modularis* Hermanniana inſerviens ut oſtendimus §. 52. trajectoriis curvarum *potentialiter* ſimilium.

Fig. 6. §. 59 Quæ hactenus de triplice ſecandarum ſimilium genere inventa & demonſtrata dedimus, poſſunt multo latius extendi: eſto nimirum ſecandarum natura talis ut quælibet illarum IK*k* generetur ex principali CDE faciendo RF ad RP,

non

non quidem tantum in ſimplici ratione $a$ ad $b$ ſeu $=\frac{az}{b}$ ſed æ- Tom.VII. Supplem. Sect.VIII.
qualem cuicunque functioni quam ingrediantur $z$, $a$, $b$, aliæque conſtantes, dum interim ipſa FK æqualis ſumitur pariter cuivis functioni quam ingrediantur, $t$, $a$, $b$, & conſtantes aliæ. Dico quoque in hoc univerſaliſſimo ſecandarum conceptu poſſe earum trajectorias VKY revocari ad æquationem differentialem primi gradus non niſi duas indeterminatas continentem; quin etiam ad *modularem*, ſed cui bono? cum poſtquam prior illa eſt inventa, hæc quæ tres omnino indeterminatas involvit ſit exiguæ utilitatis; at nolo jam calculum proſequi, quem ex dictis Lector attentus ad methodi explicatæ fœcunditatem facile adornabit.

§. 60 Hoc tantum adhuc monere convenit quod multa dari poſſint curvarum ſecandarum genera, quæ primo intuitu non videntur generari poſſe ex quadam *principali* ope functionum ex ejuſdem coordinatis & parametro variabili data lege compoſitarum, quæ tamen obſervata ſingulari quadam indeterminatarum ſubſtitutione tandem ex inventa principali feliciter derivantur: Ut ſi quæreretur trajectoria curvarum quibus hæc eſt æquatio $dx=(a^b+ca^m+ea^n)^l\times(a^\beta+fa^\epsilon y^\lambda)q\times dy$; ubi ſicut $b$, $m$, $n$, ita quoque $\beta$, $\epsilon$, $\lambda$, ſunt exponentes dati qualeſcumque, etiamſi $\epsilon+\lambda$ non ſit $=\beta$, ut requirebatur in exemplo §. 57 po- Pag. 347.
natur vero $y=a^{\frac{\beta-\epsilon}{\lambda}}z$, ac proin $dy=a^{\frac{\beta-\epsilon}{\lambda}}dz$, quibus valoribus ſubſtitutis in æquatione propoſita reſultabit hæc altera,

$$dx=(a^b+ca^m+ea^n)^l\times(a^\beta+fa^\beta z^\lambda)^q\times a^{\frac{\beta-\epsilon}{\lambda}}dz=a^{qb+\frac{\beta-\epsilon}{\lambda}}\times(a^b+ca^m+ea^n)^l\times(1+fz^\lambda)^q\times dz;$$

ſane itaque quia hujus ultimum factorem $(1+fz^\lambda)$ parameter variabilis $a$ non amplius ingreditur, palam eſt quod ſuppoſita curva principali cujus æquatio hæc ſit $dt(Zdz)=(1+fz^\lambda)^q\times dz$, atque formatis ex ea ſecandis hac lege ut abſciſſa $y$ ſit $=a^{\frac{\beta-\epsilon}{\lambda}}z$ & applicata $x$ ſit $=a^{\beta q+\frac{\beta-\epsilon}{\lambda}}\times(a^b+ca^m+ea^n)^l$, palam, inquam, eſt quod curvæ ita formatæ ſint eædem cum propoſitis quarum æquatio $dx=(a^b+ca^m+ea^n)^l\times(a\beta+fa\epsilon y\lambda)^q\times dy$, illarum vero trajectoria determinatur per methodum functionaliter ſimilium, ergo & harum determinata habetur.

§. 61.

Tom.VII. Supplem. Sect. VIII. Fig. 5. §. 61. Agendum ſupereſſet de trajectoriis curvarum talium quæ motu angulari data lege temperato ex principali generantur: Concipiamus ſcilicet curvam aliquam C*Dd* tanquam principalem cujus applicatæ HD, *bd*, non ſint rectæ ſed circulares concentricæ circa commune centrum R in quibus moveantur puncta D, *d* &c. ad B, *b* &c. ita ut qualis eſt functio angulus HRB anguli HRD, talis etiam ſit quilibet alius *b*R*b*, alterius ex quo fuit generatus *b*R*d*; aſſumpto interim aliquo angulo, vel quod idem eſt, aliquo arcu dati radii qui functionem illam ingrediatur & qui ſit loco parametri variabilis ex cujus ſucceſſiva mutatione mutetur & ipſa ſecanda AB*b*; ſi functio illa in hoc unico conſiſteret ut pro qualibet ſecanda AB*b*, angulus HR*B*, excederet angulum HRD, angulo ſemper æquali BRD, ita nempe ut ſit BRD = cuilibet alii *b*R*d*, liquet tunc ſecandam quamlibet
Pag. 348. AB*b*, eandem fore cum principali *c*D*d*, eamque haberi ex gyratione hujus circa punctum R in alium ſitum translatæ; qui caſus ſimpliciſſimus conſtituit problema a Patruo olim Patri propoſitum atque ab illo pro deſperato habitum, ab hoc autem ſolutum, vid. Act. Lipſ. *1698* pag. 420, & quidem pro trajectoriis conſtruendis curvam in gyrum verſam non tantum orthogonaliter ſed in quovis dato angulo conſtanter ſecantibus: ſed hujusmodi curvarum trajectoriis generatim ſolvendis nunc ſuperſedeo, ne nimius ſim, cum præſertim obſcurum eſſe nequeat quomodo eadem methodus pro functionaliter ſimilibus adhibita, ſi dextre tractetur, etiam huc poſſit quadrare.

§. *62*. Auctarii tamen loco methodum aliquam communicare non inconſultum duco, indirectam quidem, ſed quæ tamen ad quadraturas usque, hoc eſt, ad perfectiſſimum ſolutionis gradum deducit trajectorias omnium generum curvarum quæ celerrimo deſcenſu inſerviunt ſuppoſita nempe quacunque accelerationis lege. Sit (vid. Fig. I. Tab. II. Act. Lipſ. *1697*) recta verticalis ACD axis communis omnium brachyſtochronarum ſeu curvarum celerrimi deſcenſus AMB ad hanc univerſalem accelerationis legem accommodatarum, ut curvæ datæ cujusvis AHE applicata CH deſignet velocitatem acquiſitam mobilis ex altitudine AC delapſi: demonſtravit Pater meus in eodem Actorum anno pag. 304 (poſitis $AC = x$, $CM = y$ $CH = t$, arbitraria $= a$) curvæ celerrimi deſcenſus AMB naturam hac exprimi æquatione $dy = tdx : \sqrt{(aa - tt)}$, in qua ſi ſucceſſive mutetur $a$, prodibit ſeries infinitarum hujusmodi curvarum AMB: ex quibus ſingulis ſi abſcindantur arcus AB, AB (vid. ibidem Fig. III.) inter ſe iſochroni ſeu qui æqualibus temporibus percurruntur,

cur-

curva PBB, terminans hos arcus, Patri dicta *ſynchrona*, omnibus, ut docuit, brachyſtochronis AB normaliter occurrit in punctis B, adeo ut ſynchrona in quavis accelerationis lege ſit ipſa earum trajectoria. Tom. VII. Supplem. Sect. VIII.

§. 63. Quocirca ad conſtruendam trajectoriam pro ejusmodi ſecandis quarum æquatio $dy = tdx : \sqrt{(aa - tt)}$, res huc redit, ut ex illis ſingulis reſecentur arcus iſochroni, id quod conceſſis Pag. 349. quadraturis ita facile peragitur: dividendo curvæ AM (Fig. I.) elementum M$m$, quod eſt $\sqrt{(dx^2 + dy^2)} = adx : \sqrt{(aa - tt)}$ per velocitatem acquiſitam CH ($t$) habetur elementum temporis per arcum AM, ſeu tempuſculum per M$m$, quod per conſequens $= adx : t\sqrt{(aa - tt)}$, atque ipſum tempus per arcum AM $= \int adx : t\sqrt{(aa - tt)}$. Hinc ſequitur, quod ſi in ſerie curvarum ſecandarum ſumatur quælibet AMB; cui reſpondeat $a$ tanquam ipſius parameter, conſtruaturque ſuper axe AD curva nova cujus applicatæ ſint $a : t\sqrt{(aa - tt)}$, in qua capiatur area æqualis datæ magnitudini C, erit, producendo ultimam ejus applicatam donec ſecet curvam AMB, punctum interſectionis in trajectoria quæſita, ſi jam alia ſumatur AMB cui alia conveniat $a$, fiatque inde alia curva nova in qua pariter conſtruatur area datæ magnitudinis C, dabit ultimæ ejus applicatæ & aſſumtæ curvæ AMB interſectio aliud punctum trajectoriæ quæſitæ, atque ſic quot libuerit puncta in illa determinabuntur. Mutata magnitudine arbitrariæ C, eodemque obſervato proceſſu, nova conſtruetur trajectoria, & ita pro lubitu quotcumque trajectorias conſtruere licebit.

§. 64. In hac methodo fundamentum habet prima Patris mei conſtructio problematis propoſiti curvarum ſecandarum $dy = x^n dx : \sqrt{(a^{2n} - x^{2n})}$ quam communicavi in Actis 1718 p. 550. Facta enim collatione hujus æquationis cum generali noſtra $dy = tdx : \sqrt{(aa - tt)}$, ſtatim patet illam hujus eſſe dumtaxat caſum particularem, cum quod generaliter hic dicitur $t$, ibi ſit $x^n$. Adeo ut curvæ ſecandæ exempli propoſiti nihil aliud ſint quam curvæ celerrimi deſcenſus accommodatæ ad eam accelerationis hypotheſin, qua ſupponitur celeritates acquiſitas eſſe proportionales ipſis $x^n$ ſeu poteſtati cuicumque altitudinum verticalium, hoc eſt, curvam celeritatum HHE eſſe ex parabolarum genere, quo ſolo caſu curvæ celerrimi deſcenſus AMB evadunt inter ſe lateraliter ſimiles, proindeque ex conſideratione hujus ſimilitudinis admittunt tam facilem, ut ſupra vidimus, Trajectoriæ ſuæ conſtructionem. Pro alia vero Hypotheſi ipſius $t$ qua curvæ AMB diſſimiles fiunt, res non æque facilis erat, ſepoſita nimirum conſideratione celerrimi deſcenſus: Præſtitit id tamen Patruelis meus Pag. 350.

Tom. VII. Supplem. Sect. VIII in ſchediaſmate ſuo non ita pridem ad Acta miſſo, in quo docuit modum conſtruendi trajectoriam curvarum, quarum æquatio eſt hujusmodi $dy = dx : \surd(AX - 1)$ ubi A eſt quantitas data per parametrum variabilem $a$, & conſtantes; ſed X eſt quantitas data per $x$ & conſtantes; licet id directe invenerit & haud dubie ex fonte aliquo in ſuperioribus indicato, nihil tamen facilius eſt quam oſtendere hanc æquationem $dy = dx : \surd(AX - 1)$ re ipſa non differre a noſtra $dy = tdx : \surd(aa - tt)$, eſt enim

$$tdx : \surd(aa - tt) = dx : \surd\left(\frac{aa}{tt} - 1\right) = dx : \surd\left(aa \times \frac{1}{tt} - 1\right),$$ unde

liquet quod in una æquatione eſt A in altera dici $aa$, & quod in

una eſt X in altera eſſe $\frac{1}{tt}$, adeo ut $t$ ſit $\frac{1}{\surd x}$. Quocirca dico curvas AMB hac æquatione expreſſas $dy = dx : \surd(AX - 1)$, eſſe curvas celerrimi deſcenſus quibus reſpondet curva celeritatum AHE talis ut applicatæ HC ſint $\frac{1}{\surd x}$.

Fig. 7. §. 65. Conſideremus jam curvas celerrimi deſcenſus, quæ oriuntur ex ſuppoſita directione gravium ad punctum datum convergente: Poteſt quippe demonſtrari directe & a priori in univerſum verum eſſe, quod ſeries talium curvarum ex communi puncto emanantium pro trajectoria orthogonali habeat quamlibet ex ſuis ſynchronis. Ex puncto R quod repræſentet centrum gravium, ducta ſit recta RA per commune initium A curvarum celerrimi deſcenſus AMB; ſit AHE curva celeritatum cujus nempe applicata quælibet CH, deſignet celeritatem acquiſitam pro diſtantia RC vel RM, poſtquam mobile ex puncto A quacumque vi deſcendendo ad eam diſtantiam pervenit, intelligo namque AFG & CM eſſe arcus concentricos deſcriptos centro R, illum per punctum datum A, hunc per quodlibet punctum M curvæ AMB, per quod pariter ducta ſit recta RMF; concipiatur quoque BBB portio curvæ Synchronæ quæ ut dictum eſt neceſſario ad angulos rectos trajiciet curvas AMB ac per conſequens earum erit trajectoria orthogonalis.

Pag. 351. §. 66. Oportet itaque ſcire ex quo genere curvarum ſint in hac hypotheſi curvæ celerrimi deſcenſus AMB. In hunc finem ſupponendum eſt dari curvam velocitatum AHE, jam enim non agitur de ea invenienda ex data lege virium centralium, quod alibi dudum præſtitum habemus. Sit igitur, nulla attentione adhibita ad legem virium centralium curva AH talis, ut applicata

cata CH exprimat ſunctionem quamcumcunque datam ipſius RC, & hæc proinde velocitatem acquiſitam in M, Nominatis jam RA vel RF $= 1$, RC vel RM $= x$, HC $= t$, AF $= y$, arbitraria $= a$, Per aliquam ex Methodis a Patre præſcriptis & ex lege uniformitatis deductis pro inventione curvarum maximum minimumve aliquod præſtantium, elicuimus pro natura curvæ AMB hanc æquationem $dy \pm tdx : x\sqrt{(aa - tt)}$, quæ per ſucceſſivam variationem ipſius $a$ dabit ſeriem omnium ejusmodi poſſibilium curvarum AMB; harum igitur trajectoria determinabitur conſtruendo ſynchronam BBB per modum §. 63. explicatum.

§. 67. Scilicet reſectis ex ſingulis curvis AM arcubus AMB ſibi invicem Iſochronis puncta terminantia $B$ erunt ad ſynchronam ſeu Trajectoriam quæſitam BBB; Verum per conceſſas quadraturas, arcus Iſochroni AMB nullo labore capiuntur: elementum enim $Mm$ dividendo, ut §. 63 factum, per velocitatem acquiſitam $t$ obtinebimus tempuſculum per $Mm$, quod erit $\pm axdx : t\sqrt{(aaxx - tt)}$ adeoque ipſum tempus per arcum AM $= \pm \int axdx : t\sqrt{(aaxx - tt)}$. Cetera peraguntur ut ibi docuimus.

§. 68. Notare convenit, ſub hac curvarum AMB æquatione $dy = \pm tdx : x\sqrt{(aaxx - tt)}$ illam alteram pro hypotheſi diſtantiæ infinitæ centri gravium $dy = tdx : \sqrt{(aa - tt)}$ contineri tanquam particularem caſum, in quem proin facile convertetur, conſiderando quod arcus AF, CM, fiant lineæ rectæ perpendiculares ad AC; Item quod RM cenſeri poſſit æqualis ipſi RA, hoc eſt $x = 1$, quodque jam $\pm dx$ ſit elementum ipſius AC, & $t$ ejusdem ſunctio, his enim ſubſtitutis abibit $dy = \pm tdx : x\sqrt{(aaxx - tt)}$ in $dy = tdx : \sqrt{(aa - tt)}$ ut fieri debuit, tempusque per arcum AM $= \pm \int axdx : t\sqrt{(aaxx - tt)}$ fiet $\int adx : t\sqrt{(aa - tt)}$. Sicuti invenimus §. 63, quod utriusque ſolutionis bonitatem confirmat. Pag. 352.

§. 69. Ex hiſce diſcimus quomodo trajectoriæ per quadraturas conſtrui poſſint illarum omnium curvarum, quarum ordinatæ in aliquo puncto coeunt & quarum natura definitur per hanc generalem æquationem $dy = dx : \sqrt{(AX - xx)}$ ubi per X ſunctio quælibet data ipſius $x$ ſeu ipſius RM, & A ſunctio parametri variabilis denotatur: Quoniam enim $tdx : x\sqrt{(aaxx - tt)} = dx : \sqrt{(aa \times \frac{x^4}{tt} - xx)}$ patet utique ſcribi poſſe A pro $aa$ & X pro $\frac{x^4}{tt}$, atque adeo curvas deſignatas per hanc æquationem $dy = dx : \sqrt{(AX - xx)}$ non eſſe alias quam curvas celerrimi deſcenſus, in



Digitized by Google

Tom. VII. Supplem. Sect. VIII. quibus velocitas acquiſita HC vel $t$ eſt $\frac{xx}{\sqrt{X}}$ & arbitraria variabilis $a$ eſt $\sqrt{A}$.

§. 70. Quod ſupereſt Curioſorum in gratiam propono ſequens problema haud inelegans cujus ſolutionem a Patre meo feliciter erutam alio tempore aperiam, exſpectaturus interim, ac viſurus, num quis ex Geometris vadum tentare & ſi quam invenerit enodationem, eam nobiſcum communicare aut ſaltem ſe inveniſſe publice indicare voluerit.

PROBLEMA.

Fig. 8. *Intra duos axes parallelos* MN *&* FG *poſitione datos, invenire & conſtruere curvam* ABC, *eandemque* DBE *ſed inverſo ſitu poſitam; ita ut alterutra vel utraque mota ſecundum axem ſuum motu ſibi ſemper parallelo, curvæ* ABC *&* DBE *ſecent conſtanter ſe mutuo ad angulos rectos. Hoc eſt; ut ſecandæ & ſecantes ſint curvæ eædem.* Significamus in anteceſſum infinita genera curvarum tam algebraicarum quam tranſcendentium ſatisfacere huic problemati, & quidem dari duas quaſdam Geometris non ignotas, adeoque vel inventu vel divinatu faciles, ſed petimus alias ex utraque curvarum claſſe, algebraicas tamen præ ceteris deſideramus.

Pag. 353. Rogamus inſuper Geometras ut exhibeant talem aliam curvam ABC quæ ſe ipſam in ſitu inverſo DBE poſitam & modo antedicto ultro citroque motam conſtanter ſecet in angulo non quidem recto ſed in alio quolibet dato, hoc eſt, ut angulus interſectionis EBC ſit cuivis dato æqualis. Quod ſi curva algebraica non detur generali huic conditioni ſatisfaciens acquieſcemus exhibita nobis dumtaxat curva tranſcendente ſed per quadraturas conſtruenda, hoc enim infinitis modis præſtari poſſe ex ſolutione Paterna ſuo tempore edenda patebit.

Tom. VII. Supplem. Sect. IX. Pag. 411.

# E LITERIS ADAMI EBERTI,

Hiſtor. in Acad. Francoſ. Prof. Publ. extr.

*De eruditione Arabum & Turcarum, & de verſione Latina Bibliothecæ Orientalis Herbelotianæ.*

SUperbia Muſarum Europæ tanta intumuit jactantia, ut cunctas gentes, potiſſimum vero Aſiam, extra ſe Barbaras rata. *Muſtafa Hagi Kalſab* anno 1656. Conſtantinopoli præter alios, maculam ſui Orientis diluendi, *Bibliotheca* prodiit ampliſſima, etiam averſa Parnaſſi tenere Literatos teſtandi, nec montem illum eſſe tricipitem, ſed trino multiplicique culmine aſtris imminere, quibus Numen, Monarcha ſummæ reſidet eruditionis. Inſervit HERBELOTUS, natione Gallus, patria lingua anno 1697 Operi huic Europæ communicando: conſtatque eodem, Theologiam, Jurisprudentiam, Medicinam & Philoſophiam non parciori illic ſupellectile inſtructas eſſe, ac in Europa. *THEOLOGIAM* Bibliotheca hæc Orientalis infinitis evolvit Pag. 412. Commentariis (quos *Taffir* vocant) in Alcoranum (quem *Ketab* i.e. Librum per excellentiam dicunt) quorum præſtantiores *Niſchaburi*, *Thalebi*, *Beidbaovi*, *Samakſchari* & *Huſſein Vaez*; concurrentibus Commentariis in *Arabain* ſive traditiones Mahometanas, infinitisque tractatibus tam generalibus, quam qui ſpeciales materias ſibi vindicarunt. Vitas Sanctorum *Jafei* ſpeciali opere memoravit. Univerſa laudibus in Alcoranum exuberant; etſi *Schamail* ſcripſerit de *bonis & pravis Qualitatibus Prophetæ Mahometis*, & ipſe fateatur in Alcorano, cap. *Araf*, ſe ſtupidum indole atque legendi ſcribendique rudem, teſteque *Sojuthi*, dubitaſſe dicatur ipſe de propria poſt vitam ſalute. Ajaſch Doctor 25000 Alcoranum dicitur perlegiſſe, quamvis idem omni ſano inanis & ſubtili ſenſu. Zobeida Regina centum fertur aluiſſe virgines in aula, quæ omnes Alcoranum memoria tenebant: atque indies *caput* ex eo recitare compulſæ, pares ſtrepitu ſuo examini apum videbantur. Nazem Almulk prædicatur Alcoranum 12 anno ætatis memoria tenuiſſe. Datur inter ipſos Liber de *Septem modis Alcoranum legendi*. Solium numen ſibi prædicant condidiſſe principio orbis, ſede Mahometi juxta ſe reſervata, jactantque eundem in æthera animali plane inuſitato evectum, liberque de

eo,

Tom.VII. Supplem. Sect. IX. eo, *quod ibi videris*. Delubri Meckæ cauſa, quo Mahomet ſepultum fabulæ referunt, jam elegiſſe Adamum ſancta hæc fundamenta: Abrahamo ſuperficiem poſtea ſacra æde venerato, præfixis ei cornubus hirci, quo Iſacum penſavit, etſi Mahomet ulteriorem abolendi Idololatriam eadem ſuſtulerit. Summa ſano huic, poſtquam Pſeudo-Prophetæ inclaruit funere, reverentia; adeo ut foribus jam obſoletis Moitaſi Khaliſa cognomine Leemrillah ad ciſtam ſepulchri ſui dignatus novis argento aurato ſubſtitutis. Et Saifaldulat ex pulvere, quo obſitus inter præliandum contra oſores Mahometani dogmatis laterem coqui juſſerit, quem in ſepulchro ſuæ ſupponi juſſit cervici. Ceterum decies diluvio fuit everſum, imprimis anno 1629, ut ex integro reſtaurandum. Diſſident vero Muſulmanni variis inter ſe ſectis; Hanefitarum nempe, Malckiorum, Schafejorumque & Hanbalitarum; ut

Pag. 413. acrior hic contentio, quam inter Pontificios, Lutheranos, Reformatosque & Socinianos, ut inter Thomiſtas atque Scotiſtas. Fervent apud eos contra Motazales controverſiæ: *An DEUS agat per Eſſentiam an* per Scientiam? An dentur attributa DEI ab ejus eſſentia ſeparata? *An Alcoranus ſit res* creata, *an Cæleſtis?* aliaque infinita. Tantus vero in Aſia Philoſophorum honor, ut Hanbale defuncto 880 millia virorum confluxerint ad exequias, 60 millia vero fœminarum. Theologiæ Scholaſticæ (quam Elm Alkelam vocant ejusque Doctores Motekellem) ſive Metaphyſicæ immenſa in Oriente contemplatio, diſſenſionum talium gratia: elevandique animi ad æthereas devotiones, Moliniſmi inſtar ſeria doctrina; præparanda inſuper anima ad cœleſtem migrationem, reſurrectionem & vitam æternam, faciem divinam (qua & Muſelmani unice gaudent) & infinita æthera intuendi. Arabes omnium ſubtiliſſimi Theologicis ſententiis, inter quas mundum hunc eſſe ſeminarium futuri; dixitque Alins Gener Mahometis *vitam* hanc *eſſe ſomnium*, *cujus expergefactio* altera. Reficinus, inquit ADHEM, natione Bactrianus, centonem mundi per ſegmenta Religionis, cujus tunicam ejus gratia laceramus & per id efficimus, *ut religione plane excidamus*. Giaſfar Sadik effatus, Vos, *qui pretio Paradiſi eſtis emti*, *cavete vos vendere viliori*. Lamai verſibus Turcicis ſic de præparatione ad vitam æternam loquitur: *Fac ut rationes tuæ ſint perfecta ante mortem*. *Subi hic interrogatoria*, quo promta *ibi* reſponſio. *Ordinare* jam hic tuum debes proceſſum, temetque caſtigare, quo *aliquando* nec *proceſſum* nec *pœnam* tenearis vereri. De extremo judicio & octo Paradiſis totque precum ſacrarum & Zebur (ſive Pſalmorum Davidis) easque præparandi, porro hic libri, (quamvis interdum cor-

corrupti, ) prædicationumque (quas Kothbah vocant) in delu- Tom.VII.
bris autores, etiam Samarcanda Bactrianorum urbe auditarum. Supplem.
Ingensque notitia ſive fabula Librorum & Linguæ Adami, Enochi Sect. IX.
( quem Edriſſi vocant ) urbe Noæ, Abrahami, cujus mater *Ju-*
*nab* perhibetur & Zoroaſtris, cujus opus, Zend & Pazend i. e.
*liber vitæ* vocatum, Geneſeos Hiſtoriæ, præter licitos Parentum
& Liberorum amores, valde conſentaneum. Infinita poſtremo
ſacræ Scripturæ inſervientia illuſtrandæ; qualia *Prophetarum Hi-* Pag. 414.
*ſtoria* Patriarcharumque per Vahab filium Mombæ, Liberque de
*Miraculis Prophetarum*, quem Thalebi continuavit, nec non *Hi-*
*ſtoria Apoſtolorum* per Schimeon Alſafa. Vitaque Nimrodis (quem
*Zohak* dicunt, ſerpentes innatos utroque humero carne huma-
na paſcere ſolitum, ne propriam invaderent) Moſis ejusque ma-
tris *Aſſimæ* (quæ Maga fuiſſe dicitur Librumque *MEGMOU* ob
id condidiſſe, quem Bibliotheca Regis aſſervat Galliarum) Noæ,
Bileamis, Hiobis, Joſephique Prophetarum & Evangeliſtarum,
interitumque Sodomæ & Comoræ concernentia. JESU CHRI-
STO admiranda tam Alcorano quam ejus interpretibus reve-
rentia ( ita ut noctem Incarnationis *lucidam* vocent, eamque
ſummis colant feſtis, majorque ejus hic ac inter Chriſtianos
reverentia, diciturque urbem Baharum Ægypto condidiſſe) Ma-
riæque Deiparæ, Mirjam vocari ſolitæ, Annæ, Jojahimi,
Avorum miracula fatentur augentque, nec non aſcenſionem ad
æthera, ſpondentque ejus victoriam de Anti-Chriſto. *Ruallah*
ab ipſis vocatur, ſive Spiritus DEI; Redemtionis tamen Maje-
ſtate illi denegata & Divinitatis, etſi non deſint inter Muſul-
manos, qui *Corporalitatis* Numen non incapax eſſe aſſerunt.
Occurrit quoque hic Manichæorum mentio; Manetisque Evan-
gelium *Ertenck* dictum. Ex HERBELOTO novimus, Latro-
nem probum tempore Paſſionis Chriſti *Lei Sali Emin* fuiſſe voca-
tum. In Oriente præterea Liber de *Calliditatibus* Angelorum,
*Prophetarum Dominique*. Ali Gener Mahometis non modo ſcri-
pſit centum apophtegmata, ſed & plures Libros. Novit porro
Orientalium eruditio & *JURISPRUDENTIAM*, civilem non
modo, ſed & *Canonicam*, nempe ex Alcorano utraque colle-
cta. Hinc tot *Fetuæ* ſive Deciſiones Muſtium, Cancellariorum
Ægypti, Perſiæ imo & *Tartarorum*, nec non *Akham* ſive res
judicatæ communes, ut ipſas Italorum & Hiſpaniæ Deciſiones
prælo proſtantes numero anteeant: quarum illuſtre compen-
dium *Moktar Alfetaavi*. Codex Legum Muſulmannarum *Menar*
vocatur: Doctore juris inter eos Fakih appellato. Præter ſpe-
cialium materiarum Tractatus, quales de ſucceſſione heredita-
ria & Legatis ad pias cauſas, de Donationibus inter vivos
mor-

Tom.VII. Supplem. Sect. IX. Pag. 415. mortuosque, de Contractibus, de Officio judicis, de Teſtibus &c. Diſceptatio quoque inter eos de *Legibus obſtantibus*, diſcuſſique a Galat Al Thoafa *Errores Pragmaticorum*. Hic etiam *Vitriarius* JCtus, cognomine Ibrahim Alzagiagi celebris. Samarcandi toto clarum opus Oriente Khezanat alſedhu dictum, edidit, quod *Theſaurum jurisprudentiæ* ſignificat. Ebn Athir cognomen *Juris Conſulti* tulit *fundamentalis*. Marghinani Tranſopania ſive in Bactris natus ſcripſit *Inſtitutiones* Juris *Civilis* & *Canonici* inter Muſulmanos. Ut Europæ diu illuxit Pancirolli & Melchioris Adami Liber de Vitis JCtorum, ſic & Aſia variis ejusmodi operibus ei reſpondet pari ſuorum hiſtoria. His addenda *Uſtab* Lex *Zoroaſtris*; Corpus Juris Mogolorum THOIRAT *Genghis Khaniæ* dictum, JASSAque, quæ utraque domitor Aſiæ Tamagun Genghizkhan juſſit vulgari: mole ſua Juſtinianeo comparanda. Datur porro liber de *formulis* ſententiarum *judicum*, multique de *Regulis juris* & *Verborum ſignificationibus* in Aſia libri. Saladinus in urbe Caire ſive Memphis (quem Momf indigenis dicebatur) Collegium extruxit juris. *MEDICINA* & *PHYSICA* apud Orientales jam pridem ingenti ambitu libris ſuis gaviſa, ut non modo opera Dioſcoridis, Galeni, Hippocratis, Pliniique (quos Galinius, Bocrat & Belinas vocant) verſionibus Honain filius Iſaaci ſubjecerit Arabicis, ſed & Indorum ingentia apud ipſos volumina. Cum vero non minus proprio polleant Marte, Medicaminibus *Simplicium* & *Compoſitorum* inclaruerunt, *Botanica*que eruditione, etſi turpes ope, per Magiam & infernalia remedia ægris concilianda. Ingensque ſollicitudo perſcrutandi ſpeciales materias, qualis Anatomia in genere & in ſpecie *anatomia oculi*. Demiri *hiſtoriam* compoſuit *animalium*, inſtar *Aldrovandi* cum figuris. Datur quoque hic hiſtoria de *admirandis* Naturæ & *Artis*. Cum ad Philoſophiam progredimur, nulla gens Aſiam anteitura; *HISTORIARUM*que illic tantus proſpectus, ut tempora ante ADAMUM non vereantur ſcrutari, multis millibus annorum conſpicua, Imperioque Feorum, Divorum Piriorumque & Geniorum admiranda, geſtisque Regum iſtius temporis: inter quos Salomon quidam ter mille annorum regno jactatur

Pag. 416. nobilitatus, occurruntque multa alia *Præ-Adamitas* inveteratis fabulis innuentia. Nam & Mogolum fert perſuaſio, *mundum longe ſupra octuaginta octo milliones annorum duraſſe*: & celebrata apud Orientales *Simoranca* volucris, quæ mundi septies meminit creati, recordataque linguarum, quæ tum uſitatæ. In Oriente etiam dicitur accidiſſe diu poſt Chriſtum natum, ut lachrymantibus acriter in ſpelunca Spiritibus, vox tandem reſultaverit:

Tom. VII. Supplem. Sect. IX.

taverit: *Magnum Panem obiiſſe*. Effuſa poſt Hiſtoria ad Adamum, ejus late meminit; nec non Patriarcharum ampliori relatione, ac quæ Geneſi nota, Diluviique & Arcæ, ſive Navis, ſideribus poſt vicinæ, pluriumque incolarum Diverſorii iſtius, ac qui Sacra Scriptura memorantur. Mons, quo navis illa conſedit, ſuccumbentibus tandem orbi Terrarum aquis, Parmah Daghi i. e. *mons Digiti* hodie vocatur. Ingens quoque Tractatus de reliquiis arcæ memoratæ. Projectus deinde HERBELOT in Hiſtoriam Judæorum, MUSSÆ ſive *Moyſis* vitam incognitis Sacra Scriptura circumſtantiis dilucidavit, exitumque Iſraelitarum Ægypto; etſi non 40 annis illos in deſerto Arabiæ referat peregrinatos, ſed *totidem ſolummodo diebus*, vitulumque aureum mugiiſſe inſtar bovis. Memorabile vero *alloquium Gabrielis* Angeli in littore maris rubri ad Pharaonem, *Valid*, jam ſubmergendum: Philiſtæorumque prolixa mentio, inter quos *OK* Rex Baſani, cujus vitam *Sojutbi* ſpeciali opere Arabico reliquit, trium millium annorum regno profertur ſtaturaque novem cubitorum. Singularis quoque hic Hiſtoria Davidis, Salomonis Regum Goliathisque. Poſt Aſſyriæ Regum, narratio ſtupenda: novaque diſcuntur hoc opere HERBELOTI de Semiramide, quam Homai SEMRIS Maleki i. e. *Manucodiata* Semiramis *Regina*, (unde Aſſyriis forte poſt obitum dicta fertur Columba,) Oriente vocant, nec non de *Loboraſbe* & Nebucadnezare (quem illius ſaltem ajunt extitiſſe Vicarium, non vero ipſum Regem, Judæ vaſtatorem) de Kithasbe, Bakthiare, Baharamo, Roſtaneque & Aſfendiare, facinoribus ſuis Herculi fere comparandis. De Cyri Imperio aſſeritur, eundem matre natum Judæa, quæ genus ad Saulem referebat, & a conjuge Judæa exoratum, ut Iſraelitis in patriam migrare indulſerit; nec ſequentium oblitus Regum ad Alexandrum M. Philippi filium (duplicem quip- Pag. 417.
pe perhibent) devolvitur, quem *Libris Orientalium* ait *eſſe memorabiliorem* ac *Europæ*, circumſtantiis plane inauditis. Inter alia noſcitur ex illis, Alexandrum *fratrem conſanguineum* Darii Codomanni extitiſſe. Darabem nempe Perſiæ Principem duxiſſe filiam Philippi Macedoniæ Regis, eaque ob fœtorem oris repudiata, ipſam inter penates paternos Alexandrum eſſe enixam, qui poſt tanquam editus ab Olympiade educatus. Hunc, reſcito poſtea vero ſuo genere, Darium Codomannum veluti ſecundo genitum ex altera Darabis uxore oppugnaſſe, Macedonia namque huc usque Perſis tributaria, (mille ovis aureis nempe quovis anno pendendis) cumque tributa ab Alexandro M. exigerentur, tunc ea negaſſe, cauſando, *aves jam avolaſſe*, quæ ponere talia ſueverint. Jeremiæ Prophetæ etiam eundem fu-

Tom. VII. Supplem. Sect IX. nus, excitata a ſe urbe in Ægypto, ingenti ſumtu duxiſſe. Jam de ſpeculo Magico, quod fatum recondebat Ægypti Imperiique excidium: Pharo effulgens, navesque adventantes jam procul indicabat; infinitaque alia. Prædicta res excipiunt Romanæ tam Oriente quam Occidente, teſtaturque HERBELOT, Legatum ad Perſiæ Regem Coſroem a Cæſare Bizantino, cui filiam *Serinem* i. e. Irenem collocaverat, tota Aſia pulcherrimam, miſſum fuiſſe; exceptumque Regia, quadraginta millibus alta columnis: intus arte motus ſiderum veluti inter convexa mundi æmulante. Relatum quoque de *arbore aurea* Moktader Billæ Khalifæ, avibus aureis (vigorem volandi conſtricto intus ferro vel Magia miniſtrante) cantando circumvolantibus, ut non fabula, Alexandrum M. domito Poro ſimilem India inveniſſe hortum volucresque; atque Imperatorem Americæ Peruvianæ Atabalibam, teſte Ynca *Garcilaſſo de la Vega*, pari gaviſum. Sequuntur *vagis articulis*, ſicuti & præcedentia, res Mahometanæ; vitaque Mahometis addito Aiſchæ Conjugis fato Aliique generi ceterorumque deteſtandæ illuviei Primorum. Vaſta poſt Khalifarum Ommiadum primo, poſt Abbaſſiduum Hiſtoria, illis vero per Viziros potentia fraudatis, Sultanorum geſta Libris reconduntur Arabico idiomate & Perſico conſtantibus. Turcica lingua, præter regna Ottomana, librorum parce ſollicita. Ne vero mire-
Pag. 418. mur dari, opus Orientalis Hiſtoriæ trecentis conſtans Voluminibus, *Schah Nameh* dictum, cum ſolius *Hiſpaniæ* gratia, qua Khalifis Ommiadum Alidumque per multa ſecula ſedes, aliud reſtat, octuaginta Volumina complexum. Georgii *ELMACINI* & *EUTICHII* (quem Ebu Batrik Orientales vocant) Chriſtianorum allegatio ob dicta hactenus apud HERBELOTUM creberrima; ſed major ipſi uſus Muſulmanorum, *LEBTARIKI* nimirum, & *NEGUIARISTANII*, nec non *BENSCHUNÆ*, potiſſimum vero *MIRKONDI* & *KHONDEMIRIS*, quorum poſteriores, pater & filius, deſideria Europæorum mire hactenus laceſſiverunt, & ab Imperatore Romano Galliarumque Rege & Magno Hetruriæ Duce multis millibus aureorum acquiſiti. *KHOMDEMIR* extitit Aliſchivii Principis Khoraſſaniæ Bibliothecarius in magna urbe Herat, qua & Scriptor ille natus. Opus paternum is Epitome conſtrinxit, ſed admirationi hactenus & deſiderio omnium dicata: duodecim complectitur partes idiomate Perſico, quarum prima Hiſtoriam *Eblis* tradit, qui Dæmon & autor lapſus Adami in Paradiſo. Sequitur Hiſtoria Prophetarum, qui a Numine ad homines amandati, ſapientumque & doctorum virorum, quartus vero Liber Regum Perſiæ multiplici Dynaſtia ſtudioſus, aliorumque Principum plagæ Eoæ.

Quin-

Quintus & ſextus ortui Mahomedis impenſi, belliſque quibus impoſtor ille deteſtandum dogma non veritus propugnare, nec non duodecim Imamum, qui poſtea novæ Religioni profuerunt. Sequuntur liber 7, 8, 9, Vitas Khalifarum Ommiæ domus & Abbaſſi (ſive Ommiadum & Abbaſſidum) tradentes, cum decimus & undecimus Japheti poſteris Filii Noæ, vacat evolvendis, nec non Aſiæ Domitoribus GENGHIZKHANO, & TIMURLENK ſive Tamerlano: qui cognomina a felicibus *conjunctionibus* ſortiti, nempe quod (ſicuti de Diluvio, nativitateque Abrahami, Zoroaſtris, JESU CHRISTI, Moſiſque & Alexandri M. traditum) ſumma conjunctione Planetarum in uno Zodiaci ſigno concurrentium naſcerentur. Liber duodecimus fata memorat Herati urbis, qua Genghizkhan ſub filio Tulikhani millionem & trecenta millia civium paucis diebus trucidavit: Niſchabure ejusdem Regionis civitate millionem & 747 millia ſtrage ſua lugente, excidio autem Khovareſmiæ urbis (circa oſtium fluminis Oxi olim, nunc Gihonis & Amn aliaque nomina gerentis) tunc longe atrociori & duos milliones atque 400 millia numerante. Regum Barbarorum Reginarumque hæc hiſtoria Lectori noſtro videtur plane dedignanda; ſed innumerabilium virtutis ſublimisque ingenii exemplorum eadem ferax, quæ mira jucunditate Lectori blanditura. Plusquam centum Volumina Muſulmannis *genealogiarum* gratia. *MATHESIS* ſumma exiſtimatione & indagine apud Orientales jam pridem floruit: Archimedis ob id honore ingenti, pluribusque ejus hic libris jactari ſolitis, ac Europæ noti; Euclidisque, in quem inter eos Commentarii & Verſio Arabica, pluraque apud eos ac apud nos ejusdem volumina. Hinc de Lineis & *Quadratura Circuli*, de horologiis Solaribus aliisque tantæ diſciplinæ partibus. Scherif *Al Edriſſi* & *Albergendi*, aliique terrarum ſitus operibus Geographicis emenſi, Aſiæ non modo ſive *Iranis* & *Turanis*, ſed & *Meſr* ſive Ægypti ſequentisque *Magreb* i. e. Africæ Hiſpaniæque proſpectus. Magna hic Bactrorum & *Karakatay* notitia, utriusque Nili nempe mediterraneum mare ſubeuntis & in Æthiopiam retorti, adeo ut *Sudam* ſive Niger cognominetur, Marisque *Oman* ſive Oceani, Æthiopiam inter & Indiæ (quam hic *Hind* vocant) oram vagantis: nec non Inſularum, quibus illud diſtinguitur, quales *Socotora* & *Serandib* ſive Zeylon, Paradiſo Adami nobilis; uti de earum opibus, ligno Calambæ & Cynamomo atque Carbunculo, quem Arabes *Sareb gerag* i. e. facem nocturnam nuncupant, & de urbibus eidem inſitis, prolixa relatio. Porphyrii hic ſat nota verſio Commentariique, nec non Ariſtotelis (qui Orientalibus Ariſtatles vocatur) Platonisque (quem *Aflatum* nominant) ſum-

Tom. VII. Supplem. Sect. IX.

Pag. 419.

 ſummum in Aſia oblectamentum, eosque Schehabeddim ex Syriaco in Arabicum idioma perduxit, adeo ut plures *prioris* Libros glorientur tenere ac Diogenes Laertius poſteritati annumeravit: inter quos Ariſtotelis liber de *Prudentia* Præfecti *militaris* poſt *Victoriam & Cladem*. Datur quoque in Oriente Liber *Obud allumariab*, præcepta continens Politica, ex Græcis Veteribus, Ariſtotele Platoneque & aliis collecta. Empedoclis ingens ibi notitia, Siciliæ & Græcorum Philoſophi: variis ejus libris ob id
Pag. 420. allatis. Commentarii hic in aurea Carmina *Fichtagoræ* i.e. Pythagoræ. *ELOQUENTIA* ibidem mira gaudet profeſſione. Hinc tot Grammaticæ Dictionariaque (inter quorum autores *Lame* præcipuus, 60 Volumina complexus) Arabici idiomatis cauſa. Hic quoque Liber de *Sublimitate Styli*. Mirabile, lingua Arabica etiam Germanica recondi verba: ſicuti *Hamel*, unde Neuruzi Hamal i. e. aſcenſio Solis in Arietem, ſic quoque *Harir*, quod Arabibus ſericum ſignificat, & Germanorum *Haar* ſive Crinis. Linguæ etiam Anglicanæ eadem contingere vocabula Latinæque. *Furn* enim Arabibus idem ac Latinis, *Furnus*. *Naſnas* ac puſio ſive Nanus. *Dendam*, Dens; unde *Fil Dendan*, i.e. Dens Elephantis. Sic quoque *Der* Perſis Janua, ſicuti & Germanis Græcisque; & *Ud* Arabibus Lignum, ſicuti Anglis Wud, quod hi Wood ſcribunt. *Pir ve Geven*, Perſis *Vir* & *juvenis*. Moronaid Arabibus Perſisque Margarita. Al *Adel*, juſtus. *Dhib* Arabibus Lupum ſignificat, indeque Germanorum *Dieb*, quod furem denotat. *Kelb* Arabibus Canis: indeque Germanorum *Kalb*, vitulum reſpicens. *Ghird* Perſis Circulus, indeque Latinorum gyrus & Germanorum *Gurtel* ſive Cingulum. *Thur* montem notat, unde Latinorum Turris, nomenque urbis Tyri, quod celſo ſitu polleret. Maxime vero ars hic floret *POETICA* Carminibus in Aſia innumerabilibus *ſexus utriusque*. Kheder Monarca Regionum Tranſoxaniæ e ſolio ex quatuor lancibus numos aureos argenteosque diſtribuit, vincentibus ſe coram ipſo Poetis. Major hic Imperantum in Poetas munificentia ac Hieronis in *Archimellum* ab Athenæo memorata. Contentioque inter Imperantes illic per arma, uter Poeta potiretur admirando. Fabularum, quas Romanas vocamus, infinita hic multitudo, eminente inter has libro *Homajun*, ſive *Kalila ve damna*, toto Oriente delectabili: eumque verſio ex India accivit in varia idiomata, atque beſtiarum colloquia, ad inſtar Æſopi complexus. Orientales libris ſuis ut maxime ſtudioſi artis theſauros inveniendi; Chimiæ, Simiæ, Geomantiæ (quam inventam ab Enocho, quem Edris ſalutant, vel a Daniele, *Raml* vocant) Magiæque & incantationum ſuperos inferosque evocandi. Ars Somnia interpre-

pretandi illis tanti, ut non modo 7000 ejusdem numerent Autores, ſed & *Danielis* Volumen hac de re apud ſe reſiduum glorientur, *Oſſul al Tabir* nominatum. Ars quoque occultas literarum notas intelligendi ſive *Steganographia* Libris Orientalibus innotuit, nec non ænigmatum ſcientia. De Veoatione omnis generis aliisque materiis infinita Orientalibus opera. Novos libros *recitare* coram concione, antequam edendi, etiam in Aſia uſitatum, ſicuti antiquitus Græcos inter Latinosque. *Anberkend* liber omnem Brachmanum ( qui a *Brahma* autore vocitati, tertiam aſſerunt Divinitatem a DEO ante orbem conditum creatam) complexus Theologiam Philoſophiamque India ſervatur, quatuor partibus, quas ſingulas *Bed* vocant, cohærens; nec non *Avicennæ* opera, inter quæ de *Beſtiarum ſermone*, aliusque de *muta aſtrorum oratione*, *Averroisque*. Sortibus temerare futura nulla gens Muſulmaois comparanda. Aſtrologiæ tanta audacia, ut *ſeptem cœlorum peculiaria* aſtra experiantur, materque parturiens pedibus ſuſpendi maluerit, donec infauſti ſideris momentum partui tranſiret. Accidit in Aſia quoque, ut Vates admonitus, diem fatalem prædictumque *veniſſe*, reſpooderit interituro, *veniſſe ſed nondum præteriiſſe*, occiſumque, ut Julius Cæſar pridem ante expertus. Motus aſtrorum luſtrandi inſerviunt infinitæ tabulæ, quas *Zig* vocant: Naſſireddini nempe, juſſu Holagu Imperatoris Mogolorum, nec non Ulug-Begis, Tamerlani nepotis & Salgedini auſpicio compoſitæ. Obſervatoria (quæ *Raſſad* vocant) proinde Samarcanda Babylooiaque & Maraga aliisque urbibus conſpicua, ingenti ſumtu excitata. Daturque & in Aſia Liber de Cometis. Academiaa & Profeſſores (maxime urbibus *Balke*, *Khuſa*, *Herat* & *Baſſora*) tota Aſia frequentat. Totque hic Libri, quos *Amalia* vocant, quibus *Lectiones Doctorum* coram Auditoribus habitæ conſignantur. Al Malek Al Naſſer, licet Rex, easdem inviſit, librum ſub brachio geſtando. Quot Viziri fundarunt collegia? addito pauperum cauſa Noſocomio. Doctus valde Bajazeth Ilderun Imperator Turcarum, eique liber dedicatus. Tot poſtremo *Latbif* ſive jocoſeriorum & Apophtegmatum Libri. Iſmael Vizir 400 camelis Bibliothecam peregrinando ſecum trahebat, Omar tamen Khalifa Bibliothecam Alexandriæ, poſt tempora Julii Cæſaris mire reſtauratam, flammis iterum demandavit, ut quævis ingenti hac urbe Balnea per ſex menſes papyro hac calefierent. Titulis librorum Aſia quoque curioſa, quales *ſpeculum intelligentiæ*, ſapientia omnium temporum, *Apertura feræ*, prata aurea, *fodina gemmarum*, frenum animæ, *Salmum Libri acuti*, Teſtamentum Ariſtotelis & Hippocratis, *Hiſtoria Talionis*, Horti

Tom. VII. Supplem. Sect. IX. Pag. 421.

Pag. 422.

pen-

penſiles, *Pendentia Auribus ornamenta*, Zingiber pungens, *Sal ſeculi*, de Paſſionibus Animæ, *Hiſtoria Prudentum*, qui evaſerunt ſtulti, *de excellentia noctis ſupra diem*, de plagio Literario, *duo portus*, i. e. ars terrena & cœleſtis fortunæ, ars aquam inveniendi, *de conjunctione duorum Marium*, Liberatio eorum, qui pereunt, de arte Secretarii ſtatus & communis, *Liber de cauſa paupertatis* & *epulentiæ*, Diſputatio inter Narciſſum & Roſam, *Clavis ſpei*, Sanitas cordium, *de diverſitate libri ex una in alteram linguam converſi*, Antidotum Amoris, *Ciſterna vitæ* &c. Hoc igitur ungue Leonis vaſtitatem Orientalis ſumus emenſi. Dignaque Aſia, ut deſueſcat Europa contemptui, quo illam hactenus deſpicere non verita. Opus HERBELOTI notus alias Interpres Francofurto ad Oderam Bibliothecæ Sereniſſimi atque Potentiſſimi Regis Boruſſiæ infima nuper attulit reverentia, ſtupore & fama omnium temporum excellentiſſimique monumento laboris: dignumque id maxime typis, licentia tamen non ab Interprete, ſed a Rege ſuo impetranda. Idem paulo ante memorabilis verſione operum LAURENTII GRATIANI, hinc usque ad ſidera noti, quæ eluctatus per medium profundum, abjecta Italorum verſione, ingenua integritate ante triennium Latinitate ſivit frui; gaudio ſuæ aulæ omniumque Gentium, ſi liceret, & ſeculorum; non pudibunda verſione hac lacunis, quibus Gallica ſic inanis; ut vix dimidio Criticorum eadem opere lætandum. Imminet gaudiis terrarum, quibus ſublimiores literæ coluntur, verſio *COMINEI* ex Hiſpanico (quo plenior) in Latinum idioma tranſituri, cum *Joh. Vitriarii* ſcholiis: ob quem, quia nondum poſſidetur, ſubſidia Librariorum aut Bibliothecarum, quibus forte abjectus laboratque ſitu, ſollicitat, lauto pretio mereandum; Operibus *Antonii Perezii & Zavaletæ* magna morte inveterataque diligentia expectandis.

PRIN-

Tom. VII. Supplem. Sect. XI. Pag. 500.

# PRINCIPIA PHILOSOPHIÆ,

## AUTORE G. G. LEIBNITIO.

1 MOnas, de qua dicemus, non eſt niſi ſubſtantia ſimplex,
quæ in compoſita ingreditur. *Simplex* dicitur, quæ par-
tibus caret. 2 Neceſſe autem eſt dari ſubſtantias ſimplices, quia
dantur compoſita: neque enim compoſitum eſt niſi aggregatum
ſimplicium. 3 Ubi non dantur partes, ibi nec extenſio, nec fi-
gura, nec diviſibilitas locum habet. Atque monades iſtæ ſunt
veræ atomi naturæ, & ut verbo dicam, Elementa rerum. 4 Ne-
que etiam in iis metuenda eſt diſſolutiu, nec ullus concipi poteſt
modus, quo ſubſtantia ſimplex naturaliter interire poteſt. 5 Ex
eadem ratione non datur modus, quo ſubſtantia ſimplex natura-
liter oriri poteſt, quoniam non aliter niſi per compoſitionem
formari poſſet. 6 Immo aſſerere quoque licet, monades nec ori-
ri, nec interire poſſe niſi in inſtanti, hoc eſt, non incipere po-
teſt, niſi per creationem, nec finire niſi per annihilationem, cum
e contrario compoſita incipiant ac finiantur per partes. 7 Nullo
etiam modo explicari poteſt, quomodo monas alterari aut in ſuo
interiori mutari queat per creaturam quandam aliam, quoniam
in ea nihil transponere, neque ullum motum internum concipe-
re licet, qui excitari, dirigi, augmentari aut diminui poſſit,
quemadmodum in compoſitis contingit, ubi mutatio inter partes
locum habet. Deſtituuntur monades feneſtris, per quas aliquid
ingredi aut egredi valet. Accidentia non egrediuntur ex ſubſtan-
tiis quemadmodum alias ſpecies ſenſibiles Scholaſticorum. Atque
adeo neque ſubſtantia, neque accidens in monadem forinſecus
intrare poteſt. 8 Opus tamen eſt, ut monades habeant aliquas
qualitates: alias nec entia forent. 9 Immo opus eſt, ut quæli- Pag. 501.
bet monas differat ab alia quacunque. Neque enim unquam dan-
tur in natura duo entia, quorum unum ex aſſe convenit cum al-
tero, & ubi impoſſibile ſit quandam reperire differentiam in-
ternam aut in denominatione intrinſeca fundatam. Quod ſub-
ſtantiæ ſimplices qualitatibus non differrent; nulla etiam in re-
bus mutatio obſervari poſſet: quoniam, quod in compoſito re-
peritur, aliunde quam ex ſimplicibus ingredientibus reſultare
nequit. Et ſi monades qualitatibus deſtituerentur, nec una ab
altera diſtingui poſſet, quoniam eædem nec quantitate differunt:
conſequenter ſi plenum ſupponatur, locus quilibet in motu non
reci-

Digitized by Google

Tom. VII. Supplem. Sect. XI. reciperet niſi quod æquivaleret ei, cui ſuccederet, & unus rerum ſtatus indiſcernibilis foret ab altero. 10 Aſſumo etiam tanquam conceſſum, quod omne ens creatum ſit mutationi obnoxium, & conſequenter etiam monas creata; immo etiam quod mutatio ſit in unaqualibet continua. 11 Sequitur ex hactenus dictis, mutationes naturales monadum a principio interno proficiſci, propterea quod cauſa externa in ejus interius influere nequit. Et generaliter affirmare licet, *vim* non eſſe niſi principium mutationum. 12 Opus etiam eſt, ut præter principium mutationum detur quoddam ſchema ejus, quod mutatur, quod efficit, ut ita dicam, ſpecificationem ac varietatem ſubſtantiarum ſimplicium. 13 Involvere iſtud debet multitudinem in unitate aut ſimplici. Omnis enim mutatio naturalis cum per gradus fiat, aliquid mutatur & aliquid remanet, conſequenter in ſubſtantia ſimplici datur quædam pluralitas affectionum & relationum, quamvis partibus careat. 14 Status tranſiens, qui involvit ac repræſentat multitudinem in unitate ſeu ſubſtantia ſimplici, non eſt niſi iſtud, quod *Perceptionem* appellamus, quam probe diſtinguere debemus ab apperceptione ſeu conſcientia, quemadmodum in ſequentibus patebit. Atque in hoc lapſi ſunt Carteſiani, quod pro nihilo reputaverint perceptiones, quarum nobis non ſumus conſcii. Propter hanc quoque rationem ſibi perſuaſerunt, ſolos ſpiritus eſſe monades, nec dari animas brutorum, nec alias entelechias, & cum vulgo longum ſtuporem cum morte

Pag. 502. rigoroſe ſic dicta confuderunt: unde porro in præjudicium Scholaſticorum de animabus prorſus ſeparatis prolapſi & ingenia perverſa in opinione de mortalitate animarum confirmata ſunt. 15 Actio principii interni, qua fit mutatio ſeu tranſitus ab una perceptione ad alteram, *appetitus* appellari poteſt. Verum equidem eſt, quod appetitus non ſemper prorſus pervenire poſſit ad omnem perceptionem, ad quam tendit; ſemper tamen aliquid ejus obtinet atque ad novas perceptiones pervenit. 16 Ipſimet experimur multitudinem in ſubſtantia ſimplici, quandoquidem deprehendimus, minimam cogitationem, cujus nobis conſcii ſumus, involvere varietatem in objecto. Omnes itaque, qui agnoſcunt, animam eſſe ſubſtantiam ſimplicem, hanc multitudinem in monade admittere debent, atque *Bælius* ea in re difficultates faceſſere non debebat, quemadmodum fecit in ſuo Dictionario, articulo *Rorarius*. 17 Negari tamen nequit, perceptionem & quod inde pendet per rationes mechanicas explicari non poſſe, hoc eſt, per figuras & motum. Quodſi fingamus, dari machinam, quæ per ſtructuram cogitet, ſentiat, percipiat; non obſtat quo minus iisdem proportionibus retentis ſub majore mole conſtrui

con-

concipiatur, ita ut in eam aditus nobis concedatur tanquam in molendinum. Hoc ſuppoſito, intus nil deprehendemus niſi partes ſe mutuo impellentes, nec unquam aliud quidpiam, per quod perceptio explicari queat. Hoc itaque in ſubſtantia ſimplici, non in compoſita ſeu machina quærendum. Imo etiam præter iſtud in ſubſtantia ſimplici non reperietur aliud, hoc eſt, præter perceptiones earumque mutationes in ea nil datur. Atque in hoc ſolo conſiſtere debent omnes *actiones internæ* ſubſtantiarum ſimplicium. 18 Nomen *Entelechiarum* imponi poſſet omnibus ſubſtantiis ſimplicibus ſeu monadibus creatis. Habent enim in ſe certam quandam perfectionem (ἔχουσι τὸ ἐντελές) datur quædam in iis ſufficientia (αὐτάρκεια) vi cujus ſunt actionum ſuarum internarum ſontes quaſi automata incorporea. 19 Quodſi *animam* appellare libet, quicquid perceptionem & appetitum habet in ſenſu generali, quem modo explicavimus; omnes ſubſtantiæ ſimplices aut monades creatæ appellari poſſent animæ. Enimvero cum apperceptio aliquid amplius importet quam ſimplicem quandam perceptionem, conſultius eſt, ut nomen generale monadum & entelechiarum ſufficiat ſubſtantiis ſimplicibus, qui ſimplici perceptione gaudent, & animæ appellentur tantummodo iſtæ, quarum perceptio eſt magis diſtincta & cum memoria conjuncta. 20 In nobis enim ipſis experimur ſtatum quendam, in quo nihili recordamur nec ullam perceptionem diſtinctam habemus, veluti cum deliquio animi laboramus, aut quando ſomno profundo abſque inſomnio oppreſſi ſumus. In hoc ſtatu anima quoad ſenſum non differt a ſimplici monade. Sed cum ſtatus iſte non perduret, aliquid amplius ſit neceſſe eſt. 21 Atque inde non ſequitur, quod tunc ſubſtantia ſimplex careat omni perceptione. Fieri hoc nequit per rationes modo dictas: neque enim perire, nec ſine omni variatione ſubſiſtere poſſet, quæ aliud eſſe nequit quam ipſius perceptio. Enimvero quando ingens adeſt exiguarum perceptionum multitudo, ubi nihil diſtincti occurrit, mens ſtupet, quemadmodum in gyrum aliquoties celeriter acti vertigine corripimur, qui attentionem evaneſcere facit, ita ut nihil diſtinguere valeamus. Iſtiusmodi ſtatum ad tempus animalibus mors conciliare valet. 22 Et quemadmodum omnis præſens ſubſtantiæ ſimplicis ſtatus naturaliter ex ſtatu præcedente conſequitur, ita ut præſens ſit gravidus futuro; 23 itaque cum evigilantes ab iſto ſtupore perceptionum noſtrarum conſcii ſimus, neceſſe omnino eſt ut aliquas immediate antea habuerimus, quamvis earum conſcii non fuerimus. Etenim perceptio naturaliter non oritur niſi ex alia perceptione, quemadmodum motus naturaliter non ori-

Tom. VII. Supplem. Sect. XI.

Pag. 503.

Tom.VII. Supplem. Sect. XI. tur niſi ex motu. 24 Apparet inde, nos, quando nil diſtincti, & ut ita loquar, ſublimis ac guſtus altioris in noſtris perceptionibus habemus, in perpetuo fore ſtupore. Atque is monadum nudarum ſtatus eſt. 25 Videmus etiam, naturam dediſſe animantibus perceptiones ſublimes, dum iis organa conceſſit, quæ complures radios luminis aut complures undulationes aeris colligunt, ut per unionem fiant magis efficaces. Simile quid in odore, ſapore & tactu, forſitan in aliis etiam ſenſationibus

Pag. 504. bene multis, ſed nobis incognitis, occurrit: atque mox explicabo, quomodo, quod in anima accidit, repræſentet illud, quod fit in organis. 26 Memoria ſpeciem *conſecutionis* ſuppeditat animabus, quæ rationem imitatur, ſed ab ea diſtingui debet. Videmus ideo, animantia, dum percipiunt objectum, quod ipſa ferit, & cujus ſimilem perceptionem antea habuere, per repræſentationem memoriæ exſpectare, quod eidem in perceptione præcedente jungebatur, & ad ſenſationes ferri ſimiles iis, quas tum habuerant. E. gr. Quando baculus monſtratur canibus, doloris, quem ipſis cauſatus eſt, recordantur, clamant & fugiunt. 27 Et imaginatio fortis, quæ ipſos ferit ac movet, vel a magnitudine, vel a multitudine perceptionum præcedentium proficiſcitur. Interdum enim idem eſt impreſſionis fortis uno ictu factæ effectus, qui diuturni habitus aut multarum perceptionum mediocrium ſæpius repetitarum. 28 Homines beſtiarum inſtar agunt, quatenus conſecutiones perceptionum, quas habent, non niſi a principio memoriæ pendent, & inſtar Medicorum empiricorum agunt, qui ſimplici praxi absque theoria utuntur. Et nos nonniſi empirici ſumus in tribus actionum noſtrarum quartis e. gr. quando lucem diei craſtini exſpectamus, empirice agimus, propterea quod conſtanter ita factum fuit. Soli Aſtronomi per rationem judicant. 29 Enimvero cognitio veritatum neceſſariarum & æternarum eſt id, quod nos ab animantibus ſimplicibus diſtinguit & rationis ac ſcientiarum compotes reddit, dum nos ad cognitionem noſtri atque Dei elevat. Atque hoc eſt iſtud, quod in nobis *anima rationalis* ſive *ſpiritus* appellatur. 30 Cognitioni veritatum neceſſariarum & earum abſtractionibus acceptum referri debet, quod ad actus reflexos elevati ſimus, quorum vi iſtud cogitamus, quod *Ego* appellatur, & hoc vel iſtud in nobis eſſe conſideramus. Et inde etiam eſt, quod nosmetipſos cogitantes de ente, de ſubſtantia cum ſimplici, tum compoſita, de immateriali & ipſo Deo cogitemus, dum concipimus, quod in nobis limitatum eſt, in ipſo ſine limitibus exiſtere. Atque hi actus reflexi præcipua largiuntur objecta ratiociniorum noſtrorum. 31 Ratiocinia noſtra duobus magnis principiis ſuperſtructa

ſtructa ſunt. Unum eſt *principium contradictionis*, vi cujus *falſum* judicamus, quod contradictionem involvit, & *verum*, quod falſo opponitur vel contradicit. 32 Alterum eſt *principium rationis ſufficientis*, vi cujus conſideramus, nullum factum reperiri poſſe verum, aut veram exiſtere aliquam enunciationem, niſi adſit ratio ſufficiens, cur potius ita ſit quam aliter, quamvis rationes iſtæ ſæpiſſime nobis incognitæ eſſe queant. 33 Quando veritas neceſſaria, ratio reperiri poteſt per analyſin, dum eam reſolvimus in ideas & veritates ſimpliciores, donec ad primitivas perventum fuerit. 34 Hoc pacto apud Mathematicos *theoremata* ſpeculationis & *canones* praxeos reducuntur per analyſin ad definitiones, axiomata & poſtulata. 35 Et dantur tandem *ideæ ſimplices*, quarum definitiones dare non licet. Dantur etiam axiomata & poſtulata, aut verbo *principia primitiva*, quæ probari nequeunt, nec probatione indigent, atque iſta ſunt enunciationes identicæ. 36 Enimvero *ratio ſufficiens* reperiri etiam debet in veritatibus contingentibus vel facti, hoc eſt, in ſerie rerum, quæ reperitur in univerſo creaturarum, ubi reſolutio in rationes particulares progredi poſſet in infinitum, propter immenſam rerum naturalium varietatem & diviſionem corporum in infinitum. Datur infinitudo figurarum & motuum præſentium atque præteritorum, qui ingrediuntur in cauſam efficientem ſcripturæ meæ præſentis, & infinitudo exiguarum inclinationum ac diſpoſitionum animæ meæ, præſentium atque præteritarum, quæ ingrediuntur in cauſam finalem. 37 Et quemadmodum tota hæc ſeries nonniſi alia contingentia anteriora involvit, quorum unumquodque ſimili analyſi opus habet, ubi rationem reddere voluerimus, progreſſus nil juvat: neceſſe eſt, rationem ſufficientem ſeu ultimam extra ſeriem contingentium reperiri, quantumvis infinita ponatur. 38 Propterea quoque ratio ultima rerum in ſubſtantia quadam neceſſaria contineri debet, in qua ſeries mutationum nonniſi eminenter exiſtat, tanquam in fonte ſuo. Atque iſtud ens eſt, quod *Deum* appellamus. 39 Jam cum ſubſtantia iſta ſit ratio ſufficiens omnis iſtius ſeriei, quæ etiam prorſus connexa eſt; non niſi unus datur Deus, atque hic Deus ſufficit. 40 Judicare etiam licet, quod ſubſtantia iſta ſuprema, quæ eſt unica, univerſalis & neceſſaria, cum nihil extra ſe habeat, quod ab ea non dependeat, & ſimplex rerum poſſibilium ſeries exiſtat, limitum capax eſſe nequit & omnem realitatem poſſibilem continere debet. 41 Unde ſequitur, Deum eſſe abſolute perfectum, cum perfectio non ſit niſi magnitudo realitatis poſitivæ præciſe ſumta, ſepoſitis rerum limitationibus. 42

Tom. VII. Supplem. Sect. XI. Pag. 505.

Pag. 506.

Tom.VII. Supplem. Sect. XI. Sequitur hinc etiam, creaturas habere perfectiones ſuas ab influxu Dei; ſed imperfectiones a propria natura, eſſentiæ ſine limitibus incapaci. In eo enim a Deo diſtinguuntur. 43 Verum etiam eſt, in Deo non modo eſſe fontem exiſtentiarum, verum etiam eſſentiarum, quatenus reales ſunt, aut ejus, quod in poſſibilitate reale eſt. Propterea intellectus Dei eſt regio veritatum æternarum aut idearum, unde dependent, & ſine ipſo nihil realitatis foret in poſſibilitatibus, & nihil non modo exiſteret, ſed nihil etiam poſſibile foret. 44 Etenim opus eſt, ut, ſi quid realitatis in eſſentiis aut poſſibilitatibus, aut potius in veritatibus æternis fuerit, hæc realitas fundetur in aliqua re exiſtente & actuali, & conſequenter in exiſtentia entis neceſſarii, in quo eſſentia includit exiſtentiam, aut in quo ſufficit eſſe poſſibile ut ſit actuale. 45 Ita Deus ſolus (ſeu ens neceſſarium) hoc privilegio gaudet, quod neceſſario exiſtat, ſi poſſibilis eſt. Et quemadmodum nihil poſſibilitatem ejus impedit, quod limitum expers, nec ullam negationem, conſequenter nec contradictionem involvit; hoc unicum ſufficit ad cognoſcendum exiſtentiam Dei *a priori*. Nos eam quoque probavimus per realitatem veritatum æternarum. 46 Enimvero eandem jam probabimus *a poſteriori*, quia ſcilicet res contingentes exiſtunt, quæ rationem ultimam ſeu ſufficientem habere nequeunt, niſi in ente neceſſario, quod rationem exiſtentiæ ſuæ in ſe ipſo habet. 47 Nihilominus tamen cum nonnullis nobis imaginari debemus, veritates æternas, cum a Deo dependeant, arbitrarias eſſe & a voluntate ipſius pendere, quemadmodum *Carteſius* & poſtea *Poiretus* ſtatuit. Id verum non eſt niſi de veritatibus contingentibus, cum e contrario neceſſariæ unice dependeant ab intellectu ejus & ſint objectum ipſius internum. 48 Ita DEUS ſolus eſt unitas primitiva ſeu ſubſtantia ſimplex originaria, cujus productiones ſunt omnes monades creatæ aut derivativæ, & naſcuntur, ut ita loquar, per continuas divinitatis fulgurationes per receptivitatem creaturæ limitatas, cui eſſentiale eſt eſſe limitatum. 49 Datur in DEO *potentia*, quæ eſt fons omnium, deinde cognitio, quæ continet idearum ſchema, & tandem voluntas, quæ mutationes efficit ſeu productiones ſecundum principium melioris. 50 Atque hoc eſt iſtud, quod reſpondet ei, quod in monadibus creatis facit ſubjectum ſeu baſin facultatis perceptivæ & facultatis appetitivæ. Sed in Deo hæc attributa ſunt abſolute infinita aut perfecta, & in monadibus creatis aut entelechiis (aut perfectihabiis, quemadmodum Hermolaus Barbarus traduxit hanc vocem) non ſunt niſi imitationes, pro menſura perfectionis, quam habent. 51 Creatura dicitur *agere* extra ſe, quatenus habet

Pag. 507.

Tom. VII. Supplem. Sect. XI.

bet perfectionem, & *pati* ab alia, quatenus eſt imperfecta. Ita monadi actionem tribuimus, quatenus habet perceptiones diſtinctas, & paſſiones, quatenus confuſas habet. 52 Et una creatura perfectior eſt altera in eo, quod reperiamus in ea, quod inſervit rationi reddendæ de eo, quod in altera contingit, & propterea dicimus quod in alteram agat. 53 Sed in ſubſtantiis ſimplicibus influxus unius monadis in alteram tantum idealis eſt, qui effectum ſortiri nequit niſi Deo interveniente, quatenus in ideis Dei una monas eum ratione poſtulat, ut Deus ordinans ceteras in principio rerum, ipſius rationem habeat. Quoniam enim monas una phyſice influere nequit in interius alterius; aliud non datur medium, per quod una ab altera dependere valet. 54 Atque ideo actiones & paſſiones creaturarum mutuæ ſunt. Deus enim duas ſubſtantias ſimplices inter ſe comparans in unaqualibet rationes deprehendit, quibus obligatur unam aptare alteri, & conſequenter id, quod activum eſt, quatenus certo reſpectu paſſivum ſecundum alium conſiderandi modum; activum nempe, quatenus id, quod diſtincte in eo cognoſcitur, inſervit rationi reddendæ de eo, quod in alia contingit, & paſſivum, quatenus ratio de eo, quod in ipſa contingit, reperitur in eo, quod diſtincte cognoſcitur in altera. 55 Quemadmodum vero infinita ſunt univerſa poſſibilia in ideis Dei & eorum niſi unicum exiſtere poteſt; ita neceſſe eſt dari rationem ſufficientem electionis divinæ, quæ Deum ad unum potius, quam ad alterum determinet. (Pag. 508.) 56 Atque hæc ratio reperiri nequit niſi in gradibus perfectionis, quam hi mundi continent, cum quodvis poſſibile habeat jus prætendendi exiſtentiam pro ratione perfectionis, quam involvit. 57 Atque id ipſum cauſa eſt exiſtentiæ melioris, quod Deus vi ſapientiæ cognoſcit, vi bonitatis eligit & vi potentiæ producit. 58 Atque huic adaptationi rerum omnium creatarum ad unamquamque & uniuſcujuſque ad ceteras omnes tribuendum, quod quælibet ſubſtantia ſimplex habeat reſpectus, quibus exprimuntur ceteræ omnes, & per conſequens ſpeculum vivum perpetuum univerſi exiſtat. 59 Et ſicuti eadem urbs ex diverſis locis ſpectata alia apparet & optice quaſi multiplicatur; ita ſimiliter accidit, ut propter multitudinem infinitam ſubſtantiarum ſimplicium dentur quaſi totidem differentia univerſa, quæ tamen non ſunt niſi ſcenographicæ repræſentationes unici ſecundum differentia puncta viſus uniuſcujuſque monadis. 70 Atque hoc ipſum medium eſt obtinendi tantum varietatis, quantum poſſibile, ſed cum maximo ordine qui fieri poteſt, hoc eſt, medium obtinendi tantum perfectionis, quantum poſſibile. 61 Neque etiam alia datur, quam hæc hypotheſis (quam demonſtra-

Digitized by Google

ſtratam eſſe affirmare audeo) quæ, prout fieri debet, magnitudinem Dei elevat: id quod *Bælius* agnovit, cum in Dictionario ſuo (articulo: *Rorarius*) objectiones quaſdam propoſuit: immo ſibi perſuaſit, quod Deo nimium & ultra, quod poſſibile eſt, tribuam. Sed nullam rationem allegare potuit, cur hæc harmonia, ob quam quælibet ſubſtantia exacte exprimit ceteras omnes per reſpectus, quos ad eas habet, ſit impoſſibilis. 62. Ceterum ex eo, quod modo retuli de rationibus a priori, videmus, cur res aliter ſe habere nequeant, quoniam Deus totum ordinans reſpexit ad quamlibet partem & inprimis ad unamquamque monadem, cujus natura cum ſit repræſentativa, nihil eſt quod eam limitare poſſet ad unam tantum rerum partem repræſentandam, quanquam verum ſit, quod hæc repræſentatio non ſit
Pag. 509. niſi confuſa reſpectu partium univerſi, nec diſtincta eſſe poſſit, niſi quoad exiguam rerum partem, hoc eſt earum, quæ aut propiores ſunt, aut majores reſpectu uniuscujusque monadis, alias quælibet monas foret aliqua divinitas. Non in objecto, ſed in modificatione cognitionis objecti monades limitatæ ſunt. Omnes confuſe ad infinitum tendunt, ſed limitantur & diſtinguuntur per gradus perceptionum diſtinctarum. 63 Atque in eo compoſitæ cum ſimplicibus conveniunt. Quoniam enim omnia plena ſunt & per conſequens omnis materia connexa, & quemadmodum in pleno omnis motus effectum quendam ſortitur in corporibus diſtantibus pro ratione diſtantiæ, ita ut unumquodque corpus non modo afficiatur ab iis, quæ ipſum tangunt, & quodammodo percipiat, quod ipſis accidit, verum etiam mediantibus ipſis adhuc percipiat ea, quæ prima tangunt, a quibus ipſum immediate tangitur; ideo inde ſequitur, hanc communicationem procedere ad quamlibet diſtantiam. Et per conſequens omne corpus ab omni eo afficitur, quod in univerſo accidit, ita ut is, qui omnia perſpicit, in unoquoque legere poſſit, quod per totum accidit, immo etiam quod jam factum, aut adhuc futurum, in præſenti obſervans, quicquid tam ſecundum tempus, quam ſecundum ſpatium elongatur. *Σύμπνοια πάντα* dicebat *Hippocrates*. Enimvero anima in ſe ipſa legere nequit, niſi quod diſtincte in ipſa repræſentatur; non omnes ſuas perceptiones una evolvere valet, quoniam ad infinitum tendunt. 64 Quamvis itaque quælibet monas creata totum univerſum repræſentet; multo tamen diſtinctius repræſentat corpus, quod ipſi peculiari ratione adaptatum eſt & cujus entelechia exiſtit. Et ſicuti hoc corpus exprimit totum univerſum per connexionem omnis materiæ in pleno, ita etiam anima totum repræſentat univerſum, dum repræſentat hoc corpus, quod ad ipſam ſpe-

ſpectat peculiari quadam ratione. 65 Corpus ſpectans ad monadem, cujus entelechia vel anima exiſtit, conſtituit cum entelechia id, quod *vivens* appellatur, & cum anima id, quod *animal* ſalutatur. 66 Eſt vero corpus viventis vel animalis ſemper organicum. Etenim cum quælibet monas ſit ſpeculum univerſi ſuo modo & univerſum perfecto ordine gaudeat, ordo etiam eſſe debet in repræſentante, hoc eſt, in perceptionibus animæ, & per conſequens in corporibus, ſecundum quæ univerſum in eis repræſentatur. 67 Ita quodlibet corpus organicum viventis eſt ſpecies machinæ divinæ aut automati naturalis, quod omnia automata artificialia infinitis modis antecellit, quoniam machina arte hominis facta non eſt machina in qualibet parte. E. gr. Dentes rotæ partes habent ſeu fragmina, quæ non amplius artificiale quid ſunt, nec quicquam habent, quod machinam connotet reſpectu uſus, cui rota deſtinatur. Machinæ vero naturæ, hoc eſt, corpora viventia, ſunt adhuc machinæ in minimis partibus uſque in infinitum. Atque in eo conſiſtit diſcrimen inter Naturam & Artem, hoc eſt, inter artem divinam & noſtram. 68 Et fieri potuit, ut Autor Naturæ hoc artificium divinum & prorſus mirabile in praxin deduceret, quia portio quælibet materiæ non modo diviſibilis in infinitum, ſicuti veteres agnovere, verum etiam actu ſubdiviſa in infinitum, qualibet parte peculiari motu gaudente: alias fieri haudquaquam poſſet, ut quælibet portio materiæ totum exprimeret univerſum. 69 Liquet inde, in minima portione materiæ dari mundum creaturarum viventium, animalium, entelechiarum, animarum. 70 Quælibet materiæ portio concipi poteſt inſtar horti pleni plantis & inſtar piſcinæ plenæ piſcibus. Sed quilibet ramus plantæ, quodlibet membrum animalis, quælibet gutta humorum ipſius eſt denuo hortus aut piſcina iſtiusmodi. 71 Et quamvis terra atque aer inter plantas horti, aut aqua inter piſces piſcinæ intercepta non ſit planta, neque piſcis, nihilominus plantas & piſces continent, ſed plerumque ſubtilitate nobis imperceptibili. 72 Ita nihil incultum, nihil ſterile, nil mortuum datur in univerſo, nullum chaos, nulla confuſio, niſi quoad apparentiam, quemadmodum in piſcina ad aliquam diſtantiam appareret, ubi motus confuſus piſcium videtur, nec tamen ipſos piſces diſcernere licet. 73 Videmus hinc, quodlibet corpus vivum habere entelechiam unam dominantem, quæ eſt anima in animali; ſed membra hujus corporis viventis plena ſunt aliis viventibus, plantis, animalibus, quorum unum quodque iterum ſuam habet entelechiam ſeu animam dominantem. 74 Enimvero haudquaquam no-

Tom. VII. Supplem. Sect. XI.

Pag. 510.

Pag. 511.

Tom.VII. Supplem. Sect. XI. nobis cum nonnullis imaginari debemus, qui mentem meam parum perſpexerunt, animam unamquamque habere maſſam quandam aut portionem materiæ propriæ, & per conſequens poſſidere alia viventia inferiora ſemper ad ipſius ſervitia deſtinata. Omnia enim corpora rivorum inſtar in perpetuo ſunt fluxu & partes aliæ continuo ingrediuntur, aliæ egrediuntur. 75 Ita anima non mutat corpus niſi ſenſim ſenſimque & per gradus, ita ut nunquam omnibus ſuis organis uno quaſi ictu privetur. Et dantur ſæpius metamorphoſes in animalibus, ſed nunquam Metempſychoſis ſeu transmigratio animarum locum habet. Neque etiam dantur animæ prorſus ſeparatæ. 76 Atque ideo etiam nulla datur generatio, nec mors perfecta, rigoroſe loquendo. Sunt enim evolutiones & accretiones, quas generationes appellamus; quemadmodum involutiones & diminutiones, quod mortem vocamus. 77 Perplexos reddidit Philoſophos origo formarum, entelechiarum aut animarum; ſed poſtquam hodie obſervationibus exactis de plantis, inſectis & animalibus compertum eſt, quod hæc corpora organica naturæ nunquam ex chao ſeu putrefactione prodeant, ſed conſtanter per ſemina, in quibus ſine omni dubio datur quædam præformatio; hinc concluditur, corpus non modo organicum jam præextitiſſe ante conceptionem, ſed etiam animam in hoc corpore, hoc eſt, animal ipſum. Et per conceptionem animal iſtud tantummodo diſponitur ad magnam quandam transformationem, ut fiat animal alterius ſpeciei. Simile quid videmus extra generationem, e. gr. quando vermes fiunt muſcæ & erucæ papiliones. 78 Animalia, quorum nonnulla elevantur ad gradum maximorum animantium, ope conceptionis, appellari poſſunt *Spermatica*: ſed ea, quæ ſpeciem non mutant, naſcuntur, multiplicantur & deſtruuntur, quemadmodum animalia magna. Parvus admodum numerus eſt electorum, qui ad theatrum majus progrediuntur. 79 Sed hæc non niſi dimidia veritatis pars eſt. Judicavi igitur, ſi animal nunquam naturaliter incipit, nec unquam naturaliter finiri debere, & non modo nullam dari generationem, verum etiam nullam deſtructionem totalem

Pag. 512. ſeu mortem rigoroſe ſumtam. Atque ratiocinia iſta a poſteriori facta optime cum principiis meis ante a priori deductis concordant. 80 Ita aſſerere licet, non modo animam (mundi indeſtructibilis ſpeculum) eſſe indeſtructibilem; verum etiam animal ipſum, quamvis machina ipſius ſæpius ex parte pereat & involucra organica linquat, vel capiat. 81 Hæc principia dedere mihi medium naturaliter explicandi unionem aut potius

con-

conformitatem animæ ac corporis organici. Anima ſuas ſequitur leges & corpus itidem ſuas: conveniunt vero inter ſe vi harmoniæ inter omnes ſubſtantias præſtabilitæ, quoniam omnes repræſentationes ſunt ejusdem univerſi. 82 Animæ agunt ſecundum leges cauſarum finalium per appetitiones, fines & media. Corpora agunt ſecundum leges cauſarum efficientium ſeu motuum. Et duo regna, alterum nempe cauſarum efficientium, alterum cauſarum finalium, ſunt harmonica inter ſe. 83 Cognovit *Carteſius*, animam non poſſe dare vim corporibus, quoniam eadem ſemper virium quantitas in materia conſervatur; credidit tamen, animam poſſe mutare directionem corporum. Id quidem ideo factum eſt, quod ipſius tempore lex naturæ ignoraretur, quæ vult eandem ſemper directionem totalem conſervari in materia. Quod ſi hoc obſervaſſet, in ſyſtema meum harmoniæ præſtabilitæ incidiſſet. 84 In hoc ſyſtemate corpora agunt, ac ſi (per impoſſibile) nullæ darentur animæ, & animæ agunt, ac ſi corpora nulla darentur, & ambo agunt, ac ſi unum influeret in alterum. 85 Quod ſpiritus ſeu animas rationales concernit, quamvis reperiam, eodem modo ſe rem habere cum omnibus viventibus & animantibus, quemadmodum dixi, ſcilicet quod animal & anima nec oriantur niſi cum mundo, nec intereant niſi cum mundo: id tamen peculiare eſt in animalibus rationalibus, quod ipſorum animalcula ſpermatica, qua talia, habeant tantum animas ordinarias ſeu ſenſitivas, ſed quæ electa ſunt, ut ita dicam, & ad naturam humanam ope conceptionis actualis perveniunt, eorum animæ ſenſitivæ elevantur ad gradum rationis & prærogativam ſpirituum. 86. Inter alias differentias, quæ inter animas ordinarias & ſpiritus intercedunt, & quarum partem jam expoſui, etiam illa datur, quod animæ in genere ſint ſpecula viventium ſeu imagines univerſi creaturarum; ſed quod ſpiritus inſuper ſint imagines ipſius divinitatis, ſeu Autoris naturæ, quæ ſyſtema univerſi cognoſcere & aliquid ejus per ſcintillulas architectonicas imitari poſſunt, cum ſpiritus unusquisque ſit parva quædam divinitas in ſuo genere. 87. Atque inde eſt, quod ſpiritus ſint capaces ſocietatis alicujus cum Deo ineundæ, & quod ipſe eorum reſpectu non ſolum ſit inventor, qualis eſt reſpectu creaturarum ceterarum, ſed inſuper Princeps & parens, hoc eſt, eam habeat ad ipſos relationem, quam Princeps ad ſuos ſubditos & parens ad liberos ſuos. 98. Inde haud difficulter infertur, omnes ſpiritus ſimul ſumtos conſtituere civitatem Dei, hoc eſt, regnum omnium perfectiſſimum ſub perfectiſſimo Monarcha. 89 Hæc civitas Dei, hæc Monarchia, vere univerſalis, eſt mundus moralis in mundo naturali, & id maxime ſublime atque divinum

Tom. VII. Supplem. Sect. XI.

Pag. 513.

Tom. VII. Supplem. Sect. XI. eſt in operibus Dei, atque in hoc revera gloria Dei conſiſtit, quoniam nulla daretur, niſi magnitudo & bonitas ejus a ſpiritibus cognoſceretur ipſisque admirationi eſſet. Reſpectu hujus civitatis divinæ datur bonitas proprie ſic dicta, cum e contrario ſapientia & potentia ubique eluceant. 90 Quemadmodum ſupra harmoniam perfectam ſtabilivimus inter duo regna naturalia, alterum cauſarum efficientium, alterum finalium; ita hic nobis alia harmonia commemoranda venit, quæ inter regnum phyſicum naturæ & regnum morale gratiæ intercedit, hoc eſt, inter Deum, quatenus conſideratur ut Architectus machinæ, & inter Deum eundem, quatenus ut Monarcha civitatis divinæ ſpirituum ſpectatur. 91 Ab hac harmonia pendet, quod res deducant ad gratiam per ipſas vias naturæ & quod hic globus e. gr. deſtrui & reparari debeat per media naturalia iis momentis, quando regimen ſpirituum id poſtulat ad aliquos puniendos, ceteros remunerandos. 92 Aſſeverare etiam licet Deum tanquam architectum ſatisfacere Deo tanquam legislatori ex aſſe, atque ſic peccata conſequi debere pœnas per ordinem naturæ & ſtructuræ mechanicæ rerum, bonas etiam actiones ſecum trahere remunerationes per media machinalia reſpectu corporum,

Pag. 514. quamvis idem nec poſſit, nec debeat conſtanter extemplo accidere. 93 Tandem ſub perfectiſſimo hoc regimine nulla datur actio bona ſine remuneratione, nulla mala ſine pœna, & omnia vergere debent in ſalutem bonorum, hoc eſt eorum, qui regimine divino contenti ſunt in magno hoc regno, qui confidunt in providentia divina & qui amant atque imitantur, ut par eſt, Autorem omnis boni, voluptatem percipientes ex conſideratione perfectionum ipſius, ſecundum naturam amoris puri atque veri, vi cujus voluptatem percipimus ex ejus, quem amamus, felicitate. Atque ideo perſonæ ſapientes ac virtuoſæ perficere conantur, quicquid voluntati divinæ præſumtivæ & antecedenti conforme apparet, & hoc non obſtante in iis acquieſcunt, quæ per voluntatem divinam ſecretam, conſequentem & deciſivam acta contingunt, quoniam agnoſcunt, quod, ſi ordinem naturæ ſatis intelligeremus, deprehenſuri ſimus, eadem vota ſapientiſſimi longe ſuperare, nec fieri poſſe, ut meliora reddantur ſive intuitu totius univerſi in genere, ſive etiam reſpectu noſtrum in ſpecie. Siquidem, prout par eſt, Autori omnium adhæremus, non modo tanquam Architecto & cauſæ efficienti eſſentiæ noſtræ, verum etiam tanquam Magiſtro noſtro atque cauſæ finali, cujus eſt efficere quod volumus & qui ſolus nos felices reddare valet.

# EXCERPTA
# EX ACTIS ERUDITORUM
# LIPSIENSIBUS
## ANNI 1722.

## OBSERVATIONES ET EXPERIMENTA NOVA

### De Anatomia Foliorum, quibus integra Plantarum Anatomia illuſtratur,

*Autore* LUDOVICO PHILIPPO THUMMIGIO.

1. P*etiolum* vocamus eam folii partem, quæ per medium ejus extenſa ultra ipſum producitur & ſurculo adhæreſcit : quæ inde per folii latitudinem diſperguntur partes petiolo, *ramos* appellamus; *ſurculos* vero, qui perinde ex ramis ac rami ex petiolo educuntur in varios plexus reticulares tandem deſinentes, quorum interſtitia utriculorum congerie replentur. Petiolum, ramos ac ſurculos eſſe fibrarum ſecundum longitudinem extenſarum faſciculos, tum autopſia conſtat, tum ab Autoribus annotatum reperitur. Fibras in omni arboris parte in fiſtulas ſucciferas & tracheas diſtinguunt, quarum iſtæ ſucco turgent, hæ aere plenæ ſunt. Fiſtulas ſucciferas in venas & ar- Act.Erud. An. 1722. M. Jan. Pag. 24.

Act. Erud. An. 1722. M. Jan. terias diſtinguit *Leuwenhœkius*, quarum iſtæ ſuccum a radice verſus extremas arboris partes vehunt, hæ eundem ab extremis partibus verſus radices revehunt: id quod experimentis comprobavit *Perraltius*. De Trachearum exiſtentia Celeb. *Fontenellius* videtur adhuc ſubdubitare, quod nec microſcopiorum acie diſtincte videri poſſint.

2. Equidem in Actis Eruditorum Anni 1715 p. 300 annotatur, tracheas vel oculum nudum, nedum armatum in vite diſtinguere, neque hæc a vero abludunt: ipſimet enim tracheas non ſine voluptate conſpeximus, cum a ſurculo vitis orbem tenuem reſectum microſcopio ſubjiceremus. Quoniam tamen cum orbiculos ſimiles ex aliarum arborum ſurculis microſcopiis etiam exquiſitiſſimis admoveremus, iſtiusmodi tracheas diſcernere haud valuimus, alia via incedendum eſſe duximus. Aquam vitro cylindrico vix trium digitorum alto, diametro tertiam digiti partem parumper excedente, infuſam ab aere purgavimus ope Antliæ pneumaticæ, ne ſcilicet bullulæ ex aqua aſcendentes cum iis confunderentur, quæ ex petiolo folii egrederentur. Quo facto petiolum e folio ſeparavimus, extremitatibusque reſectis, ut tracheæ, ſi Pag. 25. quæ adeſſent, magis apertæ forent, in aquam immiſimus, ut extremitas a fundo vitri intervallo quodam abeſſet. Campana vitrea uſi ſumus anguſta, ut aer ſub eodem contentus inſigniter ſtatim rarefieret, utque erumpens in oculos magis incurreret, clauſo epiſtomio embolum eduximus: quo facto, prima ſtatim vice variæ bullularum admodum exiguarum, ut cum minimo arenæ ſubtilioris granulo vix componi poſſent, ſeries, inſtar fluenti continui ſurſum per aquam aſcendebant. Quoniam bullularum ordo aliis intervenientibus neutiquam turbabatur, manifeſto id nobis indicio fuit, ſingulas ſingularum ſerierum per oſcula ſibi propria exire. Cum cæteroquin ex oſculo quovis bullulæ ſerie non interrupta ſeſe exciperent, hinc collegimus, aerem ibi locorum, unde procedit, eſſe continuum. Patet ergo dari intra petiolum per totam folii longitudinem receptacula aeris. Eſſe vero eadem tubulos, inde primum arguere haud dubitavi, quod ſectione ad arbitrium facta prodierint oſcula per baſin petioli ſecti ordinatim diſpoſita, hincque facile conſtaret, eadem in quavis alia ſectione horizontali ſeu priori parallele facta exſurgere. Mox experimento fidem feci: ſectione enim in diverſis petiolis ad diverſam altitudinem facta, oſcula eo, quem diximus, modo ſeſe exhibuerunt conſpicua. Præter iſta aeris fluenta per integram petioli ſuperficiem hinc inde erumpebant bullulæ, ſed inſigni admodum diſcrimine. Cum enim primum emergerent, ob exilitatem oculorum aciem vix ſubire poterant; mox ſenſim ſenſimque aliquod

mo-

molis ceperunt augmentum, licet ſingulæ non idem, adeoque ſub magnitudine diverſa ſuperficiei veluti agglutinatæ hærebant, donec nova ſuctione peracta in majorem adhuc molem expanſæ avellerentur & ſumma peterent. Primum bullularum illarum augmentum bullulis aereis in unam confluentibus debetur: quoniam igitur bullula ſequens de ſede ſua non dimovit antecedentem, ſed cum eadem coaluit; impetus, quo fuerunt latæ, exiguus fuit. Non multum ergo aeris ibi conjunctum fuit unde bullulæ proceſſerunt, nec bullula ſequens directe impegit in antecedentem. Cum bullulæ ex oſculis baſium exeuntes ejusdem eſſent molis, qua cæteræ in ſuperficie, ubi primum prodiere, conſpiciebantur, ac continua ſerie aliæ aliis ſuccederent, numerum bullularum per unicum oſculum effluentium multum exceſſiſſe numerum earum, quæ eodem temporis ſpatio per poros ſuperficiei enitebantur, quis non capiat? Quodſi tamen quis dubitet, utrum argumentatione valida ex hoc bullularum procedentium diſcrimine trachearum a cavitatibus diſſeminatis differentia inferatur, necne, eum ad experimenta tritiſſima, quibus aer ex tubis altera extremitate clauſis, altera apertis & aquæ immiſſis extrahitur, remittimus.

*Act. Erud. An. 1722. M. Jan.*

*Pag. 26.*

3. Ut experirer, num petiolo & ejus ramis inſit medulla, ex eo lamellas tenues ſectione transverſim baſi parallele facta excidi, tum ubi extra folium conſtituitur, tum ubi intra idem continetur: quas cum microſcopiis Muſſchembrœkianis lumine tum Solis tum candelæ accenſæ colluſtratas ſubjicerem: ſtatim in oculos veſicularum quædam congeries incurrit candore perpulchro ornatarum, quarum alias oculis deprehendi medullam in arborum ſurculis contemplatus. Enimvero quemadmodum ſectio petioli a figura circuli abit; ita nec ejus medulla eandem retinet, neque in medio ſectionis continetur, ſed per integram fere latitudinem per modum ungulæ extenditur. Mox ſectionem ſurculi per medullam mediam denuo diſſectam juxta iſtam lamellam appoſui, & utrobique veſiculæ tenues exilesque ſe obtulerunt nullo diſcrimine, niſi quod in Syringha Luſitanica medulla ſurculi arboris eſſet candidior inſtar ſacchari, in petiolo vero ſphærularum vitrearum colorem æmularetur.

4. Partem etiam petioli inſtrumento decenter applicato ita ſubmiſi, ut viſus per lenticulam in ſectionem horizontalem candelæ lumine colluſtratam dirigeretur, & tunc medulla veluti in cumulum aſſurgere viſa perimetro a ſubſtantia reliqua intervallo quodam ſejuncta. Secandus autem eſt petiolus cultello acuto, ne partium turbetur ſitus. Quoniam vero experientia multiplici convictus didici, idem objectum ratione diverſa ad microſcopia

eadem

Act. Erud. An. 1722. M. Jan. eadem multo magis ad diverſa applicatum uno caſu ſpectanda exhibere, quæ in altero latent, tenuiſſimam lamellam e medio petioli reſectam vitro nondum perpolito agglutinavi, ut per exiguam ſphærulam eandem conſueri daretur. Viſæ ſunt fiſtulæ ſucciferæ perſpicuæ atque virides, quamvis non omnes ejusdem Pag. 27. prorſus coloris, quoniam inter annulos vireſcentes medium occupabat locum alius paululum albicans; medulla autem obſcura apparuit, niſi quod hinc inde foramina ejusdem cum veſiculis medullaribus diametri, per quæ oculo proſpectus patebat, occurrerent. Quoniam Vir illuſtris *Newtonus* in eximio Optices opere oſtendit, in corporibus opacis occultos eorum meatus materia aliqua repleri, quæ a partibus ipſis denſitate plurimum differt, ecquis non videt inſignem in lamella admodum tenui medullæ obſcuritatem arguere, quod veſicularum cavitates ſubtiliſſimo quodam fluido repleantur, ab aere utique diverſo, cum gemmas arborum ex medulla erumpere conſtet.

5. Fiſtulæ medullæ contiguæ viridioris erant coloris, his ſuccedebant aliæ quodammodo albeſcentes & flavedinis quidpiam etſi parum trahentes. Eas denuo exceperunt aliæ colore viridi primis pares. Cum fibræ iſtæ oculo nudo vel microſcopiis non nimium augentibus inſtructo candidæ appareant, color ille viridis non fiſtulis ipſis, ſed fluido in iſtis contento ineſſe debet. Componuntur itaque eædem ex tenui admodum lamella, cum earum color præ colore intus contenti fluidi, conſequenter etiam craſſities lamellæ præ diametro cavitatis evaneſcat, atque diverſus in ipſis color diverſi generis fluida in iisdem contineri innuit. Imo per ea, quæ ex *Newtoni* Optica modo adduximus, liquor in fiſtulis herbeis cum minus perſpicuus ſit altero, qui in intermediis continetur, refertus eſt particulis a denſitate ipſius multum diſſidentibus, conſequenter ad denſitatem materiæ, ex qua fiſtulæ componuntur, magis accedentibus. Porro cum partes ſolidæ potiſſimum nutriantur, fluidæ vero in nutrimentum impendantur, atque fluidum in fiſtulis herbeis partea alat denſitate ad ipſam fiſtularum materiam, conſequenter ad partes ſolidas proxime accedentes, imo ex inferius dicendis conſtet materiam fiſtularum eſſe denſiorem aqua; haud obſcure intelligimus, fiſtulas herbeas vehere ſuccum nutritium, cæteras autem fluidum magis aquoſum. Atque hac demum ratione evincitur, quod ex quibusdam experimentis obſcure conjecit *Perraltius*. Lamella, qua uſi ſumus, e petiolo folii perſici; quas vero in perſcrutanda medulla adhibuimus, eæ ex petiolo folii armeniaci nobilioris erant exciſæ.

Pag. 28. 6. Petioli a ſurculo arboris ortum expiſcaturi, folio abſciſſo, ut

ut inferior petioli pars ſurculo arboris adhæreret, portionem aliquam ligni ac medullæ una cum gemma, cui eadem annectebatur, a ſurculo reſecuimus. Mox gemmam ſeparavimus & lignum atque medullam plano petioli remotis ſuperfluis adæquavimus. Tandem juxta longitudinem medullæ portionem ligni ad ſurculum pertinentis & petiolum in duas partes diſſecuimus, planumque ſectionis contemplati præſertim in vite oculo nudo fibras ligneas ſurculi perinde ac ipſius medullam juxta petioli longitudinem extendi obſervavimus. Fruſtulum illud ligni ac petioli cum microſcopio admoveremus, fiſtularum continuitas multo evadebat illuſtrior. Fibræ ligneæ ſurculi non procul a ſede gemmæ fiebant bifurcæ, altera parte in gemmam, altera in petiolum excurrente. Quæ in petiolum ingrediebantur, in ipſo ſtatim limine denuo videbantur diſcerptæ, ita ut ad utrumque medullæ latus ſub cortice ſecundum petioli longitudinem protraherentur. Sunt ergo fibræ petioli continuatio fibrarum ſurculi, ac ipſius medulla per petiolum extenditur, conſequenter petiolus cum folio ex fibrarum quarundam ac medullæ ſurculi ultra eundem continuatarum explicatione oritur. Unde apparet, quomodo ſuccus nutritius ex foliis in arborem deſcendere atque in gemmam deferri queat. Act. Erud. An. 1712. M. Jan.

7. In ramorum folii ex petiolo exortum inquiſituri & oculos in petiolum convertentes, eum verſus ſummitatem folii continuo gracileſcere obſervavimus. Quamobrem ſuſpicati fieri forſan poſſe, ut per fibrarum diſtractionem ramuli emergant, oculos ad eosdem defleximus; fortuna autem favente contigit, ut folium occurreret a malo decerptum, in quo ramus tertius, qui a petiolo producebatur, ab eodem jam ſeparatus conſpiciebatur, & juxta eum parallelus decurrebat intervallo trium decimarum digiti Rhenani, ubi cum ipſo coaluerat. Mox oculo armato diſtinctiſſime cernebamus, per collectionem fibrarum a petiolo avulſarum novum faſciculum formari & ad latus deflecti. Lanuginem, qua averſa folii a malo decerpti pars veſtitur, ſcalpelli acumine integumento petioli atque ramuli ſalvo abraſimus, ut connexio rami cum petiolo diſtinctius contueremur. Adhibitis microſcopiis exquiſitioribus diſtinctiſſime vidimus, quomodo tandem fibræ ramuli crena in coalitu evaneſcente in fibras petioli abeant. Reiteravimus obſervationem in aliis foliis eodem ſemper ſucceſſu, etſi oculum nudum omnis fibrarum ſeparatio prope coalitum effugeret. Pag. 29.

8. Rami ſubinde fiunt bifurci per fibrarum diſtractionem in duos faſciculos: id quod in folio mali microſcopium eadem claritate

 ritate & diſtinctione ac in ramorum ex petiolo exortu nobis exhibuit. Ramos ſic diviſos denuo fieri biſurcos obſervavimus: atque ita enaſcuntur ſurculi. Ex ramis pariter atque ſurculis alii minores excurrunt ſurculi ab uno ramo vel ſurculo progredientes ad alterum, atque ex his denuo alii ab uno ſurculo minore ad alterum protenſi: unde plexus reticulares, quos non modo oculus nudus, objecto inter oculum & lumen poſito, verum etiam armatus imprimis diſtinguit, formantur. Intra areolam unius plexus ſubinde excurrunt ſurculi minores, quibus plexus reticulares minores intra majorem efformantur, & qui aliquid viriditatis ſecum ferentes cæteris minus pellucidi comparent, imo lumine deſuper in faciem folii averſam illapſo colluſtrati, cæteris exiſtentibus candidis nigreſcunt, & quaſi crenæ in ſubſtantia utriculoſa exhibentur.

9. Nihil in tota folii anatomia nobis plus fecit negotii, quam utriculi. Inter lumen Solis & lentem microſcopicam collocati, obſcuri apparent: conſtat tamen, hunc ſitum obſervationibus maxime convenire. Idem etiam accidit, ſi obtutus dirigatur in faciem a lumine colluſtratam, tuncque haud parum confunditur cuticula, quæ difficillime ſeparatur. His tamen non obſtantibus primum in portiuncula folii perſici plexus reticulares vidimus repletos corpuſculis quibusdam globoſis propemodum ſe invicem tangentibus, quemadmodum utriculorum ordines delineat *Malpighius*. Separavimus deinde cuticulam cuſpide acuminata ſcalpelli: ſed non vidimus, niſi maſſam viridem ex particulis adeo exiguis compoſitam, ut pulviſculorum ſolidorum ſpeciem præ ſe ferrent, etiamſi maſſam per microſcopium contemplaremur, quo animalcula ſpermatica ſtupendæ prorſus, uti notum eſt, exilitatis, in ſemine animali alias diſtinximus. Nulla itaque ſpes affulget fore, ut earum figura diſtincte cernatur. Forte fortuna ſeſe obtulit folium ceraſi, ubi inſectum cuticulam ſeparaverat & utriculos hinc inde exederat. Ejus portiunculam per varia microſcopia intuentes vidimus, quædam intervalla inter plexus reticulares nihil maſſæ utriculoſæ amplius continere, ſed tantummodo cuticulam ab altera folii parte oſtentare. In aliis intervallis ſupererat aliqua maſſæ viridis portio: enimvero ſive multum, ſive parum adeſſet, nihil tamen amplius diſcernere valebamus, quam quod modo retulimus, etſi cæteroquin maſſulæ reſiduæ admodum perſpicuæ eſſent coloris paulo viridioris quam fiſtulæ herbeæ, de quibus ſupra diximus.

Pag. 30.

10. Reſtat ut, quæ de poris utriculorum nobis innotuere, exponamus. Vitro cylindrico, quo ſupra uſi ſumus, aquam fontanam

nem limpidam infudimus & ab aere purgavimus. Mox folium mali perſicæ in eam ita immiſimus, ut juxta longitudinem vitri extenderetur & faciem lumini per feneſtram illabenti averſam obverteret. Cum more ſolemni ad antliam aptaretur vitrum, prima ſuctione facta, ingens bullularum perquam exilium numerus per omnem folii ſuperficiem prorupit, quarum moles ſucceſſive varia in ſingulis quantitate increſcebat: alicubi bullulæ adeo erant exiguæ, ut viſus aciem fere eluderent. Cum antlia ulterius exerceretur, volumen quarundam eousque augebatur ut a folio ſeparatæ per aquam aſcenderent. Vix autem major folium reliquerat, cum alia exilis in locum ejus ſuccederet. Aere omni exhauſto, folium adhuc undiquaque bullulis obſitum conſpiciebatur, quæ tamen externo admiſſo decreverant, atque jam evanuerant, cum nondum tantum aeris intromiſſum eſſet, quantum per antliam fuerat eductum. Omnis autem color per integram fere folii ſuperficiem immutabatur in obſcuriorem, ut hinc pateret, aquam in utriculos folii penetraſſe, atque adeo cuticulam innumeris iisque valde exiguis pertuſam eſſe poris. In altera folii facie non niſi pauciſſimis in locis bullulæ emergebant. Folium mali armeniacæ generoſioris ad bilancem exactiſſimam appendimus, ubi vel octava unius grani æquilibrium tollit, atque octodecim gran. pondus ejus deprehendimus. Facto experimento, cum idem linteo abſterſiſſemus, pondus quatuor granis auctum reperimus: id quod indicio erat, quatuor aquæ grana per poros cuticulæ in utriculos penetraſſe. Cæterum duabus circiter horis elapſis folio rediit priſtinus color. Cum inferiorem tantum petioli partem aquæ immergeremus, facto experimento, nec ulla in colore, nec in pondere obſervabatur mutatio. Unde conſtat, non facilem per tubulos petioli in utriculos patere acceſſum. Fragmentum folii ab experimento obſcurioris coloris factum in aqua ſubſedit, cum antea eidem innataret. Folium ergo ob aerem in eo diſſeminatum aqua ſpecifice levius exiſtit; ipſa vero ejus materia eadem gravior.

Act. Erud. An. 1722. M. Jan.

Pag. 31.

Act. Erud. An. 1722. M. Maii. Pag. 281.

# JOHANNIS CHRISTIANI CLODII, HAYNENSIS,

## *Conſilium de Nova Bibliotheca Orientali edenda.*

INgens eſt librorum Arabicorum, Perſicorum, Turcicorum numerus, ac in tantum excrevit, ut omnia fere reliqua Orientis monumenta ſuperet, quod ex copioſiſſimis Hagi Calfa & Hafidi manuſcriptis indicibus, ac multis aliis Bibliothecarum tam publicarum quam privatarum Catalogis orientalibus facile colligitur. Nec mira cuiquam tanta ac tam exuberans copia videri debet, cum ſagaciſſima populorum illorum ingenia omne ſcientiarum genus ac totius eruditionis latifundium pervagata, innumera aliarum gentium ſcripta in ſuas linguas non traduxerint ſolum, ſed & ſuis ac in proprio ſolo natis fructibus ampliſſimum ſcientiarum campum ornarint, quod in mea introductione ad hiſtoriam literariam orientalem fuſius oſtendam. Merito igitur Viri harum linguarum periti tot volumina ſingularibus commentariis recenſere annifi ſunt, quibus pro eo, quo defuncti ſunt labore, haud vulgaris gratia debetur, quanquam deliciarum illarum cupido non ex aſſe ſatisfaciant. Herbelotius enim, cui hæ literæ in Italia & Gallia, inuſitato exemplo, magno & honori & lucro fuere, in Bibliotheca Orientali Gallice exarata plurima immiſcuit, quæ ad hiſtoriam literariam librorumque cognitionem minus pertinent, ſed vel geographiam vel hiſtoriam orientalem illuſtrant. Præterea ſingulorum Codicum tituli vernacula
Pag. 282. tantum lingua expreſſi ſunt, ac quod aliter fieri non potuit, paulum obſcurati, ut verſatiſſimus interdum evolvendo aliquam difficultatem vel nauſeam ſentiat. Multi denique codices ſupplendi reſtant, qui fruſtra ibi quæruntur, ab ipſo tamen autore doctiſſimo, ſi diutius ipſi vivere contigiſſet, additi procul dubio, ac reliquæ maculæ abſterſæ fuiſſent, ut Vir ſummus Renaudotius recte de eo judicavit. Hottingerus autem in Bibliothecis, Orientali & quadripartita, aliarum quoque linguarum codices, Syriacos, Hebraicos, Samaritanos, Æthiopicos recenſens, Arabicos, Perſicos & Turcicos eo quo par erat numero non annotavit, nec eo ordine diſpoſuit, ut a quovis ſine mora aut moleſtia reperiri queant. Mendis etiam compluribus eruditiſſimi Viri commentarii conſperſi, nimiſque aridi ſunt, & magnam evol-

evolventibus utilitatem ſæpius præſtare non poſſunt. Nova itaque Bibliotheca Orientali codices Arabicos, Perſicos, Turcicos ordine alphabetico ac juſtis literis exhibere, collatisque tam manuſcriptis quam impreſſis indicibus, quos a multis mendis purgabo, Herbelotianam & Hottingerianam emendare & augere decrevi. Nec parum ex meo cum Viris eruditionis orientalis laude florentiſſimis literarum commercio huic operi lucis accedet, quos induſtriam meam, quam ipſi ſtimularunt, pro virili adjuturos eſſe ſpero. Ceterum ardui hujus & majoris omnino fortunæ ſubſidiis fulciendi conatus ſpecimen prius dabo, Leonis Africani de Viris Arabiæ illuſtribus libello, quem emendare ac notis locupletare conſtitui. Adjiciam ei excerptum ex Diario manuſcripto Paridis de Graſſis, Epiſcopi Piſaurenſis & Cærimoniarum Magiſtri ſub Leone X, quod de converſione ejus ac doctrina agit, ac a Viro in his literis principe Cl. Crozio, pro eo, quo mihi & huic ſcientiæ generi favet, ſtudio e Bibliotheca Regia Berolinenſi mecum communicatum fuit. Act Erud. An. 1712. M. Maii.

# THEOREMA NOVUM

Pag. 362.

## Habens utilitatem in dividendis multiplicandisque angulis, nec non in condendis Tabulis ſinuum, tangentium & ſecantium.

*Autore* JOH. BERNOULLI.

PRoblema Sectionis angularis exercuit quondam Geometras non infimi ordinis bene multos: Nemo dederat antea formulam generalem pro indefinitis angulorum arcuumve ſectionibus vel multiplicationibus applicabilem ad quemlibet datum numerum, cum ejusmodi formulam primus exhiberem in Actis Lipſ. 1701 M. April. Hæc poſtea aliis, quibus non diſplicuit, magni nominis Analyſtis anſam præbuit, inquirendi in ejus demonſtrationem & originem, quam ego ſingulares ob cauſas celaveram, tum etiam inveniendi tales alios canones univerſales. Quicquid vero in eam rem prodiit, id vel ſerierum infinitarum auxilio vel calculi differentialis ope erutum: inprimis Formula illa altera univerſalis, quam multis poſt annis exhibui, peculiari aliquo artificio per logarithmos imaginarios inventa, habet quidem aliquid novi & inexpectati, quo æquationes angulares pro lubitu expedite & prompte formantur; in-

terim logarithmi illi imaginarii, qui infirmioribus & minus exercitatis ſcrupulum faceſſere poſſent, originem habent ex differentialibus arcuum a tangentibus derivatis, vid. Act. 1712 M. Jun. & Jul. Ante biennium circiter aggreſſus ſolutionem (quam multiplici modo repertam mox communicabo in peculiari ſchediasmate) problematis alicujus a Filio meo propoſiti in Actorum Suppl. Tom. VII. Sect. VIII. p. 172. *De conſtruendis curvis ſemetipſas inverſo ſitu poſitas atque motu parallelo motas in conſtanti angulo ſecantibus*, incidi in Theorema longe univerſaliſſimum & quidem communi analyſi adinventum, quod cum viderem habere poſſe uſum inſignem, non tantum arcuum diviſione & multiplicatione, ſed & in plurium arcuum etiamſi inæqualium, quotquot libuerit, additione vel ſubtractione, eorumque aggregato vel reſiduo indefinite exprimendo per canonem generalem, qui compendium ſuppeditabit ſupputare volentibus Tabulas ſinuum, tangentium, & ſecantium; operæ pretium duxi Theorema paulo fuſius exponere, præmiſſis aliquot Lemmatibus.

## *Lemma I.*

Tab. I. Fig. I. Pag. 363.

Si in circulo BGL (Fig. I.) cujus centrum A, & radius $AB = 1$, duorum arcuum BF & BFG datæ ſint tangentes, nempe $BC = a$, $BD = b$, ſitque nova tangens $BE = \frac{a+b}{1-ab}$, dico arcum BGH cui illa reſpondet eſſe æqualem ſummæ arcuum $BF + BFG$.

*Demonſtrat.* Ex ſuppoſitis habentur ſecantes, ut ſequitur: $AC = \sqrt{(1+aa)}$, $AD = \sqrt{(1+bb)}$, $AE = \frac{\sqrt{(1+aa+bb+aabb)}}{1-ab}$ $= \frac{\sqrt{(1+aa)} \times \sqrt{(1+bb)}}{1-ab}$; Habetur etiam DE ſeu $BE - BD$ $= \frac{a+abb}{1-ab}$. Ducta ad AE perpendiculari DI, erit ob triangula EAB, EDI ſimilia; $EA . AB :: ED . DI$, unde $DI = \frac{a+abb}{\sqrt{(1+aa)} \times \sqrt{(1+bb)}}$ $= \frac{a\sqrt{(1+bb)}}{\sqrt{(1+aa)}}$: Adeoque $\sqrt{(1+aa)}$ ſeu AC . $\sqrt{(1+bb)}$ ſeu AD :: $a$ ſeu BC . DI; Sunt itaque triangula CAB, DAI ſimilia, proinde angulus BAC = angulo DAI, arcusque BF = arcui GH; & addito arcu communi BFG, erit $BF + BFG = BGH$. Q. E. D.

Ali-

*Aliter.* Sint (Fig. II.) Duorum arcuum BH, DH (quorum radius AC vel AD $=1$) tangentes datæ BC $=a$, DE $=b$; quibus prolongatis ductæ parallelæ AG, AF occurrant in punctis G, F; erit utraque tam DG quam BF tangens complementi arcus totius BHD: Sit DG vel BF $=x$: Ob ſimil. triang. CFA, EGA, erit CF $(a+x)$. AF :: AG (AF). EG $(b+x)$. Hinc CF $\times$ EG $(ab+ax+bx+xx) = \square$ AF $= 1+xx$; ablato $xx$ & reducta æquatione, provenit $x = \frac{1-ab}{a+b}$, adeoque $\frac{1}{x}$ h. e. tang. arcus BHD $=$ $\frac{a+b}{1-ab}$ ut ante. Q. E. D. Act. Erud. An. 1722. M. Julii. Pag. 364.

## *Lemma II.*

Sint ejusdem circuli tres arcus, quorum tangentes ſint datæ $a$, $b$, $c$; ſitque tangens quarta $= \frac{a+b+c-abc}{1-ab-ac-bc}$, dico arcum huic tangenti reſpondentem fore æqualem ſummæ trium datorum arcuum.

*Dem.* Quia per præced. $\frac{a+b}{1-ab}$ eſt tangens arcus qui æquatur primis duobus ſimul ſumtis quorum tangentes ſunt $a$ & $b$, ſcribatur $n$ pro $\frac{a+b}{1-ab}$, eritque vi præcedentis $\frac{n+c}{1-nc} =$ tangenti arcus quarti, ſubſtituto nunc iterum valore ipſius $n$ prodibis $\frac{n+c}{1-nc} = \frac{a+b+c-abc}{1-ab-ac-bc} =$ tangenti arcus quarti qui tribus datis arcubus ſimul ſumtis eſt æqualis. Q. E. D.

## *Lemma III.*

In eodem circulo dentur arcus quatuor, quorum tangentes exprimantur per $a$, $b$, $c$, $e$; ſit vero tangens arcus quinti $=$ $\frac{a+b+c+e-abc-abe-ace-bce}{1-ab-ac-ae-bc-be-ce+abce}$, dico hunc arcum quintum eſſe æqualem ſummæ reliquorum quatuor arcuum quorum tangentes ſunt $a$, $b$, $c$, $e$. Pag. 365.

*Dem.* Ponatur $\frac{a+b+c-abc}{1-ab-ac-bc} = n$, erit per Lemmata I. & II.

$n+e$

Act. Erud. A. 1722. M Julii.

$\frac{n+e}{1-ne}$ = tangenti arcus quinti, reſubſtituto hic valore ipſius $n$, orietur $\frac{n+1}{1-ne} = \frac{a+b+c+e-abc-abe-ace-bce}{1-ab-ac-ae-bc-be-ce+abce}$ = tangenti arcus qui quatuor datos arcus exæquat. Q. E. D.

*Aliter*. Ad eandem formulam pervenitur ponendo $\frac{a+b}{1-ab}=n$, & $\frac{c+e}{1-ce}=p$; erit enim per Lemma I. $\frac{n+p}{1-np}$ = tangenti arcus quinti, ubi ſi ſubſtituantur valores ipſarum $n$ & $p$, erit $\frac{n+p}{1-np}$ = quantitati modo inventæ. Q. E. D.

## *Scholium*.

In his jam evidens progreſſionis ordo perſpicitur, quo obſervato continuare licet ſine calculo valores tangentium pro arcubus qui pluribus aliis quot libuerit datis & ſimul ſumtis ſint æquales. Notandum enim, terminos fractionum quibus formulæ noſtræ exprimuntur conflari ex unitate ut & ex aggregato litterarum $a$, $b$, $c$, $e$, $f$, $g$ &c. earumque omnium poſſibilium contentorum alternatim ſumtorum ſignis + & — alternatim interpoſitis. Sint ex. gr. $a$, $b$, $c$, $e$, $f$ ex quibus formetur progreſſio ſequens

$$\begin{array}{llllll} 1 & +a & +ab & +abc & +abce & +abcef \\ & +b & +ac & +abe & +abef & \\ & +c & +ae & +abf & +abef & \\ & +e & +af & +ace & +acef & \\ & +f & +bc & +acf & +bcef & \\ & & +be & +bce & & \\ & & +bf & +bcf & & \\ & & +ce & +bef & & \\ & & +cf & +aef & & \\ & & +ef & +cef & & \end{array}$$

In qua unitas occupet locum primum, ſumma litterarum $a+b+c+e+f$ locum ſecundum, ſumma rectangulorum ſub ſingulis binis $ab+ae+ae+$ &c. locum tertium, ſumma ſolidorum ſub ſingulis ternis $abc+abe+abf+$ &c. locum quartum, ſumma contentorum ſub ſingulis quaternis $abce+abcf+$ &c. locum quintum, illudque unicum $abcef$ locum ſextum. Componatur ex illis omnibus fractio, cujus numerator conſtet ex ſe-

Pag. 366.

cun-

cundo — quarto + ſexto, & denominator ex primo — tertio + quinto, ſicut hic videre eſt Act. Erud. An. 1712. M. Julii.

$$\left\{\begin{array}{l} \quad\;\; -abc \\ \quad\;\; -abe \\ +a-abf \\ +b-ace \\ +c-acf+abcef) \\ +e-aef \\ +f-bce \\ \quad\;\; -bcf \\ \quad\;\; -bef \\ \quad\;\; -cef \end{array}\right. : \left(\begin{array}{l} \quad\;\; -ab \\ \quad\;\; -ac \\ \quad\;\; -ae+abce \\ \quad\;\; -af+abcf \\ +1-bc+acef \\ \quad\;\; -be+abef \\ \quad\;\; -bf+bcef \\ \quad\;\; -ce \\ \quad\;\; -cf \\ \quad\;\; -ef \end{array}\right\}$$

Exprimet hæc fractio valorem tangentis arcus alicujus qui erit æqualis ſummæ omnium quinque arcuum quorum tangentes exponuntur per has reſpective litteras $a$, $b$, $c$, $e$, $f$. Hujus veritas liquet ex ante dictis, hinc fluit ſequens generale

## THEOREMA.

Datis tangentibus quotcumque arcuum deſignatis per $a$, $b$, $c$, $e$, $f$, $g$, &c. quarum ſumma $a+b+c+$&c. ſit $=$ A; ſumma rectangulorum ſub ſingulis binis $ab+ac+$&c. $=$ B; ſumma ſolidorum ſub ſingulis ternis $abc+abe+$&c. $=$ C; ſumma contentorum ſub ſingulis quaternis $=$ D; ſumma contentorum ſub ſingulis quinis $=$ E; ſumma contentorum ſub ſingulis ſenis $=$ F; & ita porro ſummæ ſequentium contentorum $=$ G, H, I, &c. dico tangentem arcus unius qui æqualis ſit reliquis omnibus ſimul ſumtis eſſe $=\dfrac{\mathrm{A}-\mathrm{C}+\mathrm{E}-\mathrm{G}+\mathrm{I}-\text{\&c.}}{1-\mathrm{B}+\mathrm{D}-\mathrm{F}+\mathrm{H}-\text{\&c.}}$. Demonſtratio patet ex præcedentibus.

### *Coroll. I.*

Quod ſi ex datis arcubus unus pluresve ſint ex reliquis ſubtrahendi, hoc eſt, ſi invenienda ſit tangens alicujus arcus, qui ſit æqualis differentiæ inter ſummam omnium arcuum affirmativorum & ſummam omnium arcuum negativorum; per ſe manifeſtum eſt, aliud nihil faciendum eſſe quam ut in fractione inventa mutentur Pag. 369. ſigna earum litterarum quæ denotant tangentes arcuum negativorum, hoc eſt, eorum qui a reliquis ſubtrahi debent: ut ſi $a$ & $b$ tales eſſent, ſcribendum erit $-a$ & $-b$ pro $+a$ & $+b$, atque $+a$ & $+b$ pro $-a$ & $-b$; ſed nihil mutandum in $+ab$ vel in $-ab$; quia

Act. Erud. An. 1722. M. Julii. quia ceu notum multiplicatio ſigni + per + & ſigni — per — ſemper idem ſignum + producit.

*Coroll. II.*

Poſitis arcubus omnibus, quorum numerus ſit $n$, eorumque adeo tangentibus $a$, $b$, $c$, $e$, $f$, &c. inter ſe æqualibus, ex doctrina combinationum colligitur progreſſionem $1+A+B+C+D+E+$ &c. abire in $1+\frac{n}{1}a+\frac{n.n-1}{1.2}a^2+\frac{n.n-1.n-2}{1.2.3}a^3+\frac{n.n-1.n-2.n-3}{1.2.3.4}a^4+$ &c. quæ ſeries, uti conſtat, exprimit valorem ipſius $(1+a)^n$, hoc eſt, binomii $1+a$ ad poteſtatem $n$ elevati. Sic igitur poſita $a$ pro tangente arcus multipli qui ſit ad ſimplum ut $n$ ad 1: Erit vi theorematis noſtri

$$R\text{---}x=\frac{\frac{n}{1}a-\frac{n.n-1.n-2}{1.2.3.}a^3+\frac{n.n-1.n-2.n-3.n-4}{1.2.3.4.5}a^5-\&c.}{1-\frac{n.n-1}{1.2}a^2+\frac{n.n-1.n-2.n-3}{1.2.3.4}a^4-\&c.}$$

Et viciſſim ſumta $a$ pro tangente arcus in partes numero $n$ ſecandi, & $x$ pro tangente unius ex illis partibus, erit

$$S\text{---}a=\frac{\frac{n}{1}x-\frac{n.n-1.n-2}{1.2.3}x^3+\frac{n.n-1.n-2.n-3.n-4}{1.2.3.4.5}x^5-\&c.}{1-\frac{n.n-1}{1.2}x^2+\frac{n.n-1.n-2.n-3}{1.2.3.4}x^4-\&c.}$$

Quæ ipſiſſima eſt formula, quam jam edidi in Actis Lipſ. 1712 p. 110, cujusque originem per logarithmos immaginarios ſingulari modo inventam expoſui ibid. p. 108, adeo ut nunc firmiori fundamento nitatur poſtquam hic oſtendi eam eſſe tantum Pag. 368. caſum particularem Theorematis univerſaliſſimi hic traditi & ſola algebra duce detecti.

*Coroll. III.*

Ad multiſectionem anguli vel arcus inſervit formula S, ubi tangens $a$ data eſt, & $x$ quæſita: Tunc quidem pro quolibet numero partium $n$, emergit æquatio finita ſed magis minusve compoſita prout exigit numerus $n$; neque adeo innoteſcet $x$ niſi per reſolutionem illius æquationis in radices. Verum etiam for-

formula R ſuppeditat immediate valorem tangentis quæſitæ: cum enim ſecare vel dividere arcum aliquem in partes $n$ idem ſit atque eundem multiplicare per $\frac{1}{n}$, ut jam olim etiam monui, ſubſtituatur ubique in formula R, $\frac{s}{n}$ pro $n$, & prodibit valor ipſius $x$ per fractionem cujus numerator & denominator conſtabunt terminis numero quidem infinitis, ſed tamen cognitis. Act. Erud. An. 1722. M. Julii.

*Coroll. IV.*

Vocetur nunc $p$ arcus ipſe cujus tangens eſt $a$, concipiaturque diviſus in partes numero $n$, quarum per conſequens unaquæque erit $= \frac{1}{n} p$; Quod ſi itaque numerus $n$ ſit infinitus, cenſebitur arculus $\frac{1}{n} p$ æqualis ſuæ tangenti & habebuntur $n . n - 1 = n^2$, $n . n - 1 . n - 2 = n^3$, $n . n - 1 . n - 2 . n - 3 = n^4$, &c. quia numeri finiti 1, 2, 3 &c. ab infinito $n$ demti, eundem non minuunt. Hinc in formula S pro his contentis ſcribantur poteſtates numeri $n$, & pro $x$, $x^2$, $x^3$ &c. ſcribantur $\frac{1}{n} p$, $\frac{1}{n^2} p^2$, $\frac{1}{n^3} p^3$, &c. quo facto formula S degenerabit in hanc

$$a = \frac{\frac{1}{1} p - \frac{1}{1.2.3} p^3 + \frac{1}{1.2.3.4.5} p^5 - \&c.}{1 - \frac{1}{1.2} p^2 + \frac{1}{1.2.3.4} p^4 - \&c.}$$

Atque ita ex dato arcu $p$ datur ejus tangens $a$ per ſeriem, quod quidem nihil eſt novi, eandem enim jam tradidi in Actis 1694 p. 87. deductam ex generali mea ſerie ibidem expoſita, quæ cujusque differentialis integrale univerſaliter exprimit; non tamen inconſultum duxi, indicare egregium utriusque methodi conſenſum, ut calculo differentialium & integralium per communem algebram confirmato ſua conſtet validitas a nonnullis non ſatis intelligentibus impugnata aut in dubium vocata. Pag. 369.

*Coroll. V.*

Hoc denique notandum, quod ope Theorematis noſtræ tabulæ ſinuum &c. compendioſius quam per viam ordinariam cal-



Digitized by Google

Act. Erud. An. 1722. M. Julii.

culari poſſint; inventis quippe paucorum tantum quorundam arcuum tangentibus, ex illorum ſive ſimplorum ſive multiplorum varia vel additione vel ſubtractione, novæ ſemper novorum arcuum tangentes eruuntur, in quas operationes non ingrediuntur radicum extractiones. Sic ex. gratia ex tangente 45 grad. $= 1$, & data tangente 1. min. $= b$, habebitur per Lemma I tangens 45 gr. 1 min. $= \frac{1+b}{1-b}$, ex hac & ex tang. 1 min. reperitur per idem Lemma tangens 45 gr. 2 min. & ita porro usque ad finem quadrantis, quibus inventis ultro dantur tangentes complementorum, quippe quæ illis ſunt reciproce proportionales, ut ſi $t$ ſit tangens alicujus arcus, erit $\frac{1}{t}$ tangens complementi. Ex tangentibus ſupputantur ſecantes, id quod fit per ſolam tangentium additionem, ope cujusdam theorematis notiſſimi vi cujus *Secans cujusvis arcus eſt æqualis aggregato ex ejusdem arcus tangente & ſemiſſis complementi tangente*: Habentur deinde ſinus ex ſecantibus per regulam proportionum, ſunt enim ſinus reciproce proportionales ſecantibus complementorum; ita ut citra ullam extractionem radicis triplex ille canon conſtrui poſſit. Nihil jam dico de quibusdam aliis compendiis quæ in hoc quoque negotio commode adhiberi poſſunt ad facilitandum calculum.

*Nota*.

Finita horum ſcriptione incidi in Acta 1706 & in Comment. Pag. 370. Pariſ. ejusdem anni. Deprehendi in Actis p. 262 Demonſtrationem aliam Lemmatis primi ſed ab ambabus meis demonſtrationibus multum diverſam, iisque longiorem: ibidemque ut & in Commentariis p. 256 extare quoque vidi formulam generalem pro determinanda tangente arcus multipli, quam ſupra in Coroll. II. deduxi ex Theoremate meo univerſali, quod nolui ſubticere, ne quis in ſequiorem vertat partem obſervans me ejus rei nullam mentionem feciſſe in Actis 1712, ubi eandem formulam jam tradidi per logarithmos imaginarios erutam, nulla certe tunc mihi ſubnata cogitatione, eam ab aliis (quamvis longe aliter) fuiſſe inventam: ſcopus vero nunc non fuit repetere quæ diu abhinc ſunt tradita, ſed tantum, occaſione ita ferente, oſtendere, quam facili negotio fluant ex Theoremate illo univerſali, de quo ſaltem mihi non conſtat, an a quoquam alio fuerit detectum; interim non tam novitas me impulit ad illud in lucem emittendum, quam ipſius utilitas in ſolutione problematis in ſchediaſmate alio, brevi Actis inſerendo, exhibita.

JOH.

# JOH. BERNOULLI

Act. Erud. An. 1722. M. Aug. Pag. 396.

*Variæ Solutiones & Conſtructiones Problematis propoſiti in Act. Lipſ. Supplem. Tomo VII. Sect. VIII. pag. 172. De Curvis motis ſecundum axem & ſe mutuo conſtanter ad angulos datos ſecantibus.*

HUjus problematis ſolutionem aliquam accepi ex Anglia ad me per litteras miſſam a quodam Anonymo, quam poſtea vidi in Act. M. Apr. 1721, ſed nulla nec analyſi nec demonſtratione munitam. Quid de hac ſolutione ſenſerim & ad eam perficiendam ulterius deſideraverim a Solutore, expoſui in iisdem Actis M. Jun. anni ejusdem: an ex eo tempore deſideratis ſatisfecerit, aut num alius præterea dederit aliam ſolutionem, mihi non conſtat; quæ ipſe inveni ad egregii problematis multiplicem ſolutionem, nunc quidem cum Geometris communicare lubet. Tres mihi ſunt Methodi, quæ ſingulæ infinitas exhibent curvas quæſito ſatisfacientes.

Pag. 397.

Problema ita ſonat: *Invenire & conſtruere curvam, quæ ſemet ipſam inverſo ſitu poſitam atque hinc inde motam ſecundum utrumque axem motu ſibi ſemper parallelo ſecet conſtanter ad angulum rectum, vel etiam ad angulum cuilibet dato æqualem.*

Quandoquidem quæſito ſatisfaciunt infinita genera curvarum tam algebraicarum quam tranſcendentium, meæque ſolutiones comprehendunt utriusque claſſis curvas, ut jam monuit Filius meus in ipſo loco ubi hoc problema propoſuit, oſtendam primo Methodum generalem determinandi e veſtigio tot quot libuerit curvas tranſcendentes quæ per quadraturas conſtruuntur; excipiet hanc alia methodus qua pariter tradentur innumeræ curvæ cum tranſcendentes tum algebraicæ, & ita quidem ut tranſcendentes conſtruantur ope rectificationis curvarum algebraicarum: demonſtrabitur porro quamlibet curvam, quæ angulo dato exiſtente recto ſolvit problema, ita poſſe mutari ut inferviat quoque ſuo quolibet alio dato angulo obliquo. Subjungetur conſtructio quædam ſingularis quæ rem expedit mira facilitate, quando angulus datus, alterius dati pro curva quadam jam inventa quamcunque partem conſtituit in hac progreſſione $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$, &c. contentam. Accedet denique ex abundanti tertia quædam methodus ſolvendi problema, per quam ex duabus pluribusve curvis optatam proprietatem ha-

Act. Erud. An. 1722. M. Aug. Tab. 2. Pag. 398.

bentibus, aliæ novæ in infinitum derivari poſſunt. Ad hæc præſtanda trado ſequentia.

§. 1 Sint (Fig. I.) duæ rectæ parallelæ NP, QR, intra quas duæ curvæ ABC & EBF, quarum altera cum altera ſit eadem ſed ad ſe invicem inverſo ſitu poſita; moveantur ambæ vel ſaltem alterutra motu parallelo rectis NP, QR, ita ut ſe mutuo ſecent in puncto variabili B, per quod & per punctum D (ſumto arcu AD æquali ipſi EB) ſi ducantur rectæ ipſis NP, QR, parallelæ BL, DM occurrentes aſſumtæ poſitione HG in punctis L & M; Liquet hæc puncta L & M a puncto medio O hinc inde æqualiter diſtare, ut & angulum mixtilineum FBL eſſe æqualem angulo mixtilineo CDM, adeoque angulum totum CBF ex CBL & FBL compoſitum eſſe æqualem ſummæ angulorum CBL & CDM.

§. 2. His præmiſſis, atque aſſumto O pro initio abſciſſarum OL, OM hinc inde æqualium & ad ordinatim applicatas LB, MD reſpondentium; concipiantur utrobique duæ applicatæ proximæ *bl*, *md* æqualiter a prioribus diſtantes, ita ut L*l* = M*m*. Oporteat nunc angulum interſectionis curvarum FBC eſſe conſtantem, nimirum ubique æqualem ipſi GLB vel GHQ. Hinc fient triangula B*cb*, D*nd* (ductis nempe *bc*, D*n* ipſi GH parallelis) ſibi mutuo ſimilia; eſt enim per præced. angulus MDC ſeu *nd*D = angulo FBL = FBC — *c*B*b* = OLB (*bc*L) — *b*B*c*, = B*bc*, & præterea ang. D*nd* = *bc*B; quare B*c*. *bc* :: D*n*. *nd*, & B*c* × *nd* = *bc* × D*n* = □*bc*.

§. 3. Res itaque huc redit, ut quæratur curva ABC, ſuper GOH, ejus naturæ ut ſumtis in utramque partem a communi initio abſciſſarum O abſciſſis æqualibus OL, OM, rectangulum ſub elementis utriusque applicatæ æquetur quadrato elementi alterutrius abſciſſæ: ad hoc præſtandum ſequentes condo formulas, quarum quælibet ſolvet problema, & in quibus conſiſtit primus meus ſolvendi modus.

## Solutio I.

§. 4. Sit OL = $x$, LB = $y$, L$l$ = $dx$, B$c$ = $\pm dy$; atque aſſumtis pro arbitrio quotcunque datis $a$, $b$, $c$ &c. fiat $dy$ = cuicunque ex his formulis

$$(1)\quad dy = \frac{a - x}{a + x}\,dx$$

$$(2)\quad dy = \frac{aa - bx + xx}{aa + bx + xx}\,dx$$

(3)

Act. Erud. An. 1722. M. Aug. Pag. 399.

$$(3)\ dy = \frac{a^3 - bbx + cxx - x^3}{a^3 + bbx + cxx + x^3} dx$$

$$(4)\ dy = \frac{\surd(a - x)}{\surd(a + x)} dx$$

$$(5)\ dy = \frac{\surd(a - x) \times \surd(aa - bx + xx)}{\surd(a + x) \times \surd(aa + bx + xx)} dx$$

$$(6)\ dy = \frac{(a - x)^p + (b - x)^q}{(a + x)^p + (b + x)^q} dx$$

Conſtruaturque Curva ſuper OH ( id quod conceſſis quadraturis ſemper fieri poteſt, quia nulla hic adeſt indeterminatarum permixtio) quæ electam ex formulis pro æquatione differentiali habeat: dico Curvam illam præſcriptæ conditioni ſatisfacturam, id quod ex ante dictis facillime demonſtrabitur. Quoniam enim poſita OL $= x$ erit OM $= -x$, & M$m = -dx$, adeoque $nd$ ſeu elementum applicatæ M D exprimetur per formulam aſſumtam in qua ſigna dimenſionum imparium ipſius $x$ erunt permutata, quo fit ut etiam termini fractionis in ſe invicem transmutentur, hoc eſt, ut numerator abeat in denominatorem & viciſſim, unde reſultabunt duæ fractiones pro valore $c$B & $nd$, quarum termini per mutuam multiplicationem ſe deſtruent: ex. gr. ſi in formula ſecunda, ubi $dy$ ſeu B$c = \frac{aa - bx + xx}{aa + bx + xx} dx$, ſcribatur $+ x$ pro $-x$, & $-x$ pro $+ x$, prodibit $nd = \frac{aa + bx + xx}{aa - bx + xx} dx$, unde multiplicando B$c$ per $nd$ habebitur, ſumendo $- dx$ vel M$m$ affirmative, B$c \times nd = \left( \frac{aa - bx + xx}{aa + bx + xx} dx \times \frac{aa + bx + xx}{aa - bx + xx} \times - dx \right)$ $= dx^2 = \square\, bc$. Obtinet igitur curva ABC conditionem, quam in §. præced. requiri oſtendimus ad id, ut ſe ipſam in ſitu inverſo ultro citroque motam ſecet in angulo conſtanter dato FBC, utpote qui æqualis erit ipſi GLB ſeu GHQ.

§. 5. In formularum harum fabrica loco regulæ generalis hoc tantum obſervandum eſt, ut pro terminis fractionis adhibeantur duæ functiones qualeſcumque ipſius $x$, eam ad ſe invicem habentes relationem, qua fiat ut in utraque functione mutatis ſignis poteſtatum imparium altera in alteram convertatur: quo levi artificio intra quadrantem horæ centum vel plures conducutur formulæ, totidem diverſas ſiſtentes curvas quæ optatum præſtabunt. Sed altioris jam eſſet indaginis eas ex illis formulis eligere quæ ſunt integrabiles, & propterea nobis reddunt curvas Pag. 400.

alge-

Act. Erud. An. 1722. M. Aug. algebraicas, pro quibus autem inveniendis infra dabo regulam peculiarem. Id nunc notare debeo, formulam primam exhibere curvam Logarithmicam obliquangulam de qua mox fuſius, & infinitas alias quæ ex terminis conſtant mere rationalibus conſtrui poſſe vel per logarithmicam vel per extenſionem arcuum circularium, ſicuti patet ex iis quæ olim tradidi de conſtructione fractionum differentialium rationalium, vid. Act. Lipſ. 1703 M. Jan. Quantum vero ad formulas irrationales, attendenti liquet, illam num. (4) exprimere Cycloidem & quidem vulgarem ſeu rectangulam, exiſtente nimirum angulo GLB recto, ſed cycloidem obliquangulam, exiſtente eodem angulo obliquo; voco cycloidem obliquangulam, quæ fit conſtituendo ad datum angulum obliquum applicatas Cycloidis vulgaris quæ alias ſunt perpendiculares ad axem.

§. 6. Redeo ad Logarithmicam, cujus pro hoc ſingulari caſu conſtructionem exponere lubet, ut diſtincte pateſcat quo pacto & qua lege illa ſit uſurpanda ad problematis ſolutionem, Tab. II. Fig. 2. ſiquidem non omnis Logarithmica nec quomodocunque deſcripta huic negotio quadrat. Sint ut ante (Fig. II.) Rectæ duæ parallelæ NP, QR, intra quas curvæ reciproce poſitæ ſeſe debeant decuſſare in angulo dato qui ſit æqualis ipſi GHQ: Capiatur HS æqualis ipſi HG, completoque parallelogrammo SVGH Pag. 401. deſcribatur Logarithmica obliquangula SBD ſuper aſymptoto GN, cujus applicatæ ſint diagonali SG parallelæ, & quam tangat in puncto S ipſa SV, unde per conſequens ſubtangens GV æqualis erit eidem SV: dico hanc logarithmicam SD, eandemque EBF inverſe deſcriptam ſuper aſymptoto RQ, ita ſe invicem ſecare in B dum feruntur motu parallelo, ut interſectionis angulus EBS vel DBF evadat continuo æqualis angulo dato GHQ vel VSQ. *Dem.* fluit ex ipſa formula.

*Coroll.* 1. Ut ſe ſecent orthogonaliter, exiſtente ſcilicet angulo dato GHQ recto, facienda eſt logarithmica SBD ſemirectangula, h. e. cujus applicatæ cum ſubtangentibus faciant angulum ſemirectum, talis enim erit angulus SGV. Unde patet logarithmicam SBD fore tunc curvam Beaunianam multum olim inter Geometras agitatam, uti jam monui in Actis anni 1721 p. 121.

*Coroll.* 2. Qualiſcunque vero ſit angulus datus GHQ, erit angulus SGV quovis in caſu acutus; hinc nulla ex Logarithmicis niſi acutangula huic negotio inſervire poteſt, adeoque logarithmica vulgaris ſeu rectangula ac multo magis omnis obtuſangula prorſus erit inutilis, ut pariter jam innui loco allegato. Neſcio autem an anonymus Britannus perplexæ ſolutionis Autor dede-

dederit horum demonſtrationem, ad quam indagandam eum invitaveram. Act. Erud. An. 1722. M. Aug.

§. 7. Ita vidimus quali moderamine opus ſit ut Logarithmica fiat idonea ad effectum qui deſideratur præſtandum, ſi ſcilicet moveri debeat ſecundum directionem aſymptoti. Quod ſi vero motus inſtituatur ſecundum directionem applicatarum, poſſunt omnes Logarithmicæ ſine ulla exceptione quæſito ſatisfacere, modo ex illis ea aſſumatur cujus applicatæ cum ſubtangentibus faciant angulum qui ſit complementum ad duos rectos dati anguli interſectionis curvarum, id quod ſequentem in modum facile demonſtro.

§. 8. Factis enim & ſuppoſitis in Fig. III quæ in Fig. I; Tab. II. Fig. 3. Eſto ſuper GH tanquam aſymptoto Logarithmica ASC, cujus ſubtangens æqualis ſit applicatæ OS in puncto medio O, quæque vocetur $a$; ſit igitur hic iterum $OL = x$, $Ll = dx$, $BL = y$, $Bc = -dy$, $OM = -x$, $Mm = -dx$. Erit ex natura Logarithmicæ $Bc$ ſeu $+dy = \frac{-ydx}{a}$, $DM = \frac{aa}{y}$, $nd = \frac{-aady}{yy} =$ (ſubſtituto valore ipſius $+dy$) $\frac{adx}{y}$; adeoque $Bc \times nd = \frac{ydx}{a} \times \frac{adx}{y} = dx^2 = \square bc$. Ex quo ſequitur Logarithmicam ASC habere conditionem per §. 3. requiſitam ut ſecundum directionem applicatarum mota alteram Logarithmicam ſibi æqualem & inverſam ſecet ad angulum dato GHQ æqualem. Pag. 402.

*Coroll.* In caſu anguli GHQ recti, erit & ipſa ASC Logarithmica rectangula ſeu vulgaris; quæ per conſequens ſemet ipſam inter rectas oppoſitas applicatis parallelas ſubcontrarie h. e. inverſe poſitam orthogonaliter trajicit. Pro quovis vero angulo obliquo GHQ, ipſa quoque ASC erit obliquangula, ac proin tali motus directione ſuppoſita, quæ ſit ſecundum ductum applicatarum, nulla non Logarithmica utilis eſſe poteſt ad ſolvendum problema, prorſus ut indicavi in loco præmemorato Actorum.

§. 9. Propero ad alteram Methodum, per quam exhibentur curvæ innumeræ quæ optatum præſtant tam algebraicæ quam tranſcendentes, & tales quidem tranſcendentes quæ ad ſui conſtructionem nullas exigunt quadraturas, ſed duntaxat curvarum algebraicarum rectificationes, quod num præſtiterit Solutor Anonymus, prout ab eo petii, nondum audivi. In hac methodo conſiſtit

So-

SOLUTIO II.

Act.Erud. An. 1722. M. Aug. Tab. II. Fig. 4. Pag. 403. §. 10. Sit primo angulus interſectionis curvarum rectus: ſuper HG (Fig. IV) perpendiculari ad rectas parallelas PN, RQ, deſcribatur curva arbitraria GEH, quæ habeat duos ramos EG, EH, ſimiles & æquales, adeoque verticem E in parallela OE tranſeunte per punctum medium O. Sumtis dein in utroque ramo duobus arcubus ES, EM æqualibus, agantur parallelæ SB, MD, illa ad dextram, hæc ad ſiniſtram, fiantque ipſis arcubus ES, EM æquales; dico puncta B, D, fore in curva AEC optata quæ nempe circa EO revoluta ut cum priore inverſum acquirat ſitum inter parallelas PN, RQ, ſemet ipſam ad angulum rectum conſtanter ſecabit dum alterutra movetur ſecundum directionem parallelarum.

*Dem.* Productis SB, DM pro lubitu ad *u*, V, intelligantur applicatæ proximæ *sb*, *md*, atque *Bt*, *Dn*, ipſis elementis arcuum *Ss*, *Mm* parallelæ: hinc quia *Bt* = *Ss* = *Es* — ES = *sb* — SB = *tb*, erit triangulum *Btb* iſoſceles, adeoque angulus *Bts* duplus anguli *Bbt*; quoniam vero *Bts* = HSB, & *Bbt* = CB*u*, erit etiam angulus HSB duplus anguli CB*u*; pari ratione demonſtratur angulus EMV duplus anguli EDM. Porro ang. EMV = ang. ESB ob æqualitatem & ſimilitudinem arcuum EM, ES; ille vero angulus ESB junctus angulo HSB æquivalet duobus rectis, ac proinde ſumma ſemiſſium, EDU + CB*u*, facit unum angulum rectum. Quare patet ex §§ 1 & 2 Curvam AEC habere naturam eam ut ſe inverſam ſecet ad angulum iſtis ſimul ſumtis, hoc eſt, recto æqualem. Q. E. D.

*Coroll.* Aſſumta pro GEH ſemicircumferentia Circuli, generabitur inde curva AEC, quæ vi constructionis hujus erit Cyclois vulgaris, quod alia demonſtratione opus non habet: & ſic Pag. 404. rurſus per hanc ſolvendi viam in Cycloidem incidimus.

§. 11. Quod ſi pro GEH aliæ quæcunque curvæ algebraicæ aſſumantur, quæ habeant ramos EG, EH ſimiles & æquales, ut ſunt omnis generis Ellipſes, item Hyperbolæ & Parabolæ, quarum vertex ſummus ſit E, & axis EO, prodibunt innumeræ diverſiſſimi generis curvæ AEC, conditioni præſcriptæ ſatisfacientes, quæ ad ſui conſtructionem requirunt tantum curvarum algebraicarum rectificationem, citra ullam ad quadraturas recurrendi neceſſitatem.

§. 12. Denique hoc inſuper conſequimur, quod in hujus problematis ſolutione maximi eſt momenti; adhibita nimirum pro GEH aliqua curva non tantum algebraica atque ambos ramos ſimiles & æquales habente, ſed quæ præterea ſit algebraice rectificabilis

biliѕ qualeѕ innumeræ dantur, ut ſunt variæ Evolutæ, variæ Cauſticæ, aliæque ejusmodi, tum omnes Epicycloides, & Hypocycloides, quæ deſcribuntur ex revolutione circuli ſuper circulo, quocum diametri ſunt commenſurabiles: adhibita, inquam, tali curva pro GEH, palam eſt, curvam ex ea deſcriptam AEC fore ſemper algebraicam. Et hac ratione infinitas curvas algebraicas e veſtigio depromere licet, quarum ſingulæ optata qualitate gaudebunt, hoc eſt, quæ in ſitu ſubcontrario poſitæ ſemet ipſas orthogonaliter continue ſecent durante motu parallelo.

Act. Erud. An. 1722. M. Aug.

§. 13. Eſto nunc angulus interſectionis obliquus: Ut huic quoque caſui ſatisfiat exhibendo pariter curvas vel omnino algebraicas, vel algebraicarum extenſione conſtruibiles, utrumque enim pro interſectione obliquangula non minus quam pro rectangula in poteſtate eſt; docebo primo modum, inventam quamlibet curvam pro quolibet dato angulo inſervientem immutandi in aliam quæ inſerviat in caſu cujusvis alius anguli dati. Supponamus itaque curvam ABC (Fig. V.) eſse aliquam per methodum quamcunque conſtructam, quæ imperato officio fungatur inter GN, HQ parallelas, & recta GH faciens angulum GHQ æqualem angulo interſectionis. Suppoſitis factisque reliquis ut in Fig. I, ducatur HK, ut fiat angulus GHK cui jam oporteat eſse æqualem angulum interſectionis: tum inclinentur NG ſingulæque applicatæ BL, DM, &c. in ſitum TG, $\beta$L, $\Delta$M, ipſi HK parallelum, dico puncta $\beta$, $\Delta$, fore in curva $\alpha\beta$T, quæ inverſe poſita ſuper HK, uti eſt ſuper GT, & hac vel illac fluens in earundem directione ſemet ipſam decuſsabit ad angulum ipſi GHK conſtanter æqualem.

Tab. II. Fig. 5.

Pag. 405.

*Dem.* Ductis applicatis proximis $q$L, $\delta$M, æqualiter a $\beta$L; $\Delta$M diſtantibus factisque ipſi HG parallelis $q\gamma$, $\Delta\varepsilon$; erunt hæ ipſæ $q\gamma$, $\Delta\varepsilon$ tam inter ſe quam ipſis $bc$, D$n$ æquales, utpote tam hæ quam illæ æquales ipſis L$l$, M$m$; nec non $\gamma\beta = c$B & $\varepsilon\delta = nd$, utpote utrobique differentiæ applicatarum æqualium. Quoniam igitur curva ABC ſupponitur præſtare conditionem optatam pro angulo GHQ, erit per §. 2. $c\text{B} \times nd = \square bc$, hinc & $\gamma\beta \times \varepsilon\delta = \square q\gamma$, eruntque adeo triangula $\beta\gamma q$, $\Delta\varepsilon\delta$ ſimilia; ex qua ſimilitudine habetur angulus $\varepsilon\delta\Delta =$ ang. $\beta q\gamma$, proinde angulus $\varepsilon\delta\Delta$ ſeu qui ipſi æqualis cenſetur angulus M$\Delta\Gamma$ una cum angulo $\gamma\beta q$, hoc eſt, cum angulo L$\beta\Gamma$ æquatur angulo L$\gamma q$ = GI$\beta$ = angulo dato GHK. Ergo §§. 1 & 2 Curva $\alpha\beta\Gamma$ ſatisfacit pro angulo interſectionis, qui conſtanter æqualis erit dato GHK. Q. E. F.

§. 14. Ex hac curvarum immutatione nunc liquet, quomodo ad datum quemvis interſectionis angulum problema ſol-

Act. Erud. vi poſſit, exhibendo curvas, quæ pro lubitu vel ſint algebraicæ
An. 1721. vel per algebraicarum rectificationem conſtruibiles, & quidem
M. Aug. utriusque generis numero infinitas. Deſcribatur enim primo pro
Pag. 406. arbitrio per §§. 11 & 12. Curva aliqua quæ tantum inſerviat pro interſectione orthogonali, hujusque poſtea applicatæ inflectantur ut ſingulæ cum axe HG conſtituant angulum dato cuilibet æqualem, manifeſtum eſt ex prædictis, curvam novam inde naſci, qualis deſideratur, illa quippe, ſi ſimpliciter obſervetur modus in §. 11. oſtenſus, erit tranſcendens, ſed quæ ad ſui conſtructionem requirit duntaxat curvæ algebraicæ extenſionem; ſin autem præterea in auxilium vocetur quod ſuppeditat §. 12, habebitur omnino algebraica. Motum interim curvarum harum inſtitui debere ſecundum directionem applicatarum præfato modo inflexarum, non opus eſt ut moneam, ratio ejus plus ſatis apparet ex præcedentibus.

§. 15. Subjungam hac occaſione conſtructionem aliam, etiamſi particularem, quam propoſitam volo loco theorematis jucundi
Tab. II. & elegantis: Eſto (Fig. VI) ABC curva quæcunque inter paral-
Fig. 6. lelas, PN, RQ movenda, ſeque inverſam conſtanter ſecans in dato angulo, qui ſit æqualis ipſi GCQ. Productis applicatis LB, MD &c. capiantur in illis partes BS, DV &c. ipſis arcubus CB, CD &c. reſpective æquales, ut puncta S, V &c. generent novam curvam CSVE; deinde capiantur partes SK æquales arcubus CS, ut habeatur tertia Curva CFK, atque ex hac ſimili modo deſcribatur quarta; ex quarta deſcribatur quinta & ita deinceps; dico omnes has Curvas eam habere indolem ut unaquæque ex illis inter parallelas easdem PN, RQ mota ſe inverſam ſecet in conſtanti angulo, qui præcedentis erit dimidius; poſito namque interſectionis angulo pro prima, $= a$; erit ille pro ſecunda CSE, $= \frac{1}{2}a$; pro tertia CFK, $= \frac{1}{4}a$; pro quarta, $= \frac{1}{8}a$; pro quinta, $= \frac{1}{16}a$; & ſic in infinitum.

Demonſtratio ſimilis eſt ei quam feci §. 10. Aſſumtis enim duabus applicatis LBS, MDV a puncto medio O æquidiſtantibus, iisque proximis *lbs*, *mdu*, intelligantur lineolæ *ts*, *Vn*, elementis primæ curvæ parallelæ; erunt, ut ibi demonſtratum, ambo triangula *Sts* & V*nu* iſoſcelia, adeoque angulus B*ts* hoc eſt LB*b* vel LBC duplus anguli *tSs* ſeu LSC; & angulus MDC du-
Pag. 407. plus anguli MVC; unde ſequitur, angulum interſectionis pro Curva ſecunda CSE (hoc eſt per §. 1) ang. LSC + ang. MVC $= \frac{1}{2}$ ang. LBC + $\frac{1}{2}$ ang. MDC $= \frac{1}{2}a$: pari modo demonſtratur angulus interſectionis pro curva tertia CFK, $= \frac{1}{4}a$; ille pro quinta, $= \frac{1}{8}a$; atque ita deinceps. Q. E. D.

So-

SOLUTIO III.

Act. Erud. An 1722. M. Aug.

§. 16. Supereſt tertia ſolvendi methodus, quæ docet ex ſuppoſitis aliquot curvis jam inventis deſiderato ſatisfacientibus invenire novam quæ idem præſtet pro alio interſectionis angulo: ita e.g. ſi ſupponamus in eadem Fig. VI. Curvam CFK eſſe datam, eamque ſatisfacere pro interſectionis angulo qui ſit $= a$; item CSE eſſe aliam datam inſervientem pro interſectionis angulo quem vocemus $b$: inveniri poterit tertia curva CBA, quæ reſpondebit quæſito pro interſectionis angulo qui erit $= a + b$. Quod ex ſequenti ratiocinio patebit.

§. 17. Concipiatur recta CG perpendicularis ad applicatas, quæ pro axe ſumatur, ſitque CL$=x$, LB$=y$, B$c = dy$; quia per hyp. Curvæ CK, CS, ſunt datæ, dabuntur in $x$ & $dx$ elementa applicatarum LK, LS; hinc etiam dabuntur in $x$ tangentes inclinationis curvarum ad applicatas, hoc eſt, angulorum CKL, CSL: exprimuntur autem tangentes horum angulorum dividendo elementum abſciſſæ $Ll$ vel $dx$ per elementum applicatarum LK, LS, & ſumendo unitatem pro ſinu toto. Sit itaque $p =$ tang. ang. CKL, & $q =$ tang. ang. CSL; quæraturque curva CBA, cujus arcus CB cum applicata BL faciat angulum æqualem ſummæ angulorum CKL & CSL; quo facto manifeſtum eſt hanc curvam CBA ipſam fore, quæ inſerviet pro interſectionis angulo $a + b$. Pag. 408.

§. 18. Quomodo autem talis curva CBA ſit formanda, quæ habeat ubique angulum CBL $=$ ang. CSL $+$ ang. CKL, diſcimus ex Theoremate generali quod in Schediaſmate præcedenti demonſtratum eſt: Nam quia tangens anguli CKL $= p$, & tang. ang. CSL $= q$, erit vi illius theorematis tangens ſummæ horum angulorum $= \frac{p+q}{1-pq}$, cui per conſequens æqualis eſſe debet tangens anguli CBL, quæ eſt $\frac{dx}{dy}$, unde habetur $dy = \frac{1-pq}{p+q}dx$ pro æquatione differentiali curvæ quæſitæ CBA. Dantur vero $p$ & $q$ in $x$, hoc eſt, ſunt abſciſſarum functiones datæ, ipſa proin æquatio eſt conſtruibilis, ſaltem conceſſis quadraturis curvarum algebraicarum.

§. 19. Quod ſi aſſumantur tres curvæ quæ quadrent ad totidem diverſos interſectionis angulos $a$, $b$, $c$, ex illis eandem methodum ſequendo adornabitur curva quarta, quæ erit idonea ad efficiendum angulum interſectionis $= a + b + c$; ſins enim $p$, $q$, $r$, tangentes angulorum in quibus curvæ datæ applicatis

 ſuis

Digitized by Google

Act.Erud. An. 1722. M. Aug. ſuis occurrunt; ex præfato noſtro theoremate clarum eſt tangentem ſummæ trium illorum angulorum fieri $= \frac{p+q+r-pqr}{1-pq-pr-qr}$ $=$ tang. anguli CBL $= \frac{dx}{dy}$: hinc pro natura curvæ quæſitæ CBA obtinetur æquatio differentialis hæc $dy = \frac{1-pq-pr-qr}{p+q+r-pqr} dx$, cujus integratio ob datas abſciſſarum $x$ functiones $p$, $q$, $r$, redacta eſt ad quadraturas.

§. 20. Simili modo ex quatuor curvis aſſumtis invenitur quinta, ex quinque ſexta & ita porro, quo rurſus infinita naſcitur curvarum multitudo; ubi notandum inter aſſumtas poſſe quoque inſervire ipſam Lineam rectam cum axe CG angulum quemcunque conſtituentem; etenim & hæc quoque linea recta gaudet præſcripta conditione, ut ſe inverſam & in parallelum motam ſecet ad conſtantem angulum: ſit ex. gr. in §. 17. Linea CSE recta hypotenuſa trianguli rectanguli CGE faciens angulum cum applicatis ubique eundem & æqualem ipſi CEG; cujus proin tangens $q$, quæ ibi eſt functio ipſius $x$, hic jam eſt quantitas conſtans quæ vocetur $b$, mutabitur æquatio differentialis pro curva quæſita in hanc $dy = \frac{1-bp}{p+b} dx$; unde apparet unicam Curvam aſſumtam CFK pro quocunque interſectionis angulo ſufficere ad formandam ex ea curvam CBA, quæ ad quemlibet alium interſectionis angulum utilis erit, prout enim $b$ major minorve ſumitur, magis etiam minusve augebitur angulus interſectionis curvæ aſſumtæ CFK; quinimo eundem omnino diminui poſſe, ſupponendo $b$ negativum, per ſe clarius eſt, quam ut multis monere neceſſe ſit: tunc utique æquatio inde reſultans $dy = \frac{1+bp}{p-b} dx$ determinabit curvam CBA, cujus angulus interſectionis $= a - b$ ſeu differentiæ inter angulum interſectionis curvæ CFK & angulum interſectionis Lineæ rectæ AE.

Pag. 409. (margin note beside "quinta, ex quinque ſexta")

§. 21. Præter hos tres ſolvendi modos in promtu ſunt alii, ſed cui bono ut omnes recenſeam? Potuiſſem exponere duntaxat ſecundum & ſupprimere reliquos; ille quippe ſolus gaudet omni perfectione quæ in hujus rei negotio deſiderari queat, dum non tantum exhibet curvas tranſcendentes quæ ad ſui deſcriptionem requirunt algebraicarum extenſionem, qualis conſtruendi ratio illi quæ per quadraturas procedit longe eſt anteponenda, ſed & largitur algebraicas; & quidem ex utroque curvarum

varum genere numero infinitas pro quovis dato interſectionis angulo. Volui tamen primum & tertium prædictorum modorum una opera communicare, ut appareat quam diviti meſſe abundet hæc materia, atque hinc anſam arripiant Curioſi ex combinationibus harum infinities-infinitarum ſolutionum particularium ex tergemina noſtra Methodo univerſali emergentium eruendi alias quæ adhuc latent ſolutionum ſpecies. Act. Erud. An. 1722. M. Aug. Pag. 410.

## *Scholium.*

§. 22. Rogantur quicunque hæc legent & intelligent, ut conferant omnes illas ſolvendi methodos, præſertim quæ ſub titulo *Solutionis II.* a me traditæ ſunt cum illa quæ ab Anonymo Solutore Britanno extat in Actis Anni ſuperioris M. Apr. atque ut perpendant, annon ex perplexis ejus & operoſis conſtructionibus colligi debeat, quod genuinam ſolvendi viam nondum cognitam habuerit, quod per difficiles ambages quæſiverit quæ tamen obvia erant & in propinquo, ſi breviſſimam ſemitam, quam ego ſecutus in Solutione ſecunda, iniiſſet, quod denique ob id ipſum exhibere nequiverit tranſcendentes per ſolam algebraicarum rectificationem conſtruendas. Hinc percipient Lectores, quam ob cauſam in propoſitione hujus problematis petiverimus duntaxat Curvas tranſcendentes, quibus nos acquieturos dicebat Filius meus pro caſu interſectionis obliquangulæ; non mehercle! quod dubitaremus, an abſolute *dari poſſint* algebraicæ generali huic conditioni ſatisfacientes, dedi enim pro quovis angulo curvas algebraicas infinitas, quas ſiſtit modo memorata Solutio mea ſecunda: Sed rem ita propoſuit Filius, ne alioquin aperte nimis panderetur tranſitus ille, per ſe jam ſatis facilis, a ſolutione per curvas algebraicas pro interſectionis angulo recto ad ſolutionem per eaſdem algebraicas pro angulo obliquo, ſcilicet inflectendo tantum earum applicatas, ceu docui in §§. 13, 14. Qua utique cautela prudenter adhibita factum, ut quod primarium eſt artis in hoc ſcrutinio quantumvis facile, noſtro Anonymo non ſuboluiſſe videatur, ſecus enim non dixiſſet in fine ſuæ ſolutionis *Cycloidem* ſatisfacere tunc tantum, *quando angulus interſectionis rectus eſt*, ſed addidiſſet ſi rem perſpectam habuiſſet, *Cycloidem obliquangulam* ſatisfacere tunc etiam, *quando angulus interſectionis obliquus eſt*. Reſponſum ergo hoc habeat Anonymus ad quæſtionem quam in ſubnexo ſuo Scholio nimis curioſe quærit, *cur inter duos problematis caſus ita diſtinxerimus, ut pro angulo recto curvas algebraicas, pro obliquo tranſcendentes tantum poſtularemus*, etiamſi nobis pro utroque caſu præſto eſſent algebraicæ, reſponſum, inquam, Pag. 411.

hoc habeat, id nempe data opera factum, ut melius abſconderetur artificium, neque a nobis anſa præberetur Anonymo illud detegendi & poſtea, uti ſolent non pauci ex ejus Popularibus, qui noſtra arant vitula, contra nos eo abutendi quin & quandoque conviciandi ubi vident plagia ſua e tenebris in apricum producta.

## *Appendix.*

E re noſtra eſſe judicamus ut ſciat B. Lector, hoc ſchediaſma jam ante aliquot menſes conſcriptum fuiſſe, occaſione mittendi Lipſiam ſe non citius offerente, quam per Mercatores ad inſtantes nundinas paſchales abituros. Interim quod commodum accidit, accepi nuperrime ſecundam aliquam epiſtolam ab eadem illa, qua prior, ignota mihi manu exaratam. Significat Epiſtolæ Scriptor, Amicum ſuum (qui fortaſſis cum ipſo Scriptore unus idemque eſt homo) paraſſe reſponſum ad meam Animadverſionem editam in Actis M. Junii A. 1721 idque publicatum iri *inter* neſcio quos *Commentarios, qui vero cum tarde*, aut forte nunquam, *ad manus meas ſint perventuri, ne diu ignorem reſponſi contentum*, ejuſdem apographum pro ea qua eſt humanitate communicavit, inſimul hortatus, *ut quam primum meam Solutionem in publicum emittam*, quod nunc facio.

Anonymi Reſponſum ita comparatum deprehendo, ut nihil in illo videam, cujus de cauſa aliquid vel minimum in ſchediaſmate meo, licet diu ante ſcripto, immutare debeam, prodit itaque ſicuti prodiiſſet ſi non vidiſſem Anonymi ſcriptum; duo enim tantum in hoc obſervo, ad quorum prius nihil adhuc animadverti poteſt, eo quod ſiſtit ſolutionem aut analyſin *notis fictis*, ut vocat, involutam, quam ſit retecturus, poſtquam meam ſolutionem viderit; alterum vero, quod reſponſum hoc continet, aliud nihil in ſe habet, quam Demonſtrationes de Cycloidis & Logarithmicæ uſu in problematis ſolutione; agnoſco equidem eas recte ſe habere, ſed quod ad Cycloidem ſpectat, res eſt tantæ ſimplicitatis tantæque facilitatis, ut quilibet Tyro, non omnino rudis, idem præſtare queat. Duplicem autem uſum Logarithmicæ demonſtrare, illum præſertim quando Logarithmica moveri ſupponitur ſecundum directionem aſymptoti, fateor paulo altioris eſſe indaginis; interim etiam hoc demonſtrari facilius potuiſſet ab alio, qui non ea qua Anonymus noſter eſſe videtur peritia & ſagacitate polleret, poſtquam nimirum in præfata mea Animadverſione p. 121 omnes circumſtantias ad rei conſiderationem neceſſarias ita ſigillatim recenſui & exerto quaſi digito indicavi, ut mirarer ſi Noſter non ſtatim rei indicatæ demonſtrationem inveniſſet.

Pag. 412.

Has

Has ergo cum protinus dederit demonſtrationes, (quas ab eo petieram ſed quatenus ex ſua ſolutione fluentes quod nondum video) mirari potius ſubit, cur non eadem proclivitate ſe accinxerit ad alterum indagandum, ad quod illum pariter invitaveram, nimirum ad methodum generalem inveniendam, qualem hic in Solutione ſecunda exhibui, conſtruendi curvas tranſcendentes optatas, quotquot libuerit, per rectificationem curvarum algebraicarum: nec eſt quod in excuſationem dicat Epiſtolæ Scriptor, *Amicum ſuum* (h. e. ſi recte hariolor, ſe ipſum) *arctum temporis ſpatium ad eam ſolutionem ſumſiſſe; otium item ei defuiſſe rem ab eo tempore ulterius proſequendi, aliaque negotia jam quoque obſtare, quo minus animum eidem rurſus applicet*. Quia enim hic prætextus non magis ad unum quam ad alterum valebat, permittet Anonymus, ut ego ſibi vicem reddens, moveam quæſtionem ſuiſmet verbis conceptam, vid. ipſius Scholium: *Quæritur* nempe *quibus computationibus adductus ſit anonymæ Solutionis Autor inter hæc duo ad quærendum ſibi propoſita ita diſtinguere, ut ad alterum, ubi Cycloidis & Logarithmicæ demonſtratio petebatur, ſe promtum paratumque præbuerit, non obſtantibus omnibus ſuis negotiis; ad alterum vero, quando curvæ tranſcendentes per algebraicarum Extenſionem deſcribendæ exiguntur, propter eadem illa negotia animum applicare noluerit*. Credo veram diſtinctionis rationem citra aruſpicinam haud ægre divinari poſſe. Act. Erud. An. 1722. M. Aug.

Subinnuit Epiſtolæ Scriptor in ſuo Reſponſo, *me allaborare ne quis Amici ſui* (ſive ſuam) *ſolutionem meæ anteferret*, quo me vanitatis alicujus poſtulare tacite videtur, ſed injuſte: quorſum enim, ut ea me res ſollicitum teneat, de qua quilibet Lector gnarus, me nec curante nec monente, judicium feret, prout res ipſa merebitur? Sit igitur bono animo metuatque nihil, aperiat modo quantocyus logogriphi ſui involucrum, ut Lectoribus introſpicere & de reì pretio judicare liceat: ſancte obſtringo fidem, me primum fore applauſorem ſi quid mea ſolutione præſtantius protulerit. Pag. 412.

Cæterum rogo, ſi ſuis me litteris privatis cohoneſtare porro velit, nomen ſuum ut exprimat, quo ſciam ad quem reſponſio, ſi qua opus fuerit promta, pariter per litteras amandari queat, ſecus ubi fecerit nomenque ſuum reticere perrexerit in proximis, quas ab Eo accepturus ſum, litteris, haud ægre feret, ſi deinceps ejus litteras ex Tabellarii manibus redimere recuſabo atque ita irreſeratas relinquam ad Autorem referendas.

LITTE-

Act. Erud.
An. 1722.
M. Sept.
Pag. 452.

## LITTERÆ B. TAYLOR AD J. B. M.

*Datæ Londini die 6. Julii A. MDCCXXII.*

CUm in Actis Eruditorum Lipſiæ a Te editis compareant ſcripta Dn. J. Bernoulli, atque ejus nomine aliorum, famam meam multa cum libertate tractantia, de quibus jure merito conqueri poſsem; haud Tibi iniquum videri debet, Vir Clariſs. quod unius accuſationis inter multas refutationem iisdem Actis a Te inſeri rogo. Cætera quidem contemno: hoc ſolum mea intereſse credo, ut publice reſpondeam conatibus, quibus orbi literario ſuadere cupiunt, me inventionem centri oſcillationis, libro meo de Methodo Incrementorum inſertam, ex Bernoulliana derivaſse. Hoc ſæpius inculcant; ſed ſuffecerit verba Dn. N. Bernoulli citaſse, quæ extant Act. Lipſ. Menſ. Jun. 1720 p. 36: Sunt inter ſagaciores Mathematicos qui ſuſpicantur, „ teſtibus literis quibusdam privatis, Taylorianam hanc inveſtigationem mutato veſtitu ex Bernoulliana fuiſse enatam. „ Huic accuſationi pauciſſimis reſpondetur; nam extat eadem inveſtigatio noſtra in Transactionibus Philoſophicis pro A. 1713, quæ jam Menſe Majo A. 1714 publici juris erant; Bernoulli vero inveſtigatio jam primum prodiit in Actis Lipſienſibus pro Menſe Junio inſequenti. Teſtes alios citare ſuperſedeo, cum refutatione plenaria contentus accuſationem atrocem retorquere ſim minime ſollicitus.

E X-

Digitized by Google

# EXCERPTA
# EX ACTIS ERUDITORUM
# LIPSIENSIBUS
## ANNI 1723.

## COMPARATIO

### Ad Anonymi Geometræ Britanni novam provocationem,

*Ex occaſione problematis de Trajectoriis reciprocis, hujusque ſolutionum editarum menſe Aug.* 1722.

Per JOH. BERNOULLI.

HOC quidem problema fuit propoſitum a Filio meo, ſed ita propoſitum in Supplem. Tom. VII. p. 172, ut neminem provocaret, ſcilicet tantum Curioſorum in gratiam, unicuique libertate relicta, vel tentandi vadum vel non tentandi; qua in re nihil ſane contra modeſtiam peccatum fuiſſe nobis perſuademus. Extitit haud multo poſt aliquis Britannus, adhuc dum mihi ignotus, qui per litteras, ſuppreſſo tamen nomine ſuo, ſolutionem aliquam ſed ſine demonſtratione & ſine analyſi communicavit, editam poſtea in Actis 1721 p. 65. Solutioni adjece-

Act. Erud. An. 1723. M. Febr. Pag. 75.



Digitized by Google

jecerat Scholium, quod ita comparatum, ut reſpondendi neceſſitas nobis imponi videretur.

Hinc continuo ad Acta miſi animadverſionem meam, quæ eodem anno prodiit p. 120. Duo in ſolutione Anonymi me deſiderare indicavi, unum ſcilicet, ut exhiberet curvas transcendentes non tantum per quadraturas, ſed *per Rectificationes curvarum algebraicarum conſtruibiles*; alterum, ut Cycloidem & Logarithmicam variosque hujus caſus quæſito ſatisfacientes, quos ibidem recenſui, actu ipſo demonſtraret.

Pag. 76.

Sub initium anni ſequentis ſecundam ad me ſcripſit Epiſtolam (vid. Supplem. Tom. VIII.) in qua quidem hoc alterum effectui dedit, ſed priori penitus neglecto, cui hoc prætexuit commentum, *ſibi otium defuiſſe rem ulterius proſequendi, aliaque jam negotia quoque obſtare, quo minus animum eidem applicet*, habuit nempe otium præſtandi unum, deerat vero tempus præſtandi alterum; quid nimirum? hoc erat facile & obvium, illud autem difficile & arduum: utrum otii an virium potius defectus ſit accuſandus, judicent alii.

Communicavit in eadem Epiſtola ſolutionem ſuam ſed notis fictis involutam, ne quid, quod metuebat, ex illa expiſcares, ipſe vero pariter ex mea, quam prolaturus eſſem, quamque ſine mora ſibi videndam depoſcebat, ſuam adornaſſe non videretur. Interim non opus erat, ut ad ſibi ſatisfaciendum me provocaret, ſiquidem, cum ipſius Litteræ advolarent, jam ab aliquot menſibus paratam habebam ſolutionum mearum deſcriptionem, exſpectans commodam ad Acta Lipſ. mittendi occaſionem. Mox poſtea ſchediasma transmiſſum prodiit in publicum menſe Auguſto 1722.

Credebam, me in eo hanc materiam usque adeo enucleaſſe per multiplices problematis ſolutiones, quæ ſiſtunt innumera genera curvarum tam algebraicarum quam tranſcendentium, harumque conſtructiones non modo per quadraturas ſed per rectificationes algebraicarum, ut nihil amplius ad ulteriorem diſquiſitionem exigi poſſe ſperarem. At vero Anonymus meus, iſtis omnibus non contentus, omnem movit lapidem, ut porro inveniret aliquid, quo me ad incitas redigere poſſet: unde poſt multum laboris & ſudoris (licet antea dixerit, ſibi *otium deeſſe rem ulterius proſequendi*) tandem aliquid detexit cui me imparem fore lætabundus putavit. Et tanti quidem momenti res in eo conſiſtit, ut *determinetur omnium, quæ ſatisfaciunt in propoſita quæſtione, curvarum algebraicarum ſimpliciſſima*.

Pag. 77.

Nec mora: feſtinandum erat ad calamum, habebat enim, ita putabat, quo me ligaret: quocirca tertiam pronuper ab Anonymo

mo meo Epiſtolam accipio, qua, quia tum minus bene valebam, aliquamdiu poſt reſerata, ſperabam me nomen ejus edoctum iri, atque in ea me reperturum methodum aliquam a mea diverſam conſtruendi ſuas curvas tranſcendentes per algebraicarum extenſiones, quam utique dare tenebatur, antequam novi quid ſolvendum mihi proponeret. Act. Erud. An. 1723. M. Febr.

Sed videtur eludere voluiſſe officii ſui debitum, & maluiſſe reſpondere provocando quam ſatisfaciendo, & hunc quidem in modum: „ Oculos, inquit, nuper conjeci in ſolutionem proble-„ matis tui, quam inter Acta Eruditorum menſ. Auguſt. edidi-„ ſti. Cum autem unus e primariis hujus problematis uſibus ſit „ invenire curvas ſimpliciſſimas, quibus ſolvi poteſt, ut ipſe „ haud ſemel innuiſti, nec video te indicaſſe curvam ſimpliciſſi-„ mam algebraicam, gratiſſimum nobis facies, ſi indicaveris „ ejusmodi curvam ſimpliciſſimam, quam problemati reſponde-„ re obſervaſti, eamque delineaveris; & ſi ſignificaveris, an de-„ monſtrationem habeas, quod curva, quam ſis exhibiturus, re-„ vera ſit omnium algebraicarum, quibus hoc problema ſolvi-„ tur, ſimpliciſſima. Curvam autem ſimpliciſſimam, quam Ami-„ co (*hoc eſt*, *ſi recte conjicio*, *ſibi*) inveniſſe contigit, una cum „ ratione eam inveniendi, notis fictis, quibus antea ſum uſus, „ jam deſcribam &c.

Hiſce ſubnectit cryptographum ſuum, ſub quo curvam ſimpliciſſimam abſcondi affirmat: docebit dies, quando nos arcani participes reddere voluerit Autor, quid tanto Apolline dignum in illo contineatur. Ad me quod attinet, tametſi non arbitrer, mihi incumbere, ut præſto ſim cuique, qui me provocare ſtatuerit, cum præſertim in functione publica conſtituto non liceat ea quibus adſtrictus eſt penſa ſeponere, atque cum aliis importune obtruſis negotiis commutare: volui tamen hac adhuc vice horulas aliquot impendere ſubciſivas, ut nunc quoque ſatisfacere conarer intempeſtivæ Provocatoris interpellationi, nequaquam mihi dedecori ducens, etiamſi in caſſum laboraſſem, tot aliis diſtractus negotiis. Ut enim dicam quod res eſt, non video cur ad quaſcumque quæſtiones ab otioſis mihi propoſitas reſpondere magis cogar quam vel ipſe Newtonus, utpote qui ab hujusmodi contemplationibus non majori jure quam ego immunis eſſe debet. Poſſem enim regerere verba cujusdam Angli (quamvis a nemine provocati) eaque mihi applicare dicendo: *ſive problema ſolvatur ſive inſolutum maneat*, *nihil exinde conſequetur*, *quod me afficiat*: *nec iſtis certe meis Inſidiatoribus*, *qui problematis ſolutionem continenter efflagitant*, *jus ullum eſt me ad certamen ingeniorum tanta cum licentia provocandi*. Nec eſt quod dicant, hoc pro- Pag. 78.

Act. Erud. An. 1723. M. Febr. blema originem habere ex illo quod filius propoſuit ( a ſe ipſo ) non a me, ut male cauſantur, acceptum; etenim, ut jam initio monui, abfuit a Proponente omnis provocandi animus.

Ne interim triumphum canant ante victoriam, dabo hic Curvam omnium algebraicarum ſimpliciſſimam, qualis in caſu propoſito deſideratur, eamque ſimpliciſſimam eſſe demonſtrabo. Sed ut evitetur ambiguitas, definiendum primo eſt, quid per ſimplicitatem curvæ intelligatur : alia eſt *ſimplicitas æquationis* inter coordinatas, per quam curva exprimitur, alia *ſimplicitas praxeos manualis*, qua curva in plano deſcribitur : in hoc poſteriori ſenſu Newtonus vocat *Ellipſin* Conicarum ſectionum *ſimpliciſſimam*, eamque ob facilitatem deſcriptionis præfert Parabolæ, licet hæc ſimpliciore gaudeat æquatione; atque ideo diſerte rejicit Vir ſummus argumentationem a ſimplicitate æquationum. Vid. Algeb. Newt. p. 314, 315.

Qualem hic *ſimplicitatem* Anonymus intelligat, non quidem exprimit; verum ex circumſtantiis colligo, eum intendere ſimplicitatem in priori & vulgari ſenſu ſumtam, nimirum ut exhibeam curvam algebraicam problema ſolventem, quæ exprimatur æquatione inter coordinatas dimenſionis quam fieri poteſt pauciſſimæ, hoc eſt, ut more Newtoniano loquar, quæ ſit *infimi ordinis* omnium poſſibilium curvarum algebraicarum problemati ſatisfacientium. Deſideratam ergo hanc Curvam in modum ſequentem deſcribo, ſed tranſpoſitis literis, ut conſuetudinem Anonymi obſervem; *9abb5cdæ4eg4i3lm2nopq3r5ſ3t6u: 20ab6c6d6æ14eſſg6i7l6m7n3o9pqq13r4ſ17t12u;* Pag. 79. *6abccdd3æ8efgh11i3l4mnn3o4pq4r6ſ8t6u. 14ab8cdd11eh5i6l4m4n11o4pq11r9ſ11t4u: 16a4b3c3d11e3g9i7l5m6n3o4pqq5r12ſ12t13u.*

Supereſt igitur, ut Solutor anonymus aperiat ſuum logogriphum; quod ubi factum eſſe intellexero, meum quoque Anagramma protinus revelabo. Sed permittat, ut conquerar de injuſto mecum procedendi modo. Quid enim? ſi in eventu contingat, meam quam hic tradidi curvam non tam ſimplicem eſſe quam quæ ex Anglia tranſmiſſa eſt, annon me in hoc certamine devictum tota Gens Britannica in triumpho circumducet; inque Victorem ( qui tunc nomen ſuum propalare non differet) plauſus & præconia largis manibus ſparget? Dii boni! ſi hoc contingeret, quis amplius ex noſtratibus hiſcere, aut quis urgere auderet veteres noſtras victorias, quæ nunc haud dubie per recens acceptam cladem oblivioni traderentur, nunquam poſthac memorandæ? Sin contrarium contingeret atque mea quam exhibeo Curva forte fortuna ſimplicior deprehenderetur

retur illa ab Antagoniſta anonymo inventa; ubinam tunc quærendus eſſet Aggreſſor repulſus? aut quomodo ab illo debitum victoriæ præmium exigerem? Nullum eſt dubium, quin tunc latere pergeret poſt earecta, probe eavens, ne riſuum tela quæ in me paravit ſibimet ipſi noceant. Act.Erud. An. 1723. M. Febr.

Neceſſe eſt hanc ob rem, ſi inſidiatoris titulum declinare velit, ut aperto Marte meeum decertet, nomenque ideo ſuum declaret; juſtum enim eſt, utramque partem æqualiter idem ſubire periculum: quod ſi vero aliter ſtatuerit, ſciat me ſuas provocationes impoſterum, ut par eſt, alto ſilentio contemturum; quandoquidem cum Anonymis altercari non magis glorioſum quam cum umbris dimicare.

## HARMONIA MENSURARUM, M. April. Pag. 157.

### Sive Analyſis & Syntheſis per Rationum & Angulorum Menſuras promotæ:

*Accedunt alia Opuſcula Mathematica, per Rogerum Coteſium.*

Edidit & auxit ROBERTUS SMITH, Colleg. Trin. Cantabr. & R. S. Socius, Aſtronomiæ & Experimentalis Philoſophiæ poſt COTESIUM Profeſſor.

*Cantabrigiæ*, 1722, 4. *Plag.* 50 *Tab. æn.* 1.

DIſtribuitur hic liber in Partes tres; quarum prima, quæ dicitur *Logometria*, in eum potiſſimum finem conſcripta eſt, ut conſtaret, Problemata illa, quæ ad Hyperbolæ & Ellipſeos Quadraturas reduci ſolent, ad Rationum & Angulorum Menſuras percommode reduci poſſe, & exinde facilius reſolvi vel per Canonem Logarithmorum, vel per Canonem ſinuum & Tangentium. Rationum Menſuræ ſunt quantitates cujuſcumque generis, quarum magnitudines magnitudinibus rationum ſunt analogæ. Secundum hanc definitionem in quolibet Canone Logarithmorum exhibetur *Syſtema* menſurarum Numeralium cujusque rationis, quam habet numerus quisque ad Unitatem: in qua-

Act. Erud. An. 1723. M. April. Pag. 158. qualibet Linea Logiſtica exhibetur ſyſtema menſurarum Linearium; Aſymptoti ſcilicet partes, binis quibusque ordinatis interceptæ, ſunt menſuræ lineares rationum inter iſtas ordinatas: in Hyperbola vero conſtituitur alterius generis menſurarum ſyſtema; namque Areæ inter curvam & aſymptoton interjectæ, & binis quibusque ordinatis concluſæ, ſunt menſuræ Planæ rationum inter has ordinatas. Diverſa itaque oriuntur menſurarum ſyſtemata, prout modis diverſis exponitur analogia illa determinata & immutabilis, quæ eſt inter magnitudines rationum: pro menſuris ſcilicet adhibendo quantitates quaslibetcumque diverſas, quales ſunt Velocitates, Tempora & ſimilia; aut etiam minuendo vel augendo ſyſtematis cujusvis dati menſuras omnes in eadem data quacumque proportione. In tanta autem varietate optimo conſilio cautum eſt, ne qua confuſio orietur, vel de genere, vel de magnitudine menſurarum, de quibus contingat ſermonem inſtitui. Autor enim feliciter indicavit, determinatæ cujusdam & immutabilis rationis menſuram pro *Modulo* cujusque ſyſtematis ſemper habendam eſſe; cui ſemel invento aliarum rationum menſuræ certis proportionibus certoque genere in unoquoque ſyſtemate reſpondebunt. In Propoſitione prima per methodum valde generalem & ſimplicem exponitur inventio menſuræ rationis cujuscunque propoſitæ. Hujus inventi hæc ſunt corollaria. Modulus cujusque ſyſtematis eſt quantitas aliqua invariabilis, quæ ita ſe habet ad incrementum minimum menſuræ rationis cujuscumque propoſitæ, ut rationis terminus variabilis ſe habet ad termini ipſius incrementum. Menſura datæ cujuscumque rationis eſt ut Modulus ſyſtematis, ex quo deſumitur. Modulus ergo in omni menſurarum ſyſtemate ſemper æqualis fit menſuræ rationis cujusdam determinatæ & immutabilis; quæ proinde *Ratio Modularis* vocatur atque his numeris exhibetur 2, 718281828459 &c. ad 1, vel 1 ad 0, 367879441171 &c. Hujus itaque rationis menſura numerabilis ſeu logarithmus *Briggianus* eſt Modulus ſyſtematis *Briggiani*: & ejusdem menſura linearis in Logiſtica æquatur datæ Subtangenti; quæ proinde, hujus ſyſtematis Modulus:
Pag. 159. ejusdem denique menſura plana per Aream Hyperbolicam expoſita æquatur dato parallelogrammo ſubordinata ad aſymptoton & recta a centro abſciſſa; quæ adeo eſt harum menſurarum modulus. Et cujuscumque demum ſyſtematis modulus plerumque eſt quantitas aliqua notabilis. In ſecunda Propoſitione per methodum minime vulgarem docetur Conſtructio Canonis *Briggiani*, traditurque regula pro inventione numerorum & logarithmorum, qui intermedii ſunt & ultra Canonis limites excurrunt. In Propoſitione tertia exponitur ſyſtematis cujusvis logometrici conſtructio

ctio per Canonem logarithmorum: idque non ſolum ſi detur e ſiſtemate propoſito menſura rationis alicujus determinatæ, ſed etiamſi non detur. In Prop. 4, 5 & 6 quadratur Hyperbola, deſcribitur Logiſtica & Spiralis Æquiangula atque uno alteroque exemplo harum propoſitionum utilitas demonſtratur. Unum huc adducam de Inventione Denſitatis Aeris, ex quo Autoris methodus Logometrica, cujusmodi ſit, quodammodo percipi poſſit. Uniformiter agente vi Gravitatis, vulgo notum eſt, ſi quotlibet Altitudines ſumantur in progreſſione Arithmetica, denſitates Aeris in his altitudinibus fore in progreſſione Geometrica: id eſt altitudines illæ ſunt menſuræ rationum inter denſitatem aeris ad Terræ ſuperficiem & denſitates ejus in iſtis altitudinibus; ſimiliterque binarum quarumvis altitudinum differentia eſt menſura rationis inter denſitates aeris in his altitudinibus. Hujus autem menſuræ magnitudo vera, quæ propoſitæ cuivis denſitatum rationi vere conveniat, jam reſtat determinanda. In hunc finem Autor facile demonſtrat, hujus ſyſtematis modulum æqualem eſſe Altitudini Atmosphæræ, cujus uniformis denſitas ubique eadem eſſet ac denſitas aeris ad terræ ſuperficiem. Datur itaque hic modulus (quippe qui eſt ad altitudinem Hydrargyri Barometrici ut gravitas Hydrargyri ad gravitatem aeris) atque inde dabitur ſyſtema totum. Nam, cum earundem rationum menſuræ in omnibus ſyſtematibus ſunt inter ſe analogæ, Logarithmus rationis inter denſitates aeris in binis quibusvis altitudinibus erit ad modulum Canonis, (ſive ad logarithmum Rationis Modularis) ut altitudinum earundem differentia, ad Atmosphæræ prædictæ homogeneæ altitudinem illam datam. Huic *Logometriæ* ſubnectitur Scholium Generale, quo continentur Problematum Conſtructiones perquam elegantes cum Logometricæ tum Trigonometricæ: quibus utique exhibentur curvarum vel Geometricarum vel mechanicarum Longitudines, Areæ & contra Gravitatis; quin & ſolida ex iis genita & ſolidorum ſuperficies. Conſtruuntur etiam Problemata Phyſica de corporum Viribus attractivis, de fluidorum Denſitate & Reſiſtentia & de Planetarum Trajectoriis. Horum Problematum duo ſæpe ſunt Caſus, quorum alter conſtruitur per menſuram Rationis, alter vero per menſuram Anguli, Admiranda *Menſurarum* utriusque generis *Harmonia* in his caſibus animadvertenda operi ipſi nomen impoſuit. Nam menſuræ Angulorum, perinde ac Rationum, ſunt quantitates cujuscumque generis, quarum magnitudines magnitudinibus Angulorum ſunt analogæ. Huic definitioni reſpondent circuli cujusvis arcus vel ſectores, vel etiam quælibet quantitates Temporis, Velocitatis aut Re-

Act. Erud. An. 1723. M. April.

Pag. 160.

 Reſiſtentiæ; modo ſint angulorum quantitatibus analogæ. In unoquoque vero ſyſtemate diverſus habebitur modulus menſuris ipſis homogeneus; ex quo per Canonem Sinuum & Tangentium hæ menſuræ æque commode computari poſſunt, ac rationum menſuræ per Canonem Logarithmorum. Erit enim ſyſtematis Modulus datus ad menſuram anguli cujusvis dati, ut circuli Radius ad ejusdem arcum, qui angulum eundem datum ſubtenderet; vel ut hic numerus graduum 57, 2957795130 &c. (qui ſemper idem eſt) ad numerum graduum in angulo dato. De ſumma rei ecce tibi Autoris ſententiam, pag. 35: „ Geometris integrum erit ex „ adductis hactenus Exemplis de Methodo noſtra judicare; quam „ quidem, ſi proba fuerit, ulterius excolere pergent & excolendo latius promovebunt. Patet utique campus ampliſſimus, in „ quo vires ſuas experiri poterunt, præſertim ſi Logometriæ „ Trigonometriam inſuper adjungant, quibus miram quandam „ affinitatem in ſe invicem euntibus intercedere notabam. Hiſce „ quidem Principiis haud facile crediderim *generaliora* dari poſ- „ ſe; cum tota Matheſis vix quicquam in univerſo ſuo ambitu „ complectatur præter angulorum & rationum Theoriam. Ne- „ que ſane *commodiora* ſperabit, qui animadverterit Effectionis „ facilitatem per ampliſſimas illas omnibusque ſuis numeris ab- „ ſolutas cum Logarithmorum tum Sinuum & Tangentium Ta- „ bulas; quas anteceſſorum noſtrorum laudatiſſimæ ſolertiæ de- „ bemus acceptas. Ut vero tanti beneficii uberior nobis exſurgat „ fructus, id nunc exponendum reſtat, quibus artibus ad iſtius- „ modi concluſiones rectiſſime perveniatur. In hunc finem „ Theoremata quædam tum Logometrica tum Trigonometrica „ adjeciſſem, quæ parata ad uſum aſſervo; ni conſultius viſum „ eſſet, quum abſque nimiis ambagibus ea tradi non poſſunt, „ intacta potius præterire atque aliis denuo inveſtiganda relin- „ quere. „ *Hiſce quidem Principiis haud facile crediderim generaliora dari poſſe*, dixit Autor; id quod uno atque altero exemplo plenius conſtabit. In problemate ſupra memorato denſitates Aeris in quibusvis altitudinibus per altitudines ipſas dimenſus eſt, poſita Atmoſphæræ homogeneæ altitudine pro modulo menſurarum. Haud aliter ubi agit de motu corporis dati in dato Medio reſiſtente cum data qualibet velocitate deorſum vel ſurſum projecti; oſtendit, tempus deſcenſus, determinato quodam tempore ſemper auctum, fore menſuram Rationis ad Temporis modulum datum, cujus termini ſunt ſumma & differentia Velocitatis Ultimæ (quam corpus in infinitum deſcendendo acquirere poſſet) & velocitatis in fine deſcenſus acquiſitæ: Tempus autem aſcenſus, determinato quodam tempore ſemper diminutum, fore men-

(Marginal note beside "complectatur": Pag. 161.)

menſuram Anguli ad Temporis modulum datum, cujus Radius eſt ad Tangentem in ratione Velocitatis Ultimæ prædictæ & velocitatis in fine aſcenſus acquiſitæ: Spatium vero, dato tempore deſcenſu vel aſcenſu deſcriptum, fore menſuram Rationis ad ſpatii modulum datum, cujus termini exponuntur per vires accelerantes vel retardantes e gravitate & reſiſtentia ſimul agentibus in principio & fine motus collectas. Generalis hæc deſcriptio ſufficiet ad hanc rem quam paro. Nempe cum rationum magnitudines (pariter ac ipſi termini) per quantitates cujuſcunque generis exponi poſſunt, Geometris integrum eſſe quodlibetcunque earum genus pro re nata ſeligere: ut neque neceſſe ſit aut Hyperbolæ aut Logometricæ cujuſpiam Figuræ ſubſidium comparare; neque alias fere ullas quantitates adhibere, præterquam quas ipſæ ſuppeditent Problematis propoſiti conditiones. Id quod intelligi poteſt de Angulorum menſuris. Quod de principiis ſuis notatu dignum cenſuit Autor, hoc erat alterum; *neque ſane commodiora ſperabit qui animadverterit Effectionis facilitatem*. Nam eodem operandi modo ſemper dabitur vel rationis vel anguli menſura, quæ propoſito cuivis Problemati ſatis faciet: ſumendo ſcilicet ex Tabulis memoratis rationis dimetiendæ Logarithmum vel numerum Graduum in angulo dimetiendo, & exinde datis tribus terminis inveniendo quartum proportionalem. Simpliciſſima quidem area Hyperbolica per Autoris Prop. quartam eadem opera quadrari poteſt, Elliptica vero non item: & quo magis compoſitæ fuerint hæ areæ, eo majori calculo opus erit: ſi Series Infinitæ ad quadraturam advocentur, etiamnum augebitur calculi moleſtia. Quæ cum ita ſint annon merito quærendum videtur, quo fine, dempta contemplationis gratia, ſectionum conicarum Areæ ad problematum conſtructiones ſemper adhibendæ ſint. Geometria duplici ratione conſiderari debet prout vel in Theoria vel in Praxi verſemur. In theoria parum refert quarumcunque Figurarum ope ad veritatem perveniamus, quippe quod mutuas rerum habitudines ſolummodo expendimus. In praxi vero tanto melior erit propoſiti problematis ſolutio, quanto minore fiat Figurarum apparatu. Hactenus de *Logometria*; quæ antehac edita fuit in *Tranſactionibus Philoſoph.* Reg. Soc. Lond. Anno 1714 No. 338. Theoremata vero cum Logometrica tum Trigonometrica, quæ operis Partem ſecundam conſtituunt, poſt immaturam Autoris mortem nunc primum prodeunt. Hæc vero datarum Fluxionum Fluentes exhibent non per areas conicas ſed per menſuras rationum & angulorum. In Parte tertia applicantur hæc Theoremata ad Problematum Analyſin & Conſtructionem: quæ ſolito faciliores fiunt, quia ſublatis ſectionibus conicis, una ſublata eſt earundem determinatio

Act. Erud. An. 1723. M. April.

Pag. 161.

Act. Erud. An. 1723. M. April. Pag. 163. terminatio per æquationes datas. Percommode nos edocuit Autor, paulo antequam fato conceſſit, (datis literis ad amicum ſuum D. *Jones*) „ Fluxionum Methodum Inverſam nondum „ eo usque promotam fuiſſe vel per areas conicas, vel per „ menſuras rationum & angulorum, quousque per has metho- „ dos promoveri poſſit. Campus (inquit) infinitus hactenus „ incultus jacuit, quem ego tandem feliciter ingreſſus ſum. „ Miſſis ambagibus dicam quod res eſt. Excogitavi methodum „ generalem & venuſtam, qua per menſuras rationum & angu- „ lorum dabitur Fluens quantitatis cujusvis, quæ cum hac Forma „ comparari poteſt $\frac{d\dot{z}z^{\theta n + \frac{\delta}{\lambda} n - 1}}{e + fz^n}$: ubi $d, e, f$ denotant quan- „ titates quaslibet invariabiles, $z$ variabilem, $n$ Indicem quem- „ vis, $\theta$ numerum quemvis integrum affirmativum vel negati- „ vum, $\frac{\delta}{\lambda}$ quemlibet fractum. Hujus Formæ fluxiones qua- „ rum fluentes hactenus inventæ fuerunt, ſunt $\frac{d\dot{z}z^{\theta n - 1}}{e + fz^n}$ & „ $\frac{d\dot{z}z^{\theta n + \frac{1}{2} n - 1}}{e + fz^n}$. Hæ ſunt duæ primæ *Newtonianæ* (ut noſti) „ quarum e fluentibus fluentes reliquæ *Newtonianæ* facile deriva- „ ri poſſunt. Et quemadmodum in ſua Tabula, Formæ Irratio- „ nales Generis quadratici derivantur a Rationalibus; ſic ex mea „ Generali Forma Rationali deduco Irrationales cujuscumque „ generis. Verbi gratia, ſi $\frac{\delta}{\lambda}$ ſignificet fractionem quamlibet „ affirmativam aut negativam, fluentes quantitatum hujus For- „ mæ $d\dot{z}z^{\theta n - 1} \overline{xe + fz^n}|^{\frac{\delta}{\lambda}}$ & hujus $d\dot{z}z^{\theta n - 1} \times \overline{\frac{e + fz^n}{g + hz^n}}|^{\frac{\delta}{\lambda}}$ & „ aliarum quarundam, pendent a menſuris rationum & angulo- „ rum. In Actis Lipſienſibus Anni 1702 p. 70. & 71., *Leibnitius* „ demonſtrare aggreſſus eſt, fluentem hujus fluxionis $\frac{\dot{x}}{x^4 + a^4}$ ex- „ primi non poſſe per menſuras rationum & angulorum. "

Pag. 164. Deinde hæc verba ſubjungit, " & optarem (quod alias etiam me „ innuere memini) ut $\int \frac{\dot{x}}{x + a}$ ſeu Quadraturam Hyperbolæ con- „ ſtat

„ ſtat dare Logarithmos ſeu Sectionem Rationis, & $\int \frac{\dot{x}}{xx+aa}$ Act. Erud. An. 1723. M. April.
„ Sectionem Anguli, ita porro continuari poſſe progreſſionem,
„ conſtareque cuinam Problemati reſpondeat $\int \frac{\dot{x}}{x^4+a^4}$; $\int \frac{\dot{x}}{x^8+a^8}$; &c.
„ Adeſt jam quod optat; nam in hac mea ſolutione generali continentur iſtiusmodi progreſſiones numero infinitæ. Immo vero ulterius progredi poſſum & oſtendere, quo pacto exhibendi
„ ſunt Fluentes fluxionum hujus Formæ $\frac{d\dot{z}z^{\theta n + \frac{\delta}{\lambda} n - 1}}{e+fz^n+gz^{2n}}$ vel
„ etiam hujus $\frac{d\dot{z}z^{\theta n + \frac{\delta}{\lambda} n - 1}}{e+fz^n+gz^{2n}+hz^{3n}}$ absque nulla exceptione aut
„ limitatione: ubi $\theta$ (ut ſupra) denotaverit numerum quemvis integrum affirmativum vel negativum, & $\lambda$ denominator hujus Fractionis denotaverit numerum quemlibet in hac ſerie 2, 4, 8, 16, 32 &c. Mihi quidem veriſimile videtur de *Leibnitii* magna quæſtione omnino contra ſtatuendum eſſe quam ipſe putavit, & conſtiturum tandem, Fluentem cujuscunque Fluxionis rationalis pendere a menſuris rationum & angulorum, exceptis iis quæ terminis finitis etiam absque menſuris deſignari poſſunt.„ De his Autoris noſtri inventis *Taylorus* certior factus, fluentes duarum fluxionum quas ultimo memoravimus, Mathematicis exteris denuo inveſtigandas propoſuit. Ex quo *Bernoullius* (in *Actis Lipſienſibus* Anni 1719 p. 605) earum inventionem ad arearum conicarum quadraturas reduxit. Autoris ſolutionem per menſuras rationum & angulorum in hoc opere Editor evulgavit, & poſito hoc fundamento Theorematum Tabulas ampliores de novo ſuperſtruxit: in quibus fluxiones reduxit ad 94 Formas, partim rationales partim irrationales. Et ad calcem Libri Notas addidit, quibus ea potiſſimum explicavit quæ ad operis ſcopum maxime pertineant; ſimulque Methodum adjecit de componendis Demonſtrationibus Logometricis & Trigonometricis, Pag. 165.
variis Exemplis explanatam. Supereſt ut nonnulla adjiciantur de *Operibus Miſcellaneis*. Tractatus primus inſcribitur *Æſtimatio Errorum in mixta Matheſi*: continet autem Theoremata 28, quibus determinatur proportio, quæ eſt inter Variationes minimas contemporaneas partium reliquarum Trianguli plani & ſphærici dum binæ quævis invariatæ maneant. Exemplo facili conſtabit quæ ſit

 hujus

Act. Erud. An. 1723. M. April.

hujus Theoriæ utilitas. In praxi Aſtronomica ſæpiſſime exquirenda venit diei vel noctis hora per Sideris alicujus altitudinem. Obſervatæ altitudinis Errore dato proponatur Errorem temporis invenire. Applicando Theorema 22 ad triangulum ſphæricum cujus latera ſunt complementa Elevationis Poli, Declinationis Sideris & Altitudinis ejusdem ſupra Horizontem Loci, Autor facile oſtendit, Variationem anguli ad polum, id eſt, Errorem temporis fore ut error altitudinis directe, ut ſinus anguli inter meridianum & verticalem per ſidus transeuntem inverſe, utque ſinus complementi elevationis poli inverſe. Quibus ita conſtitutis ſi detur Altitudinis error ſub data poli elevatione, error temporis erit ut ſinus anguli illius inter meridianum & verticalem inverſe. Eandem igitur quantitatem habebit, quæcunque fuerit in dato verticali ſideris altitudo; minimus autem erit ubi verticalis fecerit angulos rectos cum meridiano. Abſolute vero minimus erit Obſervatori ſub Æquatore degenti, ubi verticalis fecerit angulos rectos cum meridiano: quo in caſu ſi Error altitudinis fuerit minuti unius primi, Error temporis erit quatuor ſcrupulorum ſecundorum. Si Obſervator recedat ab Æquatore verſus alterutrum Polum, augebitur Error temporis in ratione radii ad ſinum complementi Latitudinis. Unde in Latitndine graduum 45 erit ſcrupulorum ſecundorum $5\frac{2}{3}$, in Latitudine graduum 50 erit ſcrupulorum ſecundorum $6\frac{2}{9}$; in Latitudine graduum 55, erit ſcrupulorum ſecundorum $6\frac{17}{18}$. Si Sidus conſtitutum ſit in alio quovis verticali, qui ſit ad meridianum obliquus, adhuc augebitur Error in ratione radii ad ſinnm anguli illius obliqui. Denique ſi altitudinis Error ſit vel major vel minor quam minuti unius primi; Error temporis ſimul augebitur vel minuetur in eadem ratione.

Pag. 166. Ad eundem fere modum in aliis caſibus Limites inveniuntur Errorum, qui ex minus accuratis obſervationibus ortum ducunt; quin & Poſitiones ad obſervandum commodiſſimæ deprehenduntur. In Tractatu ſecundo agitur de *Methodo differentiali Newtoniana*. Neſciebat autem, quo tempore hæc conſcripſit Autor, Tractatum integrum de eodem argumento a *Newtono* compoſitum fuiſſe: ut proinde nihil mirum ſit celeberrimos hoſce Viros diverſas operandi rationes in plerisque ſecutos eſſe. Conferantur Acta A. 1712 pag. 83. Tractatus tertius inſcribitur *Canonotechnia* ſive de Conſtructione Tabularum per Differentias. Propoſitio decima totius argumenti ſolutionem generalem continet, atque ita ſe habet:

„ Datis Seriei cujuscunque terminis aliquot æquidiſtantibus, quo-
„ rum intervalla ſecanda ſunt in æquales quotlibetcunque partes;
„ propoſitum ſit invenire terminos interſerendos. His denique accedunt ſchedulæ tres de Deſcenſu Gravium, de motu Pendulorum

in

Act. Erud. An. 1723. M. April.

in Cycloide & de motu Projectilium; quorum omnium theoria in compendium feliciſſime contracta eſt. Superſunt alia nonnulla ejusdem Autoris Opuſcula Mathematica, de quibus (cum lucem nondum viderint) conſulenda eſt Editoris Præfatio. Novitati rerum plurimarum, quæ in hoc Opere continentur, accedit etiam ea ſimplicitatis & elegantiæ gratia, quæ alibi vix occurrat.

* * * * * *

Huic recenſioni ex Anglia ad nos transmiſſæ in uſum Hiſtoriæ literariæ, cujus potiſſima habetur in his Actis ratio, ſequentia adjicimus. *Rogerium Coteſium*, Collegii Trinitatis apud Cantabrigienſes Socium & Aſtronomiæ ac Philoſophiæ Profeſſorem *Plumianum*, natum fuiſſe Burbagii in agro Leiceſtrenſi d. 10 Jul. A. 1682 & A. 1716 d. 4 Junii ſt. v. præmatura morte orbi erudito ereptum. Exteris eundem primum innotuiſſe ex præfatione, quam alteri Principiorum Philoſophiæ naturalis mathematicorum illuſtris *Newtoni* editioni præmiſit. Cum *Thomas Plumius*, S. T. P. & Archidiaconus Roffenſis, Profeſſionem Aſtronomicam & Philoſophiæ experimentalis apud Cantabrigienſes fundaret, *Coteſium*, juvenem adhuc & Artium tantum Baccalaureum, ipſo viri ſummi Pag. 167. *Newtoni* judicio dignum fuiſſe habitum, qui eandem ornaret, & huic muneri admotum in uſum auditorum lectiones de experimentis copioſas literis mandaſſe, quæ adhuc in MStis latent. In iisdem contineri, quæ de compendio Arithmetices, de reſolutione æquationum & de problemate dioptrico univerſali ratione geometrica definiendi viſibilis magnitudinem apparentem, ſitum, locum apparentem & gradum diſtinctionis, tum per quotlibet lentes, cujuscunque generis & ad quotcunque intervalla, tum inter ſe, tum inter oculum & viſibile diſpoſitas. Relictum quoque ab eo fuiſſe Tractatum de natura curvarum, quarum genera & ſpecies diſtinguat, figuras deſcribat & proprietates primarias ſectionum inprimis Conicarum ex æquationibus algebraicis eruat, quarum inſigniores ad ſuperiores curvas quoque pertinere oſtendat. Dicitur etiam Tabulas *Flamſtedianas* & *Caſſinianas* ad Solis & Satellitum motus computandos commodiores reddidiſſe & novas componere aggreſſum fuiſſe ad Lunæ theoriam *Newtonianam*: eique operi promovendo celeberrimum *Bentlejum* Collegii S. Trinitatis Præfectum, ad optima inſtrumenta comparanda & ædificium extruendum ſumtus magnificos contuliſſe, tam de ſuo expenſos, quam ab aliis impetratos. Deinde ut methodus plenius percipiatur ab iis, ad quos liber non pervenit, utque menſurarum rationis & angulorum harmoniam intueantur, more noſtro, quo præcipua inventa in his Actis conſervare ſtudemus, addimus, quomodo Cl. Autor menſuram rationis & angulorum inveſtiget.

In-

Act. Erud. An. 1723. M. April. Tab. Act. A. 1723. Fig. 7. Inventurus menſuram rationis AC: AB terminorum differentiam BC concipit diviſam in particulas innumeras quam minimas PQ & rationem inter AQ & AP exponit per $\frac{PQ}{AP}$, quæ manet index magnitudinis rationis, etiamſi particula PQ dupla, vel tripla, ſubdupla vel ſubtripla capiatur, ut ratio duplicata vel triplicata, ſubduplicata vel ſubtriplicata evadat. Immo aſſumta in genere quantitate quadam M, quantitas $\frac{M.PQ}{AP}$ deſignabit menſuram rationis inter AQ & AP, quæ ad diverſum accommodabitur
Pag. 168. ſyſtema pro diverſa magnitudine ipſius M; quam *Modulum Syſtematis* appellat Noſter. Quemadmodum vero Summa omnium rationum AQ: AP = AC: AB, ita ſumma omnium $\frac{M.PQ}{AP}$ eſt æqualis menſuræ rationis AC: AB, conſequenter terminis AP & AQ non niſi quantitate infinite parva PQ differentibus, $\frac{M.PQ}{AP}$ vel $\frac{M.PQ}{AQ}$ æqualis menſuræ rationis inter AQ & AP ad modulum M, atque adeo modulus M ad menſuram rationis AQ: AP ut terminorum alteruter ad eorundem differentiam PQ. Unde porro infert, menſuram datæ cujusque rationis eſſe ut modulum ſyſtematis, ex quo deſumitur, atque adeo eundem in omni menſurarum ſyſtemate æquari menſuræ rationis cujusdam determinatæ, quam *Rationem modularem* vocat. Sit ex. gr. $a$ quantitas conſtans, $x$ variabilis, & quæratur rationis $a+x:a-x$ menſura. Ponatur hæc ratio æqualis ipſi $y:1$ ſeu AP: AB, erit $\frac{M.PQ}{AP}=\frac{Mdy}{y}$. Unde patet $\frac{dy}{y}$ eſſe differentiale logarithmi rationis, quam habet numerus $y$ ad unitatem. Subſtitutis ipſorum $y$ & $dy$ valoribus $(a+x):(a-x)$ & $2adx:(a-x)$, erit differentiale menſuræ $\frac{M.PQ}{AP}=$ $2Madx:(a^2-x^2)=2M$ in $\frac{dx}{a}+\frac{x^2}{a^3}dx+\frac{x^4dx}{a^5}$ &c. cujus ſumma $2M$ in $\frac{x}{a}+\frac{x^3}{3a^3}+\frac{x^5}{5a^5}$ &c. exponit menſuram rationis $a+x:a-x$. Quodſi $a$ denotet ſummam duarum quantitatum $x$ earundem differentiam, erit $a+x$ ad $a-x$ ut quantitas major ad minorem, adeoque ſi fuerit $2Mdx:a=A$, $Ax^2:a^2=B$, $Bx^2:a^2=C$ &c. erit men-

menſura ratioois, quam habet quantitas major ad minorem $= A + \frac{1}{2}B + \frac{1}{3}C$ &c. Simili modo menſura rationis $1 + v : 1$ reperitur M in $v - \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{3}v^3 - \frac{1}{4}v^4 + \frac{1}{5}v^5$ &c. Quodſi ea dicatur $m$, erit $\frac{m}{4M} = v - \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{3}v^3 + \frac{1}{4}v^4 + \frac{1}{5}v^5$ &c. repeciturque $v = \frac{m}{M} + \frac{m^2}{2M^2} + \frac{m^3}{6M^3} + \frac{m^4}{24M^4} + \frac{m^5}{120M^5}$ &c. ut ratio quæſita inter $1 + v$ & 1 ſit ea, quam habet $1 + \frac{m}{M} + \frac{m^2}{2M^2} + \frac{m^3}{6M^3} + \frac{m^4}{24M^4} + \frac{m^5}{120M^5}$ &c. ad 1. Quodſi porro ponatur $m = M$, ſive $\frac{m}{M} = 1$, erit ratio modularis ea, quam habet $1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \frac{1}{120}$ &c. ad 1. Eodem modo ſi detur ratio inter 1 & $1 - v$, erit menſura M in $v - \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{3}v^3 + \frac{1}{4}v^4 + \frac{1}{5}v^5$ &c. & ratio modularis reperitur ut 1 ad $1 - \frac{1}{1} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} + \frac{1}{24} - \frac{1}{120}$ &c. ad 1. Hinc ulterius infert Autor, ſi expoſito termino R ſumatur $R = A$, $\frac{1}{2}A = B$, $\frac{1}{3}B = C$, $\frac{1}{4}C = D$, $\frac{1}{5}D = E$ &c. in infioitum & capiatur $S = R + A + B + C + D + E$ &c. in infinitum, rationem modularem fore eam, quæ eſt inter terminum minorem expoſitum R & majorem inventum S. Vel expoſito termino S, ſi ſumatur $S = A$, $\frac{1}{2}A = B$, $\frac{1}{3}B = C$ &c. ut ante & capiatur $R = S - A + B - C + D - E$ &c. rationem modularem fore eam, quæ eſt inter terminum majorem expoſitum S & minorem inventum R. Eodem modo inveniri poſſe *angulum modularem* Cl. Editor in Notis docet. Concipiatur angulus propoſitus BAC diviſus in angulos innumeros PAQ centroque A intervallo quovis AP deſcribatur arcus BC; patebit tandem, ut ante, $\frac{M \cdot PQ}{AP}$ deſignare menſuram anguli PAQ ad modulum M. Unde porro eodem, quo ante, modo infert: modulum M eſſe ad menſuram anguli PAQ ut circuli radium AP ad arcum PQ, qui angulum iſtum ſubtendit. Porro dato angulo BAC dari ſummam omnium $\frac{PQ}{AP}$ & ſummam omnium $\frac{M \cdot PQ}{AP}$ eſſe ut M, adeoque menſuram dati cujusque anguli eſſe ut modulum Syſtematis, e quo deſumitur. Modulum in omni menſurarum Syſtemate ſemper æqualem fieri meoſuræ aoguli cujusdam determinati, qui is eſt, quem *modularem* appellat Autor. Angulum modularem eum eſſe, quem circuli arcus radio æqualis ſubtendit. Si enim menſura anguli PAQ augeri intelligatur, donec modulo M fuerit æqualis, arcum PQ radio AP æqualem fieri. Quodſi *angulum modularem* eadem, qua ſupra ratione *rationem modularem*, inveſtigare libuerit, ſit PD ſinus anguli PAD & ducto radio AQ a puncto Q demittatur perpendicularis Q$p$ ad ſinum productum. Dicatur $AP = r$,

Act. Erud. An. 1723. M. April. Pag. 169.

Fig. 8.

Pag. 170.

Fig. 9.

Act. Erud. An. 1723. M. April. PD $= x$, erit $Pp = dx$, conſequenter cum hic ſit $\frac{M . Pp}{AD}$, quod erat ante $\frac{M . PQ}{AP}$, habebitur differentiale menſuræ $= M dx : \surd(r^2 - x^2) = M$ in $\frac{dx}{r} + \frac{x^2 dx}{2r^3} + \frac{3x^4 dx}{8r^3} + \frac{5x^6 dx}{16r^7}$ &c. conſequenter ipſa menſura $= M$ in $\frac{x}{r} + \frac{x^3}{6r^3} + \frac{3x^5}{40r^5} + \frac{5x^7}{112r^7}$ &c. Unde ſi ea vocetur $m$, erit $\frac{m}{M} = \frac{x}{r} + \frac{x^3}{6r^3} + \frac{3x^5}{40r^5}$ &c. reperiturque tandem ut ſupra anguli quæſiti ſinus $x$ ad radium $r$ ut $\frac{m}{M} - \frac{m^3}{6M^3} + \frac{m^5}{120 M^5} - \frac{m^7}{5040 M^7} +$ &c. ad 1. Quodſi ponatur $m = M$ ſive $\frac{m}{M} = 1$, ſinum anguli modularis fore ad radium ut $1 - \frac{1}{6} + \frac{1}{120} - \frac{1}{5040} +$ &c. ad 1. Unde per modum corollarii inſert, expoſito radio R, ſi ſumatur $\frac{1}{2.3} R = A$, $\frac{1}{4.5} A = B$, $\frac{1}{6.7} B = C$, $\frac{1}{8.9} C = D$ &c. capiatur $S = R - A + B - C + D -$ &c. fore S

Fig. 10. ſinum anguli modularem ad radium R. Ad computanda theoremata, quæ Cl. Editor ex ſchedis Autoris ab interitu vindicavit, tanquam methodi fundamentum commendat theorema ſequens: Si quærantur factores binomii $a^m \pm x^m$, exponente $m$ exiſtente quolibet integro, dividatur circuli circumferentia ABCD, cujus centrum O, in totidem partes æquales AB, BC, CD, DE, EF &c. quot ſunt unitates in $2m$, & ab omnibus diviſionum punctis

Pag. 171. ducantur ad punctum quodvis P in OA radio producto, ſi opus ſit, rectæ AP, BP, CP, DP, EP, FP &c. poſitis $OA = a$, $OP = x$, contentum ſub omnibus AP, CP, EP &c. fore $a^m - x^m$ & contentum ſub reliquis BP, DP, EP &c. in locis reliquis alternis $a^m + x^m$. E. gr. ſi $m = 5$, peripheria circuli dividatur in 10 partes æquales, erit $AP.CP.EP.GP.IP = OA^5 - OP^5$ & $BP.DP.FP.HP.KP = OA^5 + OP^5$. Ut appareat, qualia theoremata prodeant, ſi ſummationes per menſuras rationum & angulorum exhibeantur; unum alterumque ex plurimis, quæ Cl. Autor affert, huc tranſcribi conſultum ducimus. Sit itaque in Parabola *Apolloniana* A vertex.

Fig. 11. F focus, AQ axis, PQ ſemiordinata: ſi recta AL bifariam ſecans PQ in L continuetur in M, donec LM ſit menſura rationis

nis inter LA + AQ & QL ad modulum AF, recta AM erit arcui parabolico AP æqualis. Si A ſit vertex Ciſſoidis *Dioclea*, AB diameter circuli genitoris, PQ ad AB normalis, BC aſymptotus, ducta AC, quæ aſymptotum ſecat in C ita ut faciat angulum BAC recti ſubtriplum & ſumta BD media proportionali inter BQ & BA, ductaque recta AE, quæ biſecet PQ & aſymptoto occurrat in E; arcus Ciſſoidis AP æquabitur duplicato exceſſui rectæ AE ſupra diametrum AB & ſimul triplicatæ menſuræ rationis inter BA + AC & BD + DC ad modulum BC. Quodſi Ciſſoidis area APQ convertatur circa axem AQ, ſolidum inde genitum æquale erit Cylindro, cujus baſis PQ, altitudo QZ, ſi ſint AQ, AB, AR, AS, AT continue proportionales & ad modulum TS capiatur QX menſura rationis inter AB & BQ & retro ponatur XZ æqualis ipſi SR una cum dimidio ipſius RB ac triente ſimul BQ. Act. Erud. An. 1723. M. April. Fig. 12.

# J. HERMANNI

## Solutio propria duorum Problematum Geometricorum

### *In Actis Eruditorum 1719 Menſ. Aug. a ſe propoſitorum.*

QUatuor jam effluxerunt anni ex quo tempore duo problemata propoſui ad ſcientiæ incrementum facientia, quorum primum poſcebat, ut ex area cujusdam curvæ per quantitatem permixtas coordinatas ejus involventem data, inveniatur curvæ æquatio quæ conſtrui poſſit: alterum vero problema requirebat, ut exhibeantur curvæ algebraicæ quarum rectificatio indefinita pendeat a quadratura cujuslibet alius curvæ algebraicæ, tot tamen quot quis voluerit, arcus abſolute rectificabiles habeant independentes a quadratura curvæ a qua rectificatio earum indefinita pendet. Primum ergo reſpiciebat inverſum problema quadraturarum multoque facilius videbatur altero, quod circa rectificationem curvarum verſatur, vel ideo maxime, quod nulla hactenus curva innotuit irrectificabilis quæ tamen aliquot arcus abſolute rectificabiles contineret, cum tamen jam dudum reperti ſint modi innumera ſpatia abſolute quadrabilia aſſignandi in curvis quadraturam indefinitam algebraicam non admittentibus; propterea difficiliori facilius præ- Pag. 172.

Act.Erud. An. 1723. M. April. miſi illudque ab hoc typorum varietate diſtinxi. Cum tamen in utrumque ad Geometriæ augmentum profutura diei poſſe cernerem, ambo ſimul peritioribus Geometris excutienda offerre volebam, non vana ſpe fretus fore, ut, cum pluries jam Problemata ab iis in publicum miſſa ſoluta dederim, ad par officii genus præſtandum accederent, problematumque meorum vadum non modo tentarent, ſed etiam ſolutiones ſagacitate ſua & induſtria dignas afferrent. Verumtamen toto illo temporis intervallo nihil in hæc problemata prodiit, præter ea quæ V. Cl. *Nic. Bernoulli* in Actis Erudit. 1720 pag. 27 ſeqq. edidit, ubi quidem ſolutiones aliquas primi mei problematis una cum analyſi copioſe & docte aperuit, easque exceptiones commemoravit quas faciendas eſſe arbitratus eſt, adverſus id quod dixeram tum cum primum in privatis literis ad Illuſtr. *Monmortium* poſtea etiam cum id in Actis proponerem, ſemper aliquam curvam algebraicam prodire in problematis ſolutionem. Secundi vero problematis non modo nullam ſolutionem exhibuit, ſed etiam ingenue faſſus eſt, ejus ſolutionem ſibi non eſſe in poteſtate, ſi problema ſumatur eo ſenſu quo in literis ad D. *Monmortium* concipiebatur, quo nempe indefinita rectificatio curvarum quæſitarum a quadratura cujuslibet curvæ algebraicæ non quadrabilis pendere debebat, quæ Pag. 173. conditio in Actis non eſt expreſſa; & firmiter perſuaſum habet, neque me neque alium quemquam mortalium problema hoc ſenſu ſolviſſe aut ſoluturum eſſe, eoque firmius in hac ſententia ſe confirmari ſcribit, quod propoſitioni hujus problematis ne verbulum quidem ſubjunxerim, quo ſignificem (ut ratione prioris fecerim) me eſſe ſolutionis compotem. Imo ab illo multum præſtari judicant Celeberrimi *Bernoullii*, qui vel partem tantum problematis ſolveret, docendo nempe modum inveniendi curvam algebraicam A, a cujus rectificatione indefinita dependeat quadratura indefinita curvæ algebraicæ datæ B, etiamſi nullum arcum habeat abſolute rectificabilem. Quod ſi vero deſiſtere velim, & ut in Actis problema enuntiavi, reapſe deſiſtam a dependentia illa rectificationis indefinitæ curvarum quæſitarum a quadratura cujuslibet datæ curvæ algebraicæ, ſolumque curvas algebraicas indefinite quidem non rectificabiles, tot tamen quot libuerit arcus rectificabiles habentes poſtulem, ſignificat Cl. *Licentiatus*, hujus quæſtionis quantumvis arduæ enodationem eousque jam a Parente ſuo, Viro Celeberr. eſſe peractam, ut exhibere poſſit *curvas algebraicas indefinite irrectificabiles, gaudentes tamen vel uno, vel duobus vel quatuor vel octo, vel quot libuerit in hac progreſſione, arcubus abſolute rectificabilibus*; idque per methodos longo abhinc tempore in publicum editas. Quibus poſtremis verbis

his forte ad methodos eas alludit quæ in motu reptorio fundantur; verum quicquid ſit, cum Vir Doctiſs. ex me ſcire cupiat num ſolutio mea ulterius progrediatur, ſignificabo ei viciſſim ſolutionem meam ſuppeditare curvas algebraicas irrectificabiles indefinite, tot tamen præciſe non plures nec pauciores quam quot petuntur arcus abſolute rectificabiles habentes, ita ut numerus horum arcuum etiam ſit extra progreſſionem geometricam per binarium aſcendentem. Sed ut apertius loquar, quid dicent aut ſentient *Sagaciſſimi Viri*, ſi ſolutionem mei ſecundi problematis eo ſtrictiſſime ſenſu ſumti, quo non modo ſibi ſed reliquis mortalibus omnibus inſolubile & impervium crediderunt exhibuero? an non *aliquid*, ſi non *multum* præſtitero? Act. Erud. An. 1723. M. April.

I. Hunc in finem problema nunc ita efferam: *Invenire Curvam vel curvas Algebraicas* A, *quarum rectificatio indefinita dependeat a quadratura cujusque curvæ algebraicæ datæ* B, *tot tamen præciſe, non plures nec pauciores quam quot volueris arcus abſolute rectificabiles & inde pendentes a quadratura curvæ* B *habeant*. Unicam ad ſolutionem hujus problematis patere viam extra quam fruſtaneus ceſſurus ſit omnis conatus & ego fere exiſtimo, ſed ex adverſo hæc via quæ in theoria generali inclinationis rectarum ad lineas curvas conſiſtit, modum adeo facilem planum & evidentem ſolvendi problema nobis ſuggerit ut merito mirer neminem adhuc in eam incidiſſe: hæc vero methodus inclinationis in eo ſita eſt, quod ex ſingulis cujusque curvæ vel rectæ punctis linea recta angulo data lege variabili ad curvam rectamve inclinata exeat curvamque aliquam contingat. Ad vitandum verborum circuitum, curvæ illæ vel rectæ quæ inclinatas habent lineas, harum reſpectu *Directrices* in ſequentibus nominabuntur. Pag. 174.

II. *Lemma* I. Directrice ABC, & lege inclinationis NBI radiorum inclinatorum IB, I*b* datis, invenire punctum concurſus I, duorum radiorum indefinite vicinorum BI, *b*I. Tab. Act. An. 1723. Fig. 13.

Hinc BR, & *b*R duæ normales ad curvam ABC in punctis B, *b*, & ex puncto concurſus I radiorum inclinatorum BI, *b*I, cadant IS in BR, & I*s* in *b*R perpendiculares, quæ proinde tangentibus curvæ BN & *b*N parallelæ erunt, adeo ut angulus BIS alterno NBI æqualis deſignet inclinationem radii BI ad curvam ABC, & *b*I*s* inclinationem radii *b*I. Centro I radio ad libitum ſumto IE ducatur circulus HFL rectas IB, I*b*, IS, I*s* ſecans in punctis E, *e*, G, *g*, fiatque arcus EG = HF, & arcus *eg* = H*f*, demiſſisque ex F & *f* in radium IH perpendicularibus FK, *fk*, agatur *f*M eidem radio IH parallela.

Sint jam radius IH = 1, FK Sinus ang. FIH (= EIG = NBI) = *m*,

Act. Erud. $=m$, & Coſinus $IK = n = \sqrt{(1-mm)}$, radius oſculi BR vel
An. 1723. $bR = r$, incognita $BI = x$, elementum curvæ $Bb = ds$, arculus
M. April. BD radio IB deſcriptus $= dz$, & ſubinde etiam $bD = dx$, cumque in triangulo rectangulo $bBD$ ſinus anguli $BbD$ (*hyp.*) ſit $m$, ejusque Coſinus $n$, erunt quoque $dz = mds$, & $dx = nds$.

Jam propter angulos (conſtr.) ad S, & $s$ rectos, anguli SIT &
Pag. 175. BR$b$ erunt æquales, atque adeo ſectores GI$g$, & BR$b$ ſimiles, hinc ergo BR ($r$). B$b$ ($ds$) :: IG (1). G$g$ $\left(\frac{ds}{r}\right)$. Porro triangula ſimilia FIK & $f$FM præbent IK ($n$). IF (1) :: FM ($-dm$). F$f$ $\left(\frac{-dm}{n}\right)$, quare $Gg + Ff = \frac{nds - rdm}{nr}$. Verum quia (conſtr.) $HF = EG$, & $Hf = eg$, erit $Ee - Gg = Ff$, adeoque $Ee = Ff + Gg$. Hinc denique propter Sectores ſimiles IE$e$, IBD, fit E$e$, vel, $Ff + Gg$ $\left(\frac{nds - rdm}{nr}\right)$. Et (1) :: BD ($mds$). BI $\left(\frac{mnrds}{nds - rdm}\right) = x$.

*Aliter*. In triangulo rectangulo BIS, eſt BI ($x$). BS :: Rad. (1). Sin. BIS ($m$), ergo $BS = mx$. Similiter BI ($x$) IS :: rad. (1). Sin. IBS ($n$), quare $IS = nx$. Differentietur jam æquatio $BS = mx$, fietque $dBG = mdx + xdm$, atqui Sector. ſimiles IG$g$, IST præbent IG (1). G$g$ $\left(\frac{ds}{r}\right)$ :: IS ($nx$). ST $\left(\frac{nxds}{r}\right)$, quare ſufficiendo in æquatione $dBS = mdx + xdm$ fractionem $\frac{nxds}{r}$ pro $dBS$, ſeu pro ST, & $nds$ pro $dx$, mutabitur æquatio in ſequentem $\frac{nxds}{r} = mnds + xdm$, quæ, ſi reducatur, dabit, ut ante, $x = mnrds : rds - rdm$. Q. E. I.

III. Si directrix ABC eſt linea recta, fiet $r$ infinita, propterea evaneſcet membrum $nds$ denominatoris præ ſuperſtite ejus membro $-rdm$, & formula ipſa migrat in ſequentem $x = -mnds : dm$, hæc vero propter $mdm = -ndn$, in $x = mmds : dn$.

IV. Si jam in æquatione $x = mnrds : nds - rdm$, conſideretur $x$ ut cognita, $r$ vero ut incognita, & æquatio reducatur, invenietur $r = nxds : mnds + xdm$, vel propter $nds = dx$ hæc $r = xdx : mdx + xdm$, quæ ſuggerit canonem plane novum pro radio evolutæ inveniendo in curvis quarum applicatæ in polum conver-
Pag. 176. gunt; *eſt* nempe *radius Evolutæ* in his Curvis *æqualis exponenti* ra-

*rationis elementi dimidii quadrati applicatæ ad elementum facti ex eadem applicata in ſinum anguli quem cum curva continet.* In Curvis vero applicatas parallelas habentibus *Radius evolutæ æquatur exponenti rationis elementi applicatæ ad elementum ſinus anguli quem hæc applicata cum curva format, ſeu analytice,* $r = dx : dm$.

Act. Erud. An. 1723. M. April.

V. Ex eadem formula $x = mnrds : nds - rdm$, elicitur etiam $ds = rxdm : nx - mnr$, hæc vero propter $dx = nds$ & $dz = mds$, præbet $dx = rxdm : x - mr$, & $dz = rmxdm : nx - mnr$ vel $dz = - rxdn : x - mr$, in curvis ex polo deſcriptis. In iis vero quarum applicatæ axi cuidam perpendiculares ſunt, hæc elementa ſimplicius exprimuntur, nempe $ds = rdm : n$, item $dx = rdm$ & $dz = - rdn$. Hæc obſervatio potiſſimum inſervit praxi inveniendi radios evolutæ in omnis generis curvis. Nam primum in æquatione differentiali datæ curvæ in locum elementorum $dx$ & $dz$ ſubrogandæ ſunt quantitates ipſis proportionales nempe $n$ & $m$, & æquatio inde reſultans differentianda, poſtea vero in locum elementorum $dx$, $dz$ ſufficiendi ſunt valores horum elementorum in iſto paragrapho aſſignati, & habebitur ſic nova æquatio quæ diviſibilis erit per $dm$, aut ſi in ea etiam elementum $dn$ occurrat, ejus in locum ponendo $- mdm : n$, diviſibilis fieri poteſt, quare hac diviſione inſtituta elici poteſt per reductionem æquationis valor incognitæ $r$. Pari facilitate generalis canon ex eadem hac obſervatione deducitur pro determinatione omnium *Cauſticarum* quocumque demum nomine deſignentur.

VI. Nam ſi punctum radians ſit I ( Fig. 2 ) & ut hactenus dicantur $IB = x$, Sinus & Coſinus anguli incidentiæ INB, $m$ & $n$, longitudo radii reflexi vel refracti BK a puncto curvæ B usque ad coitum duorum viciniſſimorum $= y$, Sinus anguli reflexi ( refracti ) $p$, Coſinus $q$, retentis $r$ & $ds$ ad eadem ſignificanda, quæ in præcedentibus. His poſitis, §. præcedens ſuppeditat nobis geminum valorem elementi $ds$, unum a radio incidentiæ $x$ ejusque ad curvam ſeu directricem inclinatione, nempe $ds = rxdm : nx - mnr$, alterum vero a radio reflexo ( refracto ) ejusque ad ſuam directricem inclinatione, puta $ds = rydp : qy - pqr$, quare $rxdm : nx - mnr = rydp : qy - pqr$, hujus vero æquationis reductione elicitur ſequens $y = pqrxdm : qxdm - nxdp + mnrdp$. Hæc formula usque adeo univerſalis eſt, ut omnia ea quæ *Illuſtriſſimus Hoſpitalius* in ſectionibus VII. & VIII. de *Cata-* & *Dia-Cauſticis* inveniendis tradit ( *Analyſe des Inf. petits* ) non niſi caſus particulariſſimi ſint hujus meæ formulæ, nempe $m = p$, & $n = q$, in Cauſticis per reflexionem, & $np = qn$ in cauſticis per Refractionem, ſit ratio $n : p$ deſignet menſuram refractionis.

Fig. 14.

Pag. 177.

VII. *Lemma 2. Si per terminos ſingulorum arculorum indefinite par-*

Fig. 15. 16.

Act. Erud. An 1723. M. April.

*parvorum* FG, GH, *&c. quibus curva quæcumque* EF *compoſita eſt, tangentes* FC, GB, HK *&c. ductæ intelligantur usque ad lineam poſitione datam rectam vel curvam* AP, *& ex ſingulis punctis* K, B, *&c. quibus unaquæque tangens lineæ* AP *occurrit in proxime ſequentem tangentem perpendiculares* KL, BD, *&c. demiſſæ, erit ſumma omnium* CD *inter extremas* RE *&* CF *contentarum, quam ſummam per* $\int CD$ *deſignamus, æqualis* $AE + EF - CF$, *cum curva* EF *eſt convexa verſus* AP, *ut fig.* 15, *vel* $= CF - AE - EF$, *cum* ·?· *concava, ut fig.* 16.

Nam $CF - BG = CF - BF, + BF - BG$, atqui $CF - BF$ (fig. 15) $= - CD$, in fig. 16 $= + CD$, ergo $CF - BF = \mp CD$, & $BF - BG$ eſt ubique $= + FG$, ergo $CF - BG = FG \mp CD$, & ſumendo $\int (CF - BG) = EF \mp \int CD$. Verum eſt $\int (CF - BG) = CF - AE$, ergo $CF - AE = EF \mp \int CD$, atque adeo $\int CD = \pm (AE + EF) \mp CF$. Ubi ſignum ſuperius in Fig. 15 inferius vero in Fig. 16 obtinet. Q. E. D.

Potuiſſet hoc idem ex natura evolutionis curvæ propoſitæ EF deduci, ſed malui demonſtrationem ex Geometria elementari petere quam longius conquiſita principia huc accerſere. Venio nunc ad ſolutionem ipſam Problematis noſtri cujus in gratiam præcedentia hic oppoſui.

Fig. 17. VIII. Sit (fig. 17) ADB curva quæcumque algebraica a cujus quadratura rectificatio indefinita curvarum quæſitarum pendere debet, cujus abſciſſa $AC = x$, applicata $BC = P$ ut libet data in $x$ & conſtantibus. Omnis jam difficultas eo redit, ut ſciamus qua

Pag. 178. lege inclinandæ ſint rectæ CF (fig. 15, 16) ad directricem AP, ita ut $\int CD$ pendeat a quadratura curvæ AB (fig. 17) in particularibus vero caſibus algebraica ſit. Hunc in finem a puncto quodam in directrice fixo A capio abſciſſas $AB = X$ ut libet quidem datas per $x$ & conſtantes, ita tamen ut elementum ejus quod hanc formam induit $Qdx$ contineat quantitatem Q per $x$ & conſtantes datam conſtanter minorem quantitate aliqua poſtea indicanda. Per terminos B & C elementi abſciſſæ AB eas lineas BG & CF tranſire concipio quæ efficiant, ut demiſſa ex B normali BD in CF, elementum CD æquale evadat elemento areæ ABC + elem. areæ AEDA (fig. 17), tunc enim fiet $\int CD$ (fig. 15 16) $= ABCA + AEDA$ (fig. 17). Quare ſi in Fig. 17 dicantur AF vel ED, $t$, & DF (EA) $= K$, erit elem. ABCA + elem. AEDA $= Pdx + tdK$, propterea fit etiam CD (fig. 15, 16) $= Pdx + tdK$, & CD : BC (fig. 15, 16) $= (Pdx + tdK) : dX$, & ponendo $dK = Mdx$, & $dX = Qdx$, erit $CD : BC = (P + tM) : Q$. Verum ratio CD : BC (fig. 15, 16) denotat Coſinum anguli inclinationis ABG, quem Coſinum in ſuperioribus $n$ vocavimus, quare $n = (P + tM) : Q$, &

dn

$dn = (QdP + tQdM + MQdt - PdQ - tMdQ) : QQ$, ſed omnia elementa in numeratore hujus fractionis occurrentia per $dx$ exprimi deberent, quod ergo ut ſuccedat ponimus $dP = pdx$, $dQ = qdx$, $dM = \mu dx$, ac denique $dt = \theta dx$, hiſce enim omnibus in præcedenti ſubrogatis, emerget $dn = (pQ - Pq + \mu t Q + \theta MQ - qtM)\, dx : QQ$. Eſt præterea quoque $mm\ (= 1 - nn) = (QQ - PP - 2tMP - ttMM) : QQ$, ſufficiendo igitur hos valores in formula CF (fig. 15, 16) $= mmds : dn$, quam ſupra §. III. invenimus, & $Qdx$ pro $ds$, inveniemus valorem tangentis a directrice usque ad contactum, nempe BG vel CF in fig. 15, 16 $= (QQ - PP - 2tMP - ttMM)\,Q : (pQ - Pq + \mu t Q + BMQ - qtM)$; ſubſtituendoque in hac fractione valorem indeterminatæ $x$ reſultantem ex ſuppoſitione $X = o$, innoteſcet valor primæ tangentis AE (fig. 15, 16). Cum ergo ſingulæ AB, BG ſinusque anguli ABG dati ſint algebraice, liquet curvam EF algebraicam eſſe cum puncta ejus indefinite & geometrice aſſignari poſſint. Reſtat ut oſtendatur quod rectificatio indefinita curvæ EF pendeat a quadratura curvæ ADB, (fig. 17) in quibusdam vero caſibus algebraice ſuccedat, id autem probatu facillimum, nam quia (conſtr.) ABCA + AEDA (fig. 17) $= \int$CD (fig. 15 16) & hæc ſumma per *Lemm.* 2 etiam $= \pm (AE + EF) \mp CF$ (fig. 15, 16), ideo fiet $EF = CF - AE$ (fig. 15 16) $\pm$ (ABCA + AEDA fig. 17). Quod ſi præterea fuerit $t = -ax + bxx - cx^3 + cx^4 -$ &c. Area compoſita ABCA + AEDA tot ſpatia rectilinea, nempe tot diverſa rectangula coordinatarum curvæ format, quot diverſis vicibus $t$ alteram abſciſſam $x$ æquare poteſt, toties autem hoc contingit, quot radices reales in hac æquatione $1 + a - bx + cxx - ex^3 +$ &c. $= o$, inſunt; propterea CF − AF (fig. 15, 16) $\pm$ (ABCA + AEDA fig. 17) cui curvæ arcus EF æquatur totidem diverſos valores habet algebraicos. Invenimus ergo curvam algebraicam EF cujus rectificatio indefinita quidem pendet a quadratura datæ curvæ algebraicæ ADB (fig. 17) & hoc tamen non obſtante tot accurate non plures nec pauciores arcus abſolute integrabiles omnesque ad E terminatos continet, quot diverſæ radices reales in hac æquatione $1 + a - bx + cxx - ex^3 +$ &c. $= o$, quousque libet continuanda, continentur. Q. E. I. Act. Erud. An. 1723. M. April. Pag. 179.

IX. Si in valoribus ſinus anguli ABG vel ACF & tangentis BG vel CF §. præcedenti repertis deleantur litera $t$ & reliquæ omnes quæ ab hac dependent, habebimus $m = \sqrt{(QQ - PP)} : Q$, & BG vel CF (Fig. 15, 16) $= (QQ - PP)\,Q : pQ - Pq$, reſultabit etiam nunc curva algebraica EF, a cujus rectificatione pendet quadratura Curvæ algebraicæ datæ ADB (fig. 17) nullus tamen in curva EF (fig. 15, 16) datur arcus abſolute rectificabilis. Nam

ADBCA

 ADBCA ſeu $\int Pdx$ ex præcedentibus invenitur eſſe $= \pm$ (AE $+$EF) $\mp$ CF. Atque hoc ipſum eſt quo Clar. *Bernoullii* multum præſtitum iri judicant nec immerito, nam ad rationem quam Celeberrimi Viri adducunt, accedit, quod hoc inventum revera *Supplementum generale* Calculi Integralis præbeat, ea enim differentialia quæ ſummam algebraicam non admittunt ſummari ſaltem poſſunt per lineas curvas geometriee conſtruibiles in rectum extenſas & alias quantitates pure algebraicas, quod etiam unum fuit ex deſideratis *Illuſtris Leibnitii* nunc demum, ut reor, ad liquidum deductum.

X. Etſi præcedens ſolutio unicam tantum EF curvam prima fronte ſuppeditare videtur, reapſe tamen infinities infinitas Pag. 180. ſuggerit propter quantitatem X quomodocunque datam per $x$ & conſtantes, modo in elemento ejus quantitas Q conſtanter ſuperet quantitatem P$+t$M, quod infinities infinitis modis fieri poteſt. Deinde in locum directricis rectæ AP potuiſſem innumeras diverſas curvas aſciſcere, & loco ejus quod CD (fig. 15 16) areæ compoſitæ ABCA$+$AEDA æquale poſuimus, idem illud elementum æquale facere potuiſſemus infinitis aliis ſpatiorum paribus in curva data ADB (fig. 17) ſumptis, quæ tamen omnia certis in caſibus figuras rectilineas produxiſſent. Sed temporis penuria, quæ brevitatem jubet, me a caſibus iſtis abſtinere cogit, maxime quod præcedens analyſis ad inſtitutum noſtrum abunde ſufficiat.

XI. Quod ad Problema Cl. *Bernoullii* attinet quod §. XVI (Vid. *Act. Erud.* 1720 pag. 33) proponit, id jam ſolutum eſt in §. VIII. Nam ſicut $Pdx$ ſignificabat elementum areæ illius curvæ a cujus quadratura rectificatio indefinita quæſitarum EF pendere debet, ita etiam ſignificare poteſt elementum illius curvæ inter quam & quæſitas dependentia intercedere debet, quare huic diutius jam non immorabor. Sed non abs re fuerit ſi monuero quod methodo noſtra ſolvi poſſit hoc problema *Datis quotcunque curvis algebraicis* A, B, C, &c. *communem abſciſſam* x *habentibus, invenire curvam algebraicam* Z, *ita ut* Z$=$A $+$B$+$C$+$&c. $+$ Quantitate data, *ita ut hæc data etiam poſſit eſſe*$=o$. Scio jam pridem a Celeberr. *Joh. Bernoulli* oſtenſum eſſe, quomodo ope motus reptorii quotlibet curvæ algebraicæ in unam addi poſſint, ſed methodus ejus huic reſtrictioni obnoxia eſt, quod curvæ addendæ non minus quam quæſita debeant eſſe æqualis *amplitudinis*, ſeu quod normales per ſingularum terminos ad curvas ductæ æquales in omnibus addendis angulos formare debeant, ſed huic reſtrictioni methodus noſtra adſtricta non eſt.

Transeo

Transeo jam ad alterum meum Problema quod velut minus principale primo loco proponebam. Act. Erud. An. 1723. M. April. Pag. 181.

XII. Si in quibusdam curvis ſit $A = axy + bx^c y^e$, exiſtente $A = \int ydx$, quæritur curvarum æquatio. Scripſeram in Actis quod, ſi coefficiens $a$, & exponentes $c$ & $e$ fuerint numeri rationales æquatio curvarum ſemper futura ſit *algebraica*. Dn. *Bernoullius* qui in Actis paulo ante citatis pulchras dedit ſolutiones hujus Problematis addita analyſi a priori procedente, in contrarium obſervat; 1. Quod ſi $e = c$, nulla curva algebraica quæſtioni ſatisfaciat, ſed tranſcendens tantum. 2. Si ſit $a = \frac{e-1}{e-c}$; itidem aliam quam tranſcendentem exhiberi non poſſe in problematis ſolutionem. 3. Quod curva algebraica prodeat etiamſi $a$ non ſit rationalis, modo $c$ & $e$ ſint rationales & inæquales, nec tamen exiſtat $a = e - 1 : e - c$. 4. Conjectat *Vir. Clariſſ.* genuinum ſeparandi modum ſolutioni meæ defuiſſe ideo, quia nullam curvarum tranſcendentium mentionem feci.

XIII. Ex tribus vero prioribus obſervationibus ſecunda tantum aſſerto meo adverſatur, nam quando dixi quod exiſtentibus, $a$, $c$, & $e$ rationalibus ſemper curva algebraica emergat tacite jam ſuppoſui $c$ & $e$ inæquales eſſe, nam in caſu æqualitatis earundem fere abſque calculo ſtatim apparet quod curva reſultet cujus conſtructio a quadratura hyperbolæ dependet, nam vocando $xy = R$, erit $A = aR + bR^c$, & $dA = adR + bcR^{c-1}dR$, ac $\frac{dA}{R} = \frac{ydx}{xy} = \frac{dx}{x} = \frac{adR}{R} + bcR^{c-2}dR$, quæ æquatio eſt ad curvam tranſcendentem. Neque tertia obſervatio contra me facit, cum enim dixi quod curva oriatur algebraica quoties $a$, $e$, & $c$ ſunt rationales, non negavi quod talis etiam in aliquo particulari caſu locum habere poſſit etiamſi $a$ non ſit rationalis; ſolum ergo id quod ſecundo loco ex *Doctiſſ. Viro* hic adduxi aſſerto meo refragatur, nam ſi exiſtentibus $a$, $c$, & $e$ rationalibus $A = axy + bx^c y^e$ ſemper pertinet ad curvam algebraicam, ad talem tunc etiam pertinebit, cum eſt $a = e - 1 : e - c$, & hoc tamen eſt quod Vir D. negat, verum hac in re ipſi non aſſentior, alia enim occaſione oſtendam quomodo etiam in hoc caſu infinitæ diverſæ curvæ algebraicæ non minus quam infinitæ tranſcendentes inveniri poſſint, & in hoc præſertim conſiſtit fundamentum ejus quod Pag. 182. ſupra dixi etiam in hoc problema nonnulla dici poſſe ad ſcientiæ incrementum facientia. Cæterum tranſcendentium curvarum quæ problemati noſtro conveniunt nullam feci mentionem, ut ad quartam obſervationem Cl. Viri reſpondeam, quia ultro ſeſe

offerunt illi qui problema ſolvere & algebraicarum æquationes eruere novit, oriuntur enim ex evaneſcentibus quibusdam coefficientibus certorum membrorum æquationum illarum ad quas nos deduci neceſſe eſt, ſi curvas algebraicas in problematis ſolutionem eruere velimus. Fateor tamen ex octo aut 10 diverſis problema ſolvendi modis vix unum eſſe qui cum aliquo ex Bernoullianis coincidat. Tres tantum ſummariter hoc loco aperiam.

XIV. Primus modus in quem incidi cum mihi problema ſolvendum propoſui, hic eſt. Differentiando æquationem $\int ydx = axy + bx^c y^e$ pervenitur poſt diviſionem per $xy$, ad ſequentem $\frac{1-a.\,dx}{x} - \frac{ady}{y} = \left(\frac{bcdx}{x} + \frac{bedy}{y}\right) x^{c-1} y^{e-1}$, poſui deinceps $\left(\frac{bcdx}{x} + \frac{bedy}{y}\right) x^{c-1} y^{e-1} = \frac{dt}{t}$, & per conſequens etiam $\frac{1-a.\,dx}{x} - \frac{ady}{y} = \frac{dt}{t}$, ex qua deduxi $y^a = x^{1-a} t^{-1}$, ſufficiendo porro valorem ipſius $y$ ex hac poſtrema æquatione in antepenultima, & $\frac{1-adx}{ax} - \frac{dt}{at}$ in locum ipſius $\frac{dy}{y}$, inveneram æquationem $\frac{(ac-ae+e)bdx}{ax} - \frac{bedt}{at} = t^{\frac{e-1}{a}-1} x^{\frac{ae-ac+1-e}{a}} dt$, ſignetur hæc ⊙. Jam ſive $c=e$, ſive $a = \frac{e-1}{e-c}$ fuerit, utroque caſu æquatio ⊙ migrat in æquationem curvæ tranſcendentis, & hoc etiam ſecundam & tertiam obſervationem Bernoullianam §. XII. hujus commemoratas juſtificare videtur æque ac proprius illius calculus. Sed ſi nullus horum caſuum locum habeat æquatio ⊙ præbet aliam finitis terminis expreſſam in qua ſi valor ipſius $t$ ex ſuperioribus reſtituatur, emerget ſalvo cal-

Pag. 183.

culi errore $\frac{ac-ae+e-e}{e-c} x^{\frac{ac-ae+e-c}{ac-ae+e}} y^{\frac{ac-ae}{ac-ae+e}} = C + \frac{ac+e-ae}{ac-ae+e-1} x^{\frac{abcc-abce+bce-bc}{ac-ae+e}} y^{\frac{abce-abee+bee-be}{ac-ae+e}}$; in qua C eſt quantitas *data* ſeu ut alias loqui ſolemus, *conſtans*.

XV. Secundus modus eſt, ut in æquatione $\int ydx = axy + bx^c y^e$, ponantur $xy = t$ & $x^c y^e = u$, hinc enim elicientur, ſalvo calculo,

culo, $x = t^{\frac{e}{f}} u^{\frac{-1}{f}}$, & $y = t^{\frac{-e}{f}} u^{\frac{1}{f}}$, ponendo $e - c = f$, quare $y\,dx = \frac{e}{f} dt - \frac{t\,du}{fu}$; eſt vero $y\,dx = a\,dt + b\,du$, ergo $\frac{e\,dt}{f} - \frac{t\,du}{fu} = a\,dt + b\,du$, ex qua deinceps elicitur $\overline{af - e}\,u\,dt + t\,du + bfu\,du = 0$, ex qua tandem æquatio finitis terminis expreſſa deduci poteſt. Act. Erud. An. 1725. M. April.

XVI. Tertius modus huc redit, in $A = axy + bx^c y^e$, fiat iterum $xy = R$, & erit $A = aR + bx^{c-e} R^e$, & $x^{c-e} = \frac{A - aR}{bR^e}$; hinc $\frac{(c-e)\,dx}{x} = \frac{dA - a\,dR}{A - aR} - \frac{e\,dR}{R}$; atqui $\frac{dx}{x} = \frac{y\,dx}{xy} = \frac{dA}{R}$; ergo $\frac{(c-e)\,dA}{R} = \frac{dA - a\,dR}{A - aR} - \frac{e\,dR}{R}$, cujus reductione ſequens emerget $c - eA\,dA + eA\,dR + (ae - ac - 1)R\,dA + (a - ae)R\,dR = 0$, qui etiam pro circumſtantiarum varietate in æquationem finitis terminis expreſſam mutari poteſt vel in æquationem ad tranſcendentes curvas pertinentem quemadmodum id pro ſingulis caſibus monſtrari poſſet ſi modo jam vacaret.

XVII. Poſtremo cum Clariſs. Autor Novellarum litterariarum quæ ſingulis ſeptimanis vernaculo ſermone *Lipſiæ* edi ſolent alicubi in ſuis Novellis Exercitationem aliquam in ſecunda parte Tomi III. Exercitationum Subſecivarum Francof. occurrentem de *guſtus Spiritualis circumſtantiis* agentem mihi attribuerit, ne meo ſilentio longiori videar alienum mihi afferere velle laborem, publice hoc loco mihi declarandum eſſe duxi, me dictæ Differtationis Autorem non eſſe ulla ex parte, etiamſi diffiteri non poſſim additamentum illud quod Exercitationem proxime ſequitur a me conſcriptum eſſe.

Act. Erud. An. 1723. M. Julii. Pag. 292.

## CHRISTFRIDI VÆCHTLERI Reſponſio

### *Ad Cl.* JO. LAUR. MOSHEIMII, *Aſſeſſoris Kilonienſis, Epiſtolam.*

SEro admodum Epiſtolam hanc & fere ſimul cum Libro I. Obſervat. vidi; illius ergo nunc potiora perluſtranda ſunt. De capite VI. ſeorſim ſcripſeram ſane, *voluiſſe* Mosheimium adſtipulari Seldeno, ceu eſt in erratis poſt indicem. Seldenus autem dixit, *ante Apollonii Tyanei tempora artes has teleſmaticas nunquam in Græcia fuiſſe notas*. Ergo per Apollonium demum invecta. Qui primus hic, præcipuus etiam; quia Apollonius non habuit tunc in Græcia parem. Neque enim de Simone Mago, Pag. 293. vel Bar-Jehu, aut collega Baſilidis in Syria, vel Carpocrare aut Manethone agitur, qui ſemper palam irriſit Apollonium. Contra Herbelot *Biblioth. Orient. fol.* 120. *Aboulfarage rapporte, qu'il diſoit: malheur a moy de ce, que je ſuis venu au monde apres le fils de Marie. Ce ſurnom* de Teleſmatiki *lui eſt donné, parce qu'il ſe ſervoit de ces figures, que les Grecs appellent Teleſmata.* De his etiam Salmaſius: *Nunquam fiebant hæc* τελέσματα *ſine alicujus ſtatuæ erectione aut imaginis ſculptura, quæ conſtitui ſolebat aut ſculpi ab horum artificibus. Sic ſcorpius fermabatur contra merſus ſcorpii: aliæ imagines vel hominum vel beſtiarum effingebantur cum aliquo habitu vel figura & conſecratione, ad pericula varia aut inſultus hoſtium aut incurſus beſtiarum aut alios caſus depellendos*, de ann. climact. p. 579. Tale ἄγαλμα τελεστικὸν Epheſi adverſus peſtem jam ſævientem dedicaſſe Apollonium, didiciſſe ſe fatetur Mosheimius ex Philoſtrato, *Lib.* 4. *c.* 10. Dicebat enim ad Epheſios, θαρσεῖτε, *hodie hunc merbum ſiſtam*, nempe per ſpectrum multiplex: nunc ſub ſpecie ſenis mendicantis, ſed igne plenos oculos monſtrantis, cum lapidaretur; qui tamen mox evanuit: deinde forma canis, ſed leonis maximi magnitudine ſpumam deſpuentis præ rabie. Atque ita civitas peſte purgata eſt, & inſuper Herculi ſtatua poſita ibi, ubi ſpectrum erat lapidatum. Ne dixeris igitur, Philoſtratum ne verbulo quidem averruncarum harum imaginum meminiſſe: nec prætermiſſurum fuiſſe, ſi vel levis quidam de his rebus rumor tunc extitiſſet. Sed & nunc honorari ſimulacrum Apollonii ſub nomine Herculis ab Epheſiis, ſcripſit Lactantius Lib. 5. cap. 3. ex opinione illius, adverſus quem ibi diſputat: *maxi-*

*me cum eum dicas & adoratum eſſe, & ſimulacrum ejus, ſub Herculis Alexiaci nomine conſtitutum, ab Epheſiis etiam nunc honorari.* Act. Erud. An. 1723. M. Julii. Multa talia vel omnia de Apollonii teleſticis non poterat perſcribere Philoſtratus, cui propoſitum erat, per modum apologiæ potius toto iſto opere oſtendere, eum omnino non fuiſſe magum, vel incantatorem, vel præſtigiatorem, vel impoſtorem, qualis tunc omnium conſenſu habebatur; ſed operationes illius referendas vel ad ſapientiam illius veram & genuinam, [illegible] plane ad *τὸ θεῖον*. Sic enim & Socratem apud Platonem ſæpe dixiſſe, eſſe Pag. 294. ſibi *θεῖόν τι καὶ δαιμόνιον φωνὴν*, idque a puero. Poſtea vero, cum eo nomine etiam accuſaretur Apollonius apud Domitianum, paulo aliter loquebatur: *videns*, inquit, *veteranum mendicum referre formam peſtis, e medio tuli, ope implorata Herculis averrunci. Quomodo igitur poſſim videri γόης, honorem & cultum ambiens, quum deo conſecrem, velut illius donum, quod feci? quomodo quærere admiratores artis, deo tribuens, opera admiranda efficere? Idem Hercules aliquando in Peloponneſo adſtitit mihi in certamine contra ſpectrum aliquod, ad ſalutem hominum.* Lib. 8. c. 7. Sect. 9. Forte autem plane reticuiſſet Philoſtratus exempla hæc artis teleſticæ, niſi accuſatum ideo apud Imperatorem noſſet Apollonium, nec poſſe adeo hic in ſerie annorum diſſimulari ab Hiſtorico, quæ infra defendenda eſſent, & quovis modo purganda. Sane non venit Philoſtrato in mentem, Apollonium artis hujus notitiam tantum habuiſſe, & calluiſſe, non autem ore & opere tradidiſſe aut exercuiſſe, vel publice docuiſſe. Plurimos enim diſcipulos & ſectatores totius ſuæ habuiſſe philoſophiæ, Dioſcoridas & Phædimos, (non Phædimum) omnemque illam *ὁμιλίαν* turmatim confluxiſſe ad eum, & apertas theſaurorum fuiſſe illius fores, atque copiam omnibus feciſſe, de quacunque re interrogandi, copioſe narrat *Lib.* 4. *c.* 11. & *Lib.* 8. *c.* 21. Nemo ergo teleſticam hic artem excludat. De loco Origenis nota, Celſum præſtigias ibi memoratas tribuere ſane Magis in genere, tum vero *καὶ ὅλως παντοδαπῶν χρημάτων παντοῖα ἀλεξιφάρμακα*. Reſpondet Origenes, de Chriſtianis hic ne levem quidem eſſe ſuſpicionem. Legas autem, pergit, ſcripta *Mœragenis* de rebus Apollonii Tyanei, magi & philoſophi; ubi ait, non ignobiles etiam philoſophos, cum ad illum, *ὡς πρὸς γόητα* acceſſiſſent, captos ab Apollonii magia, ipſumque Euphratam, *πάνυ*, & quendam Epicureum. Ergo non juvenes tantum, ſed & magnos philoſophos docuit omnia iſta, quæ recenſet Celſus. Mirum non eſt, Philoſtratum non eadem illa de Apollonio ſcripſiſſe, quæ ex Mœragene hic affert Origenes. Fatetur enim Lib. I. c. 3. ſe ad iſtum ſcriptorem animum non advertiſſe, qui libros quidem qua-

tuor

Act. Erud. An. 1723. M. Julii. Pag. 295. tuor de eo fecerit, multa tamen de eodem ignoraverit. Vera autem cauſa hæc fuerit, quod Mœragenes coævus Apollonio in ejus hiſtoria ſcapham ſcapham vocaverat. Nam ſi ignoraſſe eum quædam exiſtimes, debebat tamen Philoſtratus quatuor iſtius libros, in quibus multa poterant commemorari, non plane ſupprimere. Nunc quum tantum non omnia a Damide, diſcipulo Apollonii & comite itinerum, & ſcriptore extemporaneo, accepiſſe velit, & cultiori ſtylo elaboraſſe, factum eſt, ut quando nihil extat de reliquis, Mœragene inquam, & Maximo Ægienſi, voces illæ audiantur, *forte nullum unquam, aut ſi fuerit, Philoſtrato nihilo fide digniorem fuiſſe Damidem*, adeoque in figmenta & fabulas utrumque incubuiſſe. Servavit ergo nobis teſtimonium Mœragenis prorſus eximium Origenes, quod nulla delebit etiam ingratior ætas. Neque ſpernendum eſt alterum Hieroclis, philoſophi pagani equidem, ſed cujus veritatis ſtudio intererat, artes Apollonii pridem fuiſſe tenebris ſepultas. Is enim in fragmento apud Euſebium c. 2. publice ſub Diocletiano, diu poſt Philoſtratum, profitetur, (non Mœragenem tantum, de quo ſciebat Origenis jam extare ampliſſimum teſtimonium, ſed) Maximum etiam Ægienſem, & Damidem Philoſophum, diu ante Philoſtratum, res Apollonii literis conſignaſſe. Nec putemus fortuito omitti hic iterum Mœragenem, ſed quia non fecerat ex Apollonio virum divinum, aut diis amiciſſimum. Nemoque porro credat, ad laudem Apollonii pertinuiſſe hiſtoriam omnium machinarum illius teleſticarum, ſiquidem Philoſtratus iſtas reperiſſet apud Damidem, aut Maximum in Ægienſibus. In aula enim Septimii Severi, Imperatoris, artes iſtæ Apollonii & notiſſimæ, &, quia amplius diſſimulari non poterant, plurimum erant exoſæ. De Imperatore ipſo Dio: *πᾶσάν τι τὴν Αἴγυπτον εἶδε, καὶ πάντα τὰ βιβλία, τὰ ἀπόρρητόν τι ἔχοντα, καὶ τὰ πάνυ κεκρυμμένα, ἐκ πάντων τῶν ἀδύτων ἀνεῖλε*. *f.* 32. 8. Idem de Julia Auguſta, *καὶ ἡ μὲν αὐτὴ φιλοσοφεῖν ἤρξατο, καὶ σοφισταῖς συνημέρευσεν*. *fol.* 330. Syra erat illa, forte Syro-Chaldæa, *Aſſyriam Venerem* appellat Oppianus, initio operis. Philoſtratus de eadem, *ἡ φιλόσοφος*, *Philoſopha*, Vit. Sophiſt. *c.* 30. *fol.* 612. & in epiſtola ad eam *fol.* 920. nil niſi de Philoſophis veterum, & quid ipſa nuper Pag. 296. de Æſchine judicaverit, protulit, atque in fine expectat illius mentem de Plutarcho, *σὺ μὲν, οἵα που σοφία καὶ μῆτις, οἶσθα, τί χρὴ ὀνομασθῆναι τῷ τοιῷδε*. Legebantur præterea Origenis ætate contra Celſum ſcripti libri, quibus *τὰ τελέσματα, τὰ ξόανα, τὰ ἀγάλματα ἀνδρείκελα, τὰ περίαπτα, αἱ ἐπαοιδαί, καὶ ἄλλη γοητεία*, in opprobrium & compunctionem Gentilium, utramque faciebant paginam. Infamiam ergo illam ut

tem-

temperarent, ſi non eluerent plane, juſſus eſt Philoſtratus, eo tempore non Rhetor amplius, ſed in aula, & τοῦ περὶ τὴν αὐτὴν, Ἰουλίαν, κύκλου τῶν, φιλοσόφων, μεταγράψαι Damidis & Maximi libellos, & res Apollonii ornatius eloqui, hoc eſt, ſublimius elaborare, atque tum profundam illius ſapientiam, tum ipſum τὸ θεῖον, deterſa omni macula magica, repræſentare. Patet hoc circa ſtatuam Epheſinam factum ab eo eſſe omni ſtudio. Cum enim veniſſent ad Apollonium Smyrnam legati Epheſiorum, qui ipſum in auxilium adverſus peſtem accerſerent, non omiſit Philoſtratus, eum reſpondiſſe legatis, prompte, *eamus, & ſtatim Epheſi fuit.* Additque Hiſtoricus, ut rem inſolitam emolliret, imitatum in hoc fuiſſe Pythagoram, qui apud Thurios & Metapontinos ſimiliter duobus locis una præſens fuerit. Atqui factum eſt inde, ut, concurrentibus tot aliis ſpeciminibus, ſimia Pythagoræ vocaretur eruditis Chriſtianis Apollonius. Dicis: *atqui Damis, Maximus, Mœragenes, omnes, prodigioſa illa opera teleſtica penitus ignorarunt: quia Philoſtratus nihil horum præter ſtatuam Epheſinam tranſcripſit.* Iterum repeto: nihil ex operibus illorum cum extet hodie, neque judicari adeo poſſit, quid ex unoquoque retinuerit Philoſtratus, eadem facilitate poteras negare, (ſi omnem fidem hiſtoricam abjicere, ſola gratia novitatis, animus alicui ſit,) tres illos quicquam conſignaſſe, ſed omnia a Philoſtrato excogitata eſſe, & reliqua haberi pro non ſcriptis. Contra, ſi Origenis, ſi Hieroclis, & Euſebii verbis credimus ſerio, nunquam Philoſtrato omnem adimemus fidem. Frigidum illud argumentum nemini forte excidit: Maximus Ægienſis eſt ſcriptor fabuloſus, quia Philoſtratus eum de rebus tantum Ægienſibus Apollonii, ideoque pauca quædam ſcripſiſſe teſtatus fuit. Inverto: Philoſtrato etiam hic credendum, donec mendacii convincatur. Ubi meminiſſe ſimul juvabit, omnia prodigia quæ narrantur de Apollonio, & limites ac vires philoſophiæ excedunt atque humanam omnem ſapientiam tranſcendunt, utique in magiæ illicitæ ſupremum gradum incidere, & ex Apollonio, non philoſophum amplius, ſed aſinum, verbis Euſebii, *cap.* 5. *in Hierocl.* larva Pythagoræ tectum, procudere: fidei autem Hiſtorici, famæque, etiam iſta haud nocere, ſi in leges quoad cetera officii ſui non peccet, neque ex ſuo ingenio quicquam fingat, ſed ſcribat, quæ Apollonius feciſſe gloriabatur & ſcribi, fiſus arte ſua, vel nigra vel alba, voluit. Bene Voſſius de orig. idololatr. Lib. 1, c. 8. circa finem: *Non jam laboro, verene fiant, quæ fieri putentur, an ſenſui & phantaſiæ illudatur. Utrumque concurrere exiſtimo; ac, ſicut conſeam, perſuadent antiquorum temporum*

Act. Erud. An. 1723. M. Julii.

Pag. 297.

Act.Erud. An. 1723. M. Julii. *porum exempla, omnium gentium conſenſus ac noſtræ etiam ætatis experientia. Sufficit nunc nobis, quod, ut multa eorum (ſeu ea facta, ſeu ficta,) ſic videantur, non aliter fieri potuerint, quam ope dæmoniaca.*

2. Annum illum, quo capitis cauſam ſub Domitiano & coram eo dixit Romæ Apollonius, dubium dicebam reddi ex apologia ejusdem: *His triginta & octo annis non acceſſi Romam ad limina Imperatorum.* Lib. 8. cap. 7. ſect. XI. Neque ſuſpectus mihi eſt is locus. Exponit enim illum ſtatim Apollonius, *τοσοῦτον γὰρ το ἐς σὲ μῆκος, tantum ſcilicet a Nerone & patre ac fratre tuo, ad te usque eſt ſpatium temporis.* Ab anno igitur Neronis imperii primo XIII. Octobris LIV. usque ad annum Chriſti XCII. i. e. Domitiani XII. Domitiano & Voluſio Saturnino Coſſ. (quo cauſam Apollonius ad limina Domitiani dixiſſe perhibetur,) ſunt utique anni XXXIIX. Loquebatur autem Apollonius ambigue. Non negabat enim, imperante adhuc Nerone ſe fuiſſe Romæ, Teleſino & Paulino Coſſ. atque tunc Teleſino Conſuli innotuiſſe, narratque illorum colloquium Philoſtratus *Lib.* 4. *cap.* 40. Non negabat etiam, ſe in primis annis Domitiani ipſius Romæ fuiſſe, & ibi cum Nerva, ceu amico, verſatum; ſed moderatiſſimum illum nihil minus quam principatum affe-

Pag. 298. ctaſſe, neque de rebus arduis cum illo collocutum, multo minus ſuſpecta foviſſe conſilia: porro ſe tunc ad eum noctu non omnino egreſſum in agrum, neque puerum mactaſſe, ut Nervam hoc ſacrificii ritu ad ſpem imperii erigeret, & Domitiano exitium procuraret. *L.* 7. *c.* 20. & *L.* 8. *c.* 7. *Sect.* 10. Noverat etiam Apollonius, Orfitum & Rufum, ob ſuſpicionem harum inſidiarum poſt annos nonnullos increbreſcentem, in inſulas relegatos & Nervam ipſum juſsum habitare Tarentum. *L.* 7. *c.* 8. Dico ergo, converſationem illam cum Nerva non factam demum proximo anno ante ultimam coram Domitiano accuſationem. Quum enim Imperator ille lege publica prohiberet, ne eunuchi fierent amplius, neve vineæ plantarentur, *L.* 6. *c.* 42. (quod referunt Svetonius & Dio ad priores illius annos,) Apollonius pridem abierat iterum Roma, deinde ab Helleſponti civitatibus ad Jones, ſalſe ridebat iſtas leges abſens, & contra Imperatorem, quod ſuperbe regnaret, velut in aciem prodiit, *L.* 7. *c.* 3. Imo in provincias Romanas profectus, apud Præſides illarum dixit, immortalem non eſse potentiam tyrannorum, & hoc ipſo, quod metuantur, facilius everti. *cap.* 4. Sciens porro ex ſola arte ſua mantica, Nervam Domitiano ſuccesſurum, ea de re Smyrnæ locutus erat publice. *c.* 9. Et Domitianus Nervam ob id ipſum (indagans nimirum dies & horas, quibus nati eſsent candidati impe-

Digitized by Google

imperii ſui, & quam illi ſpem conciperent ex genituris ſuis, ) juſſiſſet occidi, niſi unus aſtrologorum dixiſſet, Nervam, ut poce ſenio proximum, poſt paucos dies moriturum. Dio *f.*238. In ultimis igitur annis Domitiani quiete quidem vixit Nerva Romæ. Apollonium autem, qui per Euphratam philoſophum ad Aulam, graviſſimorum criminum reus, poſtulabatur, in Aſia comprehendi & Romam duci Domitianus præcepit. Hic igitur, fretus iterum arte ſua evaneſcendi ſubito ex oculis, prompte ex Achaja Siciliam verſus, Italiamque cum Damide navigans, quinta die Puteolos venit. *c.* 10. Puteolis ubi ſolviſſent, tertia inde die oſtia Tyberina intrant. *c.* 16. Mox in cuſtodiam & carceres traditur Apollonius, *c.* 21, 22, & in palatium primum Imp. admiſſus eſt. *c.* 32. *Cauſſam age*, inquit Domitianus, *Nervæ, & complicum ejus: ipſe enim criminis* (ita ſimulabat, ) *jam convictus eſt. Tu vero ejusdem criminis reus, & omnium es conſcius.* Incipit hic Apollonius defenſionem Nervæ, & amicorum, Ruſi & Orſiti, ac ſui ipſius. *c.* 33. Tunc vero dicaſterium demum ingreſſus. *Lib. VIII. c.* 3. *&* 5. reſpondit ad ſingula capita. De Nerva quidem: domo pedem non extuli: probent iſtud viri fide digni. Domitianus: *abſolvo te ab imputatis, hic tamen manebis, quoad privatim tecum fuero collocutus.* Apollonius autem, parum fidens gratiæ iſti, e dicaſterio ſtatim diſparuit paulo ante meridiem, & circa ipſum meridiem Puteolis iterum fuit apud amicos, *c.* 10 *&* 12. atque mox in Græciam iterum navigavit. *c.* 14. Sequitur apud Philoſtratum elaboratior illa apologia, in qua palam ait, ſe eo die, quo patratum dicebatur ſacrificium, utique fuiſſe Romæ, ſed aſſediſſe lectulo ægrotantis Philiſci, *f.* 349. Ex quibus patet, annos uno plures interveniſſe ab eo die, quo is credebatur ſacrificaſſe, usque ad tempus ſparſæ de iſta re famæ, & ſecutæ Citationis ex Aſia, cauſæque examen. Et favet huic computationi Philoſtratus. Perperam vero Baronius, & Ant. Pagi ex Agricola Taciti *c.* 44. inferunt, Nervam ultimis demum temporibus Domitiani Tarentum juſſum ſecedere. Euſebius enim verba illa, *plurimos nobilium in exilium mittit*, ad tres diverſos annos repetit, 85, 89 & 95. Agricola etiam dicitur quidem poſtremam Domitiani ſævitiam morte evaſiſſe, qui obiit anno Chriſti XCIII. Sexto Pompejo & Corn. Priſco Coſſ. At illam ſævitiam Nerva etiam vivens non fuit expertus. Plinii epiſtola XXXIII. Lib. VII. non poteſt intelligi de illo anno, quo Tarenti habitabat Nerva, ſed quo Plinius accuſabat Bæbium Maſſam repetundarum, prima adhuc quaſi juventute ſua, dum Cauſas adhuc in foro ageret. Maſcula igitur vox illa Plinii cum ſtatim excepta eſſet, Nerva, tunc nondum regnans, ſed neque

Act. Erud. An. 1723. M. Juli.

Pag. 295.

Act.Erud. An. 1723. M. Julii. exul, & Plinio gratulabatur & ſeculo, quod ei exemplum ſimile antiquis contigiſſet. Præſens enim Nerva attendebat his, quæ recte iu publico fierent: quod Tarenti commode fieri non poterat. A Conſulatu autem Teleſini, & prima accuſatione Apollonii apud Tigillinum, Neronis præfectum prætorio, (qui eum ob verba quædam quaſi in Neronem prolata, in prætorium tractum, plane abſolverat: *abi, quocunque libet; major enim es, quam ut ego ſim judex tuus*. L.4. c.44.) usque ad initia Domitiani, quibus ſacrificaſſe credebatur, ſunt anni XIIX. Toto itaque
Pag. 300. iſto reliquo tempore XXIIX. annorum, a primo anno Neronis usque ad initia Domitiani, nunquam ſe opus habuiſſe, ut res novas & magnas moliretur, *μεγάλων δεόμενον*, apud eos, qui imperandi ſpem haberent, *ὐδ᾽ ἑμαυτῦ ἀπηνέχθην*, neque a ſe ipſo unquam degeneraſſe. *L. VIII. c.7, Sect. XI. f.* 344. Annum patrati ſacrificii ergo diſtingue ab anno criminis accuſati. Petavius *Tom. II. f.* 382. putabat, Nervam anno IX. Domitiani in exilium iviſſe, ſed eodem revocatum; quia in ſequentem annum Conſul eſſet deſignatus. Petavium videtur ſequi Thomas Lydiat *p.76*. Sed Conſulatus iſte nos non turbet: nam & ante illum Conſul fuit L. Minutius Rufus, quem quidam ſuſpicantur illum Rufum eſſe, qui exul cum Orfito. Nihil horum apud Dionem. Et Victor Schotti, qui metu tyranni ad Sequanos defeciſſe Nervam, ibique imperium arbitrio legionum cepiſſe ſcripſit, caſtigatur Scaligero, *ad Euſeb. Chron. f.* 206.

3. Hieroclem Philaletham, autorem nefandæ comparationis Apollonii cum *Chriſto*, ſuprema judicia per totam Bithyniæ provinciam adminiſtraſſe, & ſupremis in ea dicaſteriis præfectum, i.e. præſidem Bithyniæ fuiſſe, fide Euſebii conſtat. Ubi autem dicitur, eum fuiſſe *tantum* judicem Nicomedienſem? Nicomedia, mater urbium Bithyniæ, Ammiano Marcellino, ac ſedes Præſidum. Præſides autem hi paſſim etiam *judices* Provinciarum, *rectores*, & *judices, qui in Provinciis jus reddunt*. Iſte vero judex anonymus Lactantii *L.V. cap.2. divin. inſtit.* videbatur fuiſſe aliquando tantum non Chriſtianus, nunc quaſi apoſtata & perſecutionis autor, proditorque religionis ejus, cui ante fuerat aſſenſus, & fidei, cujus nomen induerat. *Niſi forte*, addit, *caſu in ejus manus divinæ literæ inciderunt*. Qui autem caſu in illas incidunt, non penetrant illico intima: ſicut qui ſunt ex eadem nobiſcum diſciplina. Tum vero evertuntur hæc omnia, ſi Hierocles reliqua capita libri ſui ex ſcriptis aliorum, non ſenſu modo, ſed verbis etiam iisdem ac ſyllabis impudenter deſcripſit. Hæc enim ignavum produnt ingenium & ineptum ad interiora Scripturæ. Atque hæc vera demum cauſa fuit, quare centonis

illius

Digitized by Google

illius aut plagii ne meminiſſe quidem uberius vellet Euſebius. Fuiſſe eo tempore inter Præſides Romanos plures, qui agitarent conſilia perſecutionis adverſus Chriſtianos, nemo ambigat. Duos autem Philoſophos duplicem talem comparationem intentaſſe, ſupra fidem. Officium vicariatus innuere Lactantium eodem loco, non liquet. Nam qui eſt e numero judicum, perinde eſt judex, ſicut ceteri, non vicarius alicujus ex ipſis. Romanum Imperium varias agnoſcebat diœceſes. Sub præfectis prætorio erant quidam Vicarii diœceſeon, ſub Vicariis præſides provinciarum ſingularum, nunc plures nunc pauciores. Apud Lactantium *de mortib. perſecut.* mentio ſane Hieroclis, qui ex vicario Præſes appellatur, *cap.* 16. Cave tamen, hunc vicarium eundem exiſtimes cum majoribus iſtis Vicariis præfectorum prætorio. Ædeſium in Alexandria a judice illius provinciæ paſſum, aſſerit Euſebius, *de martyribus Palæſt. c.* 5. ſed iterum is eſt anonymus: Epiphanius, *Hæreſ. LXIIX. c.* 1. *f.* 717. nominat Hieroclem alium ἔπαρχον, præſidem, ſed Alexandriæ, & κυλκιανὸν, Culejanum, Thebaidis: ſub iis martyrium ſuſtinuerunt Meletius & Petrus, Epiſcopi. Neque etiam de iisdem annis loquitur. Euſebio, *Hiſt. Eccleſ. L. IX. c.* 11. *f.* 366. alter ille eſt Κυλκιανὸς, Culcianus, ἔπαρχος Ægypti. Thebais autem ſimiliter pertinebat ad diœceſin Ægypti. Si igitur mortuo Flaccinio ſucceſſit Hierocles noſter, cur non mortuo Hierocli iterum Priſcillianus? In Palæſtinæ Provincia ſimiliter periit poſt Flavianum Urbanus, poſt Urbanum Firmillianus, cum aliis ſociis perſecutionum. Si integrum nobis eſſet, apud Lactantium & Euſebium ſupplere nomina, quæ vacant, nomina tu mihi etiam illum Præſidem Bithyniæ, de quo Lactantius *L. V. c.* 11. *vidi ego in Bithynia præſidem, gaudio mirabiliter elatum*. Cauſas autem reticendi indicat idem C. X. *Ac ne quem videar inclementer inceſſere, aliquam mihi perſonam poeticam ſumam*, id eſt, non exprimam genuinum illius nomen. Latet etiam tempus, quo comparationem iſtam nefandam ſcripſerit Hierocles. Non enim inferas: fuit primum vicarius, deinde præſes, ergo ſcripſit adhuc vicarius. Illud ſatis certum, Cognatum Lactantii ſexennio ſuo tres vidiſſe præſides ſibi ſuccedentes, de quibus paulo ante. Ex iſto ſexennio non fecerim novennium; ita ut ſingulis annis ſemel tantum tortores ſuos expertus ſit Cognatus. Non reperio etiam, hunc primis tribus annis liberum fuiſſe a carceribus, & quarto demum iis traditum. Verum eſt, alios præſides præcipites extitiſſe ad occidendum; alios exquiſitos corporibus dolores immiſiſſe, ut vincerent ad apoſtaſiam; & hoc unum evitaſſe, ne torti moriantur. Jubebant proinde curam a tortoribus diligenter adhiberi, ut repararetur per in-



Act. Erud. An. 1723. M. Julii. Pag. 301.

Pag. 302.

intervalla novus ſanguis ad pœnam. Lactant. *Lib.* 5. *c.* XI. Hi ſunt illi cruenti, & novies per ſexennium in carcerum vinculis repetiti cruciatus: novennium autem plane aliter fuiſſet a Lactantio deſcribendum. Et qui ex confeſſoribus in vinculis non erant, ad metalla damnabantur. Euſeb. *Lib.* 9. *c.* 1. Alius præterea Hierocles eſt in epiſtola Libanii ad Baſilium *f.* 3. *Edit. Cujac.* Ἀλύπιος Ἱεροκλῆυς, non Ἱεροκλῆς. Alius iterum in *L.* 7. *Cod. Theod. quor. appell.* & *L.* 6. *de jure Fiſci*. Utrobique enim reſcribunt Impp. Chriſtiani ad Hieroclem, Conſularem Syriæ Celes, diverſæ omnino diœceſeos, anno CCCXLIV. & CCCXLVI.

4. Ad Iſidorum, presbyterum monaſterii in monte Peluſio Ægypti inferioris, *epiſt.* 398. perlati rumores, Apollonium *tutioris habitationis cauſa*, i. e. ad averruncandum, multa & multis in locis teleſtica collocaſſe, non tamen ex univerſa Ægypto. Sic enim remiſiſſet eos ad Cyrillum, Archiepiſcopum Alexandrinum: ad quem ſcriptæ ſunt Iſidori epiſtolæ, 310, 323, 324, 370, *Lib. I.* graves omnes & de rebus magni momenti. Presbyter autem vel etiam Abbas Iſidorus, quum quæreretur de locis Peluſio valde viciois, volebat ante omnia oſtendi aliquid illarum machinarum; illis enim non viſis, non poſſe de iis cognoſci nec reſponderi. Si quid igitur a ſeculo primo Apollonii extitiſſet adhuc ſeculo quinto Iſidori, quod erat forte impoſſibile, reſponſurus erat, totam illam artem Græcorum in nugas pridem abiiſſe, & inanem jactationem. Idque a ſe jam dum peculiari adverſus Græcos libro demonſtratum. *Lib.* 2. *Epiſt.* 228. *fol.* 200. Sed & *epiſt.* 397. quæ ſcripta videtur poſt epiſtolam 398. repetit idem argumentum: jactari quædam θρυλλέμενα, ſed magicas illuſiones fuiſſe, φάσματα μαγγανίαις γινόμενα, neque adeo manſiſſe in hunc usque diem perpetuo. Omnia enim ἐξ ἀνθρωπίνων κατειργάσμενα, (inde κοινοὶ οἱ λόγοι) humana molimina, tum vero ab iſta arte præſtigiatoria profecta, reſoluta fuiſſe in vanum; quia divina gratia non conſervarentur. Addit Iſidorus *epiſt.* 398. mirum haud eſſe, ſi nihil eorum amplius oſtendi queat. Nam & Philoſtratum alioſque, qui totam Apollonii vitam accurate conſcripſerint, has πράξεις illius de locis Iſidoro vicinis non tradidiſſe. Videri igitur, ὡς εἰκὸς, hoſtes Apollonii calumniam hanc concinnaſſe. Hic non decernit Iſidorus de toto negotio ſimpliciter; ſed probabiliter calumniam hoſtium ait ſubeſſe: quia non defuerint Apollonio adverſarii. De Euphrata enim, philoſopho Tyrio, accuſatore illius, legerat apud Philoſtratum, eos fuiſſe διαφερομένυς πρὸς ἀλλήλυς, *diffidentes inter ſe. Lib.* 1. *Vit. Soph. c.* 7. *f.* 488. Summa ergo rei eo redit, an Iſidorus ex Philoſtrato ſcire potuerit.

Pag. 303.

rit, Apollonium fuiſſe *γόητα*, *μάγγανον*, præſtigiatorem, qui nominatim artem exercuerit teleſticam? Nobis vel ſolam ſtatuam Epheſinam cum ſuis circumſtantiis ſufficere diximus. Iſidorus ergo quamvis videretur favere Apollonio, nec temere de eo velle pronunciare, Philoſtratum tamen habuit pro Hiſtorico fide digno, & reliquos etiam, qui vitam ejusdem omnes cum cura commemoraverint, (quod nec Philoſtratus eos feciſſe dicit.) Ex illis igitur, qui tunc adhuc videntur extitiſſe, judicandum eſſe prudenti lectori de cauſa univerſa. Non autem dixit omnino, Philoſtratum fabularum monſtra tam anxie conquirere & comminiſci, ut mente captus hinc inde videri queat. Qui enim ita ſentiunt, omnem ei utique enarrationis ſuæ fidem adimunt & explodunt, propter hoc ut Apollonio ſervent famam viri boni. Quod fruſtra cogites de Iſidoro. Ac memini, in Differt. Bremenſi *p.* 25. me legere, *vagos tantum fuiſſe ſermones*; *non locum*, *non tempus*, *non occaſionem*: *ſed ne carbones quidem*, *non umbras*, *non veſtigia potuiſſe oſtendi Iſidoro*. Nunc autem frigide diſputaſſe dicitur idem, ſi locum ſibi voluiſſet demonſtrari. Act. Erud. An. 1723. M. Julii.

5. Uſque ad tertium ſeculum nihil extare apud Veteres contra figuras teleſticas Apollonii, non patitur locus Origenis, *contra Celſum Lib.* 4. ubi imagines magicas appellat *συμβολικὰς δαιμόνων μορφὰς*, citante Seldeno, *de Diis Syris p.* 116. Atqui ibi non nominat Apollonium. Nominat autem libro ſexto, *p.* 302. Origenem igitur omnes artes illius vel ex ſolo Celſo exacte compertas habuiſſe, ne dubites. Porro ex ſeculo tertio Porphyrius eundem diſerte nominat, *de abſtin. L.* 3. §. 3. *p.* 103: *καὶ οἱ τοιοῦτοι, οὐ πρὸ πολλοῦ δὲ Ἀπολλώνιος ὁ Τυανεύς*. Eadem Philoſtratus repetit *L.* 4. *c.* 3. Quum itaque Origenes *Libro* 4. *p.* 228. concludat, dæmonas *συμβολικῶς* indicaſſe hominibus, (ut eos deciperent, & a Deo alienarent,) quomodo aves, voce quantumvis inarticulata, ſignificent ſua inter ſe, recte infero, Originem ſtatuiſſe, dæmonas ſimiliter ac multo facilius Apollonium docuiſſe omnia illa facta magica, quæ Philoſtratus ceu divina enarravit de eo: a quibus perperam excluderemus figuras averruncantes. Si enim totam *γοητείαν* didicit a ſuo dæmone, teleſticam etiam didicit. Ut numerum autem accuratum ineamus, quoties eam exercuerit, neque ultra illum quidquam adjiciamus, non eſt in nobis. Paulo ante non ineptiorem, non ſuperſtitioſiorem virtutum ſuarum præconem, i. e. famæ viri boni defenſorem, Apollonius habuerat. Nunc opera magica, de quibus Philoſtratus, nec in fabulis, nec in hiſtoriis numerantur. Si illa dubites Apollonium, ſpurcum hominem, Pag. 304.

a dæ-

Act. Erud. a dæmonibus accepiſſe, a bonis geniis, quibus nihil cum ſpurco,
An. 1723. ſane non accepit. Si ſciebat Apollonius, quid ſe abſente agatur
M. Julii. alibi, (quod de violenta morte Domitiani paſſim occurrit, ) ſi vidit eam tanquam præſens, quæro, an non etiam hoc ex ſchola dæmonis? De lingua avium inter ſe loquimur populariter. Etiam Origenes, *ἵνα δὲ ϗ πιςεύσωμεν. -- ϗ τοῦτο ἐρῶμεν ἀπὸ τῶν δαιμόνων συμβολικῶς ἀνθρώποις δεδηλῶσθαι. Eſto, eſſe aliquos, qui hæc de ſe jactent*, &c. Si tamen dæmones intelligunt, quid aves inter ſe communicent, potuit ex illa ſchola etiam Apollonius ſcire, quæ apud Philoſtratum de iisdem avibus cum vehementi admiratione auditorum ipſe retulit. Atqui annales illius ſunt Voluſianis longe deteriores, de quibus Catullus, *annales Voluſi cacata charta*. Homo item, quo abſurdior vix cogitari poteſt, propter inſcitiam, ſtuporem ac inertiam: utpote impoſtor, & fallaciis coopertus ſcriptor. Et hæc ſunt forte certiora illa: quæ nollem proferri.

6. Euſebius contra Hieroclem *c.* 44. *f.* 464. non dixit, ſeculo illo quarto primum natos tenues de teleſticis Apollonii ſermones, quodque iſtas artes ſecula anteriora ignoraverint, quar-
Pag. 305. to autem demum machinæ illæ repertæ ſint & erutæ. Loquitur ille ſimpliciter ſeculo Apollonii ipſius, & ſeculo Euſebii, iſtum *μόνον γένηται πάλαι τε ϗ νῦν* fuiſſe habitum, *ſolum & olim & noſtra ætate*, & molitionibus ſuis proceſſiſſe ultra quam fas ſit, *πέρα τῶν προσηκόντων ἐγχειρῶν. Hoc manifeſtum* (non tenues rumores) *eſſe*, *φανερὸν τοῖς εὖ φρονοῦσι*, *iis quibus mens ſana ſit*. (Vides, Euſebium hic contradicere Philoſtrato, cujus verba ex L. 1. c. 2. affert, de Apollonio nondum ſatis hominibus innotuiſſe, *ὅτι δὴ ἀπὸ τῆς ἀληθινῆς σοφίας ὥρμᾶτο*, quod veræ ſapientiæ ope & auxilio ſua omnia effecerit). Sequitur teſtimonium Euſebii de ſeculo quarto *ἀντίκα τῷ νῦν εἰσιν, οἱ λέγουσι κατειληφέναι περιέργους μηχανὰς*, *hac noſtra etiam ætate in Bithynia in promptu ſunt, qui dicunt, ſeſe reperiſſe machinas magicas*, *τῇ τοῦ ἀνδρὸς ἀνακειμένας προσηγορίᾳ*, *Apollonii ſolenni dedicatione collocatas*. Pro fabula vulgi utique non habuit, nec dixit, eam non mereri, nec opus eſſe, cui diſcutiendæ temporis nonnihil impendatur. Non placebat, iſtis animum tunc advertere, omnesque excutere circumſtantias, ne interrumperet præſentem comparationem Hieroclis. Suſpendebatur ergo hactenus judicium. Promptitudo autem, ad exhibendum id, quod tunc erat erutum, ineſt *τῷ καταλαμβάνειν*: quod enim occupavimus, quum antea eſſet incognitum & nullius, id publice oſtendi poteſt ad fidem faciendam. Diverſa hic eſt ratio a rumore ſeculi quinti apud Iſidorum: ibi enim nihil poterat afferri ad

oſten-

oſtendendum. Certum eſt, Euſebium *L. 5. de præpar. Evang. c. 7.* itidem agere de his teleſticis, ſeu invento dæmonum; ſed & de modo componendi cum figuris & characteribus, ut detineantur Dii in hac conſecrata imagine. Diſputat ergo non contra Porphyrium tantum, ſed contra omnes Gentiles. Si contra omnes, etiam contra Apollonium, amicum Porphyrii, *δυνάμει* certe. Ita Origenem, cum contra Celſum ſcriberet, etiam Hieroclem noſtrum & multos alios uno actu confutaſſe, ait Euſebius, *contra Hierocl. c.* 1, etſi non omnino nominati ab eo eſſent. Euſebium etiam cenſorem fuiſſe peritum harum artium, ſi quid ſua ætate erueretur, monſtrant exempla recentiſſimorum magorum, qui non ſane erant ex plebe. Maxentius, *γοητείαν* coronidem ſceleribus ſuis imponens, dæmonas evocavit *εἰς ἀποτροπιασμὸν τοῦ πολέμου συνισαμένου*, ad bellum quod imminebat, avertendum aut victoriam accipiſcendam. Haud melior Maximinus, apud quem principes impoſtorum & magorum ſummos etiam honoris apices obtinebant. Hinc Theotecnus, quæſtor primum illius Antiochenus, deinde Præſes provinciæ, ſimulachrum Jovi Philio conſecratum, *ξόανον* erigit, *μαγγανείαις τισὶ καὶ γοητείαις ἱδρύει τελετάς τε ἀνάγνους αὐτῷ ἐπινοήσας*. Licinius autem victo Maximino ac miſerrime mortuo, totius myſterii ſcenam, & ipſam etiam artem conſtruendi has fraudes per tormenta impoſtorum edoctus, Theotecnum & conſcios, *τῆς γοητείας κοινωνοὺς* merito affecit ſupplicio. *Hiſt. Eccleſ. L. 8. c. 14. & L. 9. c. 2. 3. 11.* Autor jam porro *Quæſtionis XXIV. ad Orthodoxos* non ſane eſt nullius fidei, & aſcendit omnino ultra ſextum ſeculum. Nam & Jo. Clericus, *Hiſt. Eccleſ. Sec. II. p. 598.* ait, illum eſſe ſcriptorem quarti, ut creditur, ſeculi. Nic. le Nourry *Tom. 2. Diſſ. 2. p. 400.* ex eo, quod autor Quæſtionum affirmat, ſe eas poſt prohibitam & extinctam idololatriam Gentilium ſcripſiſſe, apertiſſime & invicte liquere ait, hunc librum non ante Conſtantini M. ultima tempora, i. e. circa medium ſeculi quarti, ſcriptum: imo poſt Synodum Nicænam, aut certe ante Neſtorii hæreſin. Judicio ejuſdem le Nourry tractantur ibi quæſtiones quædam, ſcitu haud indignæ. Et hæc ipſa quæſtio XXIV. meminit extincti Gentiliſmi, ex quo tamen rudera quædam adhuc ſuperſint: *ὁ Κύριος καθεῖλε τὴν δυναστείαν τοῦ δαίμονος, ἐν τῷ ἐκείνου ἀγάλματι ἱδρυμένου, καὶ τῶν λοιπῶν.* Statim, *καθὼς ὁρᾶται τὰ πράγματα, ſicut res ipſa loquitur.* Idem eſt argumentum quæſtionis 1. 2. 42. & 74. Antea dicebatur, Gentiles mentitos eſſe invidioſa iſta de ſtatuis Apollonii, ut miraculis CHRISTI quomammodo detraherent. Nunc Autor libri finxiſſe ſibi

hanc

Act. Erud. An. 1723. M. Julii.

Pag. 306.

Act.Erud. hanc quæſtionem totam perhibetur. Si ſcivit igitur, vel Chri-
An. 1723. ſtianos vel Gentiles ea omnia mentiri, jam erant confutati.
M. Julii. Neque Iſidorus Peluſiota reſpondit, *nuſquam terrarum* ejusmodi ſtatuas oſtendi, ſed ſibi tantum tunc non potuiſſe oſtendi. Diu autem ante Iſidorum ſcriptæ ſunt hæ noſtræ quæſtiones.
Pag. 307. Eadem verba Juſtino tribuit Salmaſius, citra omnem cenſuram, *de Ann. climact. p.* 578. deinde recitat verba Chronici Alexandrini de eodem Apollonio, *p.* 579. Si itaque Martyrem non licet, Juſtinum interim appellabimus. Concedit ille, Apollonii machinas quasdam adhuc forte extare, i.e. nondum plane a Deo in nihilum redactas: negat autem in iis adhuc habitare & operari dæmona. *Credebant*, inquit Guilielmus, Epiſcopus Pariſienſis, *Tom. I. Lib. de Legibus c.* 24. *f.* 67. *decepti homines, dæmones habere poteſtatem non ſolum in homines & res humanas, ſed etiam in elementa: quia videbantur ſedare morbos, ac tempeſtates marium & fluminum, non-irrogando & concitando. Interdum enim juſto & occulto Dei judicio mala illa irrogare & concitare permittuntur. Interdum autem & probibentur. Nihil poteſtatis habentes, niſi quantum DIVINÆ VOLUNTATIS BENEPLACITUM AUT DEDERIT AUT PERMISERIT*. Habes clavem prodigiorum. Athenagoras non dixit, Neryllinum aut Proteum Seculo ſecundo in Græcia ſibi ipſis conſecraſſe ſimiles ſtatuas. Imo vero ἄλλως μὲν εἶναι τοὺς ἐνεργοῦντας, ἐφ' ἑτέρων δὲ ἀνίστασθαι τὰς εἰκόνας. Neque etiam allegari ibi videmus τὸ θεῖον, ſicut ab Apollonio. Seculum denique illud ſecundum jam ſemina hujus artis a ſeculo exeunte primo acceperat. Laudandusque iterum hic eſt le Nourry Diſsert. 3. p. 434. ſequ.

7. Apud Lucianum, *Pſeudomant. p.* 529. mentio utique fit medici & præſtigiatoris alicujus, τῶν αὐτῷ πάνυ συγγενομένων, civis & diſcipuli Apollonii noſtri, qui totam ipſius tragœdiam pernoviſſet. Nomen autem iſtius quia non adjecit Lucianus, proximum Θῶνος nomen feſtinans calamus arripuit, & quum dubius adhuc de illo eſſet, *forte*, ſcripſit, *is inter diſcipulos Apollonii ibi refertur*. Nunc ſatis eſt Apollonium habuiſſe diſcipulos non paucos: de quo ſupra. Vocabant ſe illi Apollonios Apollonii. Ac pertinet forte huc inſcriptio Ancyræna, apud Montfaucon *Palæogr. Græc. Lib.* 2. *c.* 6, *f.* 163. poſita certe Seculo ſecundo eſt, Ἀπολλώνιος Ἀπολλωνίου. Si lis hæc omnis componi poteſt, ita ut ex mente tua ſententiæ conjungantur, bene ſperandum eſt de hominibus. Neque enim eſt meæ ætatis, perpetim rixari de his magicis. Henr. autem Corn. Agrippa,

quum

quum ederet libros de occulta philoſophia ante hæc duo ſecula, ad Lectorem ait, *ſi quid liberius dictum, ignoſcite adoleſcentiæ noſtræ*. Joannes Tritemius tamen reſcripſerat ei, *opus tuum, quod nobis examinandum obtuliſti, quanta cum voluptate ſuſceperimus, nec lingua mortalis unquam poteſt exprimere, nec ſcribentis calamus referare*. Sed & ante hoc Seculum Gabriel Naudæus, Medicus Pariſienſis, Apologiæ ſuæ *pour tous les grands perſonnages, qui ont eté fauſſement ſoupçonné de Magie*, inſcripſit: Act. Erud. An. 1723. M. Julii. Pag. 308.

*Intactæ virtutis opus, inveniſque laborem*
*Excipite illuſtres animæ, doctique parentes,*
*Nominis & genii: ne poſtera Secula credant,*
*Et vos in Magicis pariter peccaſſe ſuſurris.*

# EXCERPTA

M. Aug. Pag. 373.

## EX LITERIS ANDREÆ GABRIELIS DUHRII

### *Holmiæ die 17 April. Ann. 1723 ad Collectores Act. Erud. datis de inſigni invento mechanico.*

ANte plures annos inveni artificium aqua ſtagnante omnis generis machinas ſingulari cum lucro agitandi. Inter varios modos idem obtinendi applicatione æquilibrii, virium centrifugarum & gravitatis aquæ utor, ope duarum rotarum horizontaliter poſitarum, quarum una aquam ejicit, altera impellit tanta copia & eo impetu, ut convenienti excepta modo ad deſideratam altitudinem aſcendens in deſcenſu agitet multas rotas aquarias ac earum duas vehementiſſimo motui rotarum circa axes ſuos horizontaliter poſitarum conſervando deſtinatas. Si Deus vitam concefferit, plenam horum omnium & delineationem, & deſcriptionem demonſtrationibus firmatam transmittam, totius Europæ erudititiſſimis Societatibus ac omnibus Mathematicis illuſtribus inventum hoc dedicaturus. Eruditorum enim virorum gratia omni præmio major mihi eſt; & jam Holmiæ in patria mea omnem inventi rationem in publicum protuli, præmiis omni-

Act. Erud. An. 1723. M. Aug. bus poſtpoſitis, cum videam, quam e re humanæ Societatis ſit huic perficiendo ſtrenuam navare operam.

*Probamus Viri Clariſſimi publico inſerviendi ſtudium, a lucro alienum, eumque publico nomine hortamur, ut promiſſum quantocyus adimpleat.*

M. Sept. Pag. 412.

# JOSEPHI VERZALIÆ CÆSENATIS

## EPISTOLA ad Geometriæ ac Philoſophiæ Profeſſores atque Studioſos,

Data ex littore maris ſuperi prope Rubiconem XVIII. Kal. Junii MDCCXXIII.

*Cæſenæ, ex Typographia Joſephi Gherardi Impreſs. Epiſc. Plag. dimid. in fol.*

QUum non ita pridem cuidam problemati operam daret Cl. Autor, cui conficiendo aliquot legibus motus corporum ex ictu opus erat, reperiſſe ſibi viſus eſt Leges motus Walli-„ ſianas pro corporibus Elaſticis, ab Hugenio & aliis compro-
Pag. 413. „ batas, eſſe falſas & paralogiſticas. „ Ne vero ſibi nimium tribuere hac in re videatur, innuit paralogiſmum hunc inventu difficiliorem non eſſe illo, quo problemata de maximis & minimis hoc tempore a Viris doctis & indoctis agantur, quem tamen nemo hactenus detexerit; niſi forte nunc aliquis, in-„ quit, hoc nuncio, quem ego rei patefactioni æquiparo, il-„ lùm in adverſariis ſuis jam diu jacentem invenerit. Leges ipſas in locum Walliſianarum ſufficiendas ſic explicat; *Poſt ictum corporum in ſe incurrentium Validioris velocitas eſt*, 3. 3: 344, *Infirmioris* 360; *Poſt ictum Corporum ſeſe aſſequentium Velocioris velocitas eſt* 358. 7: 8 *Tardioris eſt* 38 + 0: 2. Quæ aliquando ſe explicaturum promittit, ſatis habens de iis in præſenti monuiſſe, ut alii ad inveſtigandum incitentur. Porro Problema ſibi oblatum ait, *cujus Coni vel Conoidis ſectio ſit Curva qualibet oblata*. Hujus ſolutionem ex æquationibus ad ſectiones Coni $y^2 = (2pqx \pm exx):e$, $y^2 = (pqx \pm pxx):q$, $y^2 =$

(*rdx*

Act. Erud. An. 1723. M. Sept.

$(cdx + exx + fxx) : g$ pendere. Invitat igitur alios ad tentandum, & pollicetur fore, ut nec opinata reperiant, & inter cætera nova atque elegantia hoc quoque inſigne paradoxum diſcant: *Quaſdam dari Curvas, quæ etſi ab alicujus ſolidi ſectione oriuntur, ſectiones tamen illius non ſunt.* Tertio loco mentionem facit Epiſtolæ, ad Actorum horum autores ſcriptæ, *de iis, quæ menſe Aprilis anni 1718. ad ipſum ſpectantia emiſerunt.* In ea Offenburgii ratiocinia diſcuſſa, & formulam potentiarum, funiculum habita ponderis ejus ratione ad pares angulos trahentium, qualem Autor ſuppeditaverat Act. Erud. 1717. Menſ. Jul. involucro liberatam haberi. Sed cum dicta epiſtola, manuſcripta tantum, pervagetur Gymnaſia, nec typis fortaſſe unquam ſubjicienda ſit, ſuperius memoratis formulam ex ipſa excerptam addere voluit, ut cognoſcere quivis poſſit, ipſum fidem liberaſſe. Formula eſt $p = (\underline{+}\, aady - qdxdx + ddy\sqrt{qdy}) : dsdx$, quam nunc etiam quoad funis craſſitudinem data lege variantem latius patere indicat. In ea $q$ ad ar-
„ bitrium aſſumenda, pondus funis in ſingulis ſuis punctis de-
„ ſignat. Hanc ſi quis æquaverit elemento Curvæ $ds$, & $p$ ni-
„ hilo æqualem poſuerit: vulgarium Catenariarum, ut quæ-
„ ſtionis natura poſtulat, æquationem facile adipiſcetur. Eam,
„ quæ ante annos plures vulgata eſt, eſſe fruſtum viginti no-
„ vem figurarum, quarum aliquæ poſitione, aliquæ forma,
„ aliquæ utraque inter ſe diſcrepent, ab earum æquatione
„ manantium.

Act. Erud. An. 1723. M. Octob. Pag. 446.

# EPITOME DISSERTATIONIS MEDICÆ,

De ſeminibus Loliaceis & Secalis nigris corruptis, cum farina commixtis, & alimenti loco aſſumptis, varios morbos epidemicos Anno 1722. autumnali & hyemali tempore producentibus.

*Conſcripta a* GOTTLOB SCHOBERO, *Med. Doct. Imper. Majeſt. Ruthen. Medico, & Acad. Natur. Curioſ. in Germania Socio, & Moſcua transmiſſa.*

VArii morbi epidemici in territorio Moſcoviæ & Niesnæ præterito anno 1722 circa initium autumni usque ad annum Pag. 447. 1723 in hyeme regnare inceperunt, qui vulgo utique pro contagioſis habebantur. Hinc ad eorum inquiſitionem a Senatu hujus Imperii Primario cum duobus Chirurgis illuc miſſus, obſervavi, pleroſque ægrotorum fuiſſe amentes, ſtupidos, alios ſomnolentia inſatiabili affectos, cum laſſitudine omnium membrorum, & dolore oſſium in manibus pedibusque; apud quosdam ſecuti ſunt motus convulſivi, nunc in ventriculo, unde nauſea & vomitus; nunc in inteſtinis, unde tormina ventris, diarrhœa aut obſtructio alvi: nunc in corde, unde ejus anxietas & cardialgia: nunc in univerſo nervorum ſyſtemate, unde epilepſia tertii gradus, quæ finito paroxyſmo, in manuum & pedum paralyſin & contracturam terminabatur. Hujus morbi recidivi paroxyſmi, quo plures, eo acerbiores exiſtebant, donec more miſeræ hujus Tragœdiæ tranquillum imponeret finem. In apertis cultro anatomico cadaveribus omnes partes ac organa tam externa quam interna emaciata, exſucca atque flaccida erant. Cor & vaſa ſanguifera parum cruoris retinebant: Ventriculus erat tenuis & contractus ad magnitudinem pugnæ minoris manus, aliquid lymphæ continens: Inteſtina flatibus reperiebantur turgida: Pulmonis & Omenti ſubſtantia putrida & fere conſumpta: Hepar maxima ex parte ſphacelatum. Hæc facies erat morborum epidemicorum apud adultos. Apud infantes vero cladem enormiorem excitabant Variolæ peſſimi moris, confluentes & nigræ cum febre maligna, ut plurimum mortem poſt ſe trahentes.

Cauſa horum epidemicorum morborum nulla fuit alia, quam ſemina loliacea & ſecalis nigra, quæ cum alio ſecali in fari-

nam

nam reducta, & aut in pulte, aut in pane comeſta, miſeras Act.Erud.
has excitabant paſſiones. Ineſt enim hiſce ſeminibus ſulphur nar- An. 1723.
coticum & ſtupefactivum, hinc ratio, quare hæc ſemina tam fa- M.Octob.
cile flammam concipiunt. Hoc principium ſulphureum valde generi nervoſo eſt inimicum, motorem microcoſmicum ligans, hinc ſomnolentia nimia, temulentia, amentia &c. aut ab iiſdem irregulariter nervi commoventur in partibus, adeoque convulſiones atque ſpaſmos excitant, modo particulares, modo univerſales, uti de epilepſia, cardialgia &c. ſuperius dictum eſt. A lenioribus vero motibus ſpasmodicis & convulſivis, ſi a cerebro Pag. 448.
tanquam a centro ad peripheriam, & ab hac iterum ad centrum tendant, deduco paroxyſmos febriles, modo frigidos, modo exæſtuantes, qui, quicquid in maſſa ſanguinea hoſtile eſt, feliciter expellunt, & foras ejiciunt. Atque adeo in infantibus, qui nondum naturæ tributum ſolverunt, variolæ emergunt, quæ cum a ſanguine, a ſulphure loliaceo impuro, & a motu cordis valido acriores, confluentes nigræque fiant, malignitatis æthiologiam deducere vix difficile erit. Non una autem eſt lolii ſpecies: Scilicet cum lolium ſit degeneratio plantæ a ſuo genere, & hæc anomalia conſiſtat 1. in incremento radicis, quo ſenſu uſus eſt Ovidius Eclog. V. v. *36*. & Lib. I. Georg. V, 151. &c. Hinc lolium vocari poteſt polypodium ſeu radicibus longis multisque. Aut 2. anomalia notatur in ſeminibus, quatenus hæc planta profert ſemina minora, cinerea, adeoque lolium deſcriptis ſeminibus inſtructis vocari poteſt. Aut 3. ſecale cum granis naturalibus gerit quædam nigra, duriora & nociva, hinc tertia conſtituitur lolii ſpecies. Aut denique 4. obſervatur lolium, ubi ſemina ſunt majora, nigra, incurvata, in meditullio quidem alba, ſed minus farinacea, germanice *Mutter-Korn*. Hæc doctrina de ſeminibus loliaceis, dictas paſſiones excitantibus, excepta epilepſia, paralyſi & contractura, quam nemo, quantum conſtat, obſervavit, non eſt nova, ſed dudum a veteribus Artis Medicæ Antiſtibus obſervata & annotata. Vid. Ariſtoteles L. V. de ſomno & vigil. c. 3. Theophraſt. Ereſ. Hiſt. Plant. l. 8. c. 5., Plin. Hiſt. Nat. L. 18 c. 17, Galen. L. 17 Simpl. & Lib. I de Aliment. Facult. Oculis caliginem inferre, jam ſcriptum legimus apud Plautum in Milite Act. 2 Sc. 3 & apud Ovidium Lib. I Faſt. v. *691*. Exinde etiam proverbium ortum eſt: Lolio victitare, quod de cœcutientibus & myopis dictum eſt. Inter Neotericos conſentientes habemus Wierum de Præſt. Dæmon. L. 3 c. 28, Schenck Obſ. Med. l. 7 de venenis ex plant. Obſ. 4 p. 880, Zacut. de P. P. Med. Hiſtor. L. V hiſt. 21 fol. 871, Valentini in Obſervat. de Novell. publ. uſu & abuſu in Reb. Phyſ. & Medic.
Gieſs.

Act.Erud. An 1723. M. Octob. Pag. 449. Gieſs. Haſſ. habit. 1707. Winckelmann deſcript. Haſſ. Plures morbos epidemicos, febres, variolas morbilloſque ab hoc degenerato ſecali annotavit Acad. Nat. Curioſ. in Germ. Dec. 2. Anno 8. Obſ. 173. & Anno 9. & 10. Obſ. 93. p. 171. & Append. anni 1712. p. 48. & ſeqq.

Notabile eſt, Veteres has lolii ſpecies medicamenti loco adhibuiſſe in doloribus capitis, iſchiaticis, podagricis &c. Item in inflammationibus, tumoribus, fracturis, ulceribus, fiſtulis &c. de quibus Dioſcorides & Plinius l. a. conſulendi. Interne quædam grana commendantur in paſſione hyſterica a C. Bauh. Theatr. Botan. Sect. IV. c. 17. p. 434. Præterea lolium ratione ſulphuris connati, ut ſulphur commune operatur in lepra & lichene tollenda. Interdum virtutes exſerit, ut ſulphur antimonii v.g. utero exceptus fumus in obructionibus menſium & lochiorum, hinc ad fœcundationem mulierum quoque confert; quam fœcundandi facultatem efficit ſub forma coronæ arboribus circumdatum lolium, ne fructus dejiciat arbor, ſed retineat; vid. Conſtant. Cæſar L.X. de Agricult. c. 87.

Quod attinet Prognoſin, veritati videtur conſonum, ſubjecta, quæ parum comederunt de hoc nocivo alimento, bene, ſive a natura, ſive arte reſtitui poſſe, haud vero ſperandum eſt id de iis, qui continuarunt hanc eſcam, aut ob pauperiem nullam aliam, quam illam aſſumpſerunt, unde fibræ nervoſæ pariter ac membranoſæ, tendinoſæ ac muſculoſæ jam extra tonum & conſtitutionem naturalem ſint redactæ, ut & inflammationes in gangrænam & ſphacelum tendentes in corpore exiſtant.

Ad quæſtionem ventilatam, annon aliquod corrigens aut deſtruens ſulphuris loliacii narcoſin medicamentum inveniri poſſit, quo loliorum farina in pane tuto & ſine noxa aſſumi queat? negando reſpondetur. Quia per illud additamentum ſeu ingrediens panis extra ſuam craſin naturalem conſtitueretur, quæ in debita conſiſtit farinæ fermentatione & coctione, quæ procul dubio læderentur, ſi aliquid alieni, ſive medicamentoſi, ſive heterogenei alimentarii accederet. Ut vero lolium tutum remedium præbeat atque exiſtat, quemadmodum cum opio fieri ſolet, ejuſdem correctio inſtitui atque concedi poteſt.

Progredior ad Therapiam harum paſſionum, quæ in duobus conſiſtit, nempe in cauſæ morbificæ evacuatione, & ejuſdem Pag. 450. correctione. E ventriculo evacuamus per tutiſſimam Ipecacuanæ radicem, aut tuta alia vomitoria, uti ſunt tart. emetic. merc. vitæ rite paratus &c. Si tormina ventris aut obſtructiones adſint, clyſteres ex temperantibus, carminativis, balſamicis & oleoſis cum Caſtoreo in lacte decocti commendantur. Si opus ſit laxan-

xantibus, mitiora præſcribi poſſunt ex manna calabrina, rhabarbaro, caſſia fiſtulari, oleo amygdalarum dulc. cum ſpermate ceti recenti &c. Act. Erud. An. 1713. M. Octob.

E maſſa ſanguinea ejicitur cauſa morbifica per ſudorifera: Lap. 69. Raſ. ebor. C. C. cranii humani, dent. hippopot. unicornu marini, ungul. alcis, cum Ant. diaph. bezoard. miner. Bezoar orient. & occident. Cinnab. nativ. & ant. &c. Quæ ſudorifera etiam optima ſunt in Variolis expellentia, & in febribus cum nitro aut arcano duplicato mixta, antifebrilia.

Salia fixa & narcoſin corrigunt, & ſimul cauſam morbificam evacuant per diaphoreſin & diureſin. Sic etiam ſalia volatilia egregia ſunt diaphoretica & ſpiritus torpidos excitantia, v. g. ſpiritus ſanguinis humani, eboris, C.C. &c. Et ex his compoſiti Liquor C.C. ſuccinatus, eſsent. Caſtorii cum ſpiritu ſalis ammoniaci parata. Eſsent. bezoardica volatilis, Camphora & Sal volatile oleoſ. Sylvii &c.

Corrigimus quoque materiam morbificam, & partes corroboramus per mitiora & gratiora acida v. g. ſuccum citri, acet. roſac. prophylact. Sylv. ſpir. ſal. nitr. & vitrioli cum ſpir. vin & 🜕 urinoſis volatil. dulcificatis. Julepi ex decocto hordei cum gelat. C. C. pedum vituli, eboris &c. parari poſſunt, additis Syrupis Ceraſor. nigr. berber. &c. Cum amygd. & ſeminibus dictis frigidis majoribus & gelatinoſis emulſiones parantur. Balſamica & ſuccinata laudatiſſima ſunt in fibris relaxatis nervina, ad quorum claſſem etiam Caſtorina & Ambrata ſpectant, quæ deſcribere, tempus non vacat. Saltem aliquid in manibus contractis & paralyticis commendandum reſtat, quod conſiſtit in Pingu. humana, caſtor. equin. cum oleo deſtillato therebinth. juniper. ſuccin. Lavendul. &c. cum ſpirituoſis, ſpir. roriſmar. Lavend. Spir. Vin. camph. ſpir. lumbric. terreſtr. ſale Alcali 🜔 oleoſo Sylv. Diæta inciditur a tenuioribus alimentis & ad eupepta usque continuatur. Animus ad ἀπαθίαν diſponendus eſt, quæ non ſolum in omnibus ægrotationibus, ſed etiam ipſius ſanitatis & vitæ maximum exiſtit præſidium. Pag. 451.

COM.

Act. Erud. An. 1723. M. Nov. Pag. 502.

# COM. JACOBI RICCATI APPENDIX

## Ad Animadverſiones in æquationes differentiales ſecundi gradus,

### *Editas in Actis Eruditorum, quæ Lipſiæ publicantur, Tomo VIII Supplementorum Sectione II.*

CUm ſuadente doctiſſimo & amiciſſimo Viro, Nicolao Bernoullio, tunc temporis apud noſtrates agente, qualescunque meditationes meas de æquationibus differentialibus ſecundi ordinis ad illuſtrem ejus Patrem Johannem Baſileam transmiſiſſem, ut nonniſi ipſo probante Actis Eruditorum Lipſienſium infererentur; hæ cum Annotationibus egregii Juvenis, Danielis Bernoullii, ejusdem Nicolai Fratris, in publicam lucem prodiere. Pag. 503. Quanquam autem me tanto ſcholiaſte dignum haud putarem; ſuſpicor tamen illum minus attentum ſe præbuiſſe & inſtituti mei rationem nullo modo fuiſſe aſſecutum.

Propoſitum mihi non fuit ex ſeparatione indeterminatarum laudem quærere; hæc enim inveſtigatio ab intentione mea longiſſime aberat, ut ſequentia verba ſatis ſuperque indicant, quæ nulla interpretatione in alium ſenſum detorqueri poſſunt. Obſervabam (infinitas dari formulas differentio-differentiales, ad quas pervenitur nulla adhibita conſtante: totidem quoque exhiberi poſſe, ad quas pervenire non conceditur, niſi conſtante in ſubſidium vocata: at quomodo ab invicem dignoſci queant & qua ratione tractandæ ſint, non ita compertum, neque obvium putabam). Exemplo deinde allato, quod mihi ſubminiſtrabat formula $x^m ddx = ddy$ ita pergebam. (Poſteriores haſce expreſſiones, quæ ſub falſa ſpecie nobis imponunt, a veris atque legitimis ſecernere, videtur eſſe profundioris indagationis: nihilominus certum, &, quantum ſubjecta materia patitur, generale criterium Mathematicis examinandum propono, quod ſaltem uſui erit in his omnibus caſibus, in quibus nos calculus integralis haud deſerit.)

Porro generale criterium in hoc conſiſtit, ut aſſumta ad libitum æquatione differentiali ſecundi ordinis, cujus integratio ſit in noſtra poteſtate, ſi, quacunque uſurpata conſtante, eadem ſemper ſummatoria nobis occurrat, aut ſaltem, deletis conſtantibus, quas integrando addidimus, occurrere queat; ſignum

eſt

eſt ad noſtram æquationem differentio-differentialem perveniri, abſque eo quod neceſſe fuerit conſtantem adhibuiſſe. Quod ſi oppoſitum contingat, concludere par eſt, ſine conſtantia beneficio, propoſitam formulam per ſecundas differentias expreſſam ab æquatione elementa tantum prima involvente deduci non potuiſſe. Canonis hujus utilitas manifeſte ſe prodit; cur enim infinita Problemata proponi non poſſunt, quæ ſecundas differentias neceſſario involvant? Quomodo autem ab hujusmodi quæſtionibus Analyſta ſe expediet, niſi noverit, quibus in caſibus æquationes conſtantis aſſumtionem ſupponant, aut gigni queant nulla uſurpata conſtante? Act. Erud. An. 1723. M. Octob.

Hinc ut methodo inſervirem, & Analyſtis minus peritis morem gererem, (non enim ſolis Bernoulliis canimus,) Synthetica via, &, ut ajunt, a poſteriori procedere conſtitui, ut deinde relectis veſtigiis, rem a priori perficerem. Eligendum itaque exemplum fuit, quod in quacumque conſtantis hypotheſi integrationem non reſpueret, & propoſito ex omni parte reſponderet. Hoc autem, ni fallor, obtinui rurſus differentiando formulam (A) $zdx = dy$, & poſt aliquas ſubſtitutiones in ſequentem transformando (D) $z^{m+1}dx^m ddx + dy^{m+1}dz : zzdy^m ddy$, quam inter ſimpliciorea numeravi, ejusque reductionem ope conſtantis $dx:q$ tali pacto ſum aſſequutus. (Pono $dx:q = dp$, eſt autem $q$ quomodocumque data per indeterminatas $x$ & $y$, vel earum functiones, & cum ſit $dx:q$ conſtans, erit pariter conſtans $dp$. Præterea ſtatuo $dy = udp$, &, ſumtis ſecundis differentiis, erit $ddx = dqdp$. $ddy = dudp$, ſurrogatis in expreſſione (D) valoribus ut ſupra determinatis, orietur æquatio $z^{m+1}q^m dqdp^{m+1} + u^{m+1}dzdp^{m+1} : z = u^m dudp^{m+1}$, & dividendo per $dp^{m+1}$, $z^{m+1}q^m dq + u^{m+1}dz : z = u^m du$, & ſummando, non omiſſa conſtantis $g$ additione, $g + q^{m+1} : \overline{m+1} = u^{m+1} : \overline{m+1} \times z^{m+1}$, quæ æquatio dat Pag. 503.

$u = z \times \overline{q^{m+1} + gm + g}^{\frac{1}{m-1}}$: & quia $dy = udp = udx:q$, opportuna adhibita ſubſtitutione, occurrit æquatio reducta (E) $dy =$

$zdx : q \times \overline{q^{m+1} + gmg}^{\frac{1}{m+1}}$ vel ſi fiat conſtans addita $g = o$, $dy = zdx$. Q.E.F.)

Cum igitur ſancitus canon, ad quem tanquam ad ſcopum collineant animadverſiones meæ, & de quo apud Eruditum Adoleſcentem (quod mirum profecto eſt) altum ubique ſilentium, in tuto ſit, & extra cenſuræ jactum poſitus, exemplumque canoni illuſtrando adhibitum optime procedat; neſcio quid ipſi in men-

Act. Erud. An. 1723. M. Octob. tem venerit, ut me dixiſſe putet. ( Recte quidem aſſerit Ill. Riccatus, methodo, quam vocat, a priori ſæpiſſime difficulter integrari, cujus integratio a poſteriori nullo negotio exhiberi poteſt. ) Id ſi dixiſſem, verum utique dixiſſem, ſed extra chorum ſaltando, & propoſitionem in medium afferendo ab inſtituto meo prorſus alienam. Pag. 505. Addit ( ſed exemplum, quo illud probare contendit, ſcopo, quem habet, non ſat bene reſpondere videtur, æquatio enim differentio-differentialis exempli loco allata hæc eſt (D) $z^{m+1}dx^m ddx + dy^{m+1} dz : z = dy^m ddy$, quam peractis nonnullis ſubſtitutionibus deduxit ex æquatione differentiali $zdx = dy$. ) Profecto, ut conſtat ex dictis, exemplum finem alium toto cœlo diverſum reſpicit: & ineptus equidem fuiſſem, ſi formulam inverſa methodo, & a priori a me jam integrata, pro deſperata vendidiſſem. Interim videamus, quomodo defectum meum ſupplere contendat Juvenis nimis fortaſſe ingenioſus.

( Hæc æquatio, inquit, (D) differentialis ſecundi gradus haud magno negotio a priori reducitur ad æquationem ſimpliciter differentialem, nimirum hoc modo: Æquatio (D) æquivalet huic $dx^m ddx = dy^m z^{-m-1} ddy - dy^{m+1} z^{-m-2}$) ( errorem impreſſionis corrigo, & in ſecundo termino pro $-m-2$ exponente magnitudinis $z$ ſubſtituo $-m-1$ ) ( quæ poſitis $dy = q$, & $ddy = dq$, ut integrabilitas terminorum eo melius pateſcat, degenerat in hanc $dx^m ddx = q^m z^{m-1} dq - q^{m+1} z^{m-2} dz$, quæ integrata dat $\frac{1}{m+1} dx^{m+1} = \frac{1}{m+1} q^{m+1} z^{-m-1} + \frac{1}{m+1} q dr^{m+1}$ ( per $\frac{1}{m+1} dr^{m+1}$ intelligo quantitatem conſtantem arbitrariam reliquis terminis homogeneam ) & tandem reſubſtituto pro $q$ valore $dy$ habebitur æquatio differentialis gradus primi $\frac{1}{m+1} dx^{m+1} = \frac{1}{m+1} dy^{m+1} z^{-m-1} + \frac{c}{m+1} dr^{m+1}$, ſeu $dx^{m+1} = dy^{m+1} z^{-m-1} + c dr^{m+1}$: poſito autem $c = 0$, poſteaque reducta æquatione habetur $zdx = dy$. Q.E.F.)

Pace acutiſſimi Scholiaſtis ſit dictum, hoc nihil aliud eſt, quam actum agere. In ejus integrali $dx^{m+1} = dy^{m+1} z^{-m-1} + c dr^{m+1}$, fiat $dr = dx : q$; id enim permittit indeterminata arbitraria $q$; erit igitur $dx^{m+1} - c dx^{m+1} \times q^{-m-1} = dy^{m+1} z^{-m-1}$, vel $\frac{\overline{q^{m+1} - c}}{q^{m+1}} \times dx^{m+1} = \frac{dy^{m+1}}{z^{m+1}}$ & extracta hinc inde radice $\overline{q^{m+1} - c}\,^{\frac{1}{m+1}} \times dx : q =$

$dy$:

$dy:z$. Conferatur modo hæc formula cum noſtra (E) ſcilicet $dy = \frac{z\,dx}{q} \times \overline{q^{m+1} + gm + g}^{\frac{1}{m+1}}$ & patebit nullum aliud intercedere diſcrimen, niſi quod magnitudo conſtans, quam vocat $-c$ Clariſs. Bernoullius, a me deſignatur per $gm+g$. Tota ergo differentia in hoc ſita eſt, quod iſte methodo particulari, ego vero generali, quæ ad caſus infinitos difficiliores extenditur, rem ſum proſequutus, ita inſtituti mei ratione poſtulante.

Act Erud. An. 1723. M. Nov. Pag. 506.

Quod ſi nonniſi de præmiſſa æquatione (D) ſermo fuiſſet, ita ſecundæ differentiæ ad primas nullo negotio redigi poterant. Formula tranſeat in ſequentem $\frac{z^{m+1}\,dx^m\,ddx}{dy^{m+1}} = \frac{ddy}{dy} - \frac{dz}{z} = \frac{dp}{p}$; igitur $dy = zp$, & ſubrogando in primo termino loco ipſius $dy^{m+1}$ ejus valorem $z^{m+1}p^{m+1}$, erit $dx^m\,ddx = p^m\,dp$, & integrando $\frac{dx^{m+1}}{m+1} + \frac{cdr^{m+1}}{m+1} = \frac{p^{m+1}}{m+1}$ vel $dx^{m+1} + cdr^{m+1} = p^{m+1} = dy^{m+1} : z^{m+1}$. Q. E. F.

Verum ut methodi generalis, quam nonnullis exemplis, pro re nata, aptandam cenſui, fœcunditatem demonſtrem, obſervo ad diſtinguendas æquationes differentio-differentiales, ad quas pervenitur nulla ex primis fluxionibus uſurpata tanquam conſtante, neceſſe non eſſe, eas integrare in quacumque conſtanti ſuppoſitione, ſed ſufficere, ut habeatur ſummatoria ſaltem in aliqua particulari hypotheſi, aſſumendo pro conſtante illam magnitudinem, cujus ope formula propoſita facilius ad prima elementa reduci queat: imo ſi nihil aliud inveſtigandum ſit quam utrum ad exhibitam expreſſionem pervenire poſſimus nullo elemento primi ordinis pro conſtante deſignato, id conſequi licet, etiamſi aſſumtæ æquationis integratio non ſit in noſtra poteſtate.

Ut dicto fidem faciam, ſit formula $z\,ddx = u\,ddy + w\,dy^2$. Quantitates $z$, $u$, $w$ uſurpantur pro arbitrariis functionibus coordinatarum $x$ & $y$. Inprimis ſtatuatur tamquam conſtans fluxio $dy$, & ob id cum ſit $ddy = o$ erit $z\,ddx = w\,dy^2$. Fiat $dx = p\,dy$ & $ddx = dp\,dy$; igitur $z\,dp\,dy = w\,dy^2$ vel $dp = \frac{w\,dy}{z}$ & integrando omiſſa conſtantis additione $p = \int \frac{w\,dy}{z}$; ſed $p = dx : dy$; ergo (A) $dx = dy$ Pag. 507.

Act. Erud. An. 1723. M. Nov. $\times \int \frac{wdy}{z}$. Iterum cum ſit $dp = \frac{wdy}{z}$ & $dy = dx : p$; ergo $pdp = wdx : z$ & ſummando $p^2 = 2 \int \frac{wdx}{z}$ vel $p = \sqrt{2 \int \frac{wdx}{z}}$, & collocando pro quantitate $p$ valorem $dx : dy$, habebimus (B) $dx = dy \times \sqrt{2 \int \frac{wdx}{z}}$.

Sumatur modo in formula principali conſtans $dx$ & ſit $ddx = 0$; igitur $-uddy = wdy^2$. Fiat de more $dy = qdx$ & $ddy = dqdx$. Hinc $-uddy = -udxdq = wdy^2$, ſed $dy^2 = q^2dx^2$; ergo facta ſubſtitutione $-dq : q^2 = wdx : u$, & ſummando neglecta ut ſupra conſtantis additione $\frac{1}{q} = \frac{dx}{dy} = \int \frac{wdx}{u}$, & tandem $dx = dy \int \frac{wdx}{u}$ (C).

Rurſus cum ſit $-udqdx = wdy^2$, & $dx = dy : q$; igitur $-dq : q = wdy : u$, & integrando Log. $1 : q = \int \frac{wdy}{u}$ ſcilicet $1 : q = dx : dy = c^{\int wdy : u}$ hoc eſt (D) $dx = c^{\int wdy : u} dy$.

Comparentur modo expreſſiones A, B, quæ pendent ab uſurpata conſtante $dy$ cum expreſſionibus C, D originem ducentibus ex alterius conſtantis $dx$ aſſumptione. Quoniam ex æquatione (A) habemus $dx = dy \int \frac{wdy}{z}$ & ex æquatione (C) $dx + dy \int \frac{wdx}{u}$, & utraque æquatio ex canone generali in eandem curvam deſinere debet, ſi ad noſtram æquationem ſecundi gradus nulla adhibita conſtante perventum ſit; ergo $dy \int wdy : z$
Pag. 308. $= dy \int wdx : u$, hoc eſt $dy : z = dx : u$. Hac æqualitate ſervata, quemcumque valorem obtineat altera quantitas $w$, ad æquationem $zddx = zdxddy : dy + wdy^2$, in qua loco ipſius $u$ facta eſt debita ſubrogatio, pervenire poſſumus absque conſtantis auxilio.

Iterum comparentur æquationes (B) & (C) hoc eſt $dx = dy \sqrt{2 \int wdx : z}$ & $dx = dy \int wdx : u$, eritque $\sqrt{2 \int wdx : z} = \int wdx : u$, & differentiando $wdx : z = \frac{wdx}{u} \int \frac{wdx}{u}$ vel $\frac{u}{z} = \int \frac{wdx}{u}$. In hoc quoque caſu facta opportuna ſubſtitutione haberi poteſt formula principalis per ſecundas differentias expreſſa, & ad quam pervenire licet nulla aſſumta conſtante. Aliæ operationes, & comparationes inſtitui poſſunt, ſed hæc ulterius proſequi non vacat, cum hucusque dicta ſatis ſuperque methodi uſum oſtendant.

Redeo ad doctiſſimum Danielem Bernoullium, qui ſecundo

loco

Digitized by Google

loco inadvertentiæ me accuſat, dum ab æquatione Log. $\frac{dx}{dy}=y$, Act. Erud. An 1723. M. Nov.
tranſeo ad ſequentem $\frac{dx}{dy}=sy$. Legendum porro erat $\frac{dx}{dy}=cy$, quem errorem in notis ſive ipſarum ſimilitudini, ſive meæ in ſcribendo, vel exſcribendo oſcitantiæ tribuam, neſcio. Hoc unum ſcio, conſequentiam eſſe legitimam, & cum defectus non in re, ſed in ſpeciebus conſiſtat, corrigendus potius erat, quam notandus; hanc enim veniam damus, & petimus viciſſim, ut lapſum in ſignis negligamus, niſi in paralogismum concluſionis deſinat. Vix hujusmodi errores vitari poſſunt, & data occaſione admoneo in mea Diſſertatione p. 69. n. 4. pro æquatione

$dx=dy:q\times\overline{mg+g}^{\frac{1}{m+1}}$ hanc aliam ſubſtituendam eſſe $dx=$

$dy:z-dy:q\times\overline{mg+g}^{\frac{1}{m+1}}$.

Similiter p. 70. §. Supereſt, poſt ea verba (aſſignatæ conditiones adimpleantur) legendum eſt, an ſcilicet inveniri poſſit æquatio differentialis, quæ non mutetur ad mutationem conſtantis, & quæ rurſus differentiata &c. Ita ſenſus, qui nullus erat, fit planus & apertus, atque humaniſſimo Scholiaſti gratias ago, quod correctioni locum dederit, & defectum ſive ſcripturæ, Pag. 509. ſive impreſſionis mihi non imputaverit.

Fateor interim, me conjicere non potuiſſe, quid ſibi velit laudatus Bernoullius his verbis. (Poſtea transformat æquationem $dx:dy=ny$ (loco $sy$ ſubſtituam ſemper $ny$) in hanc $dx=ny\,dy$, ex qua colligit $\frac{dx}{x}=dy$, id, quod verum eſt, ſed patet, Cl. Riccatum hanc conſequentiam formando, ſupponere $x=ny$, quæ eſt ipſiſſima æquatio pro logarithmica, uti dudum hoc oſtendit Pater meus. Vid. Acta 1697. p. 293; unde liquet, Riccatum delabi in petitionem principii, dum ſupponit, æquationem eſſe pro logarithmica, quod id ipſum eſt, quod demonſtrare ſibi propoſuit.)

Quod formula $dx=cy\,dy$ in alteram $dx:x=dy$ tranſire queat, non ut demonſtrandum aſſumſi, ſed ut notum ſuppoſui. Quid pluribus verbis opus erat in re tam facili? Mirari ſubit Clariſſimi Juvenis nimiam fortaſſe confidentiam; quomodo enim hariolari potuit, me ad deductionem proceſſiſſe nonniſi ſubrogando $x$ pro quantitate exponentiali $cy$ & ob id petitionem principii

 cipii admittendo? Cum de methodo reductionis verba non fecerim, Bernoulliana oppoſitio mera ſuſpicio eſt, quæ nulli conjecturæ innititur, & ſola negatione eliditur. Sed ipſi in re ſatis obvia morem geramus. Quoniam $dx = c^y dy$, fiat $c^y = z$; igitur $y = \log. z$, & differentiando $dy = \frac{dz}{z}$ ſcribo $z$ pro $c^y$, & $\frac{dz}{z}$ pro $dy$; ergo $dx = dz$, & integrando $z = x + a$ quo valore ſubſtituto in formula $dy = \frac{dz}{z}$ altera oritur $dy = \frac{dx}{x+a}$, vel $dy = \frac{dx}{x}$ poſita $a = o$. Æquatio itaque $dx = c^y dy$ tranſit in ſequentem $\frac{dx}{x} = dy$ Q. E. D.

Quod attinet ad Problema, nempe in formula $x^m dx = du + \frac{uudx}{x^n}$, dato exponente $m$, determinare valores alterius exponentis $n$, ut ſuccedat indeterminatarum ſeparatio, illud non ea mente propoſui, ut Mathematicis veteranis, & præcipue Geo- Pag. 510. metricæ, ut ita loquar, Bernoulliorum familiæ impervium putarem. Cum enim ejus ſolutionem invenerim, dum adhuc utrum ſolvi poſſet ambigerem, cur ab aliis, quos de ſucceſſu certiores feceram, enodationem non expectarem? Noveram inſuper, Cl. Virum Nicolaum Bernoullium, laudati Johannis Filium, huic quæſtioni, quam ipſi amice communicaveram, elegantiſſime ſatisfeciſſe. Problema igitur non e trivio petitum, & quod novam requirit induſtriam, cui bono in publicam lucem emiſerim, ex noſtra diſſertatione colligi poteſt. Non enim id factum, ut quenquam laceſſerem, quod profecto ab ingenio meo nimis alienum eſt; ſed ut comparando inter ſe varias methodos, quibus Viri doctiſſimi propoſitum aſſecuti fuiſſent, aliquid luminis indeterminatarum ſeparationi affunderetur. Vix fieri poteſt, ut ſinguli Analyſtæ eadem progreſſione utantur & ut methodus unico tantum Problemati inſerviat. Quod ſi Viri Clariſs. Bernoullii ſolutiones inventas Geometris non invidebunt, calculi integralis fines etiam in hac parte proferent, & mihi aliquid accedet laudis, quod occaſio ſaltem fuerim, ut talia ederentur.

EX-

Digitized by Google

# EXCERPTA
## EX ACTIS ERUDITORUM
## LIPSIENSIBUS
### ANNI 1724.

## Hiſtoire de l'Academie Royale des Sciences, Année MDCCXVIII. &c.

h. e.

## HISTORIA ACADEMIÆ REGIÆ SCIENTIARUM Anni 1718, cum Commentariis Mathematicis & Phyſicis ejusdem Anni.

*Amſtelodami, apud Petrum de Coup, 1723. 12. reg. Alph. 1. Tabb. æn. 14.*

IN *Phyſica generali* primo loco occurrit duplex obſervatio auroræ borealis, quarum altera facta eſt d. 4. Martii, altera d. 23. Novembris A. 1718. In priori nihil ſingulare occurrit, quod non jam notatum fuerit ab aliis hujus phænomeni obſervatoribus: at in poſteriori notatu admodum dignum, quod *Maraldus* lumen ſeptentrionale inter duo nubium ſtrata obſervaverit, quorum ſuperius ab illo illuſtrabatur, inferius vero quan-

Act. Erud. An. 1724. M. Jan. Pag. 12.

Act.Erud. An. 1724. M. Jan. quandam ipſius partem obtegebat. Magnam lapidis nigri ſciſſilis quantitatem in territorio *Lugdunenſi* collegit *de Juſſieu*. In ſingulis fere fruſtis fragmentum aliquod plantæ conſpiciebatur. Tanta exactitudine repræſentabantur folia, ac ſi manu diducta & lapidi agglutinata fuiſſent. Duo eumprimis notari merentur, Pag. 13. ſcilicet 1 quod plantæ ſint peregrinæ, quales fert India orientalis, ferunt calida Americæ climata, 2 quod laminæ ſejunctæ exhibeant imaginem ejusdem faciei foliorum, altera quidem in ſuperficie convexa, altera vero in concava. Quam *de Reaumur* animo conceperat ideam geneſeos minerarum ferri, quod ſcilicet particulæ ferri a materia quadam liquida advehantur & cum ea terræ poros ingrediantur, obſervatione ſingulari confirmavit. Reperit is portionem mineræ encauſto naturali obductam, quod duritie, politie & nigrore artificiale quodvis facile ſuperabat, certo indicio, materiam hujus fuiſſe fluidam. Docet idem, concretiones ſaxeas aliter formari in cavernarum fornice, aliter in fundo. Illæ pelliculo inſtruuntur, quo fornici adhærent & lachrymæ vitreæ figuram æmulantes per laminas ſucceſſive ſuperinductas concreſcunt; hæ autem guttis in planum decidentibus maſſam undatam efformant. *Saurinus* demonſtrat, ſi duo fuerint fluida in ſe homogenea & ejusdem denſitatis, niſi quod particulæ unius craſſiores, alterius vero ſubtiliores, & utrumque eadem celeritate moveatur, utrumque eadem vi in planum obvium incurrere, ut adeo ſubtilitas fluidi impetui non obſit. Per microſcopium exquiſitum in guttulis liquorum animalcula infinite exigua obſervavit *de Malezieu*. A nonnullis ovula excludi vidit, ab aliis fœtus vivos figura diſcernibili & motu ſenſibili præditos. Ex ovulis prodeuntia obſervavit animalcula, quæ, prout momento ſequenti magis evoluta conſpiciebantur quam præcedente, ad ſimilitudinem matris continuo magis magisque accedebant. *De la Hire* quantitatem aquæ pluvialis A. 1718 æſtimat 17 digitorum $8\frac{1}{2}$ linearum. Die 4 Julii grandinis cœlitus delapſæ diametrum dimenſus invenit eam 7 linearum. D. 29 Decembr. declinationem acus magneticæ obſervavit 12. grad. 40. min. in occidentem. Denique *de Reaumur* fluvios Galliæ auriferos deſcribit.

In *Anatomicis* defendit *Rouhault*, qui in ſtructuram placentæ uterinæ ſummo cum ſtudio inquiſivit, ſanguinem matris in fœtum ex placenta ipſo cordis & arteriarum fœtus impulſu propelli. Etſi *Malpighius* in anatomia pulmonum nihil poſteris, Pag. 14. quod detegant, reliquiſſe videatur; *Helvetius* tamen filius in ſtructuram hujus viſceris nova ſolertia inquirens, varia vidit hactenus non obſervata, quæ breviter commemorabimus. Membranas

Digitized by Google

nas pulmonum eſſe continuationem pleuræ, & externam quidem pulmonis ab interna pleuræ, internam pulmonis ab externa pleuræ ortum trahere, atque internam eſſe magis tenuem externa, quæ aeri tranſitum neget, quamdiu viſceri ſuo adhæret, ab eodem vero ſeparata eundem permittat. Fibras, quas vulgo carneas ſeu muſculoſas eſſe perhibent, ſecundum longitudinem arteriæ aſperæ ac omnium ejus ramificationum protenſas inſigni tenacitate ac elaſticitate gaudere, colorem vero rubrum trahere a vaſis ſanguiferis admodum ſubtilibus, quæ iisdem ſociata communi quadam membranula involvantur. Ab elaſticitate harum fibrarum, quæ etiam poſt mortem animalis conſervatur, pendere motum pulmonum. Membranam bronchiorum internam cum externa tandem coire, nequaquam vero in veſiculas abire. Subſtantiam pulmonis eſſe ſpongioſam, cellulis innumeris, ſed admodum irregularibus ac magnitudine differentibus per tenuiſſimas membranas formatis. In has cellulas deſinere ſubtiliſſimas arteriæ aſperæ ramificationes, quas ne per microſcopium quidem diſtinguere ſatis liceat. Lobulos eſſe portiones texturæ ſpongioſæ membrana involutas & interſtitia (qua in re cum *Malpighio* ſentit) repleri membranulis valde tenuibus. Singulas unius lobuli cellulas aere una repleri iterumque depleri. Aerem non tranſire ex lobulo uno in alterum; tranſire tamen in interſtitia, ex quibus nonniſi lentiſſime iterum egrediatur, ita ut in exſpiratione in nonnullis perſiſtat. Interſtitiis nullam eſſe in ſtatu naturali inter ſe communicationem, quæ locum non habeat, niſi ruptis vi flatus violenti membranis. Ramos arteriarum ex uno lobulo non progredi in alterum, ſed unumquemque per ſuum lobulum ramificari, donec tubuli capillares cum vaſculis capillaribus venarum congredientes forment reticulum illud admirandum a *Malpighio* detectum. Anatomia pulmonum eundem *Helvetium* ad difficultatem quandam circa circulationem ſanguinis enodandam adduxit. Ne ingurgitatio accidat in alterutro vaſorum ſyſtemate, tantundem ſanguinis eodem momento in arterias propelli debet, quantum a venis effunditur. Ventriculus cordis dexter cum annexo venarum per corpus diſperſarum ſyſtemate ſuperat capacitatem ventriculi ſiniſtri & annexi arteriarum ſyſtematis: contraria autem ratione, obſervante *Helvetio*, ſyſtema arterioſum in pulmonibus ſuperat ſyſtema venoſum. Ipſe igitur venas pulmonales cum ſiniſtro cordis ventriculo & annexo arteriarum ſyſtemate concipit inſtar vaſis unius anguſtioris, & arterias pulmonales cum dextro cordis ventriculo & annexo venarum ſyſtemate inſtar vaſis alterius capacioris. Ut autem appareat, utrumque vas, & anguſtius, & capacius, eandem quantitatem ſangui-

Act. Erud. An. 1724. M. Jan.

Pag. 15.

Act. Erud. An. 1724. M. Jan.

nis conſtanter continere, in anguſtiori ſanguinem eſſe denſiorem ſumit ob aerem in pulmonibus admixtum, in capaciori vero rariorem ob aerem ſucceſſive perditum. *De Reaumur* de cancrorum exuviis, quas quotannis deponunt, ſingularia annotat. *Marchant* ſiſtit lacertum duplici cauda inſtructum, qualem reperiri & olim *Plinius*, & recentius *Jonſthonus* obſervavit. *Morandus* ovum monſtroſum deſcribit, quod in gallina ægrotante, inciſione facta, reperit. Pondere ova maxima ſepties ſuperabat: albumen erat induratum & in eo 36 pulli ſatis diſtincte cernebantur. Idem caſum ſingularem hydropis commemorat, ubi, facta punctione, aquæ nihil egrediebatur, niſi extracto corpore oblongo longitudinis duarum ulnarum. *De Juſſieu* confirmat, quod *Lemery* obſervavit, ſperma ceti, quod vulgo dicitur, non eſſe niſi cerebrum ceti certo modo præparatum. *Wolhouſius* duo exempla cataractarum membranacearum producit. *Diſſez* caſum ſingularem recenſet fœminæ uno oculo objecta proprio in loco cernentis, ſed ambobus in peregrino verſus lævam remoto ad diſtantiam 8 aut 10 circiter paſſuum. Oculus ſiniſter caſu quodam debilitatus aliquantulum conſtanter rubet. *Deslandes* monſtrat pulmonem quinque lobis conſtantem juvenis 27 annos nati. *De Juſſieu* in ſcenam producit puellam, quæ a nativitate lingua deſtituta diſtincte locuta, ſapores diſtinxit, cibos maſticavit & deglutivit: quale exemplum ante complures annos in Agloſſoſtomographia dedit *Rolandus*, Chirurgus Salmurienſis. Linguæ locum exigua quædam eminentia carnoſa occupabat. *Petitus* hydrocephalen ſeu tumorem aquoſum capitis deſcribit & novum inſtrumentum
Pag. 16. chirurgicum ad ſuſpendendam circulationem ſanguinis in membro corporis, donec operatio fuerit peracta, ubi Mechanicæ in Chirurgia uſum commendat. Deſcribit etiam novum pyxidis genus in uſum crurum fractorum. *Rouhault* ad injectiones anatomicas præ ceteris commendat ichthyocollam in aqua ſolutam. *Littre* per rationes a ſtructura corporis petitas & experimenta inquirit, utrum in caſu neceſſitatis alimenta liquida per nares aſſumere liceat ægrotis, nec ne.

In *Chymicis* de examine ſpiritus vini & aquæ vitæ differit *Godofredus*. Reperit majorem phlegmatis quantitatem in ſpiritu vini rectificatiſſimo, quam facile quis ſuſpicatus fuerit, & quod duo ſpiritus vini, quæ per examina conſueta ejuſdem virtutis cenſentur, admodum differre poſſint. Novem unciis ineſſe deprehendit duas uncias cum 3 granis phlegmatis: immo examine delicatiori dimidiam quantitatem phlegma eſſe invenit. Notum eſt ex Chymicis, corpus unum alteri unitum, v. gr. metallum menſtruo, in quo diſſolvitur, ab ipſo rurſus deſtitui, ubi obvium

fue-

Digitized by Google

fuerit aliud, cum quo unitur. Quodſi ad experimenta chymica attendamus, per ea liquet, corpus unum idemque magis eſſe diſpoſitum ad unionem cum hoc, quam cum iſto corpore atque hujus diſpoſitionis diverſos dari gradus. Has diſpoſitiones ad examen revocavit *Godofredus*, & Tabulam condidit pro materiis, quæ Chymicorum experimentis ſubſunt, ut effectum ex mixtione reſultaturum prævidere quodammodo liceat. Tabula iſta ulteriorem perfectionem a perfectione Chymiæ expectat. Cum *Boulduc* perpenderet, *ſal* ſic dictum *Ebſomienſe*, quod ex Anglia affertur, nequaquam illud eſſe poſſe, quod *Grewius* in Tractatu An. 1697 edito ex aqua minerali Ebſomienſi extrahere docuit, cum nonniſi $\frac{1}{120}$ quantitatis aquæ, unde extrahitur, conſtituat; in ejus præparationem inquirens, tandem multiplici experimento facto didicit, ipſum ex alumine & ſale Tartari ſeu oleo Tartari per deliquium optime parari. Monet autem pro candore ſuo, ſe præparationem iſtam poſtea reperiſſe apud *Hartmannum*, cum ſe crederet eſſe inventorem. Deſcribit *Salis Ebſomienſis* in Anglia præparationem, quam ipſi communicavit *Mendez*, Medicus Regis M. Britanniæ. Act. Erud. An. 1724. M. Jan.

In *Botanicis* primo loco occurrit celebris illius plantæ Sinenſis, quæ in patria maximo in pretio habetur & *Gin-ſeng* appellatur, hiſtoria. *Bourdelin* An. 1697 de ea nonnulla communicavit cum Academia Regis Scientiarum, quæ aliorum fide retulerat, ſcilicet quod creſcat in locis umbroſis Provinciæ *Leautonenſis* in Tartaria orientali, quæ Sinenſi imperio ſubeſt, ſub arbore *Kiacha*, proxime ad ſycomorum accedente, & quod habeat virtutem purificandi ſanguinem, fortificandi ſtomachum, accelerandi pulſum debilem, renovandi calorem naturalem & una augendi humidum radicale. An. 1713 in litteris Miſſionariorum Jeſuitarum, quæ ſub titulo *Lettres edifiantes & curieuſes* prodierunt, lucem publicam adſpexit epiſtola R. P. *Jartoux* de hac herba, qui An. 1709 a Sinenſium Imperatore in Tartariam miſſus, ad mappam geographicam conficiendam, 10000 Tartarorum offendit, plantam iſtam conquirentium, cujus duas uncias capitationis loco accipit Imperator, pro eo, quod ſupereſt, æquale pondus argenti puri ſolvens. Suſpicatus fuerat ob affinitatem ſylvarum *Canadæ* & *Tartariæ*, ſub eodem pæne climate ſitarum, eandem quoque in *Canada* creſcere. Et R. P. *Joſephus Franciſcus Lafitau*, Jeſuita Miſſionarius, eam ſibi reperiſſe viſus, quam incolæ *Garent-gouen* vocant. A. 1712 dubia quædam contra plantam R. P. *Jartoux* ex *Kampferi* Germani libro moverunt nonnulli, quod ea non ſit vera planta *Gin ſeng*, & eadem urſere contra plantam R. P. *Lafitau*. Sed cum is A. 1718 Pariſios Pag. 17.

Act. Erud. An. 1724. M. Jan. ſios veniret, edito libro dubia omnia ſuſtulit. *Vaillant* plantam hanc ſub novo genere collocat, quod *Araliaſtrum* appellat. Eam in *Canada* inter plantas regionis ſingulares numeravit *Sarraſinus*, Conſiliarius & Medicus Regius, eamque ſub nomine *Araliæ humilis fructu majore* ad *Fagonium* A. 1704 in ornamentum horti regii miſit, antequam conſtaret eſſe plantam *Gin-ſeng*. Ejusdem meminit *Rajus* ſub nomine *plantulæ Marilandicæ foliis in ſummo cauliculo ternis, quorum unumquodque quinquefariam dividitur, circa margines ſerratis*. Planta quotannis ex radicum nodis recentibus progerminat, caulem fert annuum & per ſemina difficillime propagatur. *Reneaume* aſſeverat, *hepaticam nobilem Tragi*, plantam in Medicina uſualem, ſed parum æſtimatam, præcipuas plantæ *Gin-ſeng* virtutes habere. Idem nonnulla annotavit de perficiendo Syſtemate botanico *Tourneſortii*. Pag. 18. *Marchant* plantam deſcribit, quam vernacula lingua *l'indigolier* vocat. *Vaillant* nonnulla de novis characteribus plantarum annotat, & *Danty d'Iſnard* novum plantarum genus condit ſub *Cynogloſſoidis* nomine.

Quæ in *Geometricis* de iſoperimetris *Joannes Bernoulli* meditatur, ea pariter in Actis noſtris leguntur. Ibidem etiam leguntur, quæ de curvis iſochronis & de curva celerrimi deſcenſus invenit. *Saurinus* contemplatur quadrilatrrum parabolæ inſcriptum, & *Varignonius* ſectiones transverſales priſmatum deſcenſu parallelo curvarum genitorum.

In *Aſtronomicis* projectiones eclipſium Solarium vel generaliter eclipſium parallaxibus ſubjectarum expendit *Deliſle* junior, & novæ cujusdam projectionis ideam exhibet, quæ determinationem harum eclipſium geometricam ad ſimpliciorem expreſſionem reducit, quam quæ ex projectionibus ordinariis reſultat. An. 1718 ad finem perducta eſt magna illa linea meridiana obſervatorii Pariſini ab Oceano usque ad mare mediterraneum per omnem Galliam ducta, partem ſeptentrionalem, quæ a *Dominico Caſſino* intacta fuerat, complentibus *Caſſino* filio, *Maraldo* & *de la Hire* filio. Refert *Caſſinus*, quicquid circa determinationem magnitudinis Telluris ab *Eratoſthene*, *Cleomede*, *Poſſidonio*, *Almamonis* Caliphæ Mathematicis, *Fernelio*, *Snellio*, *Ricciolo*, *Picardo*, *Caſſino* & *Philippo de la Hire*, tum denique a ſe atque ſociis tentatum, atque figuram & magnitudinem Telluris inde determinat. Enimvero eum integer de hoc argumento Tractatus Commentariis hujus anni fuerit ſubjunctus; proximo menſe de eodem ſigillatim dicemus. *Maraldus* obſervavit tranſitum Jovis prope *Propum*, quæ eſt fixa præcedens pedem occidentalem geminorum longitudinis 27° 3′ ♊, latitudinis meridio-

Digitized by Google

ridionalis 11 minutorum. Intervallo octo menſium ter accidit. Act. Erud. An. 1724. M. Jan. Conjunctio prima facta eſt, cum Jupiter eſſet directus, in eodem gradu longitudinis *Propi* d. 27 Aug. A. 1716 h. 7. min. 40 mat. latitudine exiſtente meridionali 19′ 36″. Altera accidit, cum Jupiter eſſet retrogradus, d. 12 Dec. anni ejusdem hor. $12\frac{1}{2}$ veſp. in 27° 3′ 2″ ♊ cum latitudine meridionali 19′ 30″, conſpirantibus obſervationibus Romæ a *Blanchinio* & Genuæ a Marchione *Salvagine* factis. Pag. 19. Tertia contigit, cum Jupiter denuo factus eſſet poſt retrogradationem directus, d. 18 Apr. h. 8 veſp. A. 1717 in eodem gradu longitudinis cum *Propo*, cum latitudine meridionali 15″. Utitur his obſervationibus ad determinandum motum medium Jovis & comparatione cum recentioribus obſervationibus atque antiquis facta ſuſpicatur, motum Jovis medium in ſingulis revolutionibus accelerari: quam tamen conjecturam ſeris nepotum obſervationibus decidendam relinquit, annotans ſimul, in Saturno contraria ratione motum medium retardari videri, *de la Hire* uterque, *Caſſinus* & *de Louville* d. 9 Febr. A. 1718 obſervarunt *Aldebaram* a Luna occultatam. Facta eſt immerſio h. 6 16′ 52″ veſp. &, quod notatu dignum, idem momentum obſervatum tum oculo nudo, tum armato. Duratio fuit 1 h. 16′ 42″. Uterque *de la Hire*, *Caſſinus* & *Maraldus* obſervarunt d. 2 Martii eclipſin Solis horizontalem in ortu, tempeſtate non admodum favente, quæ tamen magis favebat Norimbergæ *Wurzelbauero*, cujus obſervationem *Delisle* junior deſcribit. Obſervavit is h. 6. 48′ Solis orientis defectum 1 digiti 35 min. h. 7 25′ & 30′ digitorum trium. Finem annotavit h. 8 8′ 48″. Vidit 4 in Sole maculas, ſed quas eclipſis minime attigit. *Caſſinus*, *Maraldus*, *de la Hire* & *Blanchinius* obſervarunt d. 9 Sept. eclipſin Lunæ. *Maraldus* circa medium eclipſeos vidit per teleſcopium duas exiguas fixas Lunæ admodum propinquas, quarum occidentalior tecta fuit a Luna h. 8 45′ 35″ &, quod ante nunquam ab ipſo obſervatum, intervallo aliquot ſecundorum limbo lunari adhæſit quaſi, antequam diſpareret. *Caſſinus* idem phænomenon annotavit, itemque *de la Hire*, niſi quod ille tempus adhæſionis ad integri minuti, hic ad duorum minutorum intervallum extendat. Cauſa conjicitur in vivacitatem luminis lunaris, vi cujus diſcus Lunæ major apparet quam revera eſt. Fuit autem eclipſis totalis & horizontalis. Viſa eſt Luna per integrum totalis obſcurationis momentum.

In *Geographicis* quædam de imperio Sinenſi antiquo & moderno annotat *Delisle*. Anſam dedit mappa Geographica ad Academiam Regiam Scientiarum miſſa, quæ a Mathematico Sinenſi facta admodum differt ab iis, quas noſtri Geographi dederunt.

runt.

Act. Erud. An. 1724. M. Jan. Pag. 20.

runt. Caret autem gradibus longitudinis & latitudinis, atque characteribus Sinicis expreſſa.

Obierunt hoc anno quatuor ſocii, *de la Hire*, *de la Faye*, *Fagon* & Abbas *de Louvois*. Primus illorum, nempe *Philippus de La Hire*, natus fuit Pariſiis d. 18 Martii A. 1640. Parens ejus erat pictor Regis ordinarius & Profeſſor in Academia pictorum & ſculptorum. Arti pictoriæ & ſculptoriæ deſtinatus filius, Perſpectivæ, Gnomonicæ & projectioni ſphæræ operam dabat, & anno ætatis decimo ſeptimo patre orbatus, & valetudinarius, A. 1660 in Italiam proficiſcebatur ad artem perficiendam. Venetiis magno ſervore animum ad Geometriam & ſectiones inprimis Conicas *Apollonii* appulit. Moribus Italorum, vitam ſolitariam adamantium, valde delectatus, ibi diutius ſubſiſtere decreverat, ſed a matre inſtanter revocatus, quadriennio elapſo in patriam redibat. Ibi ſtudia Geometrica continuabat, & *Deſargues* atque *Boſſius*, de artificiali lapidum ſectione meditantes, ejus luminibus geometricis juvabantur, atque ita A. 1672 Geometra primum publice innotuit. Mox ipſe A. 1673 & 1676 opuſcula quædam de Conicis & cycloide edebat, & A. 1678 in Academiam Scientiarum receptus, anno ſequente edidit vernacula *nova elementa ſectionum conicarum*, *loca geometrica* & *conſtructiones æquationum*, ubi myſteria Geometriæ *Carteſii*, a *Sluſio* detecta, explicabat. A. 1679. ipſi atque *Picardo* committebatur cura mappam Geographicam exactam Galliæ conficiendi. A. 1682 publicabat Tractatum de Gnomonica lingua vernacula, A. 1698 auctiorem multo recuſum. Meridianam lineam A. 1669 a *Picardo* inchoatam ipſe A. 1683 verſus ſeptentrionem continuabat, *Caſſino* auſtrum verſus eam producente. Sed interrupto labore ad libellandas aquas A. 1684 juſſu Regis ſtudium omne convertebat, ob aquæ ductus maximi momenti, quos Rex meditabatur. A. 1685 prodibat opus *Sectionum Conicarum in novem libros diſtributarum*, & biennio poſt Tabularum Aſtronomicarum partem primam de motibus luminarium eorumque eclipſium addebat, quæ correctiores & motu ceterorum planetarum auctæ ſub titulo *Tabulæ Aſtronomicæ Ludovici M. juſſu & munificentia exaratæ* A.

Pag. 21.

1702. recudebantur. A. 1689 *Scholam agrimenſorum* vernacula edebat, quæ A. 1692 auctior prodibat. A. 1694 quatuor publici juris faciebat Tractatus: de epicycloidibus, de præcipuis glaciei & frigoris effectibus, de differentiis ſonorum chordæ in inſtrumento muſico, quod Gallis *trompette marine* appellatur, & de diverſis viſus accidentibus. Sequebatur A. 1695 Tractatus de Mechanica. Præter ſchediaſmata, quæ in Commentariis Academiæ Regiæ Scientiarum leguntur, A. 1684 publicabat Tractatum

tum

tum de libellatione aquarum *Picardi* cum ſuis additionibus, & A.1686 Tractatum *Mariotti* de motu aquarum & aliorum corporum fluidorum. Per aliquot annos fungebatur munere Profeſſoris in Academia Architectorum, & in arte pictoria excellebat. Valetudine firma uſus in conclavi ſuo meditationibus indulgebat, nullo utebatur exercitio corporis, niſi quod obſervatorium, Academiam Scientiarum, Academiam Architectorum, Collegium Regium, cujus erat Profeſſor, frequentaret. Poſt infirmitatem unius menſis ſubito extinguebatur abſque agonia d. 21. Apr. A.1718 ætatis 78. Ex duplici matrimonio 8 liberos genuit. Politis præditus erat moribus, circumſpectus, timidus, a lucri cupidine alienus, æquus, religioſus, pius. Act. Erud. An. 1724 M. Aug.

*Joannes Elias Leriget de la Faye* natus eſt Viennæ Allobrogum A. 1671 d. 15 April. patre *Petro Leriget de la Faye*, Stabuli Magiſtro & Quæſtore generali per Delphinatum, qui, non obſtantibus occupationibus, litteris elegantioribus delectabatur. P. *Lupus*, Jeſuita, Mathematicus, docuit ipſum Geometriæ elementa, quæ, cum eſſet in militiam pronus, tanquam ſibi profutura avide hauriebat. Anno ætatis 19 militem agere cœpit, & ad varias dignitates militares aſcendit, non tamen neglectis ſtudiis mathematicis & praxi geometrica in campo data quavis occaſione exercita. Pace facta, ſtudiis Mathematicis, ac Mechanicæ inprimis & Philoſophiæ experimentali, ſerio incubuit. A. 1716 in Academiam Scientiarum receptus, & A. 1717 duo dedit ſchediaſmata, quæ in Commentariis illius anni leguntur. Cum multa hinc ſpes in futurum affulgeret, d. 20 April. A.1718 ætatis 47 vitam cum morte commutavit. Unicum reliquit filium hæredem.

*Guido Creſcentius Fagonius* natus eſt Pariſiis d. 11 Maji A. 1638, patre *Henrico Fagonio*, Commiſſario belli ordinario. Pag. 22. *Guido de la Broſſe*, Medicus ordinarius Regis *Ludovici XIII*, a Rege obtinuerat, ut hortus in uſum Botanicæ coleretur, quem cum plantis ultra bis mille inſtruxiſſet, & domicilium ſuum in ædificiis juxta eum excitatis fixiſſet, uxorem *Fagonii*, neptem ſuam, penes ſe habebat, cum filium ederet. Hic in horto regio natus plantarum ideas primas hauſit & lingua botanica facta eſt ipſi materna. Studio Medico addictus, cum non ſine audacia paradoxum tunc temporis theſin de circulatione ſanguinis publice diſputando defendiſſet, A. 1664 Medicinæ Doctor creatus fuit. Cum horto regio præfectus *la Broſſe*, primo inter Medicos Regios loco obtento, eundem neglexiſſet, ut omnibus fere plantis denudatus non amplius ſibi ſimilis eſſet; *Vallotus* ad dignitatem primi Medici evectus de eo reficiendo cogitare cœpit, uſus

Act. Erud. An. 1724. M. Jan. uſus conſiliis *Fagonii*, qui, etſi fortunæ eſſent mediocres, propriis tamen ſumtibus *Arverniam*, *Occitaniam*, *Provinciam*, *Alpes* ac montes *Pyrenæos* percurrens magnam plantarum copiam collegit, quibus hortus inſtrueretur. Plantas peregrinas redux in ordinem digeſſit, & Catalogus plantarum horti regii ultra 4000 qui A. 1665 ſub titulo *Horti Regii* prodiit, ipſius potiſſimum curæ debetur. Vix Doctor Medicinæ creatus fuerat, cum Profeſſio Botanicæ & Chymiæ in horto Regio ipſi demandaretur. Praxin quoque Medicam in urbe exercuit frequentem, & A. 1680 a Rege datus eſt primus Medicus Conjugi Delphini, paucos poſt menſes Reginæ & ea mortua familiæ Regiæ, donec tandem A. 1693 Rex primum ſibi Medicum nominaret. Ad eam dignitatem evectus *Tournefortio* horti curam commiſit & raro exemplo reditus primi Medici regii multis nominibus imminuit. Ipſe quoque Autor fuit Regi, ut *Tournefortium* in Græciam, Aſiam & Ægyptum ſtudii botanici ergo mitteret, & temporibus difficilibus ad plantas exoticas conſervandas ſumtus proprios ſuppeditavit. Facultatem Medicam Pariſienſem, cujus erat membrum, pro virili juvit cum in privilegiis conſervandis, tum in invidorum moliminibus dejiciendis. Deliciis aulicis cum minime caperetur, tempus omne a muneris ratione reſiduum in praxi medica & librorum lectione conſumſit. Valetudinem,
Pag. 23. quam non ſatis firmam expertus, diæta conſervavit. Rege mortuo, in hortum regium ſeceſſit, cujus ſibi inſpectionem ſervaverat, & d. 11 Martii A. 1718 octuagenario proximus animam exhalavit. Numero Academicorum honorariorum adſcriptus eſt A. 1699. Duos reliquit filios, quorum natu major Epiſcopus *Lombaſienſis*, natu minor Conſiliarius ſtatus.

*Camillus Tellerius* natus eſt d. 11. April. A. 1675, patre *Michaele Tellerio*, Marchione de *Louvois*, Miniſtro ſtatus, cumque eſſet quatuor filiorum natu minimus, Eccleſiæ a parentibus deſtinatus, anno ætatis nono rei librariæ Magiſtri munus obtinuit, cum quo parens in favorem filii inſpectionem Bibliothecæ Regiæ & nummophylacii conjunxit. Optimis magiſtris inſtitutus, cum unum in philoſophiæ curſu annum conſumſiſſet, A. 1692 patre orbatus, ſtudia continuavit, & a *Philippo de la Hire* Geometriam, ab Anatomico celebri *du Verney* Anatomiam didicit. Curſu Theologico abſoluto, Doctor Sorbonicus factus, ad negotia eccleſiaſtica ab avunculo Archiepiſcopo Rhemenſi in ea diœceſi perductus eſt, atque conventui Cleri, cui præſidebat Archiepiſcopus, A. 1700 interfuit. Circa finem ejusdem anni iter in Italiam fecit & per omnem regionem bonos conquiſivit libros, quas Bibliothecæ regiæ deeſſe noverat, ita ut 3000 circiter volumina

mina

Digitized by Google

mina ſecum in Galliam afferret. Ex Italia redux ſub Archiepiſcopo Rhemenſi diœceſin iſtam vicario nomine adminiſtravit, ſed eo mortuo omnem ſuam curam in Bibliothecam regiam contulit, quam non modo ultra 30000 voluminibus impreſſis, ſed & ingenti MSS. numero auxit. A. 1699 numero Academicorum honorariorum adſcriptus & A. 1706 locum in Academia Gallica, A. 1708 in Academia Inſcriptionum obtinuit. A. 1717 ad Epiſcopatum Claromontanum denominatus: ſed obſtitit valetudo minus firma, quo minus hanc dignitatem adiret, mox enim anno ſequenti d. 5 Nov. doloribus a ſectione calculi exortis vitam finiit. Act. Erud. An 1724. M. Jan.

## G. FR. RICHTERI

Pag. 27.

Defenſio Diſquiſitionis ſuæ contra JO. RIZZETUM:

*(Vid. Act. Supplem. Tom. VIII. Sect. III, V. & VII.)*

QUæ ad diſquiſitionem meam reſpondit vir clariſs. Rizzettus, quanquam ſunt animo æquo & veritatis ſtudioſiſſimo a me perlecta, ingenue tamen confiteri licet, nihil iis a priſtina ſententia me eſſe dimotum. Et tria quidem capita ſunt, quibus ut nuper potiſſimum inhæſi, ita iisdem etiamnum inhærendum arbitror. Principio enim illud probari mihi nullo modo poteſt, quod experimenta Newtoniana reprehendens nobiliſſimus Adverſarius, ipſum oculum ejusque lentem cryſtallinam in locum magnarum lentium e vitro confectarum ſubſtituere non veretur; deinde, quod radios luminis heterogenei ſcindi, diſpergi, & inæqualiter refringi, cum tranſeunt per priſmata, concedit, cum per lentes, non item; poſtremo, quod etiam illa Newtoni experimenta impugnat, quæ, quoniam ad ſola priſmata & radios per ea inæqualiter refractos pertinent, idcirco nulla prorſus cauſſa erat cur repudiarentur. Ingens, fateor, inter lentem vitream & eam, quam in oculo cryſtallinam vocamus, itemque inter ipſum oculum & obſcuratam cameram, convenientia eſt: ſed multo etiam majorem eſſe diſcrepantiam, propter infinitum oculi artificium, ne ipſo quidem Rizzetto repugnante, affero. Nunquam igitur, ſi quid in oculi admiranda machina fieri obſervatur, id continuo transferre ad lentes etiam vulgares opticas ſatis tuto licet; neque ſi radius heterogeneus per lentem cryſtallinam tranſiens, non manifeſte diſpergitur, ideo ſimiliter in aliis

Act.Erud. An. 1724. M. Jan. Pag. 28. lentibus rem ſe habere concludendum eſt. Exemplum habemus apprime huc conveniens. Focus radiorum a re quavis diſſita advenientium, minori ſpatio a vulgari lente abeſt, quam eorum, qui e propinquo oriuntur; & quo loco rei vel diſſitæ vel propinquæ imago luculenta exprimitur, ibi alterius obſcura vel potius nulla eſt: neque tamen eo ſecius pleraſque res, quantumvis inæqualiter diſtantes, uno oculorum actu videre ſatis claras & diſtinctas quotidie ſolemus. Rogante igitur Rizzetto, *num oculi humores facultatem habeant, ut queant radiis beterogeneis & diverſimode coloratis naturam ſuam auferre, atque aliam ſubſtituere, qua omnes æque refringantur?* Suppl. T.VIII. Sect.III. Pag. 132. conſimili prorſus exemplo rogare poſſumus, num oculi humores facultatem habeant, ut queant radios e diverſo intervallo, ob eamque cauſſam non æquali inclinatione advenientibus, naturam ſuam auferre, atque aliam ſubſtituere, quare & ii, qui magis, & qui minus ſint obliqui, ex æquo refringantur, ut colligi eodem foco poſſint? Reſpondet quidem Vir doctiſſimus, focos radiorum diverſimode coloratorum, juxta novas Newtoni leges, ſatis notabiliter in oculo diſcrepare, idque a ſe luculenter demonſtratum eſſe: focos autem radiorum, e diverſo neque tamen ita magno vibratorum intervallo, juxta veteres refractionis leges, non minus notabiliter in oculo differre, hoc vero nec demonſtratum a me eſſe, nec demonſtrari unquam poſſe. Atque ut etiam magis reſponſionem confirmet ſuam, hujusmodi experimento utitur. Flores campi a Sole probe illuminatos ex intervallo XX circiter paſſuum aſpiciens, inter illos & oculum interponit capillum, uno circiter pede ab oculo diſtantem: quo facto, cum aciem in flores intendit, hi ſatis inter ſe diſtincti, cum in capillum, hic diſtinctus & flores penitus confuſi apparent. Quæ non aliam ob cauſam ita evenire opinatur, quam quod, propter magnum illud XX paſſuum intervallum, non amplius in oculo focorum differentia latere queat. Sed fallitur profecto Vir egregius. Qui ſi pro magna illa florum congerie, rem quamque unam luculentam & multo etiam longius quam ſpatio XX paſſuum diſtantem, (velut ipſam Lunam) aſpexiſſet, interpoſita, capilli loco, re quavis paullo ampliori accuratiſque circumſcripta terminis, vidiſſet uno oculi obtutu rem utramque non confuſam: contra, ſi multarum recularum congeriem (velut litteras aperti libri, vel Pag. 29. punctorum variis coloribus denſe eſpreſſorum copiam,) e perexiguo unius duorumve pedum intervallo contemplatus, pilum ſimiliter interjeciſſet, tum quidem, converſa ad hunc ipſum acie, res illas parvas & copioſas, non magis quam camporum flores, ab obſcuritate & confuſione liberas ſenſiſſet. Ex quo ſane in-

intelligitur, id confuſionis non tam oriri a diſtantia, (quanquam & hanc ipſam & axium in oculis directiones non plane negligendas cenſeo, ) quam potius a multitudine ac varietate rerum, defixoque in punctum perexiguum obtutu; quippe cum & oculi noſtri & ſenſus omnino omnes ita conſtituti ſint, ut contracta eorum vi atque ad rem quamlibet attente applicata, multas alias ſimul percipere, & iſtuc quidem ſatis diſtincte, haud quaquam valeamus. Sed quoniam ad calculum vocamur a Rizzetto, gerendus ipſi mos, & juſta computatione docendum eſt, ſocorum differentiam $ce$, ſecundum veteres refractionis leges inquiſitam, etiam in mediocri punctorum A & $a$ ab oculo diſtantia, non minus eſſe notabilem, quam eam, quæ a colorum diverſitate, ſecundum nova dogmata Newtoni, efficitur. Demonſtravit in eleganti ſua Diſſertatione *de lente cryſtallina* Vir clariſſ. Waltherus, Anatomiæ nunc apud nos Profeſſor digniſſimus, poſito ſemidiametro ſegmenti anterioris B$b$, quo humor oculi cryſtallinus conſtat, $=r$, ſemidiametro ſegmenti poſterioris Ll $=\rho$, craſſitie M$m$ $=t$, diſtantia AM vel $a$M puncti radiantis A vel $a$, $=d$, ac proportione inter ſinum rectum anguli incidentiæ & ſinum rectum anguli refracti, ſub ingreſſum radii ex humore aqueo in cryſtallinum, $=m:n$, ſub egreſſum vero e cryſtallino in vitreum, $=a:e$; his igitur ita poſitis, ope fluxionum methodi Newtonianæ demonſtravit Vir laudatus, ( quanquam etiam vulgari analyſi res expediri non incommode poteſt, ) diſtantiam foci a lente $em$ vel $cm$, ſi unica duntaxat fieret radiorum in ſuperficie B$b$ refractio, eſſe $=\frac{mdr}{md-nd-nr}=f$; ſed propter duas refractiones in B$b$ & L$l$ eandem diſtantiam eſſe $=\frac{apf-apt}{ef-af+ep-et+at}$, hoc eſt ( poſitis $\rho$ & $a=1$) $=\frac{f-t}{(e-1)(f-t)+e}=\varphi$. Idem auctor diligenti experientia compertum ſibi aſſerit, eſſe $m:n=3:2$, & $a:e=3:4=1:\frac{4}{3}$, porroque inter $t$, $r$, & $\rho$, eandem proportionem intercedere, ut inter numeros 14, 12, 11, ita ut ( propter $\rho=1$, ) $r$ ſit $=\frac{12}{11}$, & $t=\frac{14}{11}$, & $f=\frac{mdr}{md-nd-nr}=\frac{36d}{11d-24}$, & $mc$ vel $me=\varphi=\frac{f-t}{(e-1)(f-t)+e}=\frac{121d+168}{121d-120}$, hoc eſt, (ſi diſtantia $d$ infinite major quam $\rho$, ) $=1=$ ipſi $\rho$. Aſſumamus iſtum calculum, in quo ſi quid mutandum, hoc ita potius mutandum ut creſcat noſtro commodo, quam ut decreſcat $\varphi$; atque nunc inſtitu-

Act. Erud. An 1724. M. Jan.

Tab. I. Fig. 1.

Pag. 30.

Act. Erud. An. 1724. M. Jan.

tum proſequemur. Sit $d = AM = 500\,\rho$, eritq; $me = p = \frac{121\,d + 168}{121\,d - 120} = \frac{60668}{60380}\rho$; ſit porro $d = aM = 50\,\rho$, erit $me = \varphi = \frac{121\,d + 168}{121\,d - 120} = \frac{6218}{5930}\rho$. Ergo $me - me = ce = \frac{6218}{5930} - \frac{60668}{60380} = \frac{156816}{3580534} = \frac{1}{22}\rho$. Sed $\rho = \frac{1}{24}$ digiti Rhinland. quam proxime: Igitur ſpatiolum in oculo $= \frac{1}{22}\rho$ ſatis quidem notabile eſt. Neque tamen eo ſecius poſitæ circa A & *a* duæ candelæ accenſæ, vel duæ extremitates virgæ nuper memoratæ, ab oculo in M videri una opera & diſcerni pulchre poſſunt. Quin & inverſo calculo, datis diſtantiis *me*, *me*, M*a*, reperire locum puncti *A*, & iſta ratione, ſi ex *a* mittantur radii partim rubri partim cœrulei, horumque focus (juxta computum Newtoni) ſit in *c*, illorum in *e*, definire licet intervallum *Aa*, cui eadem focorum differentia *ce*, ſecundum uſitatos opticorum canones reſpondeat. Sed revoco me ad experientiam, a qua ſola illius rei veritatem diſcere facillimo negotio Rizzettus potuiſſet, quam nulla ratione a me probatum iri cenſet. Poſitis circa A & *a*, ut antea, duabus candelis, atque in D lente vitrea tali, qualem uſurpavit ad experimenta ſua Newtonus, exceptaque in *e* imagine flammæ propinquioris, & in *c* remotioris, obſervetur differentia focorum *ce*; quam ita, ſine calculo, conſtabit æque eſſe notabilem, atque illam, quæ a

Pag. 31.

Newtono propter colorum diverſitatem definita eſt. Quandoquidem vero, quo minor & convexior lens adhibetur, hoc magis foci *c* & *e*, cum in noſtro tum in Newtoniano experimento, ad ſeſe invicem & ad lentem D accedunt; ideo fatendum profecto eſt, in utroque experimentorum genere, ad diſtantiam focorum *ce* luculenter demonſtrandam ac dimetiendam, majores quam minores lentes multo magis eſſe accommodatas, factumque a Rizzetto vel hoc nomine non ſatis recte, quod cum exiguo humore oculi cryſtallino ampliſſimam Newtoni lentem commutavit. De cetero non tantum lentis, ſed & rei per lentem radiantis incommodam eſſe imminutionem, præſertim nimiam, atque ea re etiam iſtud a me nuper non ſine cauſſa eſſe improbatum, quod pro charta juſtæ magnitudinis, exilia duo fila a Rizzetto ſunt inducta, id quanquam multis ſuaderi modis poteſt, nunc tamen unico experimento illuſtrare placet. Aſpice per priſma vitreum, ſubſtrato panno nigro, complura chartæ candidæ, cujusvis longitudinis, reſegmina; quorum unius tanta ſit ad minimum latitudo, ut latitudinem adæquet limborum coloratorum, qui per priſma illud, e juſto intervallo obſervari ſo-

lent;

Digitized by Google

lent; aliud tam tenue ſit, ut etiam exiliſſimi fili latitudinem vix ſuperet; reliqua medio ſe habeant loco; omniumque poſitiones poſitioni priſmatis, prout æquum eſt, reſpondeant. Videbis, ut latiora ſunt ſegmenta, ita eadem illuſtrioribus colorum limbis ſuperbire; ut vero ſunt exiliora, ita magis ac magis remitti, languere, atque evaneſcere illos colores, uſque adeo, ut tandem oculorum ſenſu vix percipi amplius ac diſcerni poſſint. Scilicet, ut multa paucis complectar, imminutionem nimiam ipſius rei, quæ per priſma vel lentem radiat, imaginis non modo imminutio ſed & debilitas conſequitur, ea potiſſimum de cauſa, quoniam, ob aberrantis luminis naturam, minori proportione decreſcit imago, quam res ipſa & radiorum, qui imaginem depingunt, numerus. Notare autem hic in univerſum lubet, complura contra Cl. Rizzetti experientias eſſe a me nuper admonita, non eo conſilio, quaſi omnia æqualis ponerem momenti, aut quaſi multum intereſſe arbitrarer, ſi unum alterumve quadantenus expediretur, ſed ut intelligi exinde poſſet, quantopere Rizzetti accuratio a Neutoniana diſcreparet. Quo illa etiam inprimis ſpectant, quæ hoc loco de filorum parvitate, de oculorum acie parum adjuta, itemque de radiis ſuperfluis ex oculo neutiquam excluſis, a me commemorata ſunt. Dixi, cur nudus oculus & lens cryſtallina, ad explorandam inæqualem refractionem luminis heterogenei, ſufficientes non ſint: nunc etiam videndum eſt, quid contra methodum Newtoni a Rizzetto afferatur. Hic, cum omnia ſe diligenter executum, quæ a Newtono ſunt præcepta, confirmaſſet, in priori quidem ſcripto negat, ſibi *unquam* contigiſſe, ut imaginem chartæ coloratæ in parte altera diſtinctam & ſimul in altera confuſam obſervaret, ſed in qualibet diſtantia a lente, utramque partem æque vel confuſam vel diſtinctam apparuiſſe *ſemper*. At in recentiori ſchediaſmate: *cum difficillimum ſit*, inquit, *utramque chartam, nempe eam, quæ loco objecti eſt, & illam, quæ imaginem excipit, lentemque intermediam ſic collocare, UT NE HILUM quidem a debito ſitu exorbitent, fateor FREQUENTISSIME accidere, ut pars imaginis confuſa cernatur, dum altera apparuit diſtincta*. Hæc quomodo vel inter ſeſe vel cum ſolertia & accuratione doctiſſimi Auctoris conciliari poſſint, non invenio. Quod autem ad poſteriorem locum attinet, non minus ſupervacuum quam factu difficillimum exiſtimo, ut lens & charta *ne hilum quidem* a juſto ſitu exorbitent; præſertim ubi nondum quæritur, quanta ſit focorum differentia? ſed, an omnino ulla ſit? Jam quod narrat Cl. Rizzettus, ita conſtitutis ac præparatis omnibus, ut pars cœrulea imaginis confuſa cerneretur, diſtincta rubra, mox nul-

Act. Erud. An. 1724. M. Jan.

Pag. 32.

Suppl. T. VIII. Sect. III. Pag. 131.

Digitized by Google

Act. Erud. An. 1724. M. Jan.

nulla alia re quam colorum loco permutato, ſimul confuſam & diſtinctam ſpeciem ad cœruleam imaginem ex rubra tranſiiſſe: aſſumo quidem hunc eventum, ejusque cauſam in detorta lentis & chartarum poſituram, non in colorum indole quærendam largior; ceterum ejusmodi diſtorſionem usque adeo exiguam eſſe, ut, non dicam acutiſſimum Newtonum, ſed homines vel mediocriter videntes præterire poſſit ac decipere, id certe nego & pernego. En qua via & ratione Newtonianum experimentum ipſe nuper renovavi, inſpectantibus amicis multis & veritatem agnoſcentibus. Tabellam coloratam, quam Newtonus bifa-

Pag. 33.

riam, ego quadriſariam diviſi, ita ut cœruleæ duæ partes & duæ eſſent rubræ alternatim poſitæ & nigris filis, Newtoniano more, circumvinctæ: erantque cum colores vividiſſimi, tum fila, quæ capillos craſſiores propemodum æquabant, ea ratione applicata, ut tabellam usquequaque perfectiſſime attingerent. In obſcurata camera, per tubum ſatis longum & unico inſtructum vitro, ſic admiſſi ſunt ſolares radii, ut præter pictam tabulam, caliginoſo aere & nigris rebus circumſeptam, nihil notabiliter illuſtraretur. Allata firmataque ſatis magna lente, ſi non ea accuratione, ut a juſto ſitu *ne hilum quidem*, at ut quam minime exorbitarer, in charta alba ſuper planam tabulam æquabiliſſime extenſa, imagines excepimus. Et primo quidem focum quærentes cœruleorum radiorum, ob eamque rem ad duas imagines cœruleas potiſſimum reſpicientes, cum, quod facile prævideramus, eveniret, ut focus ille per ſpatiolum extenderetur non ſane contemnendum, hoc eſt, ut, ſalva claritate utriusque imaginis cœruleæ filorumque illuc pertinentium, adduci ad lentem, itemque abduci tantillum charta alba poſſet; eam, quam maxime omnino licuit, adduximus. Quo facto veſtigia filorum ex utraque rubra imagine tantum non funditus deleta ſunt. Id quod quo minus imputari chartæ lentive poſſet, a juſto ſitu paullulum exorbitantibus, hoc maxime impedimento fuit, quod obſcuritas & claritas, per utrasque rubras & cœruleas imagines, alternatim poſitas, alternatim etiam diffundebatur. Contra ea, ubi de rubrorum radiorum foco fuimus ſolliciti, abducta a lente charta alba, quoad per neceſſariam imaginum rubrarum claritatem abduci potuit, veſtigia filorum ex imaginibus cœruleis evanuerunt. Denique cum loco fere medio hunc inter & priorem charta eſſet collocata, perinde ac Rizzettus, imagines coloris utrius-

Fig. 1.

que ſatis claras ac diſtinctas vidimus. Sit *ox* illud ſpatiolum, per quod cœruleorum, & *ee*, per quod rubrorum radiorum focus nobis obſervatus pertinebat, ſitque *ex* utriusque foci pars communis: erant prope *o* ſolæ imagines cœruleæ, prope *e* ſolæ ru-

bræ,

Digitized by Google

bræ, medioque loco inter *o* & *x* utræque claræ & cum nigellis ſuis lineis conſpicuæ. Cum vero tabula, coloribus quantumvis exquiſitis inſucata, haudquaquam tamen radios omnino homogeneos reflectat, idcirco aliud experimentum circumſpiciens perſpicaciſſimus Newtonus, pro tincturis uſitatis colores ſinceriſſimos per priſma comparatos, & pro filis litteras aperti libri iſto lumine perfuſas, ſurrogavit: quo pacto rem pulcherrime ſuccedere, ne ipſe quidem Rizzettus inficiari audet; qui, cum alio non poſſit, ad inæquales inclinationes, quibus lumen rubrum & cœruleum in librum incidat, nulla veritatis ſpecie, confugiendum arbitratur: nam a libro & quovis corpore opaco nec polito, radios reflecti quaquaverſum, nihilque intereſſe, qua illi inclinatione prius fuerint appulſi, inter omnes conſtat. Act. Erud. An. 1724. M. Jan. Pag. 34.

Sed miſſo uno capite, ad alterum, quod ab initio expoſui, progrediendum eſt. Demonſtravi in diſquiſitione mea, ſi diſpergatur luminis heterogenei radius per priſma tranſiens, idem ei per lentem tranſeunti neceſſario accidere debere: concedit hoc Rizzettus de ſingulari radio, ſed negat de univerſis, qui a radiante puncto per lentem quamque transmittuntur: obſtare enim *legem actionis & reactionis* docet, quod eo interpretatur, quaſi radii luminis, vel, ut ipſe ait, lumina radiorum, ſeſe invicem impedire ac reprimere, mutuasque cohibere diſtractiones ſoleant. *Radii puncti* A *incidentes in lentem* B b *juxta canonem vulgarem refringantur*, inquit, *ita ut omnes concurrant in punctum* e; *ipſorum lumina vim propriam ſingula exerceant, ut diſtrabantur juxta refractiones ſuas, & ſint intra angulos* CBe, Cbe, *comprebenſæ diſtractiones dependentes a radiis extremis* Be, be: *ſi diſtractiones illæ eſſent ad unam plagam conſpirantes, nulla contraria actione impediente, ſingulæ ſuum ſortirentur effectum; at in caſu lentis propoſitæ diſtractiones inter ſe contrariæ ad invicem congrediuntur: ideo debent ſe mutuo cohibere, donec in puncto* e *ad terminum perveniant*. Hæc ille; quæ apud ipſum legere copioſius deducta licet. Nunc mea paucis expromenda reſponſio eſt. Si radii luminis hetrogenei AB, A*b*, juxta canonem vulgarem ita refringuntur, ut in puncto *e* concurrant, erunt ipſi radii B*le*, *b*L*e*, ii quibus mediocris, non quibus minima competit refractio, propptereaque fieri nequit, ut anguli, quales ſunt *cle*, *c*L*e*, vel *c*B*e*, *cbe*, diſtractum radiorum AB, A*b*, lumen comprehendant. Mutemus igitur paullulum diagramma, & ponamus, focum radiorum mediocriter refractorum eſſe in *c*, ita ut ſubſtitutis in locum angulorum *cle*, *c*L*e*, ipſis angulis *b*L*i*, *bli*, radii L*i*, *lb*, ſint ii qui maximam, L*c*, *lc*, ii qui mediam, & denique L*b*, *li* ii qui maximam patiuntur refra- Pag. 35.

 fractionem, manifeſtum eſt, a radio $Ab$, circa focum $e$, non punctum ſed lineolam coloratam, $bi$, atque a radio AB, ſimilem lineolam, eodem loco, ſed inverſo colorum ordine, exhibitum iri: quarum lineolarum concurſu non illud ſane effici poteſt, ut ipſæ totæ deſtruantur, atque ad puncti magnitudinem redigantur, ſed ut colorum duntaxat mixtura & in albeſcentem fiat commutatio. Nam ſicut perinde eſt, reſpectu radii $Ab$, ſive is in lentem $Bb$ incidat, ſive in priſma $bKL$, ita etiam aſpectu radii AB perinde eſt, ſive is in lentem, ſive in priſma priori priſmati oppoſitum illabatur: illabentibus autem duobus radiis in ejusmodi duo priſmata oppoſita, duarum imaginum eodem loco concurrentium colores permiſceri, extenſione nihil immutata, conſtat. Cumque lentis $Bb$ ſuperficies in infinitos circulos, & quisque circulus in puncta diſpeſci poſſit infinita, de quibus ſingulis idem valeat, quod de punctis B & $b$ modo demonſtravimus; iterum profecto, ſicut nuper, concludendum eſt, innumerabiles ejusmodi figuras ſeu lineolas, $bi$, $kl$, $mn$, decuſſatim poſitas & integrum orbiculum implentes, eo autem minores, quo propius ad axem AM radii AB, $Ab$, appropinquant, circa focum $e$ a puncto radiante expreſſum depictumque iri. Atque hæc ratio dictat: nunc de experientia videamus. Omitto autem colorum per globoſiores lentes apparentiam, & cum Newtono iterum ad ſtellas teleſcopiis obſervatas provoco. Nihil ad propoſitum accommodatius: nam & propter ſummum ſtellarum fulgorem, & propter ſummas tenebras, noctu circumjectas, aberrans lumen multo fortius multoque diſtinctius, quam in rebus ceteris, videri par eſt. Nec ſolum videtur, ſed & tantum ſatis accurate videtur, quantum dogmata Newtoniana poſtulant. Rizzettus illud lumen pro reliquiis radioſi ac ſcintillantis capillitii habet, quod cum circa ſtellas tum circa flammas quasque remotiores nudis oculis conſpicitur. Sed diſcere profecto leges velim, juxta quas id capillitii, a diverſis tubis opticis, tam diverſe & appoſite contrahatur, ut nunquam calculo Newtoniano, quantumvis aliorſum pertinenti, ſe non accommodet. Tollunt hoc capillitium tubi recte conſtituti, non præcidunt: præciſum capillitium tamen capillitium eſt: nec quicquam minus quam naturam radiantis capillitii præ ſe fert lumen illud aberrans, quod circa ſtellas per tubos meliores obſervatur. Sed aliud experimentum in promtu habet Rizzettus, quod Newtoniano penitus contrarium exiſtimat. Pro ſtella enim chartam albam, pro circumjectis tenebris capillum ſuper chartam explicatum & ſimul cum illa pleno ſolis lumine perfuſum, denique pro teleſcopio vel nudum oculum vel aliquando lentem adhibet; eaque

[Margin: Suppl. T.VIII. Pag. 232. Fig. 3. — Pag. 36.]

Digitized by Google

que via multo certius multoque compendioſius ad veritatem perveniri poſſe ſerio perſuaſus eſt : quanquam iſtis omnibus ſic præparatis, non poſſum ſuſpicari, quid jure quidem aliud expectet, niſi ut capilli color, lumine, quod a vicinis chartæ partibus aberrat, quaſi tenui obducto velamento, aliquantum alteretur, & iſtuc quidem eo magis, quo lens globoſior ſit applicata, & quo obliquius per eam capilli quæque pars transparet. Tollendus, inquit, e conſpectu eſt capillus, vel certe vehementer perturbandus, ſi non minus lens diſpergit radios quam priſma. Quaſi vero lentem in omnibus ſuis punctis cum uno & eodem priſmate comparandam cenſeamus! In punctis *b* & L lens B*b*L cum priſmate adſcripto *b*KL, in aliis punctis cum aliis priſmatibus, in ipſo vero axe M*m* cum vitris parallelarum ſuperficierum convenit. Quapropter eam particulam capilli, quæ per puncta lentis *b* & L aſpicitur, perinde ut per priſma *b*KL, quæ per puncta M & *m*, non ſecus quam per vitra parallelarum ſuperficierum, quæ denique per puncta alia, etiam alio modo apparere fas eſt. Contendit quidem Cl. Rizzettus, capillum per quæcunque priſmata aſpectum aut penitus ex oculo amitti aut evidenter perturbatum exhiberi: ſed uti hoc non difficulter de priſmatibus concedo, quæ apud omnes ſine controverſia iſto nomine venduntur; ſic idem merito negare videor de iis vitris planis, quorum ſuperficies oppoſitæ non majori angulo quam unius aut paucorum graduum ad ſeſe invicem ſunt inclinatæ: quæ vitra, quamquam forte alias e claſſe priſmatum videntur excludenda, hoc certe loco neutiquam excludi poſſe conſtat. Ut autem facili experientia veritatem rei demonſtrarem, fragmento elegantioris ſpeculi ex margine deſumto uſus ſum: per quod tranſpiciens, quamvis ſuperficiem adverſam ita inclinari ad averſam, ſtanno denudatam, reperiſſem, ut angulus plus minus VIII graduum conficeretur, tamen non ſolum capillum ſuper charta candida extenſum, ſed & pleraque alia uſque adeo vidi clara & diſtincta, vix ut levia quædam veſtigia luminis errantis detegere valerem. Quæ omnia ſi necdum ſatisfaciunt Rizzetto, vereor ſane ne ſupervacua futura ſit omnis noſtra diſputatio.

Act. Erud. An. 1724. M. Jan.

Pag. 37.

Et de ſecundo capite hactenus: reſtat ut de tertio exponam; quod totum neque lentes neque harum cum priſmatibus convenientiam, ſed ſola priſmata reſpicere ſignificavi. Quæſtio eſt talis: an, quod rubros radios minus quam cœruleos refringat priſma, ob eam rem, converſo ſurſum refringente angulo, pars rubra chartæ bicoloris minus quam cœrulea extolli videatur? Rizzettus ita apparere ait, ſi pannum nigrum, negat, ſi te-

ſi telam candidam ſubſternas chartæ coloratæ; atque hinc concludit, utrum rubri radii minus refringantur quam cœrulei, an plane contra fiat, hujusmodi experimento non poſſe expediri. Ad quæ nuper in hanc fere ſententiam a me reſponſum eſt, intempeſtive telam candidam ſubſterni, propter peregrinos radios, ſtudioſe potius delendos quam conſulto affundendos. Nunc novæ ejus demonſtrationi demonſtrationem liceat opponere, ut cum pateſcat veritas, tum quid erraverit Vir præſtantiſſimus, intelligatur. Per priſma uſitatum, angulo refringente ſurſum converſo, chartulam aſpice oblongam, ex parte dimidia rubram, & ex dimidia cœruleam, quæ cum ſufficienter illuſtrata, tum undique ſit tenebris ac nigredine circumſepta. Ponamus ABCDEF eſſe locum, ubi apparere chartulam neceſſe foret, ſi

Fig. 2. utriusque partis radii æqualem & mediocrem paterentur refractionem; ceterum, propter refractionis diverſitatem, partem cœruleam elatam ex B$d$ in $bd$, & partem rubram ex AE depreſſam in $ae$ videri. Nunc ut intelligere poſſis, quæ fieri debeat mutatio, ubi utrinque ad AC & FD applicare chartam telamve candidam placuerit, aſpice per idem priſma, iisdemque ut antea le-

Pag. 38. gibus, albam chartulam KLMN, & videbis, circa extremitatem ſuperiorem KL, limbum cœruleum $kl\lambda\kappa$, itemque circa extremitatem inferiorem MN, limbum rubrum $m\mu\nu n$, ita ut ſit $Ll = Mm = Bb = Dd$, & $L\lambda = M\mu = Aa = Ee$. Nam ſi charta eſſet cœrulea, tota elata videretur ex KM in $km$, perinde ut prior ex BD in $bd$: & rurſus, ſi charta eſſet rubra, tota depreſſa videretur, ex KM in $\kappa\mu$, perinde ut prior ex AE in $ae$. Sed quoniam colorem album, hoc eſt, ex rubro, cœruleo, aliisque mediis permixtum habet, ideo ſimul & elata & depreſſa videtur. Ergo extremitatem ſuperiorem KL, radii cœrulei in $kl$, & rubri in $\kappa\lambda$, ſimiliterque extremitatem inferiorem MN, hi quidem radii in $\mu\nu$ & illi in $mn$ exhibent: ideoque inter $mn$ & $\mu\nu$, ſeparato ac penitus detracto colore cœruleo, rubrum duntaxat obſervari, inter $kl$ vero & $\kappa\lambda$, detracto colore rubro, cœruleum videri convenit. Exemplum ſatis ſimile proponam. Sit KLMN, vitrum quovis colore imbutum, cui aliud ejusdem magnitudinis, ſed coloris diverſi impoſitum concipiamus. Separentur aliquatenus a ſe invicem hæc duo vitra, oblique non directe, ut ſuperiori unius extremitate ad $kl$, & inferiori alterius usque ad $\mu\nu$ pertinente, inter $\kappa\lambda$ & $mn$ etiamnum ſe contingant: quo facto inter $\kappa\lambda$ & $mn$ colorem ex utroque mixtum, inter $\kappa\lambda$ vero & $kl$, itemque inter $mn$ & $\mu\nu$ colores ſinceros, ſed diverſos tamen, apparere neceſſe eſt. His ita intellectis, per idem priſma vi-

Digitized by Google

vitreum tam candidam quam coloratam chartam, e juſto intervallo, perpetuo aſpiciens, fac eas ſenſim ad ſe invicem appropinquare, & cum ſuperior limbus chartæ albæ $k\lambda$, inferiorem terminum rubræ chartæ *ae* attingere videtur, pone priſma, ut nudis oculis percipias, utramque chartam etiam tum diſtare intervallo $F\varphi + kK$. Deinde, aſſumto rurſus priſmate, chartam albam ad coloratam admovere perge: quod ita perficiens, jucundo ſatis ſpectaculo videbis, partem limbi cœrulei *ik* & portionem chartæ rubræ *fe* miſceri inter ſe, & tanquam velo albeſcente ſuperducto occultari, partem vero alteram ejusdem limbi cœrulei *il* in locum *de* ita ſuccedere, ut nec mutari manifeſte, nec perire, ſed velut novum aliquod augmentum ad chartam cœruleam *bd* applicari videatur. Similiter, ſi chartam albam ad ſuperiorem chartæ coloratæ extremitatem admoveris, a parte limbi rubri $o\mu$ portionem chartæ cœruleæ *bc* operiri, a parte autem *ov*, in locum *ab* ſurrogata, augeri chartam rubram obſervabis. Quæ omnia eodem pæne ordine evenient, ſi pro charta alba, ad FD quidem ſegmentum chartæ cœruleæ, quod limbum $k\lambda$ magnitudine adæquet, ad AC vero ſegmentum chartæ rubræ ejusdem magnitudinis admoveas. Ex quo efficitur, ut intuens per priſma chartam coloratam, candore pro nigredine circumcluſam, in *bf* quidem partem rubram, in *ce* vero cœruleam videre videaris, quamvis reapſe nec cœruleam nec rubram chartam integram, ſed colores duntaxat iſtius generis, qui partim a charta, partim a candore vicino oriantur, a te videri certum ſit. Poſſem plura addere, quæ cum ad illuſtrandum tum etiam ad vindicandum iſtum locum facerent; ſed me contineo: monendos enim lectores harum rerum intelligentes, atque ipſum ingenioſiſſimum Adverſarium, non inſtruendos arbitror.

Act. Erud. An. 1724. M. Jan.

Pag. 39.

Act. Erud.
An. 1724.
M. Febr.
Pag. 59.

# CONTINUATIO

Commentariorum Mathematicorum & Phyſicorum

*Academiæ Regiæ Scientiarum An.* 1718.

Amſtelodami, apud Petrum de Coup, 1723, 12. reg.
Plag. 17. Tabb. æn. 20.

Continetur in hac continuatione Tractatus de magnitudine & figura Telluris, qualis ex obſervationibus Mathematicorum Academiæ Regiæ Scientiarum juſſu Regis factis reſultat. Nuper nimirum, nempe Menſe Januario, narravimus, lineam Meridianam Obſervatorii regii Pariſienſis magno labore ac ſumtu continuatam eſſe cum verſus ſeptentrionem, tum verſus meridiem, per integram Galliam, atque iſtis obſervationibus, quibus meridiana determinata fuit, debetur & magnitudinis, & figuræ Telluris determinatio. Dividitur opus maximi momenti in duas partes, quarum prior Obſervationes exhibet ab Obſervatorio regio usque ad montes *Pyrenæos* factas, poſterior vero eas recenſet, quæ ab eodem obſervatorio usque ad extremitatem regni ſeptentrionalem peractæ. Autor hujus Tractatus eſt *Caſſinus*, celeberrimi Aſtronomi *Dominici Caſſini* filius, virtutum pa-
Part. I. ternarum hæres. Præmittit diſcurſum præliminarem præfatio-
C. 1. nis loco, in quo breviter recenſet, quid in Herculeo hoc opere præſtitum ſit a Mathematicis Academiæ Scientiarum. Tractationem ipſam aggreſſus veterum pariter ac recentiorum in determinanda magnitudine Telluris molimina expendit: quæ eum nondum ſufficere oſtendat, neceſſarium fuiſſe tandem concludit, ut illa methodo exacta definiretur. Uſi autem ſunt Galli methodo *Eratoſthenis* a *Snellio* recentius exculta in *Eratoſthene Batavo*, qua arcus meridiani quantitas per operationes gæodeti-
2. cas ope triangulorum ſolutorum determinatur. Atque ideo *Caſ-*
3. *ſinus* de linea meridiana agit. Docet autem, quænam prima fuerit hujus lineæ cognitio, & quomodo ea per obſervationes Solis, per umbram Solis, per radios Solis, & per fixas determinetur: ubi etiam indicat, qua methodo linea meridiana tranſiens per medium Obſervatorium fuerit deſcripta. Obſervatum eſt azimuthum ante & poſt meridiem ope tubi in Solem orientem & occaſui pro-

proximum converſi & horologii oſcillatorii, quo tempus tranſitus centri Solis per fixam verticale tubi determinatum. Quoniam vero linea meridiana eſt veluti baſis plerarumque obſervationum aſtronomicarum, diverſis methodis comprobata fuit. Ut linea meridiana Obſervatorii per integram Galliam verſus meridiem ac ſeptentrionem continuaretur, Geographia ſuadebat, immo efflagitabat. Mappæ enim, quæ præſtantiſſimæ habebantur, enormi lapſu meridianum Obſervatorii & locorum reſpectu ejus ſitum exhibebant & maximus in his erat Geographorum diſſenſus. Illius igitur directionem determinarunt Galli per Solis atque fixarum obſervationes & ſitum reſpectu urbium aliorumque locorum notabilium ipſi vicinorum per operationes gæodeticas, quo ipſo hoc in uſum Aſtronomiæ & Geographiæ enatum eſt commodum, ut obſervationes in iſtis locis celebratæ facillime reducantur ad Meridianum Pariſienſem, cum obſervationibus reſpondentibus alibi locorum comparandæ. Opus igitur ipſum felici Minerva aggreſſuri primo omnium loco per obſervationes aſtronomicas exactiſſime determinarant horizontis puncta, in quibus meridiana Obſervatorii eundem ſecat. Loquimur autem de horizonte ſenſibili, in quo exhibentur loca terreſtria in interſectione ſita. Notatum vero eſt jam a *Picardo* & novis obſervationibus confirmatum, quod verſus meridiem meridiana Obſervatorii tranſeat per pagum *de l' Hay* & verſus ſeptentrionem per oppidum *Montmartre*, ubi *Picardus* pilam excitari curavit. Ad obſervandos angulos poſitionum, qui ad deſcriptionem meridianæ requirebantur, uſi ſunt Quadrante circuli, cujus radius 39 digitorum, cum dioptris teleſcopicis, & Octante interdum, cujus diameter 36 digitorum, commoditate ita exigente. Utrumque inſtrumentum & ejus uſum accuratiſſime deſcribit *Caſſinus*, nimirum ut conſtet, quantam ipſorum opus mereatur fidem. Quot triangulis uſi fuerint & quomodo ex iis computum inſtituerint pro determinanda meridiana, prolixum nimis foret hic recenſere. Nec noſtrum porro eſt, diſtincte exponere methodum, qua uſi ſunt ad deſcribendum lineæ meridianæ ſitum reſpectu locorum in triangulis comprehenſorum, neque alteram, qua uſi ſunt in pila ſuper linea meridiana Pariſiorum excitanda, ubi eam perpendicularis e turri cathedrali *Bituricarum* (*Bourges*) demiſſa ſecat. Ut latera triangulorum, obſervatis angulis, per computum trigonometricum eruere liceat, baſis unius trianguli actu menſuranda fuit. Uſi quidem ſunt baſi 5653 hexapedarum, quam *Picardus* in planitie *de Longboyau* dimenſus fuerat; haud quaquam tamen omiſerunt data

Act.Erud. An. 1724. M. Febr. Pag. 60. Part. I. C. 4.

5. 6. 7. Pag. 61. 8.

occa-

Act. Erud. An. 1724. M. Febr. Part. I. C. 9.

occaſione computi examina inſtituere, & imprimis in planitie *Ruſcinonenſi* (*de Rouſſillon*) actu menſurarunt baſin 7246 hexapedarum calculoque conformem repererunt. Ut autem linea meridiana Obſervatorii triangulorum ope produci poſſet, per obſervationes Solis & fixarum determinarunt angulum, quem meridiana efficit cum lateribus primi trianguli: ejus enim ope ſitum meridianæ determinare licuit reſpectu omnium locorum qui triangulis formandis inſervierunt. Enimvero ne multitudine operationum error aliquis multiplicatus fieret ſenſibilis, per obſervationes Solis orientis & occidentis ſitum meridianæ ad examen ſubinde revocarunt, atque ita docuerunt, lineam meridianam tanta accuratione ad extremitatem usque regni productam eſſe, quanta ab humana induſtria expectari poteſt, ita ut nullus
10. error ſenſibilis irrepere potuerit. Quoniam linea meridiana Pariſiorum per regiones montoſas, *Arverniam*, *Occitaniam* & montes *Pyrenæos* tranſit; ideo opus erat, ut loca elevata reducerentur ad libellam maris: quem in finem operationes geodæticæ usque ad littora maris continuatæ ſunt, ut montium altitudo reſpectu ſuperficiei maris determinari poſſet. Hac vero occaſione una inſtituerunt obſervationes barometricas, ut aëris gravitas in diverſis altitudinibus ultra libellam maris innoteſceret. Obſervarunt quoque depreſſionem apparentem horizontis maris in
11. uſum refractionis, quam radii luminis in aere patiuntur. Et quoniam anguli ob diverſam horizontis elevationem non ſunt in eodem plano, ideo ad idem reduci debuerunt, quotiescunque ex duobus aut pluribus in planis differentibus obſervatis componendus fuit unus. Qua methodo fuerint uſi, exemplo ſingulari
12. docetur. Cum *Ruſcinone* commorarentur, obſervationibus vacarunt ad determinandum ſitum præcipuorum locorum a latere *Occitaniæ* & diverſarum *Provinciæ* urbium. Jupiter ſub radiis
Pag. 62. Solis tum deliteſcens obſervationibus iſtis minime favebat, ut ex eclipſibus circumjovialium illum determinare licuiſſet: alia igitur via incedendum fuit, obſervationibus gæodeticis in ſubſidium vocatis & ſuppoſitis obſervationibus Satellitum Jovis A. 1674 in promontorio *Seritino* & *Montepeſſulano* a *Picardo* fa-
13. ctis. Poſtquam igitur calculo gæodetico determinata erat longitudo meridianæ in hexapedis Gallicis; ut ejusdem quoque magnitudo in numero graduum circuli maximi & gradus unius magnitudo innoteſceret, in confiniis regni obſervatæ ſunt diverſarum fixarum altitudines meridianæ & cum altitudinibus earundem in Obſervatorio regio comparatæ. Captæ ſunt utrobique altitudines eodem inſtrumento. Reſultat hinc magnitudo unius

Digitized by Google

unius gradus meridiani 57097 hexapedarum, adeoque periphe- Act.Erud,
ria totius Telluris, ſi figura Sphærica ſupponatur, 20554920, An. 1724.
diameter 6542840 haxapedarum Pariſinarum. Ut nova hæc Tel- M. Febr.
luris dimenſio cum antiquis comparari poſſit, ideo in ratio- Part. I.
nem menſurarum itinerariarum veterum cum modernis erudi- C. 14.
te inquiritur. Intervalla itineraria urbium a Geographis vetu-
ſtis aſſignata cum diſtantiis ab ipſismet determinatis comparan-
tur. Obſervarunt quoque in itinere multorum locorum latitudi-
nes & alicubi etiam circumjovialium eclipſes in uſum longitudi- 15.
nis. Atque hæc dixiſſe ſufficiat de parte prima Tractatus. Præ-
mittit Cel. Autor etiam parti ſecundæ diſcurſum præliminarem, Part.II.
in quo generatim recenſet, molimina Gallorum in determinan- C. 1.
da altera parte meridiana ab Obſervatorio regio usque ad Galliæ
partem ſeptentrionalem. Uſi hie quoque ſunt methodo gæodeti-
ca in ſolutione triangulorum fundata, beneficio angulorum po-
ſitionis obſervatorum & baſis unius trianguli actu menſuratæ in
confinio *Dunquercæ*, quæ erat 5464 hexapedarum & pedum trium. 2.
Arcum Meridiani interceptum inter parallelas *Pariſiorum* &
*Dunquercæ* per obſervationes fixarum determinarunt & variis
quoque in locis elevationem poli obſervarunt. Reſultat magni- 3.
tudo unius gradus meridiani 56960 hexapedarum. Cum is mi-
nor ſit, quam in parte meridionali, ubi repertus fuerat 57097,
& ante a *Picardo* 57060; *Caſſinus* inde concludit gradus verſus 4.
æquatorem augeri, verſus polos minui, conſequenter figuram
Telluris non eſſe ſphæricam, ſed ellipticam, cujus major axis
per polos tranſeat, atque tandem demonſtrare nititur, diſtan-
tiam foci a centro, quam eccentricitatem vocat, eſſe ad ra-
dium ſeu axem dimidium ut 1 ad 7. Notandum vero, juxta
hypotheſin *Caſſini* differentiam graduum maximam eſſe ſub gra-
du 45 latitudinis, inde vero usque ad æquatorem eadem fere
ratione minui ac ab eodem termino usque ad polum. Quan-
titatem graduum ſub data quavis elevatione poli exhibet Ta-
bula ſequens.

Elev.

Act. Erud. An. 1724. M. Febr.

Pag. 64.

| Elev. Poli | Magnitudo graduum | | Elev. Poli | Magnitudo graduum | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | | | |
| 1 | 58019 hex. | 4 ped. | 46 | 57099 hex. | 2 ped. |
| 2 | 58018 | 2 | 47 | 57068 | 1 |
| 3 | 58015 | 4 | 48 | 57037 | 0 |
| 4 | 58012 | 0 | 49 | 57006 | 0 |
| 5 | 58007 | 2 | 50 | 56975 | 0 |
| 6 | 58001 | 4 | 51 | 56944 | 2 |
| 7 | 57995 | 0 | 52 | 56914 | 0 |
| 8 | 57987 | 2 | 53 | 56884 | 0 |
| 9 | 57978 | 4 | 54 | 56854 | 2 |
| 10 | 57969 | 0 | 55 | 56824 | 5 |
| 11 | 57958 | 2 | 56 | 56795 | 4 |
| 12 | 57946 | 4 | 57 | 56766 | 5 |
| 13 | 57934 | 0 | 58 | 56738 | 3 |
| 14 | 57920 | 2 | 59 | 56710 | 3 |
| 15 | 57905 | 4 | 60 | 56082 | 5 |
| 16 | 57890 | 2 | 61 | 56655 | 5 |
| 17 | 57874 | 3 | 62 | 56619 | 4 |
| 18 | 57857 | 1 | 63 | 56604 | 1 |
| 19 | 57838 | 5 | 64 | 56579 | 2 |
| 20 | 57819 | 3 | 65 | 56555 | 1 |
| 21 | 57799 | 1 | 66 | 56531 | 4 |
| 22 | 57777 | 5 | 67 | 56508 | 5 |
| 23 | 57755 | 4 | 68 | 56486 | 4 |
| 24 | 57732 | 4 | 69 | 56465 | 1 |
| 25 | 57709 | 0 | 70 | 56444 | 3 |
| 26 | 57684 | 3 | 71 | 56424 | 4 |
| 27 | 57659 | 2 | 72 | 56405 | 5 |
| 28 | 57633 | 4 | 73 | 56387 | 5 |
| 29 | 57607 | 2 | 74 | 56370 | 4 |
| 30 | 57580 | 3 | 75 | 56354 | 5 |
| 31 | 57553 | 0 | 76 | 56339 | 1 |
| 32 | 57525 | 0 | 77 | 56324 | 5 |
| 33 | 57466 | 2 | 78 | 56311 | 3 |
| 34 | 57467 | 1 | 79 | 56299 | 0 |
| 35 | 57437 | 3 | 80 | 56287 | 3 |
| 36 | 57407 | 3 | 81 | 56277 | 0 |
| 37 | 57377 | 1 | 82 | 56267 | 2 |
| 38 | 57346 | 4 | 83 | 56258 | 3 |
| 39 | 57316 | 0 | 84 | 56250 | 3 |
| 40 | 57285 | 2 | 85 | 56243 | 2 |
| 41 | 57254 | 3 | 86 | 56237 | 1 |
| 42 | 57223 | 4 | 87 | 56232 | 1 |
| 43 | 57192 | 4 | 88 | 56228 | 2 |
| 44 | 57161 | 3 | 89 | 56225 | 5 |
| 45 | 57130 | 3 | 90 | 56224 | 4 |

Digitized by Google

Quod ſi arcus ponantur æquales, cum diſtantia parallelorum ex- Act.Erud. An. 1724 M. Febr. Part. II. C. 5.
tremorum Galliæ fuerit reperta 486156 hexapedarum & arcus
meridiani interceptus 8° 31′ 11″$\frac{1}{2}$, reperitur arcus unius magni-
tudo 57061 hexapedarum, quam proxime ad eam accedens,
quam *Picardus* determinavit. Inde prodit peripheria Telluris
20541600, diameter 6538594 & ſemidiameter 3269297 hexa-
pedarum. Rationem pedis Pariſini ad Rhenanum ponit *Caſſi-
nus* ut 1440 ad 1390: unde facile quoque definitur diameter
Telluris in pedibus Rhenanis. Notum eſt ex recentioribus de
arte libellandi ſcriptis, quod, data diametro Telluris definiri
poſſit elevatio lineæ horizontalis apparentis ſupra veram. *Caſſi-
nus* igitur ex ſua hypotheſi de magnitudine diametri Telluris in
hunc uſum Tabulam computavit. Ut inter *Caſſini* & ſociorum 6.
atque *Picardi* operationes comparatio inſtitui atque ita de ea-
rum accuratione ex conſenſu judicium fieri poſſit; ipſe *Picardi* 7.
Tractatum, qui in paucorum manibus eſt, in compendium mit-
tit, & nonnulla in eundem annotat. Denique *Snellii* quoque & 8. & 9.
*Riccioli* menſuras ad examen revocat, quorum iſte quantitatem
unius gradus conſtituit 55100 hexapedarum Parilinarum ſeu
28500 perticarum Rhenanarum 12 pedibus conſtantium, hic ve-
ro 62650 hexapedarum, quam ex variis determinationibus tan-
quam optimam elegit. *Snellium* commiſiſſe errorem in ipſis tri- Pag. 65.
angulis, cum veram angulorum quantitatem non fuerit venatus,
ac in calculo quoque fuiſſe laplum. Quantitatem igitur unius
gradus ab ipſo aſſignatam eam eſſe, quæ non attendi mereatur.
Methodum *Riccioli* eſſe nimis lubricam atque fallacem ob refra-
ctiones, quibus implicatur. Sane Galli eadem methodo uſi in
montibus *Ruſcinonenſibus* d. 27 Febr. A. 1701 quantitatem unius
gradus repererunt 60381 hexapedarum, quantitate 3280 hexa-
pedarum ab ea aberrantem, quæ per triangula ad meridianam
relata determinata fuit. Immo d. 12 Martii ejusdem anni eam
invenere 66511 hexapedarum anteriore adhuc majorem. Omit-
timus cetera, quæ contra *Snellium* & *Ricciolum* ex aſtronomicis
potiſſimum principiis urgentur. Inter Tabulas æneas quinque
apparent mappæ Geographicæ Galliæ, in quibus linea meridia-
na Obſervatorii regii repræſentatur una cum triangulis, per quæ
determinata fuit, duplici modo diviſa, cum in gradus parallelo-
rum, tum in milliaria dato perticarum numero definita. No-
tantur etiam loca, quorum ſitus aſtronomice vel gæodetice deter-
minatus, peculiari ſigno, ut a ceteris diſtingui poſſint.

Act. Erud. A. 1724. M Julii. Pag. 297.

# JOH. BERNOULLI

Explicatio Anagrammatis, quod dedit in Actis Lipſ. 1723. M. Febr. in ſe continentis Deſcriptionem Curvæ inter omnes algebraicas Trajectorias reciprocas ſimpliciſſimæ.

*Accedit Epicriſis in Solutionem problematis de Trajectoriis reciprocis, editam in Actor. Suppl. T. VIII. Sect. VI.*

Edidit de hoc argumento Anonymus Britannus Geometra, ut apparet, acutiſſimus, cum quo plures commutavi epiſtolas, ſchediaſma aliquod inſertum Suppl. T. VIII Sect. I, ubi meam ſolutionem videndi deſiderio ſe teneri teſtatur (quam autem non unam tantum ſed varias alias jam diu antea ad prælum paratas habueram, ſicuti conſtat ex Appendice annexa iisdem meis ſolutionibus exhibitis in Act. 1722 M. Aug.) tum & ſuam ſolutionem prolixo logogripho involvit, qua certe opera inutili, ut nunc patet, ſuperſedere potuiſſet.

Tertia vice ad me datis literis novam propoſuit quæſtionem, ad quam ſolvendam me invitavit aut potius provocavit, exigens ſcilicet, ut dicerem, quænam inter omnes Curvas algebraicas, problema de trajectoriis reciprocis ſolventes, ſit ſimpliciſſima; modumque eam delineandi docerem. Etſi non putaverim, me obligari cuicunque interpellanti reſpondere, tales inprimis quæſtiones moventi, quas vel ipſe non ſolvit, vel nonniſi fortuito caſu ſolvit, ſicuti videtur contigiſſe noſtro Anonymo, qui, ſi de induſtria hanc ſibi enodandam quæſtionem propoſuiſſet, & reapſe enodaſſet; nullum eſt dubium, quin eam ab initio ſtatim & non Pag. 298. poſt tanti temporis moram fuiſſet obtruſurus, nil quippe intentatum relinquens, quo me in anguſtias cogi poſſe ſperabat; volebam tamen hac occaſione obtemperare, eoque magis, quod viderem, id tantum agendum eſſe, ut generales meas ſolutiones anno 1722 traditas perluſtrarem, atque ex illis ſeligerem, quæ ad deſideratum accommodari poſſent. Haud ſane in opinione mea deceptus detexi ſine magno temporis diſpendio, Curvam quæſitam eſſe *Parabolam cubicalem ſecundam*.

Neceſſe autem erat, ut hoc ſtatim innoteſceret Anonymo meo, ne

Digitized by Google

ne ſe ſolum tanti arcani poſſeſſorem exiſtimaret; quamobrem ſub finem ejusdem anni *1722* ſignificavi illi per literas privatas, quas ad aliquem Bibliopolam Londinenſem ab ipſo mihi indicatum direxeram, me ſolutionis, quam abs me poſtulabat, factum eſſe compotem; atque ne de rei veritate dubitaret, ſolutionem meam ipſius more anagrammati involutam perſcripſi: quod anagramma eodem quoque tempore Lipſiam tranſmiſi Actis inſerendum, in quibus poſtea comparuit menſe Febr. anni ſuperioris pag. 228. Ita faciendum eſſe ſtatui, quia epiſtola mea Londinum amandata potuiſſet in itinere perire, vel etiam potuiſſet non redditam eſſe ſimulari: vix enim ſatis caute procedere poſſumus, ut ignotorum hominum clandeſtinas inſidias evitemus. Act. Erud. An. 1724. M. Julii.

Reſpondit tamen Anonymus per literas 22 Febr. h. e. 5 Martii 1723, ubi inter alia dixit (neſcio an ex animi ſententia) *ſibi nihil diſplicere, quod curvam petitam invenerim*. Ipſe vero cum in iisdem his literis nominaverit curvam, & quidem nomine *Parabolæ ſemicubicæ*, cenſebam non amplius differendum eſſe, quin illi darem anagrammatis antea tranſmiſſi explicationem: dedi autem ſine mora in Epiſtola ſecunda ad eum exarata 22 ſequentis Aprilis, his verbis: „ Quia video te nominaſſe pro
„ ſimpliciſſima algebraica curva in quæſtione Parabolam ſemicu-
„ bicam, quam ego *Parabolam cubicalem ſecundam* appellare
„ conſuevi; lubet nunc tibi quoque aperire ſenſum anagram-
„ matis mei in poſtremis meis literis communicati; videbis, me
„ non tantum curvam indicaſſe, ſed & modum docuiſſe, quo ſit
„ deſcribenda, ut ſatisfaciat, tuum eſt examinare, an hæc mea
„ cum tuis conſpirent; Anagramma autem meum ſe habebat
„ *9abb5cdæ4eg4i3lmnnopq3r5ſ3t6u: 20ab6c6d6æ14* Pag. 299.
„ *e2fg6i7l6m7n3o9p2q13r4ſ17t12u; 6abccdd3æ8ef*
„ *gb11i3l4mnn3o4pqr6ſ8t6u. 14ab8cdd12eb6i6l4m4*
„ *n11o4pq11r9ſ11t4u: 16a4b3c3d11e3g9i7l5m6n3o*
„ *4pqq5r12ſ12t13u.*

Iſta (literis in ſuum ordinem poſitis) ſequentem fundunt ſenſum:
„ Curva quæſita eſt Parabola Cubicalis ſecunda ſemirectangula:
„ quæ ut optatum effectum præſtet, ducendæ ſunt, duæ rectæ
„ parallelæ perpendiculariter ad ordinatim applicatas, quarum
„ una tranſeat per verticem, altera tangat Parabolam; quo fiet
„ ut hæ duæ parallelæ a ſe invicem diſtent octo vigeſimis ſeptimis
„ partibus parametri. Dico Parabolam inter has Rectas parallelas
„ reciproco ſitu poſitam & ultro citroque motam ſe conſtanter ad
„ angulos rectos ſecare. Quod ſi angulus interſectionis debeat eſſe
„ obliquus, mutabitur ſaltem applicatarum angulus, ſed ita ta-
„ men ut Parabola ſit ſemper acutangula.

 Alia

 Alia occaſione hujus propoſitionis demonſtrationem peculiari ſchediaſmate communicabo una cum aliis inventis huc ſpectantibus, Lectori curioſo & intelligenti non diſplicituris. Anonymus interim viſa hac anagrammatis interpretatione, deſcriptionem meam curvæ ſimpliciſſimæ algebraicæ, quam a me popoſcerat, non improbavit in literis de hinc ab eo poſtrema vice acceptis, quæ datæ erant 13 Maji ejusdem anni 1723 aſſerens, *verba mea cum inventis ſuis probe convenire*; hoc tantum mirabatur, quod parabolam nonniſi acutangulam in ſolutionem admittam, cum tamen omnis parabola ſemicubica duos habeat ramos, quorum uno exiſtente acutangulo, alter neceſſario ſit obtuſangulus. At vero in Reſponſione mea die XVII Menſis Julii ad eum data reddidi rationem hujus diſtinctionis, monſtravique, ramum hujus parabolæ obtuſangulum non poſſe quadrare in ſtrictiſſimo problematis ſenſu, ſed alterum tantum ramum acutangulum, immo ne hunc quidem totum, ſiquidem ex meo ſolvendi modo clare pateat, aliquem tantum ejus arcum rei quæſitæ eſſe idoneum, qui nempe comprehenſus ſit inter verticem & punctum contactus rectæ parallelæ parabolam contingentis. An datæ reſponſioni noſter Anonymus acquieſcat, neſcio, nam ex eo tempore nihil amplius literarum ab illo vidi.

Pag. 300. Interim videre tandem licuit, promiſſam ejus diuque expectatam clavem ad prolixum illum logogriphum, quem dederat in Supplem. T. VIII Sect. I. Comparuit hæc clavis in eodem Supplementorum Tomo Sect. VI, quæ Sectio, quod notandum, non niſi poſt menſem Julii anni proxime elapſi, ut colligi poteſt ex eo, quod in calce illius menſis dicitur, eſt impreſſa: ipſum totum ſchediſma, ut ex titulo conſtat, excerptum eſt ex Transactionibus Philoſ. A. 1722. Fatetur Autor in exordio, ſe vidiſſe meas ſolutiones ac conſtructiones in Actis Lipſ. ejusdem anni, priusquam ſuas typis mandaſſet; poterat adeoque, ſi voluiſſet, mentionem eorum facere (ſunt autem bene multa) quæ ipſi & mihi ſunt communia, a me vero prius occupata citiusque edita.

Clavis ad ſcripturæ ſuæ occultæ intelligentiam conſiſtere debet in uſu, quem deſcribit Tabulæ alicujus ſtatim in fronte exhibitæ; ſed deſcriptionem ipſam vix ſatis intelligo, hebetudinis meæ an obſcuritatis culpa. Quis nunc dabit clavem ad clavem? poſſem fortaſſis in tricas iſtas penetrare, ſi otio & patientia abundarem, ſed cui bono? an, ut experiar, utrum logogriphi data ſit fidelis & ſincera interpretatio? at malo id credere, quam in ſingulis literis extricandis, quod totum operis vix integro die abſolveris, ad ſudorem uſque macerari. Video Autorem ſingu-
lari

Digitized by Google

lati ſtudio & labore id operam dediſſe, ut ſollicite abſconderet myſterium illudque vel ſagaciſſimo Walliſio, magno quondam literarum ſteganographicarum interpreti, redderet imperſcrutabile, non ſecus, ac ſi ab ea re magnæ Britanniæ ſalus pependiſſet, quamvis non credam, ullum in toto mundo fuiſſe hominem, qui curioſitate ductus tentaverit in hoc Autoris ſacrarium penetrare. Act. Erud. An. 1724. M. Julii.

Voluit ergo ipſimet ſibi reſervare interpretationis gloriam, nemine invidente; ſed poſito, interpretationem, quam dedit, conformem eſſe logogripho tam operoſa ſubtilitate tamque ſingulari circumſpectione extructo, certe non video, quid Lector ex ipſa illa interpretatione multum proficere queat ad ſolvendam quæſtionem propoſitam, ſunt enim, quæ ibi continentur, generalia tantum & ad ſolutionem viam ſternentia, non autem ipſam ſolutionem exhibentia. Id quod haud dubie in cauſa eſt, cur Autor ſuæ interpretationi ſubjunxerit novam explicationem, quæ forſan apud multos Lectores alia iterum explicatione indigebit. Ut enim libere dicam, quod res eſt, uſque adeo intricatum deprehendi Autoris modum demonſtrandi, ut a patientia mea impetrare non potuerim, tantam attentionis vim adhibere, quæ requireretur ad examinandas omnes longiſſimi ſcripti minutias; adde farraginem figurarum exiliſſimarum innumeris lineis oneratarum, ubi literulæ tam græcæ quam latinæ plerumque male formatæ adeo confeſtim ſibi invicem inequitant, ut microſcopio opus ſit omnia diſtincte diſcernere, & forſan ne ſic quidem ſemper pateat, ad quæ puncta ſingulæ literæ pertineant, niſi ex ſenſu divinaveris ipſe & omiſſa quoque ſuppleveris. Monmortius certe ſi viveret, nunc vel maxime, quod ſolebat, quereretur, ſe malle in triremibus remigare, quam talia perplexa legere. Pag. 301.

His non obſtantibus perſpexi tamen, multa ab Anonymo proferri, quæ jam a me fuerant prolata, ipſique viſa, antequam ſuum ſcriptum paraſſet, quod, ut ſupra innuimus, ipſe fatetur. Ex. gr. Id, quod demonſtravi in Actis 1722 M. Aug. §. 2 & 3 tanquam fundamentum ſolutionis, idem quoque in ſuum uſum vertit, in hoc ſcilicet conſiſtens, quod ſumtis in utramque partem a communi initio abſciſſarum curvæ quæſitæ abſciſſis æqualibus, rectangulum ſub elementis utriusque applicatæ æquetur quadrato elementi alterutrius abſciſſæ. Deinde uſurpat modum ſolutionis meæ primæ §. 4. expoſitæ, facitque formulas illis ibidem traditis ſimiles. Nec minus in ejus ſcripto conſpicitur generaliſſima mea ſolutio ſecunda §. 10. & ſeq. ad longum ex-

Act. Erud. An. 1724. M. Julii. explicata, per quam inveniuntur Curvæ innumeræ quæſito ſatisfacientes, algebraicæ & tranſcendentes, & hæ quidem per curvarum algebraicarum extenſionem conſtruibiles. Alia utrique noſtrum communia, quæ reperi, nunc non commemoro. Inter illa quæ ipſi ſunt propria, unum eſt, quod immediate ex prædicto fundamento fluit, ſcilicet nominatis $y$ & $-u$ binis applicatis a communi abſciſſarum initio æqualiter hinc inde diſtan-Pag. 302.tibus fore $\frac{ddy}{dy} = -\frac{ddu}{du}$; quid autem opus eſt confugere ad differentio—differentiales ſeu ad fluxiones ſecundas, ubi primæ ſufficiunt?

Cetera prætereo; ſed ex privatis Anonymi literis aliquid adhuc habeo quod moneam: in literis nempe 22 Febr. 1722 ad me ſcriptis mihi perſuadere conatur, ſe non in animo habuiſſe mecum inire certamen, alioquin potuiſſe ſe difficiliorem problematis caſum mihi proponere; ille autem caſus in hoc conſiſtebat, ut inveniretur Curva, quæ una eademque in diverſis poſitionibus pro quibuscunque interſectionis angulis problemati ſatisfaceret: cujus quidem caſus conſtructionem aliquam deſcripſit in fine literarum ſuarum, ſed ſine demonſtratione & ſine ulla analyſi. Ego, ut monſtrarem hunc caſum minime fuiſſe idoneum, ut propterea certamen mecum iniret, ſiquidem ſpes victoriæ, qua forſan fretus eſſet, ipſum fallere poſſet, dedi in reſponſionibus meis non tantum plenariam hujus caſus ſolutionem & analyſin, ſed ea occaſione alium non minus difficilem propoſui caſum, cujus ſolutione me potitum eſſe aſſeverabam: petii nempe *curvam, quæ una eademque in diverſis poſitionibus, non quidem infinitis, ſed numero datis pro determinato numero angulorum interſectionis problemati ſatisfaciat.*

Ad hoc in poſtrema ſua epiſtola nihil aliud repoſuit, quam *ſibi in aliquid ejusdem generis incidere contigiſſe*, quod transpoſitis literis hoc modo deſcripſit *11a3æ7b4c6d11e3g15i8l 4m12n8o3p4q8r13ſ5t19u6v;10a6æ2b2cd8fgh8i3l4m 5n3o3p2q9r4ſ7t5uv;4a2æb2c2d7e2gh7i2lm8n5opq 5r7ſ5t7u2v:5a3æ2b2c4d6egh13i4l3m3n6o4pq9r10ſ 3t8u2vx*, ſignificans, ſe id aperte indicaturum, ſimul ac meas Curvas ſibi indicavero. Quare in ſubſequente mea Reſponſione, ejus exemplum imitans, anagrammati involutum dedi fundamentum inventi mei, quod ita ſe habet: *7a3æbb4cd8eh 6i4lmeo4p2q6r7ſ6t10u; 6a6æ4b5c3d13egh12i4l6m 6n5o3pq7r9ſ10t9uy*; cujus ſenſum me detecturum pollicebar ſtatim ac ipſe ſuum detexerit; ſed quia eadem opera mo-

nue-

nueram, ut ſimul nomen ſuum indicaret, alias me non amplius ad ipſius literas eſſe reſponſurum, nunc ipſe ſilet: interim videbimus, num forſan malit ſcripto publico quam per literas privatas fidem datam liberare. Act. Erud. An 1724 M. Julii.

# JOH. BERNOULLI

Pag. 356. M. Aug.

## *Methodus commoda & naturalis reducendi Quadraturas tranſcendentes cujusvis gradus ad Longitudines Curvarum algebraicarum.*

I. IN conſtructionibus problematum tranſcendentium res eſt magni momenti, æquationum differentialium indeterminatas ſeparare, ut earum effectiones obtineri poſſint per quadraturas Curvarum algebraicarum: ſed majoris momenti eſt, quadraturas illas reducere ad longitudines curvarum algebraicarum, & ita quidem, ut partes arearum quadrandarum ſint ſimpliciter proportionales arcubus harum curvarum: id quod in hunc uſque diem nemo præſtitit.

II. Placuit quod hac de materia ſcripſit Cel. Hermannus, in Actis Erud. M. April. anni ſuperioris, ubi modum exhibuit conſtruendi curvam algebraicam, quæ cum linea recta una vel pluribus conficiat ſummam vel differentiam $= \int pdx$, hoc eſt, æqualem areæ Curvæ, cujus abſciſſa exiſtente $x$, applicata ponitur $= p$, datæ quomodocunque per $x$ & conſtantes, ſeu, ut more meo loquar, cujus applicata $p$ denotat functionem algebraicam quamcunque datam ipſius $x$. Adeo ut per $\int pdx$ intelligi tantum poſſit quantitas tranſcendens primi & infimi gradus.

III. Etiamſi modus iſte ſe non extendat ad tranſcendentes ſuperiorum graduum, habet tamen, ſicut jam dixi, non exiguam utilitatem in conſtructionibus problematum ſimpliciter tranſcendentium, poſt peractam indeterminatarum ſeparationem. Optandum eſſet, ut via, qua ea in re utitur, ſit facilior & ad uſum accommodatior: recurrere enim ad evolutarum naturam, atque auxilium petere ab inclinatione linearum ad ſe invicem, mihi videtur via indirecta ac parum naturalis, per quam in operoſum abducimur calculum, ut fieri ſolet, ſi mere analytica cum Geometricis præter neceſſitatem commiſcemus. Damnat certe Newtonus, tanquam inſigne peccatum contra bonam metho-

Act. Erud. thodum, conſuetudine... illam Geometrarum unum cum altero
An. 1714. confundentium, vid. Algeb. Elem. p. 282. & 315.
M. Jan. IV. Putat quidem Cl. Hermannus, hanc viam, quam iniit,
Pag. 357. unicam dari, quæ pateat ad ſolutionem hujus problematis, vocatque eam *facilem*, *planam & evidentem*; ſed inter legendum ſtatim ſuſpicatus, aliam poſſe applicari viam ab ea diverſam, quæ ad ſcopum directe deducat, anſam arripui rem iſtam quaſi ab ovo perſcrutandi, quam antea nunquam tentaveram. Succeſſus expectationem ſuperavit, ſiquidem genuina methodus a me detecta ſeſe porrigit ad quadraturas tranſcendentes non tantum ſimplices ſed omnium ulteriorum graduum, quemadmodum patebit ex ſequentibus. Incipiam a tranſcendentibus ſimplicibus ſeu primi gradus.

V. Sit $p$ functio algebraica qualiscunque ipſius $x$, oporteatque invenire curvam algebraicam, a cujus longitudinis dimenſione pendeat $\int pdx$. In hunc finem quæro coordinatas algebraicas, convenienti modo ex $p$ & $x$ derivandas, ut curvam reddant cujus elementi eſpreſſio includat $pdx$: verum haud difficulter video ad optatum perveniri non poſſe, ſi coordinatæ illæ deſignentur per novas functiones aſſumtitias ipſius $x$, termiois finitis expreſſas; quæcunque enim aſſumerentur, forent differentiandæ, ut haberi poſſent eorum elementa; ſint illa $tdx$ & $udx$: adeoque elementum curvæ $= dx\sqrt{(tt+uu)}$, quod comparandum eſſet cum $pdx$ plus vel minus aliqua quantitate integrabili $rdx$; unde reſultaret $dx\sqrt{(tt+uu)} = pdx + rdx$, hoc eſt, $\sqrt{(tt+uu)} = p + r$, ſeu $r = \sqrt{(tt+uu)} - p$; res itaque huc rediret, ut cognoſceretur, quid pro $t$ & $u$ aſſumendum eſſet, ut ſalva integrabilitate ipſarum $tdx$ & $udx$, etiam $rdx$ oriretur integrabilis. Sed nemo non videt, hoc æque difficile eſſe quam id ipſum quod quæritur.

VI. Recurro itaque ad terminos infiniteſimales, ex quibus ope diviſionis pro lubitu componi poſſunt quantitates finitæ & algebraicæ: ſic poſitis ex. gr. $n$ & $z$ quantitatibus algebraicis variabilibus quibuscunque, earumque differentialibus $dn$ & $dz$, dedi primus in Actis Lipſienſ. 1694. pag. 86, modum exprimendi $\int ndz$ per ſeriem terminorum infiniteſimalium, qui ta-
Pag. 358. men ſinguli conſtituunt quantitatem finitam & algebraicam; oſtendi namque, aſſumta $dz$ pro conſtante, fore $\int ndz = nz - \frac{zzdn}{1.2dz} + \frac{z^3 ddn}{1.2.3dz^2} - \frac{z^4 dddn}{1.2.3.4dz^3} +$ &c. Quam eandem ſeriem poſtea Taylorus, interjecto pluſquam viginti annorum intervallo, in librum, quem edidit A. 1715 de methodo incrementorum, trans-

tranſferre dignatus eſt, ſub alio tantum charactꝫerum habitu, vid. ejus lib. p. 38. Act. Erud. An. 1724. M. Aug.

VII. Dehinc in mentem mihi venit, formare coordinatas curvæ quæſitæ ex hujusmodi infiniteſimalibus, valores tamen finitos & algebraicos denotantibus; ad imitationem ejus, quod jam olim in materia haud abſimili feliciter executus, cum eruerem Theorema illud univerſale rectificationi linearum curvarum inſerviens, vid. Act. Lipſ. 1698 p. 410. Quo in negotio id unicum curandum eſſe videbam, ut coordinatarum commoda aſſumtio inſtitueretur, per quam reſultans curvæ elementum comparatum cum propoſito $pdx$ determinaret aſſumtas infiniteſimales. Proceſſus ipſe rem clarius explicabit.

VIII. Aſſumo aliquam variabilem $z$, per calculum determinandam, ejusque elementum $dz$: ex his atque ex $x$ & $dx$ conficio coordinatas, commodo, ut dictum eſt, modo; ſit igitur abſciſſa $= \frac{adx}{dz}$, & applicata $= \frac{zdx}{dz} - x$, quam ita pono, ut ejus differentiale unico exprimatur termino, abbreviandi calculi gratia, quamvis alias id abſolute neceſſarium non ſit; differentientur itaque coordinatæ, ſupponendo alterutrum, ex. gr. $dz$, conſtans, & habebitur elementum abſciſſæ $= \frac{addx}{dz}$, elementum applicatæ $= \frac{zddx}{dz}$. Hinc curvæ elementum (ſuppoſitis coordinatis ad ſe invicem perpendicularibus) erit $= \frac{ddx}{dz}\sqrt{(aa+zz)}$, adeoque ipſa curva $= \int \frac{ddx}{dz}\sqrt{(aa+zz)}$. Inſtituta integratione eum in modum, quem obſervavi in condenda mea ſerie ex Actis 1694 allegata, habetur curvæ longitudo, quam voco L, ſeu $\int \frac{ddx}{dz}\sqrt{(aa+zz)} = \frac{dx}{dz}\sqrt{(aa+zz)} - \int \frac{zdx}{\sqrt{(aa+zz)}}$ plus vel minus ea quantitate conſtante, quæ, evaneſcente alterutra vel utraque coordinatarum, deeſt vel ſupereſt, ad quam vero brevitatis gratia non attendam. Reſtat nunc, ut determinetur valor ipſius $z$; quod fit ponendo $\int \frac{zdx}{\sqrt{(aa+zz)}} = \int pdx$, ſeu $\frac{z}{\sqrt{(aa+zz)}} = p$; unde $z = \frac{ap}{\sqrt{(1-pp)}}$; adeoque $dz = adp : (1-pp)^{3:2}$. His valoribus ſurrogatis in quantitatibus aſſumtis coordinatarum, prodibit Pag. 359.

Act. Erud. An. 1724. M. Aug. $\frac{adx}{dz}$ ſeu abſciſſa $= \frac{dx}{dp}(1-pp)^{3:2}$; & $\frac{zdx}{dz} - x$, ſeu applicata $= \frac{dx}{dp}(p-p^3) - x$, ipſa vero curvæ longitudo $L = \frac{dx - ppdx}{dp} - \int pdx$; vel quia $p$ eſt functio algebraica ipſius $x$, differentietur illa, ut habeatur $dp = qdx$, erit $q$ nova functio algebraice data ipſius $x$; quocirca ſcribendo $qdx$ pro $dp$, emergent coordinatæ in meris terminis algebraicis, nempe abſciſſa $= \frac{(1-pp)^{3:2}}{q}$; & applicata $= \frac{p-p^3}{q} - x$; ſed curvæ longitudo $L = \frac{1-pp}{q} - \int pdx$; unde $\int pdx = \frac{1-pp}{q} - L$. Sunt autem $p$ & $q$ quantitates algebraicæ per $x$ datæ, atque L eſt curva algebraica; ergo reducta eſt quadratura tranſcendens areæ $\int pdx$ ad dependentiam rectificationis alicujus curvæ algebraicæ. Q. E. F.

IX. Hic modus viam ſternit ad infinitos alios, qui totidem diverſas præbent curvas algebraicas L, quæſito reſpondentes, pro infinita diverſitate modorum, quibus $\int pdx$ exprimi poteſt, quod ita fit: per differentiationem ipſius $p$ ſuppoſui prodire $dp = qdx$, differentietur nunc pariter $q$, & prodeat $dq = rdx$, poſtea $r$, ut habeatur $dr = tdx$, atque ita porro in infinitum, his ita factis erit.

Pag. 360.

$$\int pdx = px - \int xdp = px - \int qxdx$$

$$\int qxdx = \frac{qxx}{1.2} - \int \frac{xxdq}{1.2} = \frac{qxx}{1.2} - \int \frac{rxxdx}{1.2}$$

$$\int \frac{rxxdx}{1.2} = \frac{rx^3}{1.2.3} - \int \frac{x^3dr}{1.2.3} = \frac{rx^3}{1.2.3} - \int \frac{tx^3dx}{1.2.3}$$

$$\int \frac{tx^3dx}{1.2.3} = \frac{tx^4}{1.2.3.4} - \int \frac{x^4dt}{1.2.3.4} = \frac{tx^4}{1.2.3.4} - \int \frac{ux^4dx}{1.2.3.4}$$

Hinc per ſucceſſivam ſubſtitutionem eruo valorem ipſius $\int pdx$ infinitis modis, ut ſequitur.

$$1 \ldots\ldots \int pdx = px - \int qxdx$$

$$2 \ldots\ldots \int pdx = px - \frac{qxx}{1.2} + \int \frac{rxxdx}{1.2}$$

$$3 \ldots\ldots \int pdx = px - \frac{qxx}{1.2} + \frac{rx^3}{1.2.3} - \int \frac{tx^3dx}{1.2.3}$$

$$4 \ldots\ldots \int pdx = px - \frac{qxx}{1.2} + \frac{rx^3}{1.2.3} - \frac{tx^4}{1.2.3.4} + \int \frac{ux^4dx}{1.2.3.4}$$

Quæ ſi ita in infinitum continuata intelligamus, manifeſtum eſt,

va-

Digitized by Google

valorem ordine infiniteſimum ipſius $\int pdx$ prodire per ſeriem terminorum mere algebraicorum, $\int pdx = px - \frac{qxx}{1.2} + \frac{rx^3}{1.2.3} - \frac{sx^4}{1.2.3.4} + \frac{ux^5}{1.2.3.4.5} -$ &c. quæ ipſiſſima eſt ſeries jam aliquoties ex Actis citata. Act. Erud. An. 1724. M. Aug.

X. Quod ſi ergo nunc aliam lubet invenire curvam algebraicam a priore diverſam, cujus longitudo L habeat dependentiam communem cum area propoſita $\int pdx$; ſeligamus aliquam ex formulis præcedentibus ex. gr. primam $\int pdx = px - \int qxdx$ tanquam ſimpliciorem (quamcumque autem ſeligeremus, in aliam ſemper curvam L incideremus) & reſumamus ex Art. VIII. longitudinem curvæ $L = \frac{dx}{dz}\sqrt{(aa+zz)} - \int \frac{zdx}{\sqrt{(aa+zz)}}$ ex ſuppoſitione Pag. 361. coordinatarum $\frac{adx}{dz}$ & $\frac{zdx}{dz} - x$ emergentem, ubi ad determinandum valorem ipſius $z$ poni jam debet $\int \frac{zdx}{\sqrt{(aa+zz)}} = \int qxdx$ ſive $\frac{z}{\sqrt{(aa+zz)}} = qx$; unde $z = \frac{aqx}{\sqrt{(1-qqxx)}}$, ac proinde $dz = \frac{aqdx + axdq}{(1-qqxx)^{3:2}} =$ (propter $dq = rdx$) $\frac{aqdx + arxdx}{(1-qqxx)^{3:2}}$; reliqua obſervando, ut in præfato Art. VIII. reperiemus abſciſſam ſeu $\frac{adx}{dz} = \frac{(1-qqxx)^{3:2}}{q+rx}$, applicatam ſeu $\frac{zdx}{dz} - x = \frac{-rxx - q^3x^3}{q+rx}$, atque ipſam longitudinem curvæ L ſeu $\frac{dx}{dz}\sqrt{(aa+zz)} - \int \frac{zdx}{\sqrt{(aa+zz)}} = \frac{1-qqxx}{q+rx} - \int qxdx = \frac{1-qqxx}{q+rx} + px + \int pdx$: ex quo ſequitur $\int pdx = L + px \frac{-1+qqxx}{q+rx}$. Quandoquidem igitur $p$, $q$ & $r$ ſunt algebraicæ quantitates datæ per $x$, ipſa vero L eſt curva algebraica, liquet, quadraturam tranſcendentem areæ $\int pdx$ iterum perductam eſſe ad dimenſionem curvæ cujuſdam algebraicæ. Q. E. F.

XI. Sic tot diverſas quot volumus formabimus curvas L intento convenientes, adhibendo ſemper aliam atque aliam ex formulis valoris ipſius $\int pdx$; ſed cum pro ſingulis ſingulari ope-

 ra-

Act. Erud. An. 1724. M. Aug. ratione opus ſit, docebo jam modum una operatione innumeras curvas L determinandi: eſto $\pi$ functio algebraica ipſius $x$ pro lubitu formata, quæ differentietur, ut prodeat ejus elementum $d\pi$ quod vocetur $\theta dx$; differentietur quoque $\theta$, ut habeatur $d\theta$ quod ſit $\varphi dx$. His ita præparatis, ponatur abſciſſa $= \frac{ad\pi}{dz}$ & applicata

Pag. 362. $= \frac{zd\pi}{dz} - \pi$; ſit, ut ante, $dz$ conſtans, erit elementum abſciſſæ $= \frac{addπ}{dz}$, elementum applicatæ $= \frac{zdd\pi}{dz}$; adeoque elementum ipſius curvæ $L = \frac{dd\pi}{dz}\surd(aa+zz)$, cujus integrale $= \frac{d\pi}{dz}$ $\surd(aa+zz) - \int\frac{zd\pi}{\surd(aa+zz)} =$ (ſuffecto valore ipſius $d\pi$ qui eſt $\theta dx$) $\frac{\theta dx}{dz}\surd(aa+zz) - \int\frac{z\theta dx}{\surd(aa+zz)}$. Fiat nunc $\int\frac{z\theta dx}{\surd(aa+zz)} =$ $\int pdx$, hoc eſt, $\frac{z\theta}{\surd(aa+zz)} = p$, obtinebitur $z = \frac{ap}{\surd(\theta\theta - pp)}$ & $dz = \frac{a\theta\theta dp - ap\theta d\theta}{(\theta\theta - pp)^{3:2}} =$ (ſcribendo pro $dp$ & $d\theta$ eorum valores) $\frac{aq\theta\theta dx - ap\theta\varphi dx}{(\theta\theta - pp)^{3:2}}$. Hinc emergunt coordinatæ, videlicet abſciſſa ſeu $\frac{ad\pi}{dz} = \frac{(\theta\theta - pp)^{3:2}}{q\theta - p\varphi}$, & applicata ſeu $\frac{zd\pi}{dz} - \pi = \frac{p\theta\theta - p^3}{q\theta - p\varphi}$ $-\pi$: ipſa autem curvæ longitudo L ſeu $\frac{d\pi}{dz}\surd(aa+zz) - \int$ $\frac{zd\pi}{\surd(aa+zz)} = \frac{\theta^3 - pp\theta}{q\theta - p\varphi} - \int pdx$; id quod reddit $\int pdx = \frac{\theta^3 - pp\theta}{q\theta - p\varphi}$ $-$ L. Ergo & hoc pacto reducta eſt quadratura tranſcendens areæ $\int pdx$ ad extenſionem curvæ algebraicæ, quæ infinities variabilis erit, magis minusve compoſita, prout functio arbitraria $\pi$, & ab hac dependentes $\theta$ & $\varphi$, quæ coordinatas ingrediuntur, majorem minoremve patiuntur compoſitionem. Q. E. D.

XII. Porro in immenſum augeri poteſt hæc infinitarum ſolutionum methodus, ope formularum Art. IX. expoſitarum, quarum quælibet ſubminiſtrat peculiarem modum exhibendi una operatione infinitas curvas optatum præſtantes, qua in re inſiſtendum eſt veſtigiis proceſſus quem Art. X. & XI. monſtravi: ut ſi ex. gr. formulam primam $\int pdx = px - \int qxdx$ adhibere libeat,

fa-

Digitized by Google

faciendum erit $\int \frac{z\theta dx}{\sqrt{(aa+zz)}} = \int qxdx$, adeoque $\frac{z\theta}{\sqrt{(aa+zz)}} = qx$, Act. Erud. An. 1724. M. Aug. Pag. 363.
unde $z = \frac{aqx}{\sqrt{(\theta\theta - qqxx)}}$ & $dz = \frac{aq\theta\theta dx + a\theta\theta x dq - aqx\theta d\theta}{(\theta\theta - qqxx)^{3:2}}$ = (poſitis pro $dq$ & $d\theta$ eorum valoribus) $\frac{aq\theta\theta dx + a\theta\theta rx dx - aq\theta\varphi x dx}{(\theta\theta - qqxx)^{3:2}}$ ; ex his eliciuntur coordinatæ, & quidem abſciſſa ſeu $\frac{ad\pi}{dz} = \frac{(\theta\theta - qqxx)^{3:2}}{q\theta + r\theta x - q\varphi x}$, & applicata ſeu $\frac{zdp}{dz} - \pi = \frac{q\theta\theta x - q^3x^3}{q\theta + r\theta x - q\varphi x} \cdot \pi$; verum ipſa curvæ longitudo L ſive $\frac{d\pi}{dz} \sqrt{.(aa+zz)} - \int \frac{zd\pi}{\sqrt{(aa+zz)}} = \frac{\theta^3 - qq\theta xx}{q\theta + r\theta x - q\varphi x} - px + \int pdx$; unde fluit $\int pdx = L + px \frac{-\theta^3 + qq\theta xx}{q\theta + r\theta x - q\varphi x}$. In his omnibus cum $p$, $q$, $r$, $\pi$, $\theta$, $\varphi$ ſint quantitates algebraicæ, palam eſt, quadraturam tranſcendentem $\int pdx$ etiam hoc modo reduci ad rectificationem curvæ algebraicæ, infinitis caſibus mutabilis pro diverſitate arbitrariæ functionis $\pi$. Haud aliter proceditur, ſi aliam quamcumque ex formulis Art. IX. in uſum vocare placuerit; atque ita habebimus infinitarum ſolutionum claſſes infinitas.

XIII. Tanta vero ſolutionum fæcunditas non niſi infiniteſimam conſtituit partem multitudinis earum, quæ de novo ſcaturiunt ex combinatione formularum Art. IX. traditarum, combinando enim per additionem vel per ſubtractionem vel quocumque alio modo duas pluresve formulas earumve multiplam, manifeſtum eſt ſemper novam aliquam oriri formulam inter ſimplices illas non contentam, quæ per conſequens in uſum adhibita, ut hic docuimus, ſuppeditabit novam infinitarum ſolutionum claſſem: ſic ex. gr. ſi formula prima $\int pdx = px - \int qxdx$ dematur a duplo formulæ ſecundæ $2\int pdx = 2px - qxx + \int rxxdx$ remanebit $\int pdx = px - qxx + \int (rxx + qx)dx$ pro nova formula in uſum adhibenda ad modum Artic. præced. Nunc quippe poni oportet Pag. 364.
$\int \frac{z\theta dx}{\sqrt{(aa+zz)}} = \int (rxx + qx)dx$, adeoque $\frac{z\theta}{\sqrt{(aa+zz)}} = rxx + qx$, unde habetur $z$ & $dz$, ex quibus poſtea determinantur coordinatæ in terminis algebraicis ipſaque curvæ longitudo L; unde reſultabit $\int pdx = L$ plus aliqua functione algebraica ipſius $x$ ex pluribus

Act. Erud. An. 1724. M. Aug.

ribus aliis functionibus tum datis tum ad arbitrium aſſumtis & ab iis dependentibus compoſita.

XIV. Cum vero modus combinandi formulas, ut & aſſumtio functionis $z$, ſint res meri arbitrii; fortaſſis non erit difficile, alterutrum vel utrumque ita inter ſe accommodare & attemperare, ut functio illa ex aliis compoſita & ipſi L adjungenda in nihilum abeat, quod certe eſt operis puri analytici; e quo id utilitatis lucraremur, ut prodiret $\int p\,dx = L$, hoc eſt, ut inveniri poſſet Curva algebraica, cujus arcus ſine linearum rectarum admixtione proportionales eſſent partibus areæ tranſcendentis $\int p\,dx$. Verum non vacat nunc hæc omnia ulterius proſequi, ſufficit me portam aperuiſſe, qua iter panditur ad ſublimiora & ad ea præſertim, quæ in Geometricis hucusque credita ſunt abſtruſiſſima. Interim quod attinet ad formam quam adhibui coordinatarum $\frac{a\,dx}{dz}$ & $\frac{z\,dx}{dz} - x$, tanquam fontem infinities-infinitarum ſolutionum inde propullulantium, ſciendum eſt, etiam ipſam hanc formam mutari poſſe in alias licet non tam ſimplices, quæ tamen ſingulæ novam ſolutionum ſegetem non minus copioſam largiuntur; quod, niſi in his nimium me fore vererer, uno alterove exemplo comprobare poſſem.

XV. Progredior ad areas tranſcendentes ſuperiorum graduum; ut vero pateſcat, quales hic intelligam, eas ſequentem in modum definio; ſit ſeries Curvarum A, B, C, D, E, &c. communem abſciſſam $x$ habentium, quarum una ex altera ita generatur, ut area curvæ A ſit proportionalis applicatæ curvæ B, & area curvæ B proportionalis applicatæ curvæ C, dein area hujus C proportionetur applicatæ curvæ D, atque ita porro ſecundum ordinem curvarum, quarum proin quælibet conſtruitur per quadraturam ejus quæ immediate præcedit. Sit nunc prima A algebraica, habens pro applicata $p$ functionem quamlibet abſciſſæ $x$, ita tamen ut areæ elementum $p\,dx$ non ſit integrabile; vocabo quadraturam primæ curvæ A *tranſcendentem primi gradus*: quadraturam ſecundæ B *tranſcendentem ſecundi gradus*; illam tertiæ C, quartæ D, quintæ E, &c. *tranſcendentem gradus tertii, quarti, quinti*, &c.

Pag. 365.

XVI. Probl. *Quæritur modus inveſtigandi Curvas algebraicas, per quarum rectificationem quælibet ex areis iſtis tranſcendentibus gradus cujuslibet conſtrui poſſit.* Hujus problematis non parum ardui, ut prima fronte videtur, commodam ſolutionem daturus, duo ſequentia notanda propono: 1 Ex arearum noſtrarum geneſi habetur.

Area prima $A = \int p\,dx$

Area ſecunda $B = \int dx \int p\,dx$

Area

Area tertia $C=\int dx\int dx\int p dx$ Act. Erud.
Area quarta $D=\int dx\int dx\int dx\int p dx$; atque ſic deinceps in infinitum. An. 1724. M. Aug.

2 Singulæ reduci poſſunt ad quadraturas tranſcendentes ſimplices ſeu primi gradus per modum integrandi hic mihi uſitati ac jam olim in Actis 1694; invenio namque ut ſequitur

$$1 \ldots \int p dx = \int p dx$$

$$2 \ldots \int dx\int p dx = x\int p dx - \int p x dx$$

$$3 \ldots \int dx\int dx\int p dx = \frac{xx\int p dx - 2x\int p x dx + \int p x x dx}{1 \cdot 2}$$

$$4 \ldots \int dx\int dx\int dx\int p dx = \frac{x^3\int p dx - 3xx\int p x dx + 3x\int p x x dx - \int p x^3 dx}{1 \cdot 2 \cdot 3}$$

Unde perſpicitur, hanc regulam generaliter obſervari in reductione quadraturæ tranſcendentis gradus indefiniti cujus exponens $= n+1$, hac ſc. lege, ut elevetur $x-1$ ad poteſtatem $n$, cujus termini prodeuntes ducantur reſpective in $\int p dx$, $\int p x dx$, $\int p x x dx$, $\int p x^3 dx$, &c. totumque poſtea dividatur per factum numerorum omnium in $n$ contentorum; ſic quippe erit $\int dx\int dx\int dx \ldots \int p dx =$

$$\left(x^n\int p dx - \frac{n}{1}x^{n-1}\int p x dx + \frac{n \cdot n-1}{1 \cdot 2}x^{n-2}\int p x x dx - \frac{n \cdot n-1 \cdot n-2}{1 \cdot 2 \cdot 3} \ldots + x^{n-3}\int p x^3 dx \ldots \int p x^n dx\right) : 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \ldots n.$$ Pag. 366.

XVII. Jam nihil ſupereſt aliud, quam ut per methodum Art. XI. aliamve ex præcedentibus areæ ſingulæ $\int p dx$, $\int p x dx$, $\int p x x dx$, &c. reducantur ad extenſionem totidem curvarum algebraicarum cum ſibi annexis quantitatibus algebraicis; quibus ſubſtitutis in prædicta progreſſione reſultabit quadratura tranſcendens quantumvis gradus $n+1$ areæ $\int dx\int dx\int dx \ldots \int p dx$ reducta ad rectificationem tot curvarum algebraicarum, quot ſunt unitates in numero $n+1$. Quod erat ultimo faciendum.

CELE-

Act. Erud. An. 1724. M. Aug.

# CELEBRE CATENARIÆ PROBLEMA

Geometris denuo propoſitum, iis præſertim qui ex Soc. Reg. ſunt, quæ Pariſiis florent & Londini;

*Pariſiis ad Collectores Actorum Erudit. transmiſſa.*

Tab. I. Fig. 3. SIT ADB funis vel catenula non infinite quidem at mediocriter flexilis, ſcilicet non fictitia at realis, quam Clavi in AB retineant, ut pondere innato verſus terram D figuram induat curvam ADB, quæ non per meras hypotheſes at per facta ſic videtur indaganda. Veſtrum Viri Clariſſimi eſto judicium.

Catenulæ illius puncta extrema AB ita invicem ad ſe accedant vel recedant, ut tangentes in illis punctis ſint inter ſe parallelæ, adeoque ad horizontem normales. Porro poſſibilem eſſe hunc caſum facile demonſtratur, nec haud dubie vos latet. Atqui in illo caſu mera hæc videtur eſſe ovalis, & figura ſitis indicat. Atqui ille caſus ceteros omnes includit, nam retineatur v. gr. funis vel catenula in quibuslibet punctis EG reſectis partibus AE BG, num hinc priorem figuram putatis immutandam partis reſiduæ EDG? Valete. LBC: *Vea. drs.* &c.

EX-

Digitized by Google

Act. Erud. An. 1724. M. Sept. Pag. 409.

# EXCERPTA

## EX LITERIS CL. VERDRIESII,

Medicinæ ac Phyſicæ Profeſſoris Gieſſenſis, ad Clariſs. WOLFIUM, Conſil. aulicum Haſſiacum & Matheſeos ac Philoſophiæ primarium Profeſſorem Marburgenſem, de pulvere ſtaminum apicibus in floribus adhærente.

Ex quo fructificationis apparatum in plantis, & organa propagationi ſpecierum deſtinata curatius paulo expenderunt rerum naturalium inquiſitores, atque præeunte inprimis, cum Neh. Grewio & Rajo, excellentiſſimo Rudolpho Jacobo Camerario, Tubingenſium Profeſſore celeberrimo, ſexum, analogum ſexui animalium, in iis agnoverunt: in eo quidem plerique conſenſerunt, farinam ſive pulviſculum, apicibus ſuper ſtamina in floribus poſitis atque commotis inhærentem, diverſis coloribus conſpicuum, ſeminis virilis munere hic fungi, atque granula ſive ovula in ſtyli, qui in medio ſtaminum collocatur, parte inferiore, quam uteri vice fungi contendunt, latentia, Pag. 410. atque ſemen fœmininum conſtituentia, fœcunda reddere. Sed quando modum, quo hæc fœcundatio per adſperſum pollinem fiat, dilucidius declarare voluerunt, in diverſa abierunt. Plurimi halitus ſubtiles activos, qui e pulvere hoc, ſuper ſtyli partem ſuperiorem, quam infundibulum vel tubam vocant, ſparſo, ſe expediunt, egrediuntur atque odore ſe produnt, data hic per tubam via in uterum ingredi, atque in ſemina ſive ovula illic contenta ſe inſinuare, & jam latitantia in iis germina ſive plantarum rudimenta excitare, actuare & ad vivificationem commovere opinantur: hand aliter ac in animalibus aura ſeminis maſculini, ſive ſubtiliores agilioresque ejusdem partes, ovula fœminina, ex ſententia plurium phyſiologorum, fœcundo afflatu excitare ſolet. Quorum ſententiam ex recentiſſimis quoque amplexus eſt Clariſs. VAILLANT *Diſcours ſur la ſtructure de Fleurs*, libro in *Act. Erud. A.* 1719 *M. Mart.* recenſito, nec non doctiſs. Anglus PATRICK BLAIR in *Tentam. Botan.* quæ recenſentur in *Act. Erud. Supplem. T. VIII p.* 45, ſed alii, inter quos

 eſt

eſt SAMUEL MORLANDUS, vid. *Obſerv. circa partes & uſum florum in plant.* in *Act. Philoſ. Angl. Ann.* 1703 *Num.* 287, & ex his *excerpt.* in *Act. Erud. A.* 1705 *Menſ. Jun. p.* 275, aliique doctiſſimi Viri, farinam illam nihil aliud eſſe, quam congeriem plantarum ſeminalium ſive germinum organicorum, quæ ex apicibus excuſſa & ſuper infundibulum ſparſa deducantur ad partem ſtyli inferiorem, ſive uterum, atque ibidem latitantia ovula, ſive nudas veſiculas ſeminales ingrediantur, easdemque plantis tenellis impleant, & ſic fœcunda reddant, arbitrantur: plane ut, ex ſententia virorum ex recentioribus Clariſſimorum, vermiculi *Leeuwenhœkiani* in ſemine maſculino animalium natantes, peracto fœcundo congreſſu, in ovula ſurrepunt, ſuggrediuntur & ſe inſinuant. In hac opinionum diverſitate ſedulo in id incubui, ut farinam illam, in plurimis plantarum ſpeciebus, circumſpecte, accuratioribus microſcopiis, examinarem, num forte aliquid, quod poſteriori ſententiæ favere poſſet, aut quod germinibus ſive rudimentis plantarum ſimile eſſet, in illa deprehendere liceret: ita factum, ut pollinem iſtum, ex pluribus quam centum ſpeciebus, microſcopio exactiori ſubjicerem ac ſæpius
Pag. 411. perluſtrarem. At vero licet microſcopium magnitudinem exilium horum granulorum pulviſculi illius inſigniter augeret, ut cum figuram tum ſtructuram illarum diſtinctiſſime perluſtrare liceret, nil quicquam tamen conſpicere potui, quam congeriem granulorum in quavis ſpecie ſibi ſimilium, fibrisque, ex quibus conſtare videntur, & veſciculis quodammodo pellucidis, ordinatim poſitis, nec non forma definita ac figura conſtante, organa certis uſibus deſtinata, repræſentantium. Nihil detegere licuit, quod aliquo ſaltem modo rudimentum plantulæ referret.

Ex omnibus meis obſervationibus quinquaginta ſaltem hic exhibere volui, cum in reliquis nihil ſingulare aut diverſum ab his conſpicere licuerit, eum in finem, ut alios ad ulteriorem perquiſitionem invitarem. Si conjecturæ locus, prior ſententia mihi quidem, ex obſervationibus hiſce, probabilior videtur, atque granula illa pulverulenta, in loculamentis, aut capſulis membraneis, apicum ordine collocata, ſunt analogum quid teſticulis animalium, in quorum fibroſa compage, veſiculis aut bullulis interſtincta, halitus illi ſubtiles, agiles, activi ſulphurei, (quod cum ex odore, tum ex eo quoque apparet, quod pulvis ille per mediam inſufflando adactus flammam luculenter, inſtar ſeminis, ſic dicti, licopodii, accendatur) præparantur, ſecernuntur, aſſervantur ad fœcundationem rite peragendam, haud aliter ac in vaſculoſa conglomeratione teſtium in animalibus ſubtiliſſima ſeminalis aura, vel, uti vocant, ſpiritus ſeminalis præ-

præparatur ac ſecernitur. Sed ultra conjecturas rationales hic vix progredi licet. Act.Erud. An. 1724. M. Sept.

Figur. 1 Pulvis floſculorum farris, ſeu *Kornbluth Staub*, 2. Iridis paluſtris, 3. Tulipæ, 4. Brancæ urſinæ, 5. Periclymeni, 6. Lilii flavi fol. irid. 7. Lilii flavi, vulgo *Fever Lilgen*, 8. Vitis, 9. Lilii albi, 10. Hyperici, 11. Zeæ, vulgo *Spelken*, 12. Papaveris, 13. Caryophylli, 14. Malvæ, 15. Naſturtii Indici, 16. Strammonei, 17. Lyſimachiæ, 18. Scabioſæ, 19. Abſinthii, 20. Convolvuli erecti, 21. Clematitis, 22. Jaſmini flor. alb. 23. Rubi, 24. Nicotianæ, 25. Colchici, 26. Floris paſſionis, 27. Speciei Strammonei, 28. Pulv. floſculorum Cucurbitæ, 29. Cucumeris, 30. Jacobææ, 31. Braſſicæ, 32. alius ſpeciei Braſſicæ, 33. Narciſſi lutei, 34. Auriculæ urſi, 35. Hyacinthi flor. violac. 36. Pomi, 37. Taraxaci, 38. Fritilariæ, 39. Echii, 40. Coronæ Imperialis, 41. Napi, 42. Quercus, 43. Pyri, 44. Lilae ſeu ſyringæ cœruleæ, 45. Ranunculi, 46. Pœoniæ, 47. Hormini peregrini, 48. Aquilegiæ, 49. Laburni, 50. Flor. Pyramid. Tab. II. Fig. 1. 50. Pag. 412.

## CHRISTIANI AUG. HAUSEN, M. Octob. Pag. 442.

## Matheſeos in Acad. Lipſienſi Profeſſoris,

Additio ad ea, quæ exhibuit de nupera Eclipſi Solis Tom. VIII. Supplem. Sect. VIII. pag. 333. ſeq. exponens Conſtructionem Curvarum e Sectionibus Sphæræ per Conum prodeuntium.

***Nota*, *Figuram* (5) *numeris dicto loco traditis aptari*.**

SIT C Sphæræ centrum, per quod tranſeat KQT circulus & alius Q*bc*, plano prioris ad rectos inſiſtens angulos juxta QC; ſit etiam *c*C perpendicularis ad QC & in plano CQ*bc* ducta. Cylindrus LMSI axem habeat in plano QC*c* ipſi C*c* parallelum, ſitque interſectio ejus cum Sphærica ſuperficie, ex una parte arcus Q*c*, curva *ſfi*. A puncto quovis *f* curvæ quæſitæ ducatur *f*F perpendicularis plano KQT, baſeos Cylindri peripheriæ occurrens in F, & *f*E perpendicularis plano QC*c*: compleatur parallelogrammum *f*EHF, quod perpendiculare erit Tab.III. Fig. 1.

 utri-

Act. Erud. utrique plano KQT, QC$c$. Producta HE ad occurſum cum pe-
An 1724. ripheria Q$c$ in $b$, centro H, radio H$b$ deſcripta intelligatur por-
M. Octob. tio circuli in plano FE, quæ tranſibit per $f$: nam eſt in ſuperficie Sphæræ, & etiam in plano FE, unde tranſit per puncta omnia, quæ ſunt huic plano & ſuperficiei Sphæræ communia, qualia ſunt $b$ & $f$.

His poſitis ſit $Cc = \overline{CQ = d}$, $\overline{CI = a}$, $IS = b$, $CH = x$, $fF = HE = y$; erit, $HF^2 = \overline{x+a} \times \overline{a+b-x}$, $Hb^2 = Hf^2 = Cb^2 - CH^2 = d^2 - x^2$, $Ff^2 = HE^2 = Hf^2 - fE^2$ vel $Hf^2 - HF^2 = d^2 - x^2$

Pag. 443. $- (\overline{x-a} \times \overline{a+b-x}) = y^2$ ſeu $y^2 \begin{array}{l} +2a \\ +b \end{array} x \begin{array}{l} -d^2 \\ -a^2 \\ -ab \end{array} = 0$, quæ æquatio exprimit, & relationem rectarum CH, F$f$, per quam datur conſtructio curvæ in ſuperficie Cylindri LMSI; & etiam rectarum CH, HE, ex quarum relatione cognita innoteſcit conſtructio ejuſdem curvæ in ſuperficie Cylindri, recti plano QC$c$, & cujus baſis terminatur linea, in cujus portione locantur omnia E puncta, quæve eſt Parabola vulgaris in plano QC$c$ ſic deſcribenda. Capiatur ab S ad partes Q, $SN = \frac{Si^2}{CS+CI}$, & vertice N, parametro CS+CI ſuper axe NC deſcribatur Parabola verſus C cava; dico hanc ſatisfacere æquationi inventæ, & tranſire per puncta $s$ & $i$. Nam per conſtructionem eſt $CN = \frac{a^2+ab+d^2}{2a+b}$, unde $NH = \frac{a^2+ab+d^2}{2a+b} - x$, & ob parametrum $CS+CI = 2a+b$ erit ex natura Parabolæ $\overline{CS+CI} \times NH = y^2 = a^2+ab+d^2-2ax-bx = HE^2$, quæ eſt æquatio conſtruenda, in qua ſi fiat $x = a+b = CS$, fit $y^2 = d^2 - \overline{a+b}^2 = Ss^2$; ſi fiat $x = a = CI$, fit $y^2 = d^2 - a^2 = Ii^2$, ex quo manifeſtum eam tranſire per $s$ & $i$. Eadem methodo patet inveniri interſectiones Sphæræ & cylindrorum baſibus aliis & a circularibus diverſis inſiſtentium. Quæ conſideratio ducit ad inveſtigationem interſectionum Sphæræ & Conorum. Reducitur enim ad interſectionem Sphæræ cum Cylindro, cujus baſis eſt projectio Curvæ quæ-

Fig. 2. ſitæ in planum KQT, vel in planum Q$bc$; vel potius ad infinitas interſectiones cylindrorum circularium, quorum diametri in data ratione continuo mutantur, & quorum unusquisque Sphæræ occurrit in linea ſupra definita alia atque alia, pro diametri diverſitate. At cum ad quamvis mutationem ipſius $y$ tranſitus fiat in alium cylindrum, punctum quodvis Curvæ e ſectione Coni prodeuntis transfertur etiam in ſuperficie Sphæ-



Digitized by Google

ræ in aliam atque aliam ſectionem cylindricam, ut e ſequentibus clarius apparebit. Act. Erud. An. 1724. M. Octob. Pag. 444.

Sit LMV Conus occurrens Sphæræ in Curva $sfi$, cujus conſtructio quæritur. Sit SI ſectio Coni facta a plano KQT, & ex $i$ & $s$ demittantur perpendiculares $i$O & $bs$R in planum KQT. Ex puncto quovis $f$ curvæ $sfi$, intelligantur perpendiculares, $f$E quidem in planum per axem coni Q$bc$C, & $f$F in planum KQT: per E ducatur GD in plano Q$bc$C axi Coni normalis, & per GD tranſeat planum ipſi KQT parallelum, Conicæ ſuperficiei occurrens in Semiperipheria G$f$D. Ex G & D ſint GB, DA perpendiculares in planum KQT, reliqua fiant & fieri intelligantur ut ſupra. His poſitis, patet $f$ locari in interſectione Sphæræ cum cylindro GDBA, & proinde, cum, variante GB ſeu EH, variet magnitudo GD, quodlibet $f$ locari in interſectione novi cujuſdam Cylindri cum Sphæra; adeoque omnia $f$ ſeu Curvam quæſitam $sfi$ percurrere interſectiones Sphæræ & omnium Cylindrorum, quorum diametri inter $pi$ & $sq$ interjacent. Projectis vero omnibus circulis G$f$D inter $pi$ & $sq$ interjectis in planum KQT, manifeſtum eſt projectiones omnium $f$ ſeu curvam OFR percurrere omnes projectiones dictorum circulorum AFB, tranſeundo ab O ad R. Nec difficilius deprehenditur, locum omnium E, ſeu projectionem Curvæ $sfi$ in planum Q$bc$C percurrere omnes portiones parabolicas ad dictos cylindros, vi ſuperiorum, pertinentes. Sit iterum C$c = d$, CI $= a$, IS $= b$, $f$F $=$ EH $=$ DA $=$ GB $= y$, CH $= x$, & præterea propter angulum ad V datum $c : e = i$O : IO; erit $i$O : IO $=$ DA : IA, proinde IA $= \frac{e}{c} y$, AB $=$ IS $+ 2$AI $= b + \frac{2e}{c} y$, CA $=$ CI $-$ AI $= a - \frac{e}{c} y$, CB $=$ CA $+$ AB $= a - \frac{e}{c} y + b + \frac{2e}{c} y = a + b + \frac{e}{c} y$, HA $=$ CH $-$ CA $= x - a + \frac{e}{c} y$, HB $=$ CB $-$ CH $= a + b + \frac{e}{c} y - x$, H$b^2 = f$H$^2 =$ C$b^2 -$ CH$^2 = d^2 - x^2$, HA $\times$ HB $= \frac{e^2}{c^2} y^2 - x^2 \begin{matrix} +2a \\ +b \end{matrix} x + \frac{eb}{c} y \begin{matrix} -a^2 \\ -ab \end{matrix} =$ FH$^2$; item, $f$E$^2 =$ FH$^2 = f$H$^2 -$ EH$^2 = d^2 - x^2 - y^2$; unde prodit æquatio $y^2 + \frac{ceb}{c^2+e^2} y$ Pag. 445.

$$+ \left. \begin{matrix} \frac{\overline{2a+b} \times c^2}{c^2+e^2} x & -d^2 \\ & -a^2 \\ & -ab \end{matrix} \right\} \times \frac{c^2}{c^2+e^2} = 0$$ vel brevius $y^2 + fy + qx - r^2 = 0$

pro

Act. Erud. An. 1724. M. Octob.

pro loco omnium E ſic conſtruendo in plano $QbcC$. Producatur $cC$ verſus $d$ ut ſit $Cd = \frac{1}{2}f$, per $d$ ducatur $dN$ parallela ipſi CQ, & in ipſa capiatur $dN = \frac{\frac{1}{4}f^2 + r^2}{q}$; vertice N, parametro $q$ deſcribatur Parabola verſus $Nd$ cava: hujus portio inter $s$ & $i$ interjecta, (quæ puncta ex ipſorum E numero ſunt) ſatisfaciet quæſito. Si in æquatione inventa & conſtructa $e:e$ ponatur ratio infinita, id eſt, introductis conditionibus ſuperioris ſolutionis pro caſu Cylindri, fit $y^2 \begin{matrix}+2a\\+b\end{matrix}\, x \begin{matrix}-d^2\\-a^2\\-ab\end{matrix} = 0$ ut ſupra inventum erat. Si in eadem fiat $y^2 = d^2 - x^2 - v^2$, $y = \sqrt{d^2 - x^2 - v^2}$ prodit æquatio ad Curvam OFR $x^2 + v^2 - qx - d^2 + r^2 = -f\sqrt{d^2 - x^2 - v^2}$ ſic conſtruenda. In figura quarta, de novo ſchemate opus ſit, concipiatur planum $QbcCdN$ cum Triangulo LMV, & Parabola reclinari, donec cadat in planum KQT. Aſſumto $x$ ſeu CH utcumque, ex H erigatur perpendicularis $Hb$ quadranti QC occurrens in $b$, & Parabolæ in E. Per E ducatur GD ipſi QC parallela, & ductis DA, GB, centro $u$ ipſius SI, radio $\frac{1}{2}$BA $= u$A ducatur circulus BFA, & $Hb$ producta dicto circulo occurrat in $F$, quod punctum erit in curva quæſita OFR. Hoc modo licebit tot puncta curvæ hujus invenire, quot lubet, vel quot ſufficiunt ad ipſam e projectione in ſuperficiem Sphæræ revocandam, qua de re mox dicam. Ut autem inveniantur CO & CR, quæratur æquatio definiens interſectiones rectæ MV cum circulo $Qbc$ nec non alia definiens rectæ LV interſectiones cum eodem, & prodit primo loco $x^2 - \frac{2ac^2}{c^2 + a^2}x = \frac{d^2 e^2 - a^2 c^2}{c^2 + e^2}$, ſecundo $x^2 - \frac{c^2}{c^2 + e^2}$

Pag. 446.

$$\times \overline{2a + 2b} \times x = -a^2 \left.\begin{matrix}+d^2\\-2ab\\-a^2\\-b^2\end{matrix}\right\} \times \frac{c^2}{c^2 + e^2}$$

extractis radicibus, uti notum eſt, patet minorem primæ & majorem ſecundæ æquationis radicem exhibere quantitates CO, CR, inter quas cadunt omnes $x$ æquationis ad curvam OFR, quibus reſpondent valores veri ipſorum $v$ ſeu FH. Eadem omnia, quæ hactenus attigi, applicantur ad Conum, vertice ſurſum poſito, mutatis tamen mutandis: nam, ut unum ex omnibus memorem, in caſu Fig. 4 axis coni axem OR curvæ OFR dividit in centro circuli SI, ſic ut portio verſus centrum Sphæræ directa ſit æqualis $\frac{1}{2}p^2$ adeoque major reliqua, quippe æquali $\frac{1}{2}cq$; contrarium evenit,

ſi ver-

ſi vertex coni ponatur ad partes contrarias reſpectu *Qbc*. Sed omnia perſequi ad hunc caſum ſpectantia, operæ pretium non eſt, cum a quolibet e ſuperioribus facile poſſint derivari. Act. Erud. An. 1724. M Octob.

Præcedentium ope *ad momentum datum conſtruitur figura Umbræ Lunaris, ſeu nuperi Schediasmatis Elliptoides Sphæricum in ſuperficie Telluris*. Sit enim KQT diſcus Telluris expoſitus Soli ut in quinta Figura; in qua via centri cum centri V octo ſtationibus diverſis, quas nempe ultima Tabula loc. cit. exhibet, reliquæve lineæ ad Schema ejusmodi pertinentes comparent, eo quam proxime ſitu, quem nupera Eclipſis requirit. Ad ſeptimam ſtationem Elliptoides Sphæricum, id eſt figura Umbræ in ſuperficie Telluris utcunque deſignatur, axem majorem habens in recta CV producta, & *ap*, transverſum nuper quamvis improprie dictum, juxta viam centri. Similis figura ad ſingulas ſtationes, quibus numeri adſcripti ſunt, intelligatur, cum literis iisdem, ut ad V6, ubi centrum maximam Latitudinem tenet, & ſic in reliquis. Ad V3, quod punctum eſt med. Tenebrarum; intelligatur etiam Penumbra, ad exponendos ſecundæ Tabulæ numeros; quæ omnia ideo tantum exhibentur, ut idem Schema per omnia aptetur nuperis numeris. Sed ad præſens negotium faciunt, quæ ad ſecundam ſtationem conſpiciuntur, & ne linearum confuſio fieret, multo majora, quam alias fieri debebat, repræſentantur. Quæ quidem eadem omnino ſunt atque illa quæ in Fig. 4 ſuper plano KQT iisdem literis inſigniuntur. Nempe OFR projectio Elliptoidis umbroſi e ſuperficie in diſcum, ſeu baſis Cylindri, cujus cum Sphærica ſuperficie interſectio eadem eſt, ac interſectio coni in Fig. 4 *sfi* dicta: SI, interſectio coni & diſci. Jam per ea, quæ Aſtronomia ſuppeditat, dantur SI ſeu *b*, & Cc ſeu *d* parallaxis Lunæ Horizontalis; & dato tempore datur rectæ CV2 magnitudo, & poſitio ſeu angulus V2CP. Sed ex SI, CV2 magnitudine datis datur CI ſeu *a*; & ex angulo ad verticem Trianguli per axem coni datur ratio *c*: *e*. Unde ad datum temporis momentum dantur, *a*, *b*, *d*, *c*: *e* ſuperiorum æquationum in numeris. His igitur ſubſtitutis numeris in æquationibus ſupra pro inventione ipſarum CO, CR allatis, habentur CO, CR pariter in numeris. (Nota, ut figura univerſalis evaderet, S ab R diſtinctum poni, cum re ipſa in illa ſtatione 2. ad contactum internum, coincidentibus R & Q etiam S cum ipſis confundatur.) Jam datis CO, CR dantur arcus, quorum ſunt Sinus & ad quos e diſco in ſuperficiem notiſſima analogia revocantur; datur ergo & *o*R axis major in partibus circuli maximi. Inter arcus CO CR tot ſumantur intermedii arcus CH quot lubet, & diſtinctionis gratia in Tabulæ, quam dato-

Tab. III. Fig. 3.

Pag. 447.

Act. Erud. An. 1724. M. Octob. datorum voco, columna prima ſcribantur. In columna ſecunda cuilibet arcui primæ adponatur ſinus ejus, qui habetur revocando quemlibet arcum CH ad diſcum; ut adeo in hac ſecunda columna valores omnium CH rectarum, ſeu $x$ obtineantur. Jam inventi valores CH ſucceſſive ſubſtituantur in æquatione ad Parabolam $y^2+fy+qx-r^2=0$, ponendo $f=\frac{ceb}{e^2+c^2}$ in numeris &c. quo facto ex qualibet ſubſtitutione obtinebitur valor ipſius $y^2$, qui in Tabulæ columna tertia illi CH ad latus ponatur, e cujus ſubſtitutione prodiit. Fiat jam ope ſecundæ & tertiæ columnæ, quoad ſingula CH & $y^2$ ſibi ad latus poſita, $d^2-CH^2-y^2$, & numerus reſultans in quarta columna ſcribatur. Ex numeris quartæ columnæ jam repletæ extrahantur radices
Pag. 448. quadratæ & ſcribantur in quinta, quæ vi ſuperius oſtenſorum exhibebunt tot valorea HF in particulis Semidiametri diſci, quot aſſumti fuerunt in prima columna arcus inter CO & CR intermedii. Tandem igitur datis CH, FH in Triangulo CHF dabitur angulus HCF & latus FC, arcusque, cujus eſt projectio. Hinc propter angulum HCP vel V2CP ab initio ſtatim inventum, dabitur FCP, ipſorum HCP & HCF differentia vel ſumma. In Triangulo igitur Sphærico FCP dantur PC complementum declinationis Solis Borealis, vel ſumma quadrantis & declinationis auſtralis, & FC, nec non FCP, ergo dantur PF & FPC & hinc puncti F in ſuperficie Longitudo & Latitudo, ex una parte axis OR, ſi HCP æqualis factus ſit ſummæ HCP & HCF; ex altera, ſi differentiæ.

Si quis maluerit, vel propter calculi prolixitatem, vel propter exiguam quantitatem $iq$ & $ps$ Fig. 4, vel quod aberratio figuræ telluris a Sphæra errorem penſet, Circulos inter $pi$, $sq$ æquales habere, vel aſſumere medium aritbmetice proportionalem inter $pi$ $sq$, & hoc modo Cono ſubſtituere cylindrum vulgarem: illud quidem per me licet, qui ipſe in nuperis determinationibus methodo uſus ſum, quæ huc redit; at tunc attendendum erit ad ea, quæ ſub initio de interſectione cylindri cum Sphæra oſtenſa ſunt. Ad ſcientiæ vero profectum facere putavi, ſi tentarem viam, qua idem aſſequi liceret exacte, & ad rigorem Geometriæ.

Hiſtoire

Digitized by Google

Act. Erud. An. 1724. M. Nov.

# Hiſtoire de l'Academie Royale des Sciences, Année MDCCXX. &c.

h. e.

# HISTORIA ACADEMIÆ REGIÆ SCIENTIARUM Anni 1720, cum Commentariis Mathematicis & Phyſicis ejusdem Anni.

*Pariſiis, typis Regiis*, 1722, 4. *Alph.* 3 *pl.* 10 *Tabb. æn.* 15.

POſtquam de Actis Anni 1719 nuper in Supplem. T. VIII Sect. XI diximus, nunc anni ſequentis Hiſtoriam producimus, mox etiam de Hiſtoria A. 1721 & 1722, quam Pariſiis utramque accepimus, dicturi. Pag. 459. In *Phyſica generali* hiſtoriam fluxus & refluxus maris ex obſervationibus novis compluribus ad Academiam Regiam Scientiarum miſſis perficere ſtudet *Caſſinus*. Quæ de admirando hoc naturæ phænomeno in Voluminibus anterioribus annotavit, novis hiſce obſervationibus confirmantur. Adduntur alia hactenus non ſatis obſervata, nimirum 1 quod refluxus conſtanter ſit diuturnior affluxu; 2 quod celeritas aquæ affluentis ab initio usque ad finem continuo imminuatur; e contrario autem refluentis augeatur; 3 quod irregularitates circa quadraturas ſint frequentiores aut majores, quam verſus conjunctiones aut oppoſitiones; 4 quod Sol influat in fluxum atque refluxum maris, cum ceteris paribus affluxus major ſit in ſolſtitiis brumalibus, quam in æſtivis. *Maraldus* deſcribit auroram borealem, quæ d. 6 & 10 Febr. 1720 per nubes tranſparuit & quam d. 11 nubes obvelarunt, cum per horas quinque cœlo ſereno conſpicua fuiſſet. Eadem phænomena obſervavit de *Louville*, ſed ob diſtantiam locorum in nonnullis differentia. De *Reaumur* ſiſtit maſſam 130680000 hexapedarum cubicarum in *Turonia* ultra 36 milliaria a mari remota, quæ eſt congeries cochlearum, nulla materia peregrina admixta, neque lapidibus, neque arena, neque terra. Utuntur his cochleis foſſilibus incolæ regionis ad fertilitatem agris conciliandam. Sunt in earum numero, quæ adhuc politam & ſplendeſcentem habent ſuperficiem, nihil

a temporum injuriis paſſæ. Aliæ politie orbatæ friabiles ſunt inſtar calcis: aliæ petrefactæ nonniſi figuram retinuerunt; aliæ ſunt lapides, quibus figura cohlearum impreſſa: aliæ denique ſunt maſſæ adhuc molles, quæ cochlearum cavum implent. Probat *de Reaumur*, quod non ſint utique per aquas diluvii *Noachiei* accumulatæ, cum varia indicia probent, fuiſſe ibidem vel ante, vel poſt iſtud diluvium vaſtum admodum ſinum, in quo mare ſucceſſive depoſuerit ſtupendam iſtam cochlearum quantitatem. Ceterum inanem operam conſumi arbitratur in figuris illarum æri incidendis, quod hiſtoria naturalis nullum inde capiat incrementum, cum jam plures æri fuerint inciſæ, quam par erat.

Pag. 500. Monet præterea, primum, qui cochleas foſſiles pro veris agnoverit, circa finem ſeculi decimi ſexti fuiſſe figulum, *Bernbardum Baliſſe*, *Santonenſem*, qui Græcarum & Latinarum literarum ignarus theoriam hodie inter eruditos reſuſcitatam Pariſiis contra Doctores *Ariſtotelicos* defenderit. *De Juſſieu* Academiæ Scientiarum monſtravit viſcum animalem, vegetabili longe præferendum, quem acceperat a *Banera*, Medico *Perpinianenſi*. Ortum ducit a ſingulari quadam ſpecie erucæ, quæ quidem in aureliam, ſed non in papilionem transformatur. *Deliſle* junior incrementa & decrementa *Sequanæ* Anno 1719 dimenſus, cujus æſtas erat valde ſicca, eam $27\frac{1}{2}$ infra altitudinem ſubſiſtere deprehendit, ad quam valde intumeſcens A. 1615 d. 11 Jul. aſcenderat. Si plures iſtiusmodi proſtarent obſervationes, ex iis termini altitudinis fluviorum determinarentur, quorum notitia in multis occaſionibus foret perutilis. Medici Uratislavienſes in ſuis Miſcellaneis, quæ ad incrementum Phyſicæ & artis Medicæ ab aliquot annis edere cœperunt, de Viadro quotannis iſtiusmodi obſervationes communicant. *De Mairan* diverſitatem refrangibilitatis radiorum *Newtonianæ* a diverſa celeritate, qua agitantur globuli ætherei, deducit. Sumit autem in æthere particulas differentis agitationis capaces: & ob analogiam luminis cum ſono a *Newtono* demonſtratam in aere quoque agnoſcit moleculas ob diverſos elaſticitatis gradus diverſarum agitationum capaces, ita ut cuilibet tono ſuum reſpondeat particulare genus, & unumquodque a corporis ſonori particulis in motum concitari, quæ ſimiles vibrationes edunt. *Maraldus* quantitatem pluviæ A. 1719 reperit 9 digitorum $4\frac{2}{3}$ linearum. D. 26 Sept. A. 1719 declinatio acus magneticæ verſus occidentem fuit 12° 30′; paululum minor in fine Decembris. A. 1666, obſervante *Picardo*, nulla fuit declinatio. Ab eo tempore usque ad A. 1717 conſtanter crevit verſus occidentem. A. 1717 fuit 12° 45′, A. 1718 vero 12° 30′, quanta adhuc Anno 1719 deprehendebatur. Fuit adeo A. 1718 ſtatio-

na-

Digitized by Google

naria & nunc retrogradi videtur. Variatio per integros annos 41 fuit 12° 45': unde annua reſultat 18 minutorum. R. P. *Feuil-lée* per litteras certiorem fecit *Maraldum*, A. 1719 *Maſſiliæ* menſe Octobri arbores flores emiſiſſe, unde novi producti fuerint fructus, qui menſe Decembri ad maturitatem pervenerint, etſi juſtam magnitudinem non adepti. *Genuæ* mala perſica ad maturitatem pervenerunt, usque in menſem Martium integra conſervata. *De Juſſieu* deſcribit *Cachou*, quod extractum *Arecæ* eſſe docet per evaporationem induratum. Eſt autem *Areca* ſemen arboris, quæ pro ſpecie palmæ habetur & ad oras maritimas Indiæ orientalis creſcit. Act. Erud. An. 1724. M. Nov. Pag. 501.

In *Anatomicis* monſtrum, quod diſſecuit, *Mery* in ſcenam producit. Erat puella menſe ſexto in utero mortua ſine capite, brachiis, corde, pulmonibus, ventriculo, renibus, inteſtinis tenuibus, hepate, veſicula fellis, liene, pancreate. Nata fuit cum alia, tunc temporis adhuc viva. Utraque iisdem involucris fuit involuta, eadem placenta & unicus ex eadem progrediens funiculus umbilicalis in duos deſinens ramos in umbilicia fœtuum terminatos. Mater gravida hydrope laborare credebatur; ſed in partu inſigni quantitate aquæ effuſa nulla hydropis ſuſpicio remanebat. Medulla aderat ſpinalis in monſtro, etſi cerebro cum capite careret. Circulatio ſanguinis ſine corde probat, infantem in utero tanquam partem matris ſpectandum eſſe & ſanguinem matris per eundem circulari. In inteſtinis craſſis nullum erat meconium, quod *Mery* mixturam eſſe hinc colligit ex ſucco glandularum inteſtinorum tenuium, bile & ſucco pancreatico. *Littre* evidenter docet, ſanguinem menſtruum non ex vagina, ſed ex matrice ſola provenire. Etenim in fœminis tempore evacuationis menſtruæ mortuis matrix fuit craſſa & tenſa, vaſa ſanguifera fuere turgida, quorum aliqua ſanguinem in cavitatem uteri effundebant, ſuperficies interior matricis foraminibus admodum conſpicuis obſita & ſanguine arterioſo plena, ita ut utero extus compreſſo ſanguis per ea intus exſtillaret. In gravidis mortuis foraminula illa ob exilitatem vix conſpicere licuit, & compreſſa non ſanguinem, ſed liquorem lacteum reddidere. In fœminis neque gravidis, neque tempore purgationis menſtruæ denatis foraminula iſta tantum non prorſus imperceptibilia fuere & nonniſi pauca quantitas liquoris tenuis & limpidi exprimi potuit. *Winslow* de actione muſculorum nonnulla meditatur: arbitratur enim, hoc argumentum hactenus ab Anatomicis non fuiſſe pro dignitate expenſum. E. gr. omnis motus dicitur fieri muſculorum contractione: ſed hoc principium non eſſe univerſale per inſtantias probat. Pertinet huc capitis demiſſio, quæ fit Pag. 502.

proprio pondere muſculis relaxatis, quibus erectum tenebatur. Vera hæc cum ſit actio, quæ muſculorum relaxatione peragitur, nutui mentis exactiſſime conveniens, nova hinc naſcitur difficultas circa imperium animæ in corpus. Idem contendit, in omni actione, ubi muſculi ſoli agunt abſque ulla virtute peregrina, omnes muſculos ad eandem partem pertinentes in motum influere. V.gr. dum brachium flectitur, actionem non tribuendam eſſe ſolis flectentibus, verum etiam extendentibus, adducentibus & abducentibus. Extendentes enim relaxari pro ratione contractionis flectentium, adducentes & abducentes brachium in æquilibrio tenere. Prope *Veſuntium* in Comitatu *Burgundiæ* duo rivi confluunt, quorum unum *Bougeaille*, alterum *Craye* lingua vernacula incolæ appellant. Hujus aqua cruſta lapidea obducit corpora, quæ alluit: illius aqua has cruſtas iterum ſolvit: unde poſt confluxum evaneſcit vis petrificandi. *Billereſius*, Medicinæ Doctor *Veſuntinus*, facto experimento didicit calculos veſicæ in illa ſolvi, ita quidem ut materia ſoluta aquam obnubilans primum præcipitetur, deinceps autem præcipitata inſtar ſalis imbibatur: in hac autem, quæ cruſtas lapideas inducere ſolet, eosdem calculos ab omni mutatione immunes perſiſtere. *Deslandes* vermes marinos deſcribit navibus adeo infeſtos, cum magna copia ſimul irruentes lignum erodant. Ex Archipelago *Americano* a navibus ex *Antillanis* inſulis reducibus ante 50 circiter annos in noſtra maria allati ſtupendo numero ſeſe multiplicarunt. *Petitus*, Medicus *Namurci*, hermaphroditum deſcribit, qui baſta virili inſtructus, ſed teſticulis carens, eosdem cum matrice in infimo ventre reconditos poſſedit. Idem meminit viri per penem ſanguinem menſtruum evacuantis: quem forte perinde matricem in infimo ventre habuiſſe ſuſpicatur. *Winslow* obſervationes quasdam circa oſſa corporis humani communicat, quibus aut corrigit aliorum errores, aut defectus ſupplet. E. gr. Mechanicam & uſum coſtarum in reſpiratione de-

Pag. 503. clarat, quem *Borellus* atque *Bellinus* cum *Aquapendente* in obſcuro reliquerint, quantamcunque ad hoc argumentum enodandum ſolertiam attulerint. *Mery* manum monſtroſam ſpectandam ſiſtit.

In *Chymicis* Tabulam ſuam, cujus in Actis hujus anni p. 282 mentionem fecimus, ab objectionibus vindicat *Godofredus*, & ope ejusdem ſolvit problema a *Stablio* amico cuidam ſuo propoſitum, quo, poſtquam acidum vitriolicum ſale Tartari ſaturatum & chryſtalliſatum fuit, acidum a ſale fixo in inſtanti abſque igne & in vola manus ſeparari jubetur: id enim futurum cenſet, ſi primum principium oleoſum, deinde novum acidum ad-

datur,

Digitized by Google

datur, in cujus gratiam alcali ſeu ſal Tartari ſecedat a principio oleoſo. *Lemery* continuat ſuas obſervationes de analyſibus chymicis ordinariis, poſtquam ad examen revocavit ingentem numerum analyſium a *Bourdelino* methodo ordinaria factarum, quas Academia Scientiarum conſervat. Multa annotavit de falſis conſequentiis, quæ inde deduci poſſunt, de defectibus operationum & de remediis adhibendis. E. gr. Experimenta chymica, quibus dignoſcuntur acida & alcalina, ut per ſyrupum violarium, ſolutionem Mercurii ſublimati &c. non habere locum, niſi cum fuerint a ſe invicem ſeparata. Salia in materiis animalibus & vegetabilibus eſſe concreta & per ignem acidum ab alcalino ſeparari, ut adeo de proprietatibus concreti non liceat judicare ex proprietatibus ſeparatorum. Dari acida in plantis & animalibus, quæ per analyſes ordinarias non appareant. Non plus acidi dari in plantis, quam in animalibus, etſi contrarium vulgo appareat. *Reneaume* deſcribit aquas minerales An. 1719 haud procul *Pariſiis* detectas. *Godofredus* junior in originem *Salis Armoniaci* inquirit, & id ex urina extrahere docet, adjecto ſale marino aut ſpiritu ſalis. Immo idem extrahi poſſe monet ex oſſibus, ungulis, cornubus, pilis, ſanguine. Hac ratione invenit, quod optaverat *Dodartus*, quomodo ſalibus animalibus odor & ſapor moleſtus demi poſſit, convertendo ſcilicet eadem in Sal Armoniacum per additionem ſalis marini ſive culinaris & demendo poſtea acidum ope Salis Tartari. Sal ſuum Ammoniacum artificiale idem eſſe cum orientali, experimentis probat. Et originem orientalis, quam divinavit, confirmarunt litteræ, quas de eadem ad Academiam Regiam dederunt *Lamereus*, Conſul *Cairæ* & *Sicardus* Miſſionarius e Societate Jeſu in *Ægypto*. Etenim in *Ægypto* ob ligni raritatem ſtercora animalium paleis admixtis comburunt. Ex fuligine & ſale marino per ſublimationem præparatur Sal *Ammoniacum*. *Lemery* deſcribit præparationem Antimonii, quæ ſub nomine *pulveris Carthuſiani* (*poudre des Chartreux*) ab aliquot annis inclaruit, & quæ jam a *Glaubero*, ſed per modum ænigmatis, proponitur: *Boulduc* vero præparationem *Magneſiæ*, in noſtris oris ſatis notam.

Act. Erud. An. 1724. M. Nov.

Pag. 504.

In *Botanicis* mentio fit libri de gramine, quem *Joannes Scheuchzerus* ſub titulo: *Operis Agroſtographici idea* A. 1719 editum ad Academiam Scientiarum miſit. *Vaillant* enumerationem plantarum (quas vocat) *Corymbiferarum* continuat, in Commentariis A. 1719 edi cœptam. *Iſnardus* novum plantarum genus conſtituit, cui *Euphorbii* nomen imponit.

In *Geometricis* impoſſibilitatem quadraturæ indefinitæ circuli demonſtrat *Saurinus* inde, quod *Hoſpitalius* in opere Conico de-

Act. Erud. An. 1724. M. Nov. Tab. 1. Fig. 4. demonſtraverit, problema de diviſione circuli in partes quotcunque æquales eſſe gradus indefiniti, ita ut e. gr. triſectio ſit gradus cubici. Tradit autem pro rectificatione indefinita methodum approximandi geometrice per lineas rectas. Sit nempe arcus AM ſemicirculo minor, AD ad diametrum AB perpendicularis. Ducantur chordæ AM & MB, atque MB continuetur, donec occurrat ipſi AD in D. Biſecetur arcus AM in N & ducta Pag. 505. AE, erigatur ex E ad eandem perpendicularis EF. Similiter biſecetur arcus AN in O ducatur AG, ex G vero excitetur perpendicularis GH, & ita porro. Erit arcus AM major quam chorda AM, ſed minor quam AD; major quam AE, ſed minor quam AF; major quam AG, ſed minor quam AH, & ita porro. Ex obſervationibus *Richerii*, ab aliis deinde confirmatis, *Newtonus* atque *Hugenius* intulerant, terram habere figuram ſphæroidicam, cujus longior axis ſit ſub æquatore, minor tranſeat per polos: ſed *Caſſinus* junior ex obſervationibus paternis de linea Meridiana per integram *Galliam* continuata deduxit, axem longiorem tranſire per polos, minorem eſſe in æquatore. Cum obſervationes tam *Richerianæ*, quam *Caſſinianæ*, in dubium vocari nequeant; *de Mairan* oſtendit, quod *Caſſiniana* Telluris figura per utrasque obſervationes obſiſtat. Demonſtrat enim, admiſſa inæqualitate graduum latitudinis terreſtrium verſus æquatorem figuram primitivam Telluris in quiete ſcilicet ſpectatæ, eſſe ſphæroides oblongum; hoc ipſum vero motu vertiginis accedente mutari in alterum minus oblongum. *Newtonus* & *Hugenius* demonſtrarunt figuram contrariam, quod figuram Telluris primitivam ſumſere ſphæricam. *De Lagny* analyſin *Diophanteam* promoturus methodum proponit indefinite ſolvendi problemata indeterminata cujuscunque gradus in numeris integris.

In *Aſtronomicis* novas Tabulas Solares juxta hypotheſin *Kepleri* ellipticam condidit de *Louville*. Eccentricitatem duplam determinavit 333830, ſeu biſſectam 166915 partium, qualium ſemidiameter eccentrici eſt 10000000, & locum verum Apogæi A. 1716 in Cancri 8° 10′ 34″, uſus cum hypotheſi circulari, tum elliptica, per utramque enim eadem prodit eccentricitas, idem locus Apogæi. Anomalia media in his Tabulis A. 1700 eſt 182° 10′ 51″, longitudo Apogæi 79° 56′ 40″, medius motus Solis annuus 11 S. 29° 44′ 49″, motus Apogæi 51, æquatio maxima, quam in 89° 16′ 58″ & 270° 43′ 2″ anomaliæ veræ locum habere determinat, 1° 54′ 45″. *Caſſinus* obſervavit d. 21 April. A. 1720 occultationem fixæ tertiæ magnitudinis γ in pectore Virginis, quæ per teleſcopium 16 pedum geminata appa-

ret.

Digitized by Google

ret. Immerſio occidentalioris in limbum Lunæ conjunctioni proximæ obſcurum contigit o h. 25′ 14″, immerſio orientalioris o h. 25′ 44″. Utraque diſparuit fere in inſtanti abſque luminis vel magnitudinis ſucceſſiva diminutione; emerſa propemodum ſimul o h. 51′ 16″. Nulla quoque accidit in colore vel figura ſituque ſtellarum mutatio: unde nullum atmoſphæræ lunaris indicium præbuerunt. Diſtantia ſtellarum ſemidiametro apparenti unius æqualis: quo tamen non obſtante tempus immerſionis differebat 30 ſecundis, immerſio fere utriusque fiebat intra dimidium ſecundum. Hinc infert magnitudinis veræ diametri ad diſtantiam centrorum ut 30 ad $\frac{1}{2}$ five ut 60 ad 1, conſequenter diametri veræ ad apparentem ut 30 ad 1. *Maraldus* in Marte ſub finem Auguſti A. 1719 terræ proximo, cum eſſet Soli in perihelio oppoſitus, quod rariſſime contingit, per teleſcopium 34 pedum varias maculas obſervavit per diſcum diſperſas una cum faſcia obſcura medium diſci perreptante & ad axem revolutionis inclinata. Ad extremitatem orientalem conſpiciebatur adhuc alia inclinata: unde motum vertiginis collegit unius diei ſeu hor. 24 & 40′, quantum determinavit *Caſſinus* ſenior. Vidit etiam prope polum meridionalem maculam lucidam miris mutationibus obnoxiam. Notavit autem, maculas Martis obſcuras diverſo tempore obſervatas multas mutationes quoad figuram, ſitum & magnitudinem ſubiiſſe, eumque in finem diverſorum annorum obſervationes inter ſe comparat, ut adeo conſtet, magnas mutationes in ſuperficie hujus planetæ non modo circa æquinoctialem, verum etiam circa polos contigiſſe. Per 4000 annos Terra noſtra quoad maria & montium ſitum non paſſa eſt mutationem, quæ obſervatoribus Jovicolis & Marticolis in oculos incurrere queat, ut adeo mirum videri debeat, cur Mars adeo magnis & ſubitis mutationibus obnoxius ſit, quales etiam alio tempore Aſtronomi Pariſini in Jove notarunt, niſi foſſilia figurata iſtiusmodi mutationes olim quoque in Tellure contigiſſe loquerentur. Maculæ quoque ſolares hoc anno fuere frequentes & quæ ſub finem anni 1719 d. 21 Dec. apparuit, terram quater excedens magnitudine in limbo Solis occidentali inciſuram obſcuram efficiebat. Act. Erud. An. 1724. M. Nov. Pag. 506.

In *Geographicis* juſſu Regis mappam Geographicam univerſalem confecturus *Deliſle* ſenior multa induſtria & eruditione inquiſivit in ſitum præcipuorum Terræ locorum, & quomodo eundem determinaverit, quos errores correxerit, prolixe recenſet. Pag. 507.

In *Mechanicis* proprietates communes declarantur deſcenſus corporum gravium rectilinei in omnibus hypotheſibus poſſibilibus gravitatis conſtantis vel variabilis ſecundum potentias quaſcun-

que

que ſpatiorum, temporum atque celeritatum. *Saurinus*, qui in examinanda arte conficiendi horologia verſatus, applicationem penduli ad horologia multis adhuc laborare defectibus docet, nec ſubſiſtere poſſe motum cycloidalem ab *Hugenio* ingenioſe excogitatum & Geometris tantopere celebratum. *De Leſſon* proponit examen pulveris pyrii ſuper charta carbone candente illa illæſa accendendi tanquam novum inventum: quod Gallis forſan hactenus inuſitatum, apud nos pervulgatum ab omnibus Autoribus commendatur, qui de Pyrotechnia idiomate *Germanico* ſcripſere.

E numero Sociorum A. 1720 ſublatus eſt *Philippus de Courcillon*, Marchio de *Dangeau*, natus d. 21 Sept. A. 1638. Pater ejus *Ludovicus de Courcillon*, Marchio de *Dangeau*, caſtra *Calvini* ſequebatur; ſed *Philippus* valde juvenis ad *Pontificia* tranſiit. Ob formæ pulchritudinem & naturales ingenii dotes amabilis erat. A. 1657 & 1658 ſub *Turennio* equeſtris turmæ præfectum egit. Facta pace *Pyrenæa* aliquandiu in *Hiſpania* res in bello contra *Luſitanos* præclare geſſit & ſpretis lautis, quæ ipſi a Rege *Hiſpaniarum* offerebantur, conditionibus amore patriæ ductus in Galliam rediit, ubi duabus Reginis ludendi dexteritate ſeſe commendavit, præſertim cum poſſet Hiſpanice loqui. Cum nimiam argenti ſummam ab iis lucraretur, *Colberto* autore, cui id diſplicebat, Rex ipſe aliquando attendit ludenti, ſed neſcio, quod ipſe adeſſet, & fidelitate exacta perſpecta in proprii ludi ſocietatem eundem admiſit, cum de voluptate fœminæ cuidam illuſtri creanda meditaretur. In Poeſi excellebat, qua utrique ſeſe commendabat. A. 1665 copiarum regiarum Præfectus conſtitutus, quam dignitatem ſibimet Rex hactenus reſervaverat. Enimvero cum Rex ipſe caſtra ſequeretur, præfecti caſtrorum (quod munus ille in ſe ſuſceperat) vicarius ejus lateri conſtanter adhæſit. Cum in hiſtoria moderna, genealogia & ſtatuum Europæ notitia haud parum profeciſſet, Rex decreverat, ut Legatus in Sveciam abiret, ſed precibus ejus adductus alia negotia eidem demandavit. Miſſus eſt aliquoties ad Electorem Palatinum legatus extraordinarius & matrimonium inter Jacobum Ducem *Eboracenſem* & Principem *Mutinenſem* confecit, hancque in *Angliam* comitatus eſt, quorſum deinceps juſſu Regis etiam altera vice abiit. Ad præclaras dignitates evectus, cum A. 1704 Marchio *Hoſpitalius* diem extremum obiiſſet, ob inſignem erga bonas literas propenſionem in ejus locum ſuffectus. Obiit d. 9 Sept. A. 1720, ætatis 82.

Pag. 508.

Additur ſub finem hiſtoriæ hujus anni ſingulare quoddam ſupplementum, conſtans literis, quibus continetur hiſtoria de Ruſſorum Monarcha ab Academia Scientiarum in Societatem recepto.

pto. Cum Academia Scientiarum Monarcham Pariſiis præſentem omni cultu proſecuta fuiſſet, & volumina Hiſtoriæ & Commentariorum mathematico-phyſicorum eidem obtuliſſet; *Areskinſius* Archiater literis d. 7 Novembr. A. 1717 *Petropoli* datis illius nomine gratias agebat, quod eum in numerum Sociorum recipere voluerint, offerendo tributum nonniſi Sociis debitum. *Fontenellius* Secretarius perpetuus nomine Academiæ reciprocas gratias egit, quod tanti nominis Monarcha permittere dignetur, ut auguſtum nomen catalogo Sociorum præfigatur, litteris d. 27. Decembr. An. 1719 ad ipſam Majeſtatem exaratis. Reſcripſit Monarcha d. 11. Febr. 1721 ad Academiam Regiam, ſignificans, quam gratum ſibi acciderit, quod locum in Academia obtulerint; ſe omnibus viribus eo anniſurum, ut ſcientiæ & bonæ artes in Imperio ſuo capiant incrementa. Se juſſiſſe, ut Archiater ſuus *Blumentroſtius* Academiæ ſignificet in poſterum, ſi qua in Imperio ſuo occurrant attentione ipſorum digna. Miſit & mappam geographicam maris *Caſpii* juſſu ſuo recens confectam, de qua nonnulla ſingularia annotavit *Blumentroſtius* in literis d. 14 Februarii A. 1721 Petropoli ſcriptis, quæ auguſtas comitabantur, Academiæ tandem nomine *Fontenellius* literis d. 15. Octobr. 1721 ſcriptis Ruſſorum Monarchæ reſpondet & inſtituto ſcientias ac bonas literas in Imperio ſuo promovendi applaudit.

Act. Erud. An. 1724. M. Nov.

Pag 509.

# OBSERVATIO

## Conjunctionis Veneris & Reguli, die 3 Julii 1724 celebratæ;

### *Ex Literis Illuſtris D.* EUSTACHII MANFREDI *Bononiæ datis d. 19 Julii* 1724.

Obtigit nobis die 3 hujuſce Menſis, ut Venerem cum Corde Leonis junctam, clara die, quippe quatuor ante Solis occaſum horis, intueremur. Utramque ſidus poſt meridiem $3^h\ 43', 6''$ eodem ſecundo temporis ſcrupulo ad circulum horarium adventabat, ac propterea eadem erat utriusque Aſcenſio recta. Venus tunc temporis Septentrionalior nonnihil Regulo apparebat, quanto tamen circuli arcu, dicere non auſim, hoc enim ipſum dimetiri per nubes non licuit, quæ ſtatim cœlum obvolvebant.

Act. Erud. A. 1724. M. Nov. bant. Hoc unum ſcio, diſtantiam Reguli a propriore limbo Veneris una Veneris diametro minorem extitiſſe. Obſervationes aliæ per illos dies ſub veſperam a nobis habitæ in idem conſpirant, ut Venerem Regulo juxta Aſcenſionem rectam conjunctam oſtendant circa horam a meridie 3. 47′ (quod parum ab immediata illa obſervatione abludit) ac Venerem minus uno minuto borealiorem ad idem tempus efficiant.

# OBSERVATIONES

*Circa eandem Conjunctionem ex literis Rev. P.* NICASII GRAMMATICI *S. J. Ingolſtadii d. 6 Jul.* 1724.

BOnonienſis Inſtituti Socii invitarunt me ſub finem Junii ad obſervandum arctam Veneris cum Corde Leonis ſynodum d. 3 Julii celebratam, ſed ego quidem omni meo conatu & ſudore haud exiguo utpote tempeſtate calidiſſima operam perdidi, ob altitudinem ſyderum non procul a Meridiano ☌ tempore diſtantium & identidem intercurrentes nubes. Tubi enim optici minores etiam 12 pedum ſtellam fixam non exhibebant, majores vero 18 & 22 pedum tam firmo pede non inſiſtebant, ut iis Planetam invenire poſſem præſertim cum ventus validior ut plurimum Pag. 510. eos ſuccuteret. Spero tamen Pariſinis & Bononienſibus Aſtronomis utpote ejusmodi organis probe inſtructis non inviſum abiiſſe rarum id phænomenon. Ego contentus eſſe debui aliquot obſervatis pridie ejus diei & ſub ingruente nocte poſt ☌ inſtitutis, quæ ita ſe habent:

Obſervationes Veneris & Reguli Leonis die 2 & 3 Julii A. 1724 Ingoſtaldii habitæ.

*Die 2 Julii p. m.*

H. ′ ″

9. 38 o Micrometro dimenſa ♀ & ∗ centrorum diſtantia erat 35′ 50″ tubo 6 ped.

9. 40, 36 ♀ incedens per Æquatoris parallelum tranſiit filum horarium Teleſcopio inſertum.

9. 41, 44 ∗ ♌ is ad filum obliquum delata eſt, quod 45° angulum cum horario conſtituit.

H. ″

Act. Erud. An 1714. M. Nov.

H.
9. 42, 55 * ad horarium, quem ante Venus ſubierat.
0. 2, 19 differentia Aſcenſ. rect. in tempore & in Minut. Æquatoris 34′. 45″
0. 1, 11 differentia declinat. * & ♀ in tempore, in partibus æquatoris, habita ratione diſtantiæ * ab æquatore 17′. 17″ ♀ borealiore.
9. 46, 9 Venus ad horarium.
9. 47, 16 * ad filum primum obliquum.
9. 48, 27 * ad horarium.
9. 49, 38 * ad obliquum alterum.
0. 2, 18 different. aſcenſ. rect. = 34′. 40″.
0. 1, 11 declinat. different. = 17′. 17″ ♀ boreal.

*Die 3 Julii p. m.*

8. 3, 0 diſtantia centrorum ♀ & * micrometro dimenſis erat 9′. 14″ minus accurate.
8. 33, 0 eadem diſtantia 8′. 23″ minus accurate.
8. 35, 5 * ad filum obliquum primum.
8. 35, 16 * ad horarium.
8. 35, 27 * ad filum ſecundum obliquum.
8. 35, 53 Venus ad eundem horarium.
0. 0, 37 differentia Aſcenſ. rect. = 9′ 15″.
0. 0, 11 differentia declinat. = 2. 40 Ven. auſtraliore.
8. 39, $26\frac{1}{2}$ * ad obliquum primum. Pag. 511.
8. 39, 38 * ad horarium.
8. 39, $49\frac{1}{2}$ * ad obliquum ſecundum.
8. 40, 16 Venus ad horarium.
0. 0, 38 differ. aſcenſ. rect. = 9′. 30″
0. 0, $11\frac{1}{2}$ differ. declinat. = 2. 46.
8. 45, 27 * ad primum obliquum.
8. 45, 39 * ad horarium.
8. 45, 52 * ad ſecundum obliquum.
8. 46, 0 diſt. antror. ♀ & * micrometro dimenſa erat 9′. 26″ accurate.
8. 46, 18 ♀ ad horarium.
0. 0, 39 different. Aſcenſ. rect. 9′. 45″.
0. 0, $12\frac{1}{2}$ different. declinat. 2. 58.
8. 56, 26 * ad primum obliquum.
8. 56, 40 * ad horarium.
8. 56, 54 * ad ſecundum obliqu.
8. 57, 20 ♀ ad horarium.
0. 0, 40 differ. aſcenſ. rect. = 10′. 0″.
0. 0, 14 differ. declinat. = 3. 24.

Comparatis hiſce aſcenſionum rectarum differentiis die 2 & 3 obſervatis, motum horarium Aſcenſ. rect. ♀ obtinui 1′. 55″, hinc ex 1 obſervatione diei 3 colligitur ☌ veræ ♀ & ☉ momentum H. 3. 45′, 53″, ex 2 H. 3. 43′, 16″ ex 3 H. 3. 42′, 18″, ex 4 H. 3. 44′, 0″, quæ ultima erit inter reliquas media.

Facta autem collatione diſtantiarum micrometro dimenſarum, motus hor. ♀ medius erat 1′. 57 $\frac{1}{2}$, quare ☌ per obſervationem h. 8, 40″, quam reliquis accuratiorem cenſebam, erui H. 3. 46′, 0″.

Minimam centrorum in ☌ proxima diſtantiam ex differentiis declinationum ut cumque determinavi, motum enim horarium declinationis medium inter maximum & minimum definivi 53″ & inde ex 1 obſervatione die 3 pro mom. ☌ H. 3. 44′, 0″ obtinui minimam centrorum diſtantiam 1′. 38″ ♀ boreal. ex 2. 1′. 35″ ♀ borealiore. ex 3. 1′. 29″ ♀ boreal. ex 4. 1′. 12″ ♀ bor. quare aſſumendo mediam ea minima diſtantia erit 1′. 24″.

EX-

# EXCERPTA
## EX ACTIS ERUDITORUM
### LIPSIENSIBUS,
### TOMI OCTAVI SUPPLEMENTORUM.

## RESPONSIO

Ad JOANNIS BERNOULLII Animadverſionem

*In ſolutionem Problematis cujusdam, quæ animadverſio edita eſt in Actis Lipſienſibus Menſis Junii A. MDCCXXI.*

TOmo VII Sectione VIII p. 172 Supplementorum ad Acta Lipſ. Nicol. Bernoullius, Joannis Filius, Problema a Patre acceptum Geometris propoſuit. Tom. VIII Supplem. Sect. I. Pag. 40. Brevi poſt adventum hujus Libri in noſtram regionem (Angliam) charta incidit in manus, quæ Problematis Solutionem exhibere præ ſe ferebat; cujus ſolutionis exemplum inſcio nec opinante chartæ Scriptore in publicum emiſi; & nuperrime inveni, Jo. Bernoullium abhinc amplius ſex menſibus animadverſione illud cohoneſtaſſe. Quod videam Cel. Virum elaborare, ne quis Amici mei ſolutionem ſuæ

ante-

Tom. VIII Supplem. Sect. I.

anteferret, is arctum quidem temporis ſpatium ad eam ſolutionem ſumebat; & ut otium ei defuit rem ab illo tempore ulterius proſequendi, ita alia negotia jam quoque obſtant quo minus animum eidem rurſus applicet. Cuperem igitur ſine mora videre ipſam Bernoullii ſolutionem, & ne ſuſpicio de nobis eum impediat, quaſi noſtram ſolutionem ex ea quam prolaturus ſit adornare inſtituerimus, pauca, quæ Amico meo inveniſſe contigit, Notis fictis apponam.

Curvarum, quæ Problemati conveniunt, quæcunque ſumatur Ordinata illius *ngjy4ubp81lwiyq4ri7qa2pæn3iaxn7blq3jbi2wi1dsr ngamwtif* ut ſermone Arithmeticorum utar *gl7ap5an21e61zſf19an rb7vwtyusbgcmsiqdgr72fxæbrc4ny6r98of3pn27bxt45pxseoj1l72951 lgil* ordinatæ *bqzxnægfy3pxjvojlsæ5nvyzzcr8be1g181fcq6a* jacentes & *qgln3qzti4anapcn96vsyf8zbep8* diſtantiam. Hujuſmodi autem Curvæ inveniri poſſunt *use5i1q1b7wz2pqænvszaps9ulb2* Curvam, qualem Problema requirit *6vntrqwt6djf8wz17xpr5ælv* Curva *bxz zgb47691padbm3* quæ habeat *fbvrjb2719q4jæbr16dtæ* a principio ſuæ Abſciſſæ Ordinatas *sqcrmznrt12cn9p3taxnvglc3pq* Abſciſsæ poſitas. Eſt enim Ordinata Curvæ *g681mxf6cfvjezvrlqpnqæyv 1us* ordinatam habentis *ame2btb91lmna9f1d2rjav16g311029cvsqms* terminato a *ænv21zdwjvtscbt2pw8* æquales areæ Curvæ *xbcseqtn 2rbqæp5xof6xjeigdyl* autem *xwdænof3p* pendet a *vbse9b* & Curvam Problemati ſatisfacientem *1py7tcl1cdugtmxmyodjaqbmxlæ5d 4æcjbæp1* derivat, quæ habeant *qbduxbrjb2nzzyf1955qrmnbpqrw sx5sæloqdbæps* Abſciſſæ Ordinatas *qsne2bgpixfg9afbs73clbsep1cd suxlacwxn2crqyxlb1gi8* poſitas. Et hæc *pxwen8lfgafc9rdb2bqbu 378sqz5r* ſequens præbet, nimirum ſi aliqua Curva ſumatur, qua Problema ſolvi poſſit *wa1bsqzevgyl52ct5f69* & ſi hujus Ordinatæ *ey1pgi3473fvixæ5wgi8xzn3v9sg2p7a1bdy45m7wqzida6v1*. Curva Problemati ſatisfaciens *qgimln3bldyx9d7* Abſciſſam conſtruatur *gfvbpb2ey7dwixj1z* ea lege, ut illius Ordinata *dnæ2b1qz1twr1xfd* Abſciſſæ ubique *62vr5wnry12ugrc9rf3z* aſſumptæ *yt7p8b4cbær7u lbzqæ4a5* Ordinatæ *z3yaæxwc5vtfe7mno4qpæn8ogcwnmqwgc8* Ordinata *ixcbdrjgfynzrqæny1lf2eme9* Curvæ conſtruendæ Ordinata, quæ *tæxzrfegelxovjfd* Abſciſſæ *3zædf* omnes enim Curvæ hac ratione *bw8y1usiwug82esvy95f3mbz7wp7m4byu3twb1u796g1pn6stax* demonſtratur Propoſitione ſequenti, quod *qdnfdag7t3cmbbymi 28s7wudqiepmbct41r6p5xzævrfejcg3csyf39cpxvsicrpq1ay6l* adjacenti æquale eſt rectangulo ſub *æp5na2pb193zorbp1tsyb1npfug4yzs 7n81d* adjacentis *b2q6a1dæczriepmlajæp75zi4ntf1be1lut15vpfgjpc 973mlpscnlf3taxrbbq6zgcd5*. Denique *3pcn1ypxjdntrz* derivatur a *qæaypibvbgz292c8nv6ry1zdfqdætlxs6r5ajln39* quadratura Curvarum *fb7zq6bxs5wæmprlc7* Exemplum generale, quod exhibui,

Pag. 41.

Cur-

Curva Logarithmica & Cycloïs *g2gydctv4i5z4be1* inveſtiari poſſunt *xb3pnrstugdyzq6* Unus Caſus Curvæ Logarithmicæ commode invenitur *wntsgcqzepmr5w1jg5lb9b1xwgd523ſ* Linea *cpbxſzr8æpn8os5myg7pynbbbilmzqm1* memoratæ. Alter hujus Lineæ caſus deducitur ex *1aebi2d17wzyn32ql'wanrvt8zqz4cx552vicnrzam* nonæ *byſtpgcd53pcq6djl14xlsgt1* quæ omnium Curvarum in *myb2bs7gr4qmtv6jmdp5aæn179str2avbyqydægim5l2c839c* Parabolam cubicam & Hyperbolam conicam. Cycloïs *b8cucg7pyælnſzt0sq6ſn96stapxſd2pgvjeitnbprt8lqi4t* deduci diximus Exemplum iſtud generale *9rydmg9m7wpbyeuisgcqzxicnbbbu7gcq6dn2pbyzxw1djql1g9rbinbqjb1* non ſine ambagibus *sgpnuqpxrlwgiqzynoſbvbn9g3bulxjn1gtlbznaq5l4dægit59* inveniuntur Curvæ geometricæ rationales *binm3tq4pyg473bis7ucd9bu3lgsnsqzx7zbuxd5bysn9qexcrbdnagipn8o6yx9bzx7* pendente; quandocunque enim Curva *zwgidnavixvfnpq5mbied6pbvpyl9jqtnads3ybydg3lx7jvſlpg7lyp5* habet, cujusmodi *itb9c2pwe1xwl7zdqæg32lcſvqlmræa5bpwzncz82* Curvæ quoque inveniendæ Ordinata rationalis erit. Denique *wbpxwjdnugdqmdgin59gyp3mxv7æpt9nz1ydſtgtqx1ojbpywgm2qjlwbænzxſz* facile eſt invenire *bnpbywxtns5qtrmdg6l2czbc81qd6invsdcbtabdue1bg3mijqryjs6* & quibus *xopwbeuny6ſx5acſ* id fiet. Unde intelligi poteſt *xqzg7pbbvntq5yvgcwbdveælq1ænzradx9561* Problemati conveniat. Tom. VIII Supplem. Sect. I. Pag. 42.

Hactenus de Methodo Amici mei generali; nil amplius jam reſtat, præter Demonſtrationem, cum Bernoullius id petat, quibus modis Lineæ Logarithmicæ problemati ſatisfaciant; adjungam autem Cycloidis quoque in eodem problemate uſum. Et primum quod ad Cycloidem ſpectat, expediam.

## *De Cycloide.*

Tab. 1. Fig. 1.

Sint AB, CD duæ lineæ rectæ parallelæ, quas EF ad perpendiculum ſecet. In diametrum EF deſcribatur ſemicirculus EGF & eo ſemicirculo deſcribatur ſemicycloïs FH. Jam ſi alia ſemicycloïs ILQ priori ſimilis & æqualis ſed ſitu inverſo intra parallelas deſcribatur, & ſi contingentes LM, LN ducantur, dico angulum MLN rectum eſſe.

Sit IOP ſemicirculus, quo deſcribitur ſemicycloïs IQ, ejus diameter IP; ducatur LGO, lineis AB, CD parallela, & jungantur FG, GE, IO. Erit deinde contingens LM parallela rectæ FG, & contingens LN parallela rectæ IO, quæ parallela eſt rectæ EG. Angulus igitur MLN = eſt angulo FGE recto, ideoque angulus MLN rectus eſt. Q. E. D.

De

Tom. VIII Supplem. Sect. I. Pag. 43. Fig. 2.

### *De Caſu primo Linearum Logarithmicarum.*

Sit AB linea Logarithmica aſymptoton habens CD; eique ordinatim applicetur EF, quæ ſit ſubtangenti logarithmicæ æqualis. Ad lineam rectam EF & ad quodcunque in ea punctum I conſtituatur alia linea logarithmica GHI priori ſimilis & æqualis, ſed ſitu inverſo diſpoſita. Deinde ſi contingentes HL, HM ducantur, dico angulum LHM angulo CEF eſſe æqualem.

Ordinatim applicetur HN, fiat EO=EN, ordinatim applicetur OP, & ducatur contingens PQ. Puncta P & H æqualiter diſtant a recta EI, unde punctum P in curva AB puncto H in curva GI reſpondet, & angulus OPQ=eſt angulo NHM, propterea quod curvæ AB & GI ſimiles ſunt & æquales. Quoniam vero curva AB eſt logarithmica & EN, EO æquales, erit NH × OP= EF*q*. Eſt autem EF=NL=OQ, unde ut NH : EF (NL) :: EF (OQ) : OP. cum igitur anguli HNL, QOP ſint æquales, triangula HNL, QOP ſunt ſimilia, & angulus QPO, qui æqualis eſt angulo NHM, æqualis quoque erit angulo NLH. Unde anguli NHM & NLH æquales erunt, & angulus LHM angulo CNH ſive angulo CEF æqualis Q. E. D.

Pag. 44. Fig. 3.

### *De Caſu altero Linearum Logarithmicarum.*

Sint AB, CD duæ lineæ rectæ parallelæ, intra quas quælibet alia linea recta EF, ducatur. Ad aſymptoton AB deſcribatur linea logarithmica GH, cujus ſubtangens ſit æqualis lineæ EF, & ordinatim applicatæ comprehendant cum aſymptoto angulos verſus contingentes parti æquales dimidiæ anguli AEF. Quibus poſitis ſi ad aſymptoton CD alia deſcribatur linea logarithmica ILM priori ſimilis & æqualis, & ſi ducantur contingentes LN, LO, dico angulum OLN angulo BEF eſſe æqualem.

Ducatur NP ut angulus ANP angulo AEF ſit æqualis, & erit NP=EF. Sumatur NQ lineæ EF ſive ſubtangenti lineæ logarithmicæ æqualis, jungaturque QL. Quoniam igitur QL punctum Q conjungit cum puncto contactus L, QL ordinatim ad aſymptoton AB applicabitur, adeoque angulus LQN verſus contingentem LN æqualis parti dimidiæ erit anguli AEF vel anguli ANP; eſt autem NP=EF=NQ, quoniam igitur NP, NQ ſunt æquales, & angulus LQN æqualis dimidio angulo ANP, recta QL producta tranſibit per P efficiens triangulum PNQ iſoſceles. Eadem ratione ſi ducatur OS ut angulus COS æqualis ſit angulo AEF

AEF erit OS = EF; ſi vero ſumatur OR = EF, ducaturque RL, ordinatim ea applicabitur ad aſymptoton CD, & producta tranſibit per S, propterea quod linea IM ſimilis eſt & æqualis lineæ GH. Erit autem angulus PRL (= angulo LSQ) = angulo LQS = angulo NPQ, unde erit angulus LSQ = angulo NPQ, & triangula SLQ, PNQ ſimilia ſunt, angulusque SLQ = angulo PNQ = angulo BEF. Eſt autem & LS = LQ, OS = NQ, item angulus OSL (= angulo ORS) = angulo NQL. Triangula igitur OSL, NQL æqualia ſunt, habentia baſes OL, NL æquales, & angulos NLQ, OLS, etiam æquales auferatur communis angulus NLS & relinquetur angulus OLN = angulo SLQ = angulo BEF. Q. E. D. Tom. VIII Supplem. Sect. I. Pag. 45.

Coroll. Quando EF ad AB perpendicularis eſt; adeoque & angulus OLN rectus, erit angulus LQN anguli recti pars dimidia. Dat. Londini d. 29 Jan. 17$\frac{21}{22}$.

# ANIMADVERSIONES Pag. 64.

## In æquationes differentiales ſecundi gradus,

### *Autore Co.* JACOBO RICCATO.

REductio æquationum differentialium ſecundi ordinis plerumque eſt adeo perplexa, atque involuta, ut Analyſtam minus attentum frequentiſſime eludat. Dum ſyntheticæ viæ inſiſtimus, & a primis fluxionibus ad altiorem gradum aſcendimus, cum aſſumatur tanquam conſtans vel nota differentia, vel nulla, eæ difficultates, de quibus ſermo erit, vix occurrunt; quæ tamen evitari nequeunt, ſi problema aliquod proponatur ſecunda elementa involvens & analytica methodo procedendum ſit. Pag. 67. Infinitas dari formulas differentio-differentiales, ad quas pervenitur, nulla adhibita conſtante, nemo profecto ignorat: totidem quoque exhiberi poſſe, ad quas pervenire non conceditur, niſi conſtante in ſubſidium vocata, acutiores non latet Analyſtas: at quomodo ab invicem dignoſci queant, & qua ratione tractandæ ſint, non ita compertum neque obvium puto; cum tamen ſublimioris Geometriæ officium ſit inſpicere, quouſque, & quibus in circumſtantiis expreſſiones iſtæ ſolutionem admittant.

Sit ex. gr. conſtruenda curva, in qua quælibet abſciſſæ dignitas ſe habeat directe ut ſecunda differentia ordinatæ, & in-

Tom. VIII Supplem. Sect. II. verſe ut ſimilis differentia ejusdem abſciſſæ, quæ curva exponitur per æquationem differentialem ſecundi ordinis $x^m ddx = ddy$: ajo nullam curvam inter poſſibiles quæſtioni ſatisfacere, ſi a primis ad ſecundas fluxiones fiat tranſitus, absque eo quod aliqua prima differentia uſurpetur pro conſtante, nec juvabit, ſalva æqualitate, æquationes ipſas quomodocunque alterare ſive per additionem terminorum æqualium, ſive per valorum ſubſtitutionem: at ex oppoſito, conſtante determinata, inveniuntur quidem curvæ problematis conditionem implentes, ſed numero infinitæ, & indole differentes; utpote quæ variantur ad arbitrariæ conſtantis mutationem. Poſteriores haſce expreſſiones, quæ ſub falſa ſpecie nobis imponunt, a veris, atque legitimis ſecernere, videtur eſſe profundioris indagationis; nihilominus certum, & quantum ſubjecta materia patitur, generale Criterium Mathematicis examinandum propono, quod ſaltem uſui erit in his omnibus caſibus, in quibus nos calculus integralis haud deſerit.

Porro ad formulas primis tantum differentiis implicitas revocantur æquationes omnes differentiales ſecundi gradus, ad quas, ſive aſſumta ſive non aſſumta conſtante, perventum eſt, & in quibus ſecundæ fluxiones cum primis, & cum finitis magnitudinibus quomodocunque miſceantur, dummodo alterutra ex indeterminatis fluentibus cum ſuis functionibus æquationem propoſitam non ingrediatur: quod dicendum pariter de illis expreſſionibus, quæ ad hanc formam aliqua adhibita induſtria Pag. 68. redigi poſſunt: cæterum in reliquis, quas progreſſus noſter non complectitur, ad aliquos caſus particulares ſe extendere poteſt Analyſtarum ſolertia; at ſi quis canonem generalem inveniret, is profecto eſſet mihi magnus Apollo. Interim conſideranda venit æquatio catholica (A) $zdx = dy$, in qua omnes formulæ differentiales primi gradus continentur; cum litera $z$ deſignet magnitudinem utcunque datam per functiones coordinatarum $x$ & $y$. Transeo ad altiores differentias, nulla aſſumta conſtante, proditque æquatio (B) $zddx + dzdx = ddy$, quæ, dum in eodem ſtatu permanet, nullo negotio integratur. Quod ſi ipſius forma immutetur, ſubrogatis valoribus ab expreſſione (A) mutuo acceptis, tunc infinitæ formulæ oriuntur, quæ majus artificium poſtulant. A ſimplicioribus exemplum peto: loco ipſius $dx$ ſubſtituatur quantitas æqualis $dy:z$, & primus terminus æquationis (B) multiplicetur per dignitatem $z^m dx^m$, reliqui vero per æquivalentem $dy^m$, unde reſultet nova æquatio (D) $z^{m+1} dx^m ddx + dy^{m+1} dz : z = dy^m ddy$.

Hujusmodi formulæ expedite reducuntur ope alicujus conſtan-

ſtantis, quod ut fiat quantum fieri poteſt, generaliter deſigno pro conſtante fluxionem $dx:q$, eſt autem $q$ magnitudo quomodocunque dsta per indeterminatas $x$, $y$, & conſtantes. Pono $dx:q=dp$, & cum ſit $dx:q$ conſtans, erit pariter conſtans $dp$. Hinc in æquatione $dx=qdp$ transeundo ad ſecundas differentias habebimus $ddx=dqdp$. Præterea ſtstuo $dy=udp$, & ſumtis ſecundis differentiis in eadem hypotheſi conſtantis $dp$, erit $ddy=dudp$. Subrogatis in expreſſione (D) valoribus ut ſuprs determinatis, & inventis, oritur æquatio $z^{m+1}q^m dqdp^{m+1} + u^{m+1}dz:z\times dp^{m+1} = u^m du\, dp^{m+1}$, & dividendo per $dp^{m+1}$, $z^{m+1}q^m dq+u^{m+1}dz:z=u^m du$, & ſummando per regulas vulgares, non omiſſa conſtantis $g$ additione, $g+q^{m+1}:\overline{m+1}=u^{m+1}:\overline{m+1}\times z^{m+1}$, quæ æquatio dat $u=z\times\overline{q^{m+1}+gm+g}^{\frac{1}{m+1}}$, & quia $dy=udp=udx:q$, opportuna adhibita ſubſtitutione, occurrit æquatio reducta (E) $dy=zdx:q\times\overline{q^{m+1}+gm+g}^{\frac{1}{m+1}}$. Tom. VIII Supplem. Sect. II.

Ex hoc operandi modo ſponte fluunt nonnulla conſectaria. Pag. 69.

1. Si determinata msgnitudine $z$, æquatio (E) conſtruatur ſaltem per quadraturas quando fieri poteſt, & indeterminatæ ſunt ſeparabiles, manifeſtum puto curvas infinitas noſtræ formulæ reſpondere, variatur enim natura curvæ, ob mutatam conſtantem $dx:q$, & quilibet valor quantitatis $q$ novam ſemper æquationem localem, ſive algebraicam, ſive tranſcendentem ſubminiſtrat.

2. Quanquam alterato valore magnitudinis $q$ curvæ diverſæ originem ducant, certum tamen eſt in quacunque hypotheſi locum invenire inter ipſas curvam, ut ita loquar, principalem dependentem ab æquatione fundamentali (A) $zdx=dy$, nam ſi fiat æqualis nihilo conſtans $g$, quam addidimus integrando, ſtatim æquatio (E) tranſit in æquationem (A). In hoc caſu nihil refert, quænam differentia $dx:q$ accepta ſit pro conſtante, cum evaneſcente $g$, etiam quantitas $q$ evaneſcat.

3. Si æquatio (E) ulterius differentietur, non reſtituet expreſſionem (D) niſi duobus in caſibus; vel ponendo $g=o$, & procedendo ad ſecundas differentias nulla conſtante aſſumta, multiplicatis tamen terminis per quantitates æquivalentes, ut ſupra factum eſt; vel iterum differentiando, determinata prius pro conſtante fluxione $dx:q$. Utrumque patet relegendo analyſeos veſtigia. Cæterum æquatio (E) rurſus differentiata, neutra conditione impleta, formulam toto cœlo diverſam ab expreſſione (D) quam reducendam aſſumſimus, exhibet.

Tom. VIII Supplem. Sect. II. Idem omnino contingit, ſumto pro conſtante elemento $dy : q$; nam operationem juxta traditam methodum inſtituendo, quam brevitati conſulens omitto, deveniemus ad æquatio-

4\. nem reductam $dx = dy : q \times \overline{mg + g}^{\frac{1}{m+1}}$ reſpondentem noſtræ formulæ (D), in quo pariter notandum; quod facta conſtante super radditą $g = o$, prodit expreſſio fundamentalis (A) $z dx = dy$.

5\. Denique ex dictis colligi poſſe videtur, quod propoſita nuda formula differentiali ſecundi gradus (D) $z^{m+1} dx^m ddx + dy^{m+1} dz : z = dy^m ddy$, putarem ex aſſe me ſatisfeciſſe Analyſtæ quan-

Pag. 70. tumvis moroſo, obſervando ad hanc expreſſionem perveniri potuiſſe, vel nulla conſtante aſſumta, quo in caſu locum invenit æquatio integralis $z dx = dy$, vel deſignando pro conſtantibus fluxiones $dx : q$; $dy : q$ & tunc ſummatorias eſſe $dy = z dx : q \times \overline{q^{m+1} + gm + g}^{\frac{1}{m+1}}$; $dx = dy : z - dy : q \times \overline{mg + g}^{\frac{1}{m+1}}$. Adderem, æquationem unicam $z dx = dy$, quæ differentiata absque conſtantis beneficio tranſit in æquationem (D) ab aliis infinitis artificio ſupra explicato diſtingui poſſe, quia ſemper eadem manet in quacunque conſtantis ſuppoſitione, reliquæ vero variata conſtante mutationi ſunt obnoxiæ.

Supereſt ut videamus, utrum in aliis expreſſionibus, & præcipue in æquatione (F) $x^m ddx = ddy$ reſpondente problemati ab initio propoſito aſſignatæ conditiones adimpleantur ad mutationem conſtantis, & quæ rurſus differentiata, nulla conſtante aſſumta formulam (F) ſaltem terminis additis, vel ſubductis, aut valoribus ſubrogatis, ſalva æqualitate reſtituat. Fiat igitur de more $dx = q dp$, eritque propter conſtantem $dp$, $ddx = dq dp$. Sit iterum $dy = u dp$, hoc eſt $ddy = du dp$, & ſubſtituendo $x^m dq dp = du dp$, ſeu $x^m dq = du$, & integrando $\int x^m dq + g = u$; ſed $dy = u dx : q$; ergo $dy = dx : q \times \int x^m dq + g dx : q$.

Hic noto, quod facta $g = o$, & reducta ultima æquatione ad ſimpliciorem formam, videlicet $dy = \int x^m dq \times dx : q$, quilibet valor ipſius $q$ æquationem, & curvam diverſam ſubminiſtrat, niſi fortaſſe poneretur exponens $m = o$, quod aſſumtam hypotheſin evertit. Idem dicendum ſtatuta conſtante fluxione $dy : q$, ex quibus infero, fruſtra quæri æquationem differentialem primi ordinis, quæ propoſitum præſtare queat, & formulam (F) $x^m ddx = ddy$, ſine conſtantis auxilio, reſtituere; nam ſi daretur talis æquatio, prodere ſe deberet in quacunque conſtantis ſuppoſitione, cum tamen noſtra analyſis contrarium oſtendat.

Conſtat igitur problema propoſitum, nempe curvam inveni-

re,

re, in qua data dignitas abſciſſæ ſit ſemper directe ut ſecunda fluxio ordinatæ, & reciproce ut ſimilis fluxio ejusdem abſciſſæ, ſolvi non poſſe, ſi curva quæſita talem proprietatem obtinere debeat, ſumtis ſecundis differentiis nulla conſtante determinata, & ex oppoſito curvas infinitas ſatisfacere, ſi modo una, modo altera conſtans uſurpanda ſit. Tom. VIII Supplem. Sect. II. Pag. 71.

Non erit abs re aliud exemplum in medium afferre, & ſequentem formulam (G) $x^m ddx = zddx + dz^2 + zzdz^2$ examini ſubjicere. Hanc ſub canone noſtro non comprehendi, videtur primo aſpectu colligi ex eo, quod æquatio utramque indeterminatam $x$, $z$ cum ſuis functionibus contineat: verum ſi fiat $zdz = dy$, nova expreſſio (H) $x^m ddx = ddy + dy^2$ ex hac ſubſtitutione reſultans juxta regulas ſupra explicatas ſolutionem non reſpuit.

Inprimis deſigno pro conſtante differentiam $dx$, unde fit $ddx = o$. Evaneſcente igitur termino $x^m ddx$, remanet $-ddy = dy^2$, vel $-ddy : dy = dy$, & integrando log. $dx : dy = y$, vel $dx : dy = 1^y$, hoc eſt $dx = 1^y\, dy$, & tandem $dx : x = dy$, quæ æquatio dat logarithmicam vulgarem. 1.

Statuo tanquam conſtantem alteram differentiam $dy$, in qua hypotheſi, exiſtente $ddy = o$, erit $x^m ddx = dy^2$. Pono $dx = sdy + cdy$, $c$ conſtans eſt ſive affirmativa ſive negativa, & $s$ variabilis determinanda. Transeo ad ſecundas differentias, & ſeſe offert æquatio $ddx = dsdy$. Hinc ſubſtituendo $x^m ds = dy$, ſed $dy = dx : \overline{s+c}$; igitur $sds + cds = x^{-m} dx$, & ſummando omiſſa inutili conſtantis $g$ additione $ss : 2 + cs = x^{-m+1} : -\overline{m+1}$, ſeu $s + c = \sqrt{2x^{-m+1} : -\overline{m+1}) + cc}$: atqui $dx = \overline{s+c} \times dy = dy \times \sqrt{2x^{-m+1} : -\overline{m+1}) + cc}$; igitur $dx : \sqrt{2x^{-m+1} : -\overline{m+1} + cc} = dy$. 2.

Quæro utrum logarithmica inventa num. 1 adhibita conſtante $dx$, locum pariter habere poſſit in ſuppoſitione conſtantis $dy$ num. 2 uſurpata. Facta conſtante $c = o$, periculum facio an forte quantitas $\sqrt{2x^{-m+1} : -\overline{m+1}}$ poſſit eſſe æqualis magnitudini $x$. Quoniam hinc inde quadrando $2x^{-m+1} : -\overline{m+1} = xx$; igitur $2x^{-m+1} = -\overline{m+1} \times xx$, & cum eadem quantitas debeat eſſe, tam in coefficiente, quam in exponente binario æqualis, ſequitur ad æqualitatem non perveniri, niſi ponendo $-m + 1 = 2$, quo in caſu determinatur valor exponentis $m = -1$. 3.

In formula (H) $x^m ddx = ddy + dy^2$, limitando, ut dictum eſt, valorem exponentis $m = -1$, tunc ad æquationem $x^{-1} ddx = ddy + dy^2$ 4. Pag. 72.

$+dy^2$ pervenire poſſumus nulla aſſumta conſtante, ejusque ſummatoria in hac hypotheſi eſt æquatio differentialis ad logiſticam $dx:x=dy$; nam aſcendendo ad ſecundas differentias absque conſtantis auxilio, habebimus $ddx:x-dx^2:xx=ddy$, ſed $dx^2:xx=dy^2$; ergo $ddx:x=ddy+dy^2$.

5. Quod ſi valor ipſius $m$ non ſit æqualis quantitati negativæ $-1$, ad expreſſionem (H) nullo modo pervenire conceditur, niſi aliqua fluxio tanquam conſtans determinetur.

6. Procedendo autem generaliter, ut ſupra factum eſt, repeto æquationem (H) $x^m ddx=ddy+dy^2$. Sumo pro conſtante elementum $dx:q=dp$, & ſtatuo pariter $dy=udp$, ut obtineam rurſus differentiando $ddx=dqdp$; $ddy=dudp$, & ſubſtituendo $x^m dqdp=dudp+dy^2=dudp+udydp$, & dividendo per $dp$, $x^m dq=du+udy$; ſed $dy=udp=udx:q$; igitur $x^m dq=du+uudx:q$.

7. Methodus generaliter ſeparandi variabiles in hac expreſſione, etiamſi quantitas $q$ detur quocunque modo per functiones ſolius ignotæ $x$, pro deſperata habenda eſt. Moneo tamen, quod ſi fiat exponens $m=-1$, ſimplicior indeterminatæ $u$ valor prodit æqualis fractioni $q:x$; nam loco ipſius $u$ hoc valore ſubrogato, omnes termini in æquatione ſe mutuo deſtruunt. Hinc collocata in æquatione ſubſidiaria $dy=adp=udx:q$ hoc valore, redit æquatio ad logarithmicam $dy=dx:x$, quæcunque fuerit conſtans aſſumta per magnitudinem $dx:q$ expreſſa.

Denique manifeſtum eſt, noſtrum operandi progreſſum in maximam difficultatem ſeparationis indeterminatarum poſtremo deſinere. Hanc ſpartam olim exornandam ſuſcepi, ſpecimenque aliquod in Diario Italico exhibui: ſed aut ego fallor, aut negotium tam ſubtile, tam arduum, ex quo potiſſimum pendet calculi infinitorum optata perfectio, non niſi conjunctis viribus promovendum eſt. Ut igitur ad hanc inquiſitionem profundioris analyſis & Geometriæ cultores excitem, ſequens problema propono.

Pag. 73. In ſuperiori formula $x^m dq=du+uudx:q$ dato ad libitum exponente $m$, ſtatuatur quantitas $q=x^n$. Peto qua ratione determinandi ſint valores alterius exponentis $n$, ut ſuccedat indeterminatarum ſeparatio, & æquationis constructio per ſolas quadraturas.



Digitized by Google

# DANIELIS BERNOULLI, JOH. FIL.

## Med. Cand. Notata in præcedens ſchediaſma Ill. Co. Jacobi Riccati.

Animadverſiones has in æquationes differentiales ſecundi gradus ab Autore acceptas Frater meus, Nic. Bernoulli, apud Italos h. t. agens, tranſmiſit ad Patrem, quem nomine Autoris rogavit, ut illas una cum ſcriptis ſuis Actis inſerendas Lipſiam deferri curaret. Perlectis, priusquam mitterentur, Riccatianis Animadverſionibus, ſequentia in illas mihi obſervata fuerunt.

Recte quidem aſſerit Ill. Riccatus, ſæpiſſime difficulter methodo, quam vocant *a priori*, integrari, cujus integratio a *poſteriori* nullo negotio exhiberi poteſt: ſed exemplum, quo illud probare contendit, ſcopo quem habet non ſat bene reſpondere videtur: Æquatio differentio-differentialis exempli loco allata hæc eſt (D) $z^{m+1} dx^m ddx + dy^{m+1} dz : z = dy^m ddy$, quam peractis nonnullis ſubſtitutionibus deduxit ex æquatione differentiali $z dx = dy$. Hæc enim æquatio (D) differentialis ſecundi gradus haud magno negotio *a priori* reducitur ad æquationem ſimpliciter differentialem, nimirum hoc modo: Æquatio (D) æquivalet huic $dx^m ddx = dy^m z^{-m-2} ddy - dy^{m+1} z^{-m-2} dz$, quæ poſitis $dy = q$ & $ddy = dq$ (ut integrabilitas terminorum eo melius pateſcat) degenerat in hanc $dx^m ddx = q^m z^{-m-1} dq - q^{m+1} z^{-m-2} dz$, quæ integrata dat $\frac{1}{m+1} dx^{m+1} = \frac{1}{m+1} q^{m+1} z^{-m-1} + \frac{c}{m+1} dr^{m+1}$ (per $\frac{c}{m+1} dr^{m+1}$ intelligo quantitatem conſtantem arbitrariam reliquis terminis homogeneam) & tandem reſubſtituto pro $q$ valore $dy$ habebitur æquatio differentialis gradus primi $\frac{1}{m} dx^{m+1} = \frac{1}{m+1} dy^{m+1} z^{-m-1} + \frac{c}{m+1} dr^{m+1}$ ſeu $dx^{m+1}$ Pag. 74. $= dy^{m+1} z^{-m-1} + c dr^{m+1}$; poſito autem $c = 0$ poſteaque reducta æquatione habetur $z dx = dy$. *Q. E. F.* Errat quoque ex inadvertentia Ill. Riccatus, cum æquivalentem ſtatuit æquationem log. $dx : dy = y$ huic æquationi $dx : dy = 1^y$; illa enim eſt pro logarithmica, hæc pro linea recta, ſiquidem $1^y$ ſeu unitas ad quamcunque poteſtatem ſive determinatam ſive indeterminatam elevata nil niſi ipſam producis unitatem. Autor in animo haud

dubie

Tom. VIII Supplem. Sect. II.

dubie habuit dicere æquationem log. $dx:dy = y$ ſumtis logarithmorum numeris abire in hanc $dx:dy = n^y$, ubi per $n$ non quidem ipſa unitas ſed talis intelligendus eſt numerus, cujus logarithmus eſt unitas, adeo ut Autori contigerit confundere unitatem cum numero, qui unitatem habet pro logarithmo, quem numerum deſigno per $n$. Poſtea transformat æquationem $dx:dy = n^y$ (loco $1^y$ ſubſtituam ſemper $n^y$) in hanc $dx = n^y\,dy$, ex qua colligit $dx:x = dy$, id quod verum quidem eſt, ſed patet Cl. Riccatum hanc conſequentiam formando ſupponere $x = n^y$, quæ jam eſt ipſiſſima æquatio pro logarithmica, uti dudum hoc oſtendit Parens meus, vid. Act. 1697 p. 294. unde liquet Riccatum delabi in petitionem principii, dum ſupponit æquationem eſſe pro logarithmica, quod id ipſum eſt, quod demonſtrare ſibi propoſuit.

Oſtendit tandem doctiſſ. Riccatus, quam neceſſaria ſit ſeparationis indeterminatarum doctrina, in qua excolenda multus fuit, ſtrenueque, ut audimus, etiamnum ſe exercet non ſine ſucceſſu egregio; quin & ſtimulos admovet Mathematicis, ut conjunctis viribus negotium hoc promovendum amplectantur. Hunc in finem iisdem problema proponit dignum a ſe habitum, cujus ſolutionem tentent. Perſcribit Frater meus, ſe illud ſolviſſe; ſed præter ipſum alii quoque exiſtunt ſolutores, ſolutionem enim eruerunt Pater & Patruelis Nic. Bernoulli, pariter ac egomet: eorum vero analyſes nondum vidi, excepta illa a Parente excogitata, quæ ratione operationis & in procedendi modo a mea diverſa eſt. Interim nos ſinguli ſua quisque methodo utentes in eosdem valores exponentis $n$ incidimus, unde Pag. 75. ſuſpicor, alios non dari ſeparabilitatis caſus, quam quos per diverſas vias deteximus; ſolutionem addo, ne tamen aliis idem tentandi occaſionem adimam, illam characteribus occultis involvo, revelaturus ſignificationem, quando tempus poſtulaverit.

Solutio problematis ab Ill. Riccato propoſiti characteribus occultis involuta.

24a, 6b, 6c, 8d, 33e, 5f, 2g, 4h, 33i, 6l, 21m, 26n, 16o, 8p, 5q, 17r, 16s, 25t, 32u, 5x, 3y, +, −, —, ±, =, 4, 2, 1.

CO-

Digitized by Google

# COMITIS JULII CAROLI DE FAGNANIS,

## Patritii Senogallienſis,

*Defenſio Art. VII. Tom. XXXI. Diarii Eruditorum Italiæ, qua occurritur reſponſioni a D. N. Bernoulli vulgatæ in Actis Eruditorum Lipſiæ Anno 1720. Menſe Julio, atque exhibetur ſolutio Problematis ad calculum integralem pertinentis.*

CUm ab ingenio in privatis epiſtolis commendavi doctiſſimi Domini Nicolai Bernoulli primas oppoſitiones, meque ab eisdem nequaquam lædi affirmavi, non illo id egi conſilio, ut ipſis tanquam veris aſſentirer, publicisque ſcripturis quæ falſa eſſent refellendi eam mihi libertatem adimerem, qua unice uſus ſum, ut illorum emolumento proſpicerem, qui bujusmodi ſtudiis oblectantur. Et quamvis mea cum hoc Geometra agendi ratio minime culpanda ſit, præſertim ubi innoteſcant quæcunque nobiscum interceſſerunt, quæque hic nihil attinet commemorare, eandem tamen in poſtremis ſcripturis vehementer accuſat, verbisque utitur maxime abhorrentibus a mea loquendi circumſpectione in Art. VII. Diarii XXXI. Liceret mihi non minus acri ſtylo certare, ſed quia argumentis occurrere præſtat quam verbis; ea, qua literariæ contentiones tractari ſolent, moderatione reſpondebo.

Breviori quidem Defenſione indigerem, ſi Domino Bernoulli libuiſſet aſſertiones meas juxta genuinum ipſarum ſenſum interpretari, meque ab onere dilucidius easdem explicandi liberare. Principio nunquam affirmavi ex binis hisce æquationibus Pag. 76.

$$(1)\ Xdy^n : y^m dx^n = \frac{a}{x} + \frac{bddx}{dx^2} + \frac{cddy}{dxdy} + \frac{fdy}{ydx}.\ (2)\ dy : y^{m:n} = x^{r:n}\, dx : \left(\frac{n}{n}\int X x^{nr:n} dx + k\right)^{1:n}$$

ſecundam eſſe *ſolam*, & perfectam integralem primæ. Ajo alteram ab altera perfecte integrari, ſed nusquam enuntio hac unice via ad integrationem perfectam perveniri, vocando ſcilicet integrationem perfectam, quæ non involvit expreſſionem numeri infiniti conſtantis, & multipli-

Tom. VIII Supplem. Sect. II. cantis quantitatem conſtantem finitam ( conſulatur pag. 69. & 70. Diarii 31. ) Scripſi equidem pag. 72. ejusdem Diarii „ Ma in „ virtù del mio Teorema ritrovaſi in primo luogo, che per giun- „ gere alla perfetta integrazione &c. dee prenderſi queſta co- „ ſtante (3) $z^{t-a}dx^{u-b}y^{\frac{mu}{n}-f}dy^{-e-u}$; ſed non ideo aſſerui alia methodo inveniri non poſſe conſtantem aliam aptam integrationi æquationis ( 1 ), verbum quippe *dee* Italis interdum neceſſitatem ſignificat, interdum etiam convenientiam, quo poſteriori ſenſu ab animo ſtudiis partium libero vocem illam accipiendam confidebam, atque in fine hujus Defenſionis Problema reſolvam, quo oſtenditur infinitas conſtantes ſuppetere novarum curvarum productrices, quibus integrari poſſit æquatio (1). Minus recte etiam interpretatur D. B. hæc mea verba proſtantia pag. 77 Diarii 31 „ Il Sig. Bernulli ammette l'uſo di tali „ equazioni ſolamente nel caſo in cui la coſtante fu aſſunta, „ e determinata *prima* di pervenire all' equazione differenzio „ differenziale del Problema, ed io l' introduco liberamente „ anche nel caſo, in cui l' aſſunzione, o determinazione della „ coſtante ſiegue *dipoi* che ſi è ritrovata la medeſima equazio- „ ne finale, atteſochè intanto nel primo caſo ha luogo queſt' „ uſo, in quanto l' aſſunzione della coſtante non determina l' „ eſſenza della curva ricercata, ma la medeſima ragione mi- „ lita con tutta la ſua forza eziandio nel ſecondo caſo; perchè „ dunque hanno da ſopprimerſi in eſſo i dritti della coſtante „ aſſunta, che furono iſtituiti per dilatare i confini della nuova
Pag. 77. „ Analiſi? &c. Dixi præterea pag. 396. Diarii 27. „ Poichè per „ giungere all'equazione (1) nulla di coſtante è ſtato ſuppoſto, „ io ſono in libertà di ſupporre coſtante quella quantità diffe- „ renziale che mi parrà più propria, mentre potendo farſi que- „ ſta ſuppoſizione in tutte le curve immaginabili ſenza variar- „ ne l' eſſenza, eſſa laſcerà tuttavia indeterminata la natura „ della curva, che dee ſoddisfare all' equazione (1). Dixi inſuper p. 73 Diarii 31: „ la quantità coſtante (3), la quale può „ ſempre aſſumerſi in qualunque curva immaginabile dove al- „ tra coſtante non ſia ſtata ſuppoſta differenziata anch' eſſa &c. „ dimoſtra &c. Ex hiſce locutionibus, attento præſertim ſcopo in quem verba collineant, æquum fuerat nihil aliud inferre, niſi quod, cum poſſit qualibet differentialis conſtans aſſumi in qualibet curva, nulla differentialis conſtans ex ſe ſola ſpectata alterat vi tantum ſua eſſentiam curvæ cujuscumque, & conſequenter nec curvæ quæſitæ, quanquam differentiales con-

conſtantes (antea, vel poſtea acceptæ) ſi referantur ad æquatio-nem problematis, atque ut cum ipſa permixtæ & confuſæ conſiderentur, in caſibus utique infinitis generare queant curvas diverſæ indolis infinitas. In hac ſignificatione mea verba uſurpanda fuerant, etiamſi ulteriori eorundem explicationi ſuperſediſſem. Quid igitur rei eſt quod D. B. a recto ſenſu aberrando ſibi & aliis perſuadere nitatur, ſentire me ab æquatione (2) unam eandemque ſemper curvam repræſentari, etſi conſtans (3) variet, aut alia conſtans aſſumatur? In hanc ſententiam me invitum trahere illi certe omnium minime licuit, quippe qui legerit pag. 399. Diarii 27. in Corollario ſcilicet Theorematis quod oppugnat, hanc explicationem „ le lettere „ indeterminate $t$, & $u$, che entrano nell'equazione (2) deno„ tano eſponenti arbitrarj, e conſeguentemente infinite curve „ ſodisfanno all'equazione (1), il che è degno d'oſſervazione. Nimirum quemadmodum liquet a variis $t$, & $u$ valoribus pro variatione conſtantis (3) diverſas curvas ex æquatione (2) ſimul progigni; ita patet quæ hac de re mea mens fuerit ab initio. Sed nihil facilius alteratione ſententiæ germanæ allegando textum avulſum a præcedentibus, & ſubſequentibus verbis autoris. Non abſimili artificio contemnitur oppoſitio mea petita ex curva reſpondente huic analogiæ (4) $dx^n . dy^n :: \frac{X.a}{y^m x} + \frac{bddx}{dx2} + \frac{cddy}{dxdy} + \frac{fdy}{ydx}$, ex qua D. B. abſurdum per vim deducere conatur, nempe poſſibilitatem cujusvis proportionis, in qua duo primi termini ſint homogenei, & reliqui duo finiti. Verum enimvero apparebit æquo rerum æſtimatori tam ab homogeneitate duorum primorum terminorum analogiam quartam conſtituentium, quam a finita quantitate duorum poſtremorum, atque ab æquali uniformique intelligibilitate quarti termini, ſive $c = -b$, ſive $c$ æquetur cuilibet alteri numero rationali, apparebit inquam ex his omnibus non niſi unam partem oppoſitionis in medium productæ conſtitui, partemque alteram reſultare ex analytica expreſſione analogiæ (4) ubi quantitates $x$, & $y$ cum ipſarum primis, ac ſecundis differentialibus ita Geometrarum oculis loquuntur, ut quacumque alia expreſſione vehementius eorundem animis inſinuent quidquid evincere contendebam, eaque de cauſa me nequaquam teneri ad rem verbis involvendam, quam non brevius modo, verum etiam enucleatius diſertiusque analyticum idioma manifeſtat. His addatur me ideo de homogeneitate duorum

Tom. VIII Supplem. Sect. II.

Pag. 73.

rum primorum terminorum analogiæ (4) locutum fuiſſe, ut eam opponerem argumento Bernoulliano tunc a me ſoluto quod innitebatur æquationi heterogeneæ, cujus alterum membrum quantitate finita, alterum infinita, vel infiniteſima conſtabar, quemadmodum liquet ex Art. 5. Diarii 31. Neque hic D. B. finem facit ſenſus meos perperam exponendi; audiamus quam belle interpretetur hanc meam aſſertionem art. XI. Diarii 27. p. 396: „ Poichè per giungere all' equazione (1) nulla di co-„ ſtante è ſtato ſuppoſto, io ſono in libertà di ſupporre co-„ ſtante quella differenziale, *che a me parrà più propria*. „ Eandem ille p. 312. Actorum Lipſienſium ſic effert: „ In articulo XI „ Tomi XXVII dixit, & recte quidem, licitum eſſe ponere con-„ ſtantem quam libuerit „

*Io nol diſſi giamai nè dir potria*
*Per oro, per cistadi, o per caſtella.*

Pag. 79. Aliud eſt dicere: liberum mihi eſt conſtantem ponere eam differentialem, quæ opportunior videbitur, aliud vero longe diverſum aſſerere: licet mihi ponere conſtantem quam libuerit. Etſi in qualibet curva quælibet conſtans poni queat, non tamen inde ſequitur quamlibet poſitam conſtantem idoneam eſſe ad æquationem (1) integrandam. Ergo erroneum eſt illud *recte dixit*, quo D. B. ſententiam mihi tributam cohoneſtare dignatur; ego quidem adeo gratioſam approbationem alias ultro poſtulaſſem, nunc vero, ſua venia, eam reſpuere cogor tanquam *non hos quæſitum munus in uſus*, & interim ad rationes, quas noviter attulit, diſcutiendas tranſeo. Unam ex iis per modum reſponſionis intorquet, ait enim, mihi in eadem opinione permanenti ſe melius reſpondere non poſſe, quam rogando, ut exemplum, vel ſolutionem alicujus problematis proferam, ubi ad æquationem controverſam perveniam ſine ſuppoſitione differentialis conſtantis. Quanam, Deus bone, reſponſione, & ratiocinatione redarguor! Si mihi exemplum non ſuppetat, numquid de aliis omnibus conclamatum erit? Si antiquiores, recentioresque Geometræ ad Circuli atque Hyperbolæ tetragonismum nondum pervenerunt, numquid dimenſiones hujusmodi pro non poſſibilibus habendæ? Plura ex Geometricis inventis partim fortunæ partim induſtriæ debentur: at quomodo innotuit D. B. quibus limitibus poſterorum fortuna atque induſtria tenebuntur? Eſto, poſteritas nunquam perveniat ad requiſitum exemplum proferendum, ſolutionemque alicujus problematis juxta expoſitas leges depromendam: numquid inde demonſtratum fuerit adynaton eſſe? Hobbes forte id ſibi

ſua-

ſuaderet quippe qui definiret poſſibile: quod fuit, eſt, vel erit. At norunt quicunque non eo usque deſipiunt, validioribus fulctis ſtabiliendum quidquid in Geometria adynaton pronunciatur; atque idcirco cum D. B. ingenue fateatur, *ſe melius reſpondere non poſſe*, de cauſæ ſuæ ſtatu candidus lector conjecturam faciat. Ex alia parte expendendo notionem a voce *Problema* importatam conſtat per hanc ſignificari propoſitionem, quæ aliquid faciendum præſcribat. Hac definitione utitur in ſcientia calculi celebris Pater Reyneau, quæ quidem communi Geometrarum ideæ conformatur. Ergo ſi quis curvam expoſceret huic analogiæ ſatisfacientem $yy.s::1.x$ (ubi $y$ ſignificat ordinatas, $x$ abſciſſas, $s$ ſubtangentem, unitas vero arbitraria homogeneorum leges ſupplere concipitur) procul dubio is problema enodandum proponeret. Siquis autem curvam peteret aptam ad hanc analogiam ſervandam $r.s::\frac{ddx}{dx2}.1$ (ubi $r$ ſubnormalem repræſentat, & $(x)$ accipiendæ ſunt in axe) qua tandem de cauſa problema nequaquam proponere dicendus eſſet? Si hæc propoſitio aliquid faciendum præſcribit, cur a notione problematis eſt excludenda? Num fractio $ddx:dx^2$ hanc quæſito appellationem interdicet? At quotusquisque mortalium jus ſibi acquiſivit duram hanc legem ferendi, qua excludantur ab aditu in novas Geometriæ regiones problemata non omnino immunia ab expreſſionibus infiniteſimis ſecundi gradus? Porro ſi hæc ſecunda quæſtio problema eſt, ægre admodum evincetur hanc tertiam propoſitionem problema non eſse: Curvam invenire per quam ſalvetur ſequens analogia (ubi $(s)$ ſignificat ſubtangentem $s^n.y^n::\frac{X.a}{y^m x}+\frac{bddx}{dx^2}+\frac{cyddy}{sdy^2}+\frac{f}{s}$ & ſi hujusce analogiæ beneficio ad æquationem (1) ſine ullius conſtantis aſsumtione, ac determinatione pervenitur, cenſura vacabit meum Theorema art. XI Diarii 27 propoſitum, atque in logomàchiam deſinet tanto ſtrepitu excitatum certamen. Neque huc facit opponere ab hac analogia æquationem involvi, quæ ſine aſsumtione alicujus differentialis conſtantis integrationem non patiatur, quia, uti adverti in art. V. Diarii 31. p. 74. rurſumque hic repetere operæ pretium arbitror, motæ litis cardo in eo vertitur ut conſtet num ad æquationem (1) pervenire liceat ante determinationem atque indicationem illius differentialis conſtantis, quæ integrationem parit, an non? Sed tempus poſtulat ut cum D. B. Achille congrediar, cum illo ſcilicet novo ratiocinio quod directe

Tom. VIII Supplem. Sect. II.

Pag. 80.

Digitized by Google

Tom.VIII Supplem. Sect. II. Pag. 81. recte demonſtrativum autumat, & cujus viribus me proſternendum confidit.

*Nunc animis opus, nunc pectore firmo.*

In hunc finem ſequens lemma præmittit. Omnis æquatio differentialis ſecundi gradus in qua $dx$ eſt variabilis, & $dy$ conſtans transmutari poteſt ſalva æquatione integrali in aliam, in qua $dx$ eſt conſtans, & $dy$ variabilis ſcribendo pro $ddx$ hunc valorem $-\frac{dxddy}{dy}$. Tum $dy$ conſtantem ſupponit in æquatione (1) quæ in hanc transformatur (5) $Xdy^n : y^m dx^n = \frac{a}{x} + \frac{bddx}{dx^2} + \frac{fdy}{ydx}$. Ponit præterea conſtantem $dx$, & æquatio (1) in ſequentem mutatur (6) $Xdy^n : y^m dx^n = \frac{a}{x} + \frac{cddy}{dxdy} + \frac{fdy}{ydx}$. Demum æquationem (5) absque variatione integralis transformat ſubſtituendo vi præmiſſi lemmatis $-dxddy : dy$ pro $ddx$, ut æquatio infra ſcripta reſultet, quæ differentialem $dx$ conſtantem ſortitur (7) $Xdy^n : y^m dx^n = \frac{a}{x} - \frac{bddy}{dxdy} + \frac{fdy}{ydx}$: quibus peractis pronunciat ab æquationibus (6) & (7) congruentiam ſervari, atque idcirco æquando membra ſecunda, ac delendo redundantes terminos hanc æquationem aſſequitur $cddy : dxdy = -bddy : dxdy$, ex qua admodum facile concludit $c = -b$. At enim D. B. ante hanc præcipitem illationem onus incumbit probandi quod ex præſuppoſita æqualitate inter ipſas $x$, earumque differentiales ad æquationes (6) & (7) pertinentes, etiam ipſæ $y$, earumque differentiales tam primæ quam ſecundæ, immo vero etiam quantitas per $f$ deſignata vere æquentur in utraque æquatione: quippe ſi ſecus res ſe habeat ſuppoſita utriusque æquationis congruentia evaneſcit, ac tota novæ directæque demonſtrationis moles in purum putum paralogismum diſſolvitur. Ipſius demum ſolertiæ fuerat advertere quod quemadmodum in communi uſu loquendi eadem vox nonnunquam diverſa ſignificat; ita in idiomate analytico quamvis $y$, $dy$, $ddy$, & $f$ eædem viſui appareant, poſſunt in æquationibus (6) & (7) diverſis quantitatibus reſpondere

*Per eſto loco*
*ſi vuol tenere agli occhi ſtretto il freno*
*Però ch' errar potrebbeſi per poco.*

Pag. 82. Et revera ſi exempli gratia æquationem (1) integremus methodo a me expoſita in art. XI. Diarii 27 ſupponendo primo $dy$, deinde $dx$ conſtantem; inveniemus quod cum in primo caſu

caſu $ddy$ ſit $=0$ poteſt ſubtrahi $cddy:dxdy$ ab æquatione (1), quæ transmutabitur in hanc (8) $Xdy^n:y^m dx^n = \frac{a}{x} + \frac{bddx}{dx^2} + (c-c) \frac{ddy}{dxdy} + \frac{fdy}{ydx}$. Oportet igitur æquare conſtantem (3) quantitati $dy^\lambda$, in eaque concipiendo $c=0$, quia (c) in ipſa repræſentat coefficientem ipſius $ddy:dxdy$ in æquatione (8), ſcilicet zerum, orietur hæc æquatio $x^{t-a}dx^{u-b}y^{\frac{mu}{n}-f}dy^{-u}=dy^\lambda$: ex qua reſultabit $t=a$; $u=b$; $\frac{mu}{n}-f=0$, ſive $f=mb:n$; $\lambda=-u=-b$, qui valores ipſius $(t)$, & $(u)$ in æquatione ſecunda ſubſtituti eandem ſic transformant (9) $dy:y^{m:n}=x^{a:b}dx:(\frac{n}{b}\int. Xx^{na:b}dx+k)^{1:n}$. Apparebit etiam ex ſuppoſitione ipſius $dx$ conſtantis reſultare $ddx=0$ ita ut ſubtrahi poſſit $bddx:dx^2$ ab æquatione (1), quæ vertetur in iſtam (10) $Xdy^n:y^m dx^n = \frac{a}{x} + (b-b)\frac{ddx}{dx^2} + \frac{cddy}{dxdy} + \frac{fdy}{ydx}$. Æquando igitur conſtantem (3) ipſi $dx^\pi$, in eaque concipiendo $b$ æqualem zero, eo quod $b$ in ipſa denotet coefficientem fractionis $ddx:dx^2$ in æquatione (10), obtinebitur hæc nova æquatio $x^{t-a}dx^{u}y^{\frac{nm}{u}-f}dy^{-c-u}=dx^\pi$, quæ manifeſtat $t=a$; $-c-u=0$, vel $u=-c$; $\frac{nm}{u}-f=0$, vel $f=-\frac{nm}{c}$; $\pi=u=-c$, atque hi valores quantitatum $t$, & $u$ in æquatione (2) ſubſtituti illam in hanc aliam convertunt (11) $dy:y^{m:n}=x^{-a:c}:(\frac{-n}{c}\int. Xx^{-na:c}dx+k)^{1:n}$. Tandem videbimus quod vi lemmatis a D. B. indicati, & ſupra citati poteſt ſubſtitui in æqnatione (8) pro $ddx$ hic valor $-dxddy:dy$ ſalva æquatione integrali (9) ita ut liceat transmutare æquationem (8) in ſequentem, ubi $dx$ conſtans eſt, & loco ipſius $f$ apparet ejusdem valor $mb:n$ (12) $Xdy^n:y^m dx^n = \frac{a}{x} - \frac{bddy}{dxdy} + \frac{mbdy}{nydx}$; ſed etiam æquatio (10) ſubſtituendo pro $f$ ipſius valorem $-mc:n$ hanc ſpeciem

Tom. VIII Supplem. Sect. II.

Tom. VIII Supplem. Sect. II.

ciem induit (13) $Xdy^n : y^m dx^n = \frac{a}{x} + \frac{cddy}{dxdy} - \frac{mcdy}{nydx}$. Ergo liquet

Pag. 83. primo, quod cum binæ æquationes (9) & (11) ſint reſpective integrales binarum æquationum (12) & (13) quantitates $y$, & $dy$ valorem diverſum in binis poſtremis æque ac in binis primis ſortiuntur (ex hypotheſi quod in unaquaque ipſarum concipiantur æquales $x$, & $dx$ ſimulque $c$ non æquetur $-b$) & conſequenter quod $y$, $dy$, $ddy$ multum differre debent in æquationibus (12) & (13) quando $c$ non æquatur $-b$. Liquet ſecundo æquationes (12), & (13) eſſe reſpective easdem cum æquationibus (6) & (7), unde ſequitur quod cum illæ congruentiam nequaquam ſervent niſi in caſu quo $c = -b$, neque iſtæ eandem congruentiam extra caſum $c = -b$ ſervabunt. Liquet tertio ab argumento Bernoulliano nihil aliud evinci quam $c$ æquari $-b$ cum $c$ æquatur $-b$, id quod parergis omiſſis ſignificat nihil probari. Atque hic D. B. documento meo uti oportebat, quod contra me pag. 312. fruſtra retorquet videlicet
„ che l' influſſo della coſtante aſſumta è valevole a produrre
„ varj ſenomeni nel Mondo intelligibile

*In una parte più, e meno altrove.*

Quod ſi ipſe contendat ex impotentia integrandi æquationem (1) absque aſſumptione alicujus differentialis conſtantis, atque ex generatione diverſarum curvarum prodeuntium ab eadem æquatione hac vel alia methodo integrata quoties $dy$, $dx$, vel alia quantitas pro non fluente ſumitur, *demonſtrativa indicia* haberi, quibus conſtet ad æquationem (1) perveniri non poſſe ſine præcedenti determinatione differentialis conſtantis; hanc ego a doctis, & partium ſtudia declinantibus lectoribus æquitatem imploro, ut id ipſum illi non ante concedant, quam debitas probationes in medium produxerit, quas ſi forte repetat *a ſola inductione*, id eſt ab exemplis variarum, notarumque curvarum, atque ab earum æquationibus, quæ bis prius differentientur, rurſumque integrentur, advertant eruditi ratiocinia hujusmodi omnino invalida eſſe ad litem hanc dirimendam, quippe ipſis geometricæ probationis vim tribuere perinde eſſet, ac *generalem concluſionem manca inductione fulcire*. Inductioni vitioſæ

Pag. 84. (ut alibi notavi) originem debet etiam illa propoſitio, quam D. B. pag. 305 ſecundæ diſſertationis condecorat ſpecioſo titulo *Axiomatis nobiliſſimi*. Ego in art. 5. Diarii 31. ejusdem imbecillitatem oſtendi argumentis, quæ minime refellit Adverſarius, cum tantummodo conetur propoſitionem eandem clarius enunciare,

eo

eo tamen infelici exitu, quem cuique oſtendet collatio hujus mei ſchediaſmatis, atque articuli 5 Diarii 31 cum binis cenſuris Bernoullianis. Idcirco hac ſuper re verbis parcam, dummodo mihi liceat breviter iterare primo quod binæ æqnationes differentiodifferentiales concipi poſſunt F, & H ejus naturæ, ut aliqui termini reperiantur in æquatione F diverſi ab aliquibus terminis æquationis H, & nihilominus æquatio H æquipolleat æquationi F vi differentialis conſtantis aſſumptæ ab Analyſta *ante* vel *poſtquam* pervenerit ad æquationem H, quia eadem differentialis conſtans ubi differentietur producit æquationem cujus ſecundum membrum nullum eſt, atque hæc nova æquatio aptata æquationi H eandem transformat in æquationem F. Secundo quod in iſto caſu æquatio G quæ integralis eſt æquationis F repræſentat curvam, in cujus, ut ita dicam, viſceribus utraque æquatio F & H continetur. Tertio quod ex his præmiſſis ſequitur æquationem G non modo integralem eſſe æquationis F, verum etiam æquationis H æquipollentis æquationi F. Quare ſi æquatio G abſque ullius conſtantis aſſumtione differentiata producit æquationem F non autem æquationem H; inde inferre non licet æquationem G integralem non eſſe æquationis H, aut ipſam æquationem H ejus naturæ eſſe ut ad ipſam pervenire non detur abſque aſſumptione alicujus differentialis conſtantis. Id quod unice colligitur eſt, ad integrandam æquationem H ope æquationis G requiri aſſumtionem alicujus differentialis conſtantis vel *antequam* Analyſta ad æquationem H perveniat, vel *poſteaquam* perveniret ad eandem. Hiſce ad meam defenſionem productis ſupervacaneum reputo in cæteris ubi D. B. nihil ſolidi mihi objicit diutius immorari, atque ideirco gradum facio ad fidem promiſſi Problematis liberandam. Tom. VIII Supplem Sect. II.

## PROBLEMA.

*In ſubjecta æquatione* (14) *literæ* b, c, f, g, n *exprimunt quemvis numerum integrum, vel fractum, poſitivum, vel negativum comprehenſo etiam zero.* X, *&* P *majuſculæ ſignificant quantitates quomodolibet datas per* x, *conſtantesque finitas, & ipſum zerum; at* Y, *&* Q *denotant quantitates quomodolibet datas per* y, *& conſtantes, ipſumque zerum; demum litera & repræſentat quantitatem quomodolibet compoſitam ex variabilibus, & conſtantibus. Invenire ſuppoſitionem differentialis conſtantis,* quæ æquationem (14) integrabilem reddit. (14) Pag. 85.

$$XYdxdy^n : dx^n = Pdx + \frac{bddx}{dx} + \frac{cddy}{dy} + Qdy + \frac{gd\&}{\&}.$$

Tom. VIII
Supplem.
Sect. II.

## *Solutio Prima.*

Ponatur $adz : z = Pdx$, & $fdb : b = Qdy$ ($a$, & $f$ ſignificant quemvis numerum integrum, vel fractum, poſitivum vel negativum, ipſumque etiam zerum ubi nulla fuerit P vel Q) dabunturque $z$, & $b$ ſaltem tranſcendenter prima per $x$, ſecunda per $y$, quia integrando obtinebitur (15) $al.\, z = S.\, Pdx + M$, (16) $fl.\, b = S.\, Qdy + N$. ($l.$ eſt characteriſtica logarithmorum, M, & N indicant conſtantes arbitrarias cum ſuo ſigno). His poſitis æquatio (14) mutabitur in ſequentem (17) $XYdxdy^n : dx^n = \frac{adz}{z} + \frac{bddx}{dx} + \frac{cddy}{dy} + \frac{fdb}{b} + \frac{gd\&}{\&}$. Valor majuſculæ C expreſſus in infra ſcripta æquatione (18) eſto differentialis conſtans quæſita ubi $\theta$ denotat exponentem arbitrarium, $t$, $u$, $e$, $i$ ſignificant exponentes incognitos, & majuſcula A indicat quantitatem quomodocumque datam per $x$ & conſtantes, & conſequenter etiam per $z$ (18) $C = dx^t\, dy^u\, Y\theta b^e A \&^i$. Concipiatur nunc hæc æquatio, in qua $r$ eſt numerus incognitus (19) $\frac{dV}{V} = \frac{ardz}{z} + \frac{brddx}{dx} + \frac{crddy}{dy} + \frac{frdb}{b} + \frac{grd\&}{\&}$. Multiplicetur æquatio (17) per hanc quantitatem $rz^p\, dx^n\, dy^{-n}\, Y^{-1} A^q$, in qua $p$, & $q$ repræſentant exponentes adhuc incognitos, ac ponendo in eadem æquatione (17) $dV : V$ pro ſuo valore, illa hanc formam ſubibit (20) $rXz^p A^q dx = z^p\, dx^n\, dy^{-n}\, Y^{-1} A^q\, dV : V$, cujus æquationis ſecundum
Pag. 86. membrum ut integrabile appareat concipiatur (21) $V^k = z^p\, dx^n\, dy^n\, Y^{-1} A^q$: ($k$ eſt exponens incognitus) & ſubſtituendo $V^k$ loco ſui valoris in æquatione (20) obtinebitur $rXz^p A^q dx = V^{k-1} dV$, atque integrando $rS.\, Xz^p A^q + B = \frac{1}{k} V^k$. (B eſt conſtans arbitraria cum ſuo ſigno) hinc reſtituendo pro $V^k$ ipſius valorem ſupra expreſſum apparebit (22) $r\int.\, Xz^p A^q dx + B = \frac{1}{k} z^p\, dx^n\, dy^{-n}\, Y^{-1} A^q$. Supereſt nunc detegendus valor literarum $r$, $k$, $p$, $q$ ad hanc æquationem integralem pertinentium, ipſarumque $t$, $u$, $e$, $i$, quæ locum habenr in ſuppoſita conſtanti (18). Ad hoc conſequendum integretur æquatio (19) atque orietur $l.\, V = l.\, z^{ar} + l.\, dx^{br} + l.\, dy^{cr} + l.\, b^{fr} + l.\, \&^{gr} + sl.\, C$. Logarithmus conſtantis C multiplicatus per numerum incognitum $s$ eſt quantitas conſtans, quam huic æquationi integrali mihi addere libet, ex qua rejectis

jectis logarithmis deducitur $V = z^{ar} dx^{br} dy^{cr} b^{fr} \mathcal{O}^{gr} C^{s}$, atque elevando utrumque hujus æquationis membrum ad dignitatem $k$, ſimulque ponendo pro C ipſius valorem conſequemur (23) $V^{k} = z^{ark}, dx^{brk+tsk}, dy^{crk+usk}, b^{frk+esk}, \mathcal{O}^{grk+isk}, Y^{\theta sk}, A^{sk}$. æquando mox hunc valorem ipſius $V^{k}$ alteri, qui apparet in æquatione (21) id eſt æquando utriusque exponentes reſpectivos; infertur primo nullos eſſe exponentes ipſarum $b$, & $\mathcal{O}$, adeoque detegitur (24) $e = -fr : s$, (25) $i = -gr : s$, (26) $k = p : ar$, (27) $k = n : (br + st)$, (28) $k = -n : (cr + su)$, (29) $k = -1 : s\theta$, (30) $k = q : s$. Quare ex comparatione æquationum (29), & (30) reſultat (31) $q = -1 : \theta$, ex comparatione æquationum (26), & (29) (32) $p = -ar : s\theta$, ex comparatione æquationum (27), & (29) (33) $t = (-ns\theta - br) : s$, ex comparatione æquationum (28), & (29) (34) $u = (ns\theta - cr) : s$, tandemque valores ipſarum $e, i, k, g, p, t, u$ deſumpti ab æquationibus (24) (25) (29) (31) (32) (33) (34) ac ſubſtituti in æquatione (22), & in conſtanti (18) Problema reſolvunt. Q. E. J. Notandum literas $r$, & $s$ indeterminatas remanere, ſed $r$ nullam eſſe non debere, $s$ vero nullam eſſe non poſſe niſi in caſu, quo æquatio (14) integrabilis fuerit ſine aſſumptione alicujus differentialis conſtantis. Tom. VIII Supplem. Sect. II.

*Solutio Secunda.*

Multiplicetur primum membrum æquationis (17) per $\frac{dy}{dy}$, Pag. 87.

mutabiturque in ſequentem (35) $XY dy dx^{1-n} : dy^{1-n} = \frac{f db}{b} + \frac{cddy}{dy} + \frac{bddx}{dx} + \frac{adz}{dz} + \frac{gd\mathcal{O}}{\mathcal{O}}$ hinc ratiocinio ſimillimo ei, quo in præcedenti ſolutione uſi ſumus, quodque idcirco iterare non eſt opus, conſtabit quod concipiendo $e = -ar : s$; $i = -gr : s$; $k = -1 : s\theta$; $q = -1 : \theta$, $p = -fr : s\theta$; $t = (ns\theta - s\theta - cr) : s$; $u = (s\theta - ns\theta - br) : s$, & faciendo conſtantem infra ſcriptum valorem majuſculæ G (ubi E repræſentat quantitatem quomodolibet datam per $y$, & conſtantes, & conſequenter etiam per $b$) (36) $G = dy^{t} dx^{u} X^{\theta} z^{e} E \mathcal{O}^{i}$, integrale æquationis (35) id eſt æquationis (14) erit ut ſequitur (37) $rS. Y b^{\theta} E^{q} dy + B = \frac{1}{k} b^{\theta} dy^{1-n} dx^{n-1} X^{-1} E^{q}$. Q. E. D.

Cor. 1. Ad dignoſcendum quibus in caſibus æquatio (14) integrabilis ſit absque aſſumtione ullius differentialis conſtantis; fiat in conſtanti (18) atque in æquatione (23) $A = 1$, itemque $\theta, t, u, e, i$

Tom VIII Supplem. Sect. II omnes æquales zero, comparatio quippe æquationis (23) hoc pacto modificatæ cum æquatione (21) deteget $Y = b^{frk}$; $k = n : br = -n : cr = p : ar$, atque ex his valoribus ipſius $k$ deducetur $c = -b$; $Y = b^{fn:b}$; $p = na : b$. Hinc liquet quod ſi in æquatinne (14) habeatur $Y = b^{fn:b}$; $c = -b$; & $g = o$ integrale ejusdem æquationis obtinebitur absque aſſumtione ullius quantitatis conſtantis eritque æquatio (22) dummodo ſubſtituantur pro A, $p$, $k$ ipſarum valores in hoc Cornllario expreſſi; litera X juxta hanc methodum ſuam univerſalitatem retinente.

Cor. 2. Similiter concipiendo in conſtanti (36) $E = 1$, omnesque $\theta, t, u, e, i$ æquales zero, atque adhibendo analyſin conformem Corollario præcedenti, conſtabit æquationem (35) & conſequenter æquationem (14), quæ eadem eſt integrari absque conſtantis aſſumtione quando habeatur $X = z^{a(n-1):c}$; $b = -c$, & $g = o$; integrale vero eſſe æquationem (37) dummodo fiat $k = (1-n) : cr$; $p = f(1-n) : c$; $E = 1$; litera Y hic ſuam generalitatem retinente.

Cor. 3. Quare quoties in æquatione (14) habetur $X = z^{a(n-1):c}$; $Y = b^{fn:b}$; $b = -c$, & $g = o$ bina Corollaria præcedentia, binæque æquationes (22) (37) binas formulas ſubminiſtrant ad
Pag. 88. integrandam eandem æquationem (14) absque aſſumtione ullius differentialis connſtantis.

Cor. 4. Si in æquatione (14) $b, c, g, n$ fuerint eodem tempore æquales zero, annihilentur hæ ipſæ literæ in æquatione (17), tum ſupponatur conſtans (18) æqualis unitati, eritque etiam $A = 1$; atque obſervetur in hiſce ſuppoſitinnibus ab æquatione (21) exhiberi $V^k = z^p Y^{-1}$ ab æquatione autem (23) reſultare $V^k = z^{ark} b^{frk}$ ex comparatione vero binarum expreſſionum ipſius $V^k$ prodit $k = p : ar$; $Y = b^{-frk} = b^{-pf:a}$, ac pnnendo valores ipſarum K, Y, A, $n$ in æquatione (22) dignnſcitur, quod (ſuppnſitis binis æquationibus (15) & (16), in quibus ſaltem transcendenter continentur valnres ipſarum $z$, & $b$) æquatio ſequens $X dx : b^{pf:a} = P dx + Q dy$ habet pro ſua integrali hanc aliam $\int. X z^p dx + B = \frac{a}{p} z^p b^{pf:a}$.

Cor. 5. Si in æquatione (17) ſnpponatur $z = x$; $b = y$; $Y = y^m$; $g = o$, atque inſuper in conſtanti (18) concipiatur $i = o$; $A = x^{\varphi a}$; $\theta = -\omega : n$ ($\varphi$, & $\omega$ repræſentant exponentes arbitrarios, & $\varphi$ poteſt eſſe etiam zerus) $r$ autem, atque $s$ fiant ambæ æquales unitati; hi valnres ipſarum $\theta$, $r$, & $s$ ſubrngati in æquationibus (24) (33) (34) (29) (31) (32) manifeſtant $e = -f$; $t = n - b$; $u = -\omega - c$; $k = n : \omega$; $q = n : \omega$; $p = na : \omega$. Hinc valores

res ipſarum $Y, b, t, u, e, \theta, A, i$ poſiti in conſtanti (18) ac valores ipſarum $r, z, A, K, Y, p, q$ ſubſtituti in æquatione (22) pariunt formulas mei Theorematis vulgati in art. XI Diarii 27 Literatorum Italiæ, ubi vocantur $t, u, k$ quantitates quæ hic reſpective appellantur $\varphi, \omega$, B. Tom.VIII Supplem. Sect. II.

Schol. 1. Non erit inutile advertere quod ubi $Pdx$, vel $Qdy$ reſolvi poſſunt in differentiales quantitatum logarithmicarum per quantitates conſtantes multiplicatarum, valor ipſius $z$ in æquatione (15), vel ipſius $b$ in æquatione (16) dabitur per $x$, vel per $y$ ope æquationis algebraicæ, vel exponentialis.

*Exemplum æquationis algebraicæ.*

Eſto $Qdy = c^3dy:(y^3 - ccy)$; ſecundum hujus æquationis membrum, in quo $c$ ſignificat quantitatem conſtantem in ſequentes differentiales logarithmicas reſolubile eſt $\frac{1}{2}cdy:(y+c)$; $+\frac{1}{2}(\pm cdy):(\pm y \mp c)$; $-cdy:y$ ita ut habeatur $f.Qdy = \frac{1}{2}l.y+c)$ $+\frac{1}{2}l.(\pm y \mp c) - l.y$: collocando autem hunc ipſius $f.Qdy$ valorem in æquatione (16), facto in eadem $N = l.F$, ſublatiſque per notas methodos logarithmis, æquatio (16) in hanc aliam abit $bf = \frac{cF}{y}(\pm yy \mp cc)^{1:2}$ ubi F eſt quantitas conſtans cum ſuo ſigno. Pag. 89.

Schol. 2. Conſiderando æquationes (14) & (17) perinde ac ſi nullam involverent relationem ad æquationem (35); apparebit, quod tam in prædictis æquationibus (14) & (17) quam in conſtanti (18) atque in integrali (22) pro $dx^{\pm n}$, & $dx^t$ ſubſtitui poteſt reſpective $dw^{\pm n}$, & $dw^t$ dummodo pro $\frac{ddx}{dx}$ ſubrogetur $\frac{ddw}{dw}$ in æquationibus (14), & (17). Eadem valent reſpectu $dy^{\pm n}$, & $dy^n$, pro quibus licet ſubſtituere $d\Delta^{\pm n}$, & $d\Delta^n$ dummodo in æquationibus (14) & (17) pro $\frac{ddy}{dy}$ ponatur $\frac{dd\Delta}{d\Delta}$.

*Exemplum.*

Una ex formulis ſolventibus Problema directum circa radium circuli oſculatoris abſque ſuppoſitione ullius differentialis conſtantis eſt iſta $s = xdxdw^2 : (adydxdw + xdwddy - xdyddw)$ ubi $s$ radium evolutæ ſignificat, $dw$ in hoc exemplo indicat elementum curvæ, $a$ vero unitatem exprimit quando appli-

ca-

Tom. VIII Supplem. Sect. II.

catæ $x$ diſcedunt ab eodem puncto fixo, & zerum indicat ubi applicatæ ſint ad axem normales. Hæc omnia inferuntur ex prima formularum radii evolutæ a celebri Varignonio demonſtratarum in Monumentis Academiæ Regiæ Scientiarum ad an. 1701, & 1706, ubi ille vocat $y$, $dy$, $ddy$, $dx$, $ds$ quantitates quas ego reſpective appello $x$, $dx$, $ddx$, $dy$, $dw$. Jam vero multiplicando hanc formulam per $(adydxdw + xdwddy - xdyddw):e$, atque inde reſultantem quantitatem per $xdydw$ dividendo, hæc alia invenitur (38) $\frac{dxdw}{edy} = \frac{adx}{x} - \frac{ddw}{dw} + \frac{ddy}{dy}$ quæ eſt æquatio

Pag. 90.

inſerviens ſolutioni Problematis inverſi circa radium circuli oſculatoris, ſupponendo radium $e$ quomodolibet datum per $x$, & conſtantes: ad eam autem integrandam adverto ipſam revocari ad æquationem (17) atque ad caſum Corollarii primi concipiendo $Y = 1 = y^0$; $X = \frac{1}{e}$; $n = -1$; $dx^n = dw^n = dw^{-1}$; $ddx:dx = ddw:dw$; $b = -1$; $c = -b = 1$; $z = x$; $f = 0$. Quapropter integrale æquationis (38) eſt æquatio (22) dummodo valores quantitatum $Y$, $X$, $n$, $dx^n$, $b$, $c$, $z$ in ipſam, atque in formulas, quibus relatio cum ipſa eſt invehantur, faciendo $E = 1$; $p = a$; $k = 1:r$; ita ut ſubſtituendo $(dx^2 + dy^2)^{1:2}$ pro $dw$ in eadem æquatione (22) uti dictum eſt modificata, illamque debita cautela tractando obtineatur $dy = dx(\int.\frac{x^a dx}{e} + B):[x^{2a} - (\int.\frac{x^a dx}{e} + B)^{2:2}]$ brevitatis ſtudio ulteriora perſequi non vacat. Addam tantummodo Corollarium, quod cum noſtra controverſia cognationem habet.

Cor. 6. Supponendo quemadmodum in Corollario 5 quod in æquatione (17) ſit $z = x$; $b = y$; $Y = y^{-m}$; $g = 0$, & primo concipiendo $ddy = 0$ poterit ab æquatione (17) ſubtrahi $cddy:dy$ inque ipſa coefficiens ipſius $ddy:dy$ reddi æqualis $c - c = 0$: habebitur præterea conſtans (18) æqualis ipſi $dy^u$, hoc eſt nulli evadent omnes exponentes ejusdem conſtantis præter $u$; at A æquabitur unitati, atque idcirco erit $Y\theta b^s (= y^{-m\theta} \frac{fr}{s}) = y^0$, unde oritur $f = -ms\theta:r$. Atqui concipiendo $s = 0$ in æquatione (33) reſultabit $s\theta = -br:n$; ergo hunc valorem ipſius $s\theta$ ponendo in inventa expreſſione quantitatis $f$, & in æquationibus (29) (32) (34) detegetur $f = mb:n$; $k = n:br$; $p = na:b$; atque $u = -r(b + c - c):s = -br:s$. In æquatione (34) generaliter conſiderata repræſentat litera $c$ coefficientem ipſius $ddy:dy$, quæ quanti-

tas

tes in caſu noſtro eſt $c - c$, & propterea in præſenti valore ipſius $u$ ponitur $c - c$ pro $c$. Secundo ſupponendo $ddx = o$ poterit ſubtrahi $bddx : dx$ ab æquatione (17) ubi coefficiens ipſius $ddx : dx$ æquabitur $b - b = o$. Erit etiam conſtans (18) æqualis $dx^{t}$, nempe nulli evadent omnes ejusdem conſtantis indices præter $t$, reſultabitque ut ſupra $f = - ms\theta : r$ ac ponendo $u = o$ in æquatione (34) reſultabit $s\theta = cr : n$, quæ expreſſio ejusdem $s\theta$ ſubſtituta in valore ipſius $f$ nuper invento, atque in æquationibus (29) (32) (33) deteget $f = - mc : n$; $k = - n : cr$; $p = - na : c$; $t = - r(b - b + c) : s = - cr : s$. In æquatione (33) generaliter conſiderata ponitur litera $b$ pro coefficiente ipſius $ddx : dx$, ſcilicet in caſu noſtro pro $b - b$, atque hac de cauſa $b - b$ ſubrogatur pro $b$ in peculiari valore ipſius $t$.

Tom. VIII Supplem. Sect. II

Pag. 91.

Schol. 3. Nota quod ubi in primo caſu ipſius $dy$ conſtantis habetur $b = o$, & $n = o$, fieri poteſt ut valor ipſius $u$ non ſit nullus non ſubtrahendo $cddy : dy$ ab æquatione (17) at in iſto caſu $b : n = o : o$ nihil detegit, atque ideo in formulis primi puncti hujus Corollarii pro $b : n$ ſubſtituenda eſt quantitas $f : m$, eo quod hæc fractio æquetur $- s\theta : r = b : n$. Similiter ubi in ſecundo caſu ipſius $dx$ conſtantis nullæ ſunt $c$, & $n$, fieri poteſt ut valor ipſius $t$ non ſit nullus non ſubtrahendo $bddx : dx$ ab æquatione (17), ſed quia in hoc caſu habetur $- c : n = - o : o$, in formulis ſecundi puncti hujus Corollarii pro $- c : n$ ponenda eſt quantitas $f : m$, eo quod fractio hujusmodi æquetur $- s\theta : r = - c : n$.

Schol. 4. Reſumendo nunc ſextum Corollarium, & inde ratiocinium eruendo ſimile ei, quo ſuperius ad trutinam revocavi D. B. argumentum, palam fiet etiam in hac generaliori methodo a ſuppoſita *demonſtratione nova*, & *directa* nihil concludi.

Tom. VIII Supplem. Sect. III. Pag. 127.

# DE SYSTEMATE OPTICÆ NEWTONIANÆ

## Et de aberratione radiorum in Humore Cryſtallino refractorum.

*Excerpta e literis* JOANNIS RIZZETI *ad* CHRISTINUM MARTINELLUM, *Patricium Venetum.*

UT ad rem aggrediar, non injuria exiſtimabas, luminis aberrationem, a Newtono nuper inventam, Teleſcopiis abſol-
Pag. 128. vendis re inſuperabili adverſari. Newtonus enim cum lumini Solis objeciſſet Priſma triangulare, agnovit, ſpectrum ſolare magis produci quam lex vulgata refractionis poſtulaſſet: ideoque lumen Solis in refractione diſpergi, ita ut unicus ſimplexque radius in plures diſcindatur. Unde opinatus eſt, id ipſum fore ſi lumen transverſum aliquam quoque lentem irrumpit: radium ſcilicet AB, qui a lente B*b* ex nota refractionis lege in punctum *e* dirigitur, nequaquam agi in unica recta B*e*, ſed in plures diſciſſum ampliari in Conum lucidum *e*BG. Idem facientes reliquos quoque radios, qui fluunt ex puncto A, quamvis ex veteri refractionis lege urgeantur, omnes ad unicum punctum *e*, vi tamen novæ legis ita diſtrahi, ut totum circulum impleant, cujus diameter FG eſt in ratione conſtanti ad lentis latitudinem B*b*. Porro hanc Newtonianam luminis aberrationem ipſe Newtonus corrigi minime poſſe cenſuit. Hoc ſi ita foret, actum eſſet de perficiendis Teleſcopiis conſummandisque, quamvis enim auferremus de medio aliam aberrationem, quæ oritur ex ſphærica lentis figura, attamen illa radiorum copia, quæ de ſingulis principalibus radiis erumpit, in cauſa foret, ut lumen fluens ex quolibet puncto objecti minime coiret in altero puncto imaginis, ut proinde fieret in viſione confuſio. Quem, Chriſtine, putes poſſe tanti Viri præceptis tantique operis experimentis refragari, cum illis ceſſerit quoque Vir ab omnibus commendatus Hugenius. Quæſo tamen, ut paulisper moreris, donec Newtoniana iſthæc expendam. Super chartam albam a Sole probe illuminatam unum poſui capitis mei capillum unius pedis intervallo ab oculo remotum, & cum illum diſtinctiſſime cernerem, ita mecum ratiocinabar: in ea ab oculo diſtantia diameter capilli ad diametrum imaginis in oculi fundo depictæ eſt ſaltem ſicut 25 ad 1, diameter pupil-

pupil-

Digitized by Google

pupillæ ad diametrum capilli ut 24 ad 1. Hujuſmodi propor- Tom.VIII
tiones accepi juſto minores, etenim eſſe malui potius intra quam Supplem.
ultra modum, ut veritas clarius eluceſcat. Porro juxta Newto- Sect. III
nianam ſententiam, dum radii ex puncto longinquo incidunt in lentem ſibi invicem paralleli, diameter luminis aberrantis eſt æqualis quinquageſimæ quintæ parti latitudinis lentis; dum radii ex puncto propinquo incidunt in lentem a ſe invicem diver-
gentes, eſt adeo major ipſius luminis aberrantis diameter. Si Pag. 129.
hæc igitur foret æqualis quinquageſimæ quintæ parti diametri pupillæ ipſa diameter eſſet ad diametrum imaginis capilli ſaltem ſicut $\frac{25 \cdot 24}{55}$ ad 1 vel proxime ſicut 11 ad 1 & proinde imago capilli foret in oculo a lumine aberrante chartæ delenda & capillus e conſpectu abeundus, ſi illius craſſitudo foret quoque undecies major. At quoniam capillus licet tam ſit exilis, attamen cernitur tam diſtincte, dicendum eſt utique, nec ullum quidem eſſe in oculo veſtigium illius aberrationis, quam tanti Clar. Anglus exiſtimat. Cum applicem oculo eum aberrationis calculum, quem Autor in lentibus vitreis elicuit, a nemine arbitror hujuſmodi applicationem refelli ratione diverſitatis materiæ, dum enim lens vitrea conjungit ad datam diſtantiam in foco lumen ab aliquo puncto fluens, ſi manente latitudine materia lentis mutetur & ſimul ejus figura ita ut conſtans maneat diſtantia foci, per principia Newtoniana conſtans quoque manet aberratio, unde hujus calculus relativus ad vitream lentem applicari poterit ad aliam diverſæ materiæ lentem, a qua focus æqualiter diſtat. Tandem ne quid dubii reliquum ſit, capillus per lentem vitream debite interpoſitam tranſpiciatur, & eadem diſtinctione viſionis inventa argumentatio modice mutata repetatur & idem conſequens eliciatur. Cum dixerim, in viſione capilli locum minime eſſe aberrationi Newtonianæ, quia minime cernitur, adverſus hujuſmodi argumentum rationabilior mihi videretur objectio ducta a propoſitione VII Autoris: nimirum adeo extenuari lumen aberrans in diſtantia a ſuo centro, ut (loquar illius verbis) non ſit ſenſibile, niſi in eodem centro, aut prope illud. Ut objectioni reſpondeam, diviſa ſemidiametro luminis aberrantis in undecim partes æquales ejus denſitas juxta Newtonianam ſententiam decreſcit in talem Arithmeticam proportionem, ut cum expreſſa ſit in prima parte a numero 21, exprimatur in ſecunda a numero 19, & ſic deinceps adeo, ut in parte ultima exteriori exprimatur per unitatem. Non temere igitur aſpexi capillum poſitum ſuper chartam albam a Sole probe illuminatum ſed ita compoſitum aſpexi, ut lumen aberrans

Tom.VIII Supplem. Sect. III. Pag. 130. chartæ ſuppoſitæ melius poſſet manifeſtari, ſi minus in tota ſui extenſione, ſaltem in magna ſui parte. Quamvis igitur in extenſione hoc lumen occupabat juxta Newtonianam ſententiam ſpatium undecies majus imagine capilli, & intenſione erat illud ſupra imaginem capilli vicies denſius quam eſſet prope extremitatem, attamen ipſius luminis nec indicium quidem apparuit. Quis igitur dicere poterit, ipſum lumen ibi eſſe (propter autem ſuam raritatem inſenſibile) cum ipſe Newtonus fateatur, quod ubi eſt ſentiatur in partibus ſaltem centro ſuo proximioribus? Ut de medio tandem hanc difficultatem auferrem, poſui ob oculos priſma triangulare vitreum, & quantumvis parvus eſſet angulus refringens, vidi ſemper capillum a lumine aberrante turbari. Quemadmodum igitur in hoc caſu, in quo hoc lumen cernitur, non poteſt negari illius præſentia, ita in caſu nudi oculi, in quo minime cernitur, neceſſe eſt, ut concedatur ipſius abſentia, donec ſaltem fiat ut melius cernatur. Si nunc quæras cur lumen diſpergatur tranſiens per priſma triangulare, & non itidem diſpergatur tranſiens per lentem, reſpondeo, quod res tanta nequit unica epiſtola contineri, tibi autem ſatisfaciam in quadam refractionum diſquiſitione, quæ nunc in manibus eſt. Interea ne mirere, ſi Newtoni ampliſſimi viri præcepta ab his noſtris experimentis diſſentiant. Ipſi enim laus debetur utique magna, quod princeps refracti luminis diſperſionem animadverterit, at non illa quidem (ut vulgo cenſetur) quod ejusdem diſperſionis cauſam affectionesque detexerit. Vidit ſapientiſſimus Anglus ſpeciem ſolarem magis in longum porrectam quam lex refractionis vulgaris poſtulaſſet, cumque illam cerneret diverſicolorem, ſcilicet rubram, mox flavam, deinde viridem, poſtea cæruleam & tandem ſupra violaceam, hoc experimento fretus ſuum confecit ſyſtema luminis atque colorum. Omnia experimenta, quibus illud innixum eſt, renovare curavi, & ea (proloqui ne id licet?) partim falſa, & omnia reliqua inveni propter omiſſionem alicujus circumſtantiæ æquivoca ac minime concludentia. Ut unicum attendas obſecro. Bipartitus eſt Newtonus verticali linea paginam quadrangulam oblongam & mediam delinivit colore rubeo, mediam cœruleo. Deinde ſerici nigerrimi filum ſæpius circumvolvit ita, ut ſingula fila paginæ coloratæ ſuperinducta lineas nigras exhiberent. Ex adverſo pagi-

Pag. 131. næ ſex pedum duarumque unciarum intervallo erexit lentem vitream uncias $4\frac{1}{4}$ latam, quæ radios ex diverſis paginæ punctis ita colligeret, ut ad totidem alia puncta ex altera parte eodem ſex pedum duarumque unciarum intervallo ultra lentem emergerent. Cum tandem altera charta alba imaginem colo-

ratæ

ratæ paginæ collegiſſet, animadvertit vel potius animadvertere viſum fuit, quod maxime concupiſſet, quo ſcilicet in loco imago chartæ rubeæ apparebat diſtincta, eo in loco cœruleam apparere confuſam & e contra. Intervallum vero fere ſeſquiunciæ inter duo loca, in quibus geminæ imagines ſeorſim diſtinctæ apparebant, cœrulea propius lentem, rubea longius a lente diſtinctionem exhibente. Ego utique idem experimentum in omnibus iisdem circumſtantiis ut in aliis quoque mihi exhiberi curavi, & nihil unquam inveni, quod ſatisfaceret. Nunquam mihi contigit, ut cernerem diſtinctam imaginem unius paginæ & confuſam alterius, ſed in qualibet diſtantia a lente utraque ſimul vel diſtincta vel confuſa apparuit ſemper. Miſſis itaque ejusmodi experimentis, quæ ſine ingenti apparatu peragi nequeunt, unum ego ſimpliciſſimum afferam, quod fallere nequit, quodque cuivis & ubique in promtu ſit. Duo ſubtiliſſima fila, alterum rubeum, alterum violaceum, ita invicem conjungo, ut ſeſe contingant, deinde illa intervallo debito inſpiciens eadem diſtinctiſſime video, unoque intuitu craſſitiem & colorem ſingulorum agnoſco. Quis poterit hanc ſenſus apparentiam cum hypotheſi Newtoniana comparare? Geminis filis poſitis uno ad partem dextram, altero ad ſiniſtram puncti A, emittat rubeum radios ſuos ad oculum B*b*, extremique AB, A*b* refracti in *Be*, *be* occurrant in puncto *e*, in quo cæteri quoque phyſice concurrent, oculus enim (ut ſuo loco oſtendetur) vim habet illius aberrationis corrigendæ, quæ a figura ſphærica ſecundum legem vulgarem refractionis oritur. Radii deinde ex filo violaceo fluentes, utpote magis refrangibiles, concurrant omnes in puncto *c*, imago fili violacei erit in puncto C, imago rubei in puncto *e* magis remoto a lente B*b*, quam ſit punctum C differentia diſtantiarum *ce*, eſt ſatis ſuperque ſenſibilis, ſiquidem diameter aberrationis cum diametro imaginis conferatur: calculus quidem poſitus fuit in ſuperiori experimento capilli; nec opus eſt ut is repetatur. Nunc fundus oculi in F*e*G Pag. 132. geminas accipiet imagines: illa fili rubei contracta in unico puncto *e* eximia diſtinctione excellet; altera violacei diſtracta in ſpatium FG (cujus diameter erit undecies major diametro alterius) ſpeciem ſui referet confuſam. Fundus oculi attollatur & aptetur lineæ *ss*. In hoc caſu geminæ imagines diſtractæ in idem ſpatium *ss* non gemina fila diſtincta, ſed unum objectum ex coloribus geminis exhibebunt. Tandem fundus oculi collocetur in loco V*u*, tunc pictura fili violacei diſtincta fiet in puncto C, at illa rubei diſtracta in ſpatium V*μ*, (cujus diameter erit ſepties vel octies major diametro alterius) confuſione turbabitur. Si igitur nullo caſu in ſyſtemate Newtoniano viſio noſtra

Tom. VIII Supplem. Sect. III. poteſt diſcernere gemina fila æqualiter diſtincta, quonam pacto defendi poteſt apparentia ſenſus, qui ſingula conjunctim diſtincta æqualiter percipit? Habentne oculi humores facultatem, ut queant radiis diverſimode coloratis naturam ſuam auferre, atque alteram ſubſtituere, qua ſint omnes æqualiter refrangibiles? At ſi univerſi radii ſunt omnes utique æqualiter refrangibiles, unde colores oriuntur, quos a prismate refracti præ ſe ferunt? Sentio te, Chriſtine, ſumma cupiditate duci, ut hanc rem abditam occultamque cognoſcas: ea non eſt utique tam facilis explicatu, cum Vir quoque ſummus Mariotus in ejus inveſtigatione oleum perdiderit atque operam. Inventa tamen ea eſt, & ego quoque in hac inventione partem habeo, gaudeas interim, quod brevi in lucem prodibit. Expectas jam, puto, ut de altera aberratione loquar, quæ ſecundum legem vulgarem refractionis in lentem ſphærica cernitur. Nimis forſitan audeo, dum arbitror novæ methodi auxilio ſcopum attigiſſe. Quotquot ſcriptores præ manibus venerunt, inveni omnes quæſiſſe, quænam aberratio ex lentibus vitreis oritura foret, nullumque inveſtigare, quisnam effectus in oculo noſtro oriturus. Ego oculum ingreſſus prius ejus ſtructuram cognovi, poſtea proprietates lentium inveſtigavi. Unde miratus ſum, quod ea opera, qua teleſcopia & microſcopia credebantur fieri meliora, fiebant utique deteriora. Ut res objecta adſit in viſione diſtincta, ejus imago eſt in oculo

Pag. 233. diſtinguenda, ſcilicet radii ex ſingulis objecti punctis fluentes ſunt ita ab oculi humoribus refringendi, ut ad totidem alia puncta in oculi fundo urgeantur. In illa igitur lentis vice quam gerit oculus, duplex ex refractione incommodum oritur, alterum ſcilicet aberrationis, alterum diſtractionis. In lentem ſphæricam *Bb*, cujus Axis A*e* radiante puncto lucido A talis refractio fit, ut radii axi infinite vicini (quos centrales impoſterum appellabo) conveniant in puncto *e*, extremi AB, A*b* in altero puncto C, manifeſtum eſt aliquot intermedios coituros in punctis intermediis inter C & *e*: *ſcias* in ſententia Hugenii linea C*e* appellatur aberratio ipſius puncti lucidi A. At quoniam ducta per punctum *e* recta FG parallela lenti B*b* productisque radiis extremis BC, *ba* in GF lumen puncti A circulum implens (cujus diameter FG) alteram exhibet aberrationem, ut itaque æquivoca de medio tollantur, prima erit aberratio in axe, altera aberratio in imagine. At quoniam punctum C, in quo radii coeunt extremi, poteſt eſſe minus & magis a lente remotum quam ſit punctum *e*, in quo concurrunt centrales, in primo caſu aberratio in axe dicetur poſitiva in ſecundo negativa. Rurſus extra axem lentis alterum ſit punctum lucidum H, cujus aberratio in imagine ſit IT a duobus radiis extre-

tremis HB, H*b* refractis in BF, *b*I terminata, ſi aberratio IT erit major aberratione FG, exceſſus, quo prima ſuperat ſecundam vocetur diſtractio. Præmiſſis definitionibus ſolutionem ſequentis problematis mihi propoſui: Lentem invenire in qua geminæ aberrationis ac diſtractionis vitia corrigantur omni meliori modo quo fieri poſſit. Huic quæſtioni fruſtra Carteſius ſatisfacere conatus eſt: lenti enim ſphæricæ aliis ſuis cauſticis ſubſtitutis dum aberrationem emendabat, diſtractionem augebat: quin imo male arbitratus eſt figuram ſphæricam eſſe ſemper diſtractionia immunem. Diſtractione caret integra ſphæra ſolum, non autem lens quæ ſit integra ſphæra minor. Verum eſt utique, quod, ſi lens fuerit ex uno vel duobus ſphæricis ſegmentis compoſita, diſtractio erit minor quam ſi fuerit in quamlibet aliam figuram formata. Ut igitur problema propoſitum ſolveretur, erat aberratio in lente ſphærica corrigenda. Hinc ita mecum loquebar: ſi lens B*b* cogit radios fluentes ex puncto A ſcilicet in C, centrales in *e*; introducta in lentem majorem B*b* altera lente minore materiæ denſioris, ita poterit (ſine mutatione radiorum extremorum, qui refringuntur a ſola lente exteriore) focus centralium a geminis lentibus refractorum accedere, ut is quoque conveniat in puncto C. Inde dicebam, quod ſi ars conficere poſſet lentem ſphæricam in partibus internis denſiorem, in externis determinata lege rariorem omnes radii fluentes ex puncto A poſſent (omni aberratione correcta) in alterum punctum coire. Hoc porro in noſtra poteſtate non eſt, at ubi nos deficimus, incipit induſtria naturæ. Humorem chryſtallinum ita confectum inveni, ſcil. ex duobus inæqualibus ſphæricis ſegmentis compoſitum duriorem ac denſiorem interius, molliorem ac rariorem exterius. Dum enim partes exteriores chryſtallini ex oculo bovino recenter eruti in aqua leniter attererem, interiores partes ſemper duriores ſentiebam: rurſus poſitis in una lance partibus chryſtallini exterioribus, in altera interioribus, donec in aere fieret æquilibrium, geminas lances in aquam demittebam, & ſubſidentibus geminis pars interior chryſtallini præponderabat. Ab hoc mirando artificio pendet noſtræ viſionis œconomia. Fingatur, lentem in oculo ex unico liquore ubique homogeneo formandam, eligenda erit materia aut levior ac rara aut gravior ac denſa. Si agilitas oculi in levitate materiæ quærenda erat, concurſus radiorum ex quolibet objecti puncto fluentium ita longius a lente fiebat, ut pro imagine colligenda gemini eſſent tubi oblongi monſtroſique nobis in capite collocandi: ſi oculus erat contrahendus, ut imago ſatis propinqua lenti diſtingueretur, geminæ lentes in capite inſerendæ erant gravitate adamantem æquantes.

Tom. VIII Supplem. Sect. III.

Pag. 134.

Unde

Tom. VIII Supplem. Sect. III. Unde oculus in materiæ denſitate contractus nimio pondere laboraret, vel in materiæ raritate diductus nimium ſpatium occuparet. Iterum humor unicus & utique homogeneus debebat figuram aut ſphæricam aut aliam induere: in primo caſu poterat diſtractio cohiberi & erat nimia permittenda aberratio; in ſecundo poterat prohiberi aberratio, at erat nimia permittenda diſtractio. Denſitas materiæ in lente ſpærica inæqualiore diſtributa de medio omnia incommoda tollit; oculum contrahit levitate ſervata, aberrationem corrigit diſtractione cohibita. His Pag. 135. cognitis quis dicere audebit caſum tanto judicio callere, ut inter infinitos modos, quibus viſionis organum fieri poterat, deligeret optimum? Magna vis Geometriæ! Mentem infinitam exiſtere, quæ omnia facit ac gubernat, artes cæteræ ſcientiæque docent, illa autem ſola demonſtrat. Sed non omnia adhuc dicta ſunt, cum aberratio ſimul atque diſtractio in omnibus objecti diſtantiis æqualiter corrigi nequeant, induſtriam attende, qua natura illas dirigit. Quod attinet ad aberrationem, fingatur punctum lucidum A in ea ab oculo diſtantia in qua (correcta aberratione) cogantur omnes radii in fundo oculi ad punctum *e*. Hoc poſito ſi punctum A ab oculo removetur, decreſcit inclinatio omnium radiorum in oculum incidentium & proinde ad chryſtallinum (docente dioptrica) accedit focus tam centralium quam extremorum. Quoniam vero inclinatio centralium minus decreſcit quam inclinatio extremorum, accedit itaque ad Chryſtallinum focus centralium citius, focus extremorum tardius. Hi duo igitur foci, qui ſimul ante convenerant, a ſe invicem ſejungentur, & foco extremorum longius a lente morante, aberratio negativa proſiliet. Si vero punctum A ad oculum nimis accedit, inclinatione radiorum in oculum incidentium in ſenſu contrario recepta, facile intelligitur aberrationem ex negativa in poſitivam mutari. Præterea conſiderandum eſt, quod ſi oculus eſſet inanimata lens, in unica lucidi puncti diſtantia radii centrales ſimul in ejus fundo coirent. Quoniam autem oculus eſt organum inſtructum muſculis & vivens, is utique conformatur ad diverſas lucidi puncti diſtantias, ne radiorum centralium concurſus ab ejus fundo diſcedat. Ab omnibus opticis (ſi unum excipias de la Hire) oculo hæc prærogativa conceditur, de modo tantummodo diſputatur, nec ego in præſens volo deciſionem afferre. Hoc tantum moneo, quod punctum A poteſt ita oculo appropinquare, ut deficiente debita conformatione radii centrales ultra oculum colligantur, puncto vero A ab oculo diſcedente experientia didici, debitam ſemper conformationem adeſſe, & ſemper quoque radiorum centralium concurſum in

oculi

oculi fundo manere. His poſitis viſio in ea diſtantia puncti A, in qua illa eſt maxima diſtinctione perſpicua, nos docet radios centrales debita conformatione operante & reliquos quoque aberratione pariente ac lente ſimul in oculi fundo coire. Si igitur punctum A ab oculo longius diſceſſerit, debita ubique conformatio concurſum centralium in fundo oculi retinebit, at reliquos negativa aberratio ultra oculum cum axe conjunget. Si vero punctum A ad oculum nimis acceſſerit, ita ut deficiente debita conformatione radii centrales ultra oculum coeant aberratione affirmativa exiliente, radii extremi poterunt in oculi fundo occurrere, vel ipſi quoque ultra oculum convenire. In explicanda igitur confuſa colorum congerie, quam campus dives floribus exhibet ex longinquo, ſi Carteſius docet, florum imagines in oculi fundo depictas ita eſſe exiguas, ut plures contentæ in unica ſenſorii fibrilla ſenſationem ex omnibus mixtam producant, reſponde, Chriſtine, quod lumen unius imaginis revera in oculo cum lumine alterius (aberratione inficiente) confunditur, unde in viſione colores florum ſunt quoque ad invicem confundendi. In explicanda luminoſorum corporum magnitudine quæ major apparet quam pro ratione diſtantiæ videnda foret, ſi Mariotus docet, motum quibusdam fibrillis a vehementi lumine impreſſum propagari quoque in propinquas, & huic motus propagationi reſpondere apparentis magnitudinis incrementum, dic quod lumen aberrans quo vehementius eſt eo magis dominatur & delet imaginem infirmioris: ſi igitur noctu in oculo imago longinquæ facis depingitur, dic utique, quod illa diſtracta ab aberratione locum occupat debitum imagini campi vicini obſcurioris. Unde quoque in viſione magnitudo facis augenda eſt. Hoc deinde ſimpliciſſimo experimento confirma: dum enim exiguum foramen paginæ immiſſum oculo opponimus, excluſis radiis extremis qui ſunt aberrationi obnoxii, fax minor & diſtinctior apparet. Si quod aliud addere velis, ſtellas oſtende: lumen aberrans cœli noctu infirmum cedit locum vehementiori lumini illarum, quæ proinde capillitium latius oſtentant, diluculo auctum, caſtigat luxurians lumen earum, quæ proinde minores apparent, denique interdiu robuſtum debellat totam lucem ipſarum, quæ proinde in viſione evaneſcunt. Aberratione, quæ in oculo gignitur, explicata, ſupereſt, ut de diſtractione dicamus. Hæc porro, ne longa feries demonſtrationum occurrat, ſufficiat ut ab effectibus intelligatur. Objectis ab oculo diſcedentibus diſtinctio in viſionis axe decreſcit, at, quælibet illa ſit, lato intervallo longius ab axe diffunditur. Unde diſcimus, in illa rerum longinquarum viſione, in qua eſt aberratio permiſſa, diſtractionem eſſe correctam. Objectis

oculo

Tom. VIII Supplem. Sect. III Pag. 136.

Pag. 137.

Tom.VIII Supplem. Sect. III. oculo appropinquantibus diſtinctio in axe viſionis augetur, ſed campus diſtinctionis ita contrahitur, ut, ſi liber legendus eſt, oculus continuo movendus, unde eſt hic rotundus & levis, ut faciliimo motu ſingula objecta axem viſionis ſucceſſive ingrediantur. Hinc igitur intelligimus, in illa rerum propinquarum viſione, in qua eſt aberratio correcta, diſtractionem eſſe permiſſam. Si dixerit itaque de la Hire, diſtinctionem decreſcere in partibus objecti longius ab axe poſitis, quia in reſpondentibus ſenſorii fibrillis ſenſus decreſcit, reſpondendum eſt, cauſam phænomeni ex lege vulgari refractionis deduci, & proinde hypotheſin non eſſe in ejus explicatione fingendam. Si poſtea, Chriſtine, cupis hunc magis convincere, ubi eo tum remotum, oſtende, deinde roga, num campo diſtinctionis amplificato fibrillæ ſenſorii fiant in ictu oculi ſenſibiliores? Hypotheſi de la Hire devicta ad ſublimiorem ſpeculationem attende. Si vitia aberrationis & diſtractionis in una rerum viſibilium diſtantia utraque corrigebantur, in eadem futura erat diſtinctiſſima viſio. At quoniam in aliis diſtantiis erant vitia ſimul utraque permittenda, in iisdem viſio præ confuſione pene inutilis futura erat. Vitiis igitur ſimul utrisque correctis eſſetne deſiderabilis tanta diſtinctio in unica rerum objectarum diſtantia, ut in reliquis ipſa deficeret? Nonne erat melius ita vitia diſtribui, ut ubi alterum dominatur, alterum excludatur? Providentiam itaque naturæ miramur: diſtractio permittitur in rebus propinquis, in quibus eſt aberratio correcta, ut corrigatur in longinquis, in quibus eſt aberratio permiſſa; unde viſio in utrisque ſatis diſtincta occurrat. Si vaſtam igitur molem inſpicimus procul, partes ab aberratione inficiuntur, totum a diſtractione non læditur; propius totum a diſtractione inficitur, partes aberrationem non ſentiunt.

Pag. 138. Veruntamen minime exiſtimetur, oculum ſemper eſſe alterutro horum vitiorum expertem. Correctio phyſica eſt non Geometrica. Quamvis aberratio vel diſtractio ſit inſenſibilis, inſunt tamen materiæ partes incomparabiliter minores, unde diſtinctio referenda eſt rerum viſibilium magnitudini atque diſtantiæ. Quoniam natura nobis oculos dedit, non ut noſtræ curioſitati indulgeret, ſed potius ut noſtræ conſervationi conſuleret, ipſa igitur aberrationem & diſtractionem corrigit pro ratione noſtræ neceſſitatis. Dat nobis, ut diſtinguamus in omnibus diſtantiis illa objecta, quæ ſatis magna vel ſatis propinqua ad nos pertinent, fugienda vel accipienda, reliquum, quod nimis exiguum vel nimis longinquum nobis non intereſt, vel viſioni auferr, vel objicit confuſum & perturbatum. Non ita in cæteris animalibus, in illis enim quæ perexigua ſunt (veluti inſecta) corrigit

rigit

Digitized by Google

rigit aberrationem eo modo, quo poſſunt diſtingui res minimæ & minimo intervallo remotæ. E contra avibus aeris incolis viſionem dedit eo modo aberrationis immunem, quo procul præda diſtinguenda foret. Hactenus dicta ea, quæ remanent, illuſtrabunt: cum primum patuit utilitas, quam noſtræ viſioni lentes vitreæ afferebant, quanta opera data fuit, ut tollerentur de medio quædam imperfectiones, quæ fuerunt in microſcopiis & teleſcopiis ſuppoſitæ? At de recto tramite Dioptrici aberrarunt, dum enim a falſa theoria decepti meliora inſtrumenta quærebant, in deteriora incidebant. Nimis eſſet longum omnes figuras & combinationes lentium expendere, ſat erit geminas tantum ſimpliciores eligere. Sit punctum P ita propinquum oculo B*b*, ut omnes radii cum axe concurrant ultra fundum oculi V*u*, ſcilicet centrales in *Y* & (aberratione oriente poſitiva) extremi in *e*. Si lens interceſſerit hyperbolica, tanti a Carteſio æſtimata, cujus focus ſit punctum P, ipſa utique (docente Carteſio) transmittet omnes radios ipſius puncti P ſibi invicem parallelos. Hi igitur ab ejuſmodi lente refracti in oculum incident, ac ſi ex puncto infinite remoto in oculum nudum inciderent. Sicut igitur in hoc ita in illo caſu oculus poterit conformari, ut radii centrales cogantur in fundo oculi ad punctum C, & aberratione negativa exiliente convenient extremi ultra fundum oculi in puncto *e*. Loco hyperbolicæ ſubſtituatur lens ſphærica, cujus focus principalis ſit in eodem puncto P. Ipſa utique radios centrales (dioptrica docente) transmittet (ſicut hyperbolica) ſibi invicem parallelos, extremos autem, quos hyperbolica itidem parallelos transmittebat, ſphærica transmittet ſibi invicem convergentes. Hinc radii centrales in oculum incidentes in ſecundo caſu ſicut in primo poterunt quoque in eodem centro convenire, in quo ante convenerant; extremi vero qui in primo caſu incidentes in oculum paralleli conveniebant in puncto *e*, cum in ſecundo caſu in oculum incidant convergentes, conſpirabunt refracti ad alterum punctum Chryſtallino magis propinquum quam ſit punctum *e*, & pro diverſa ſphæricæ lentis figura poterunt convenire in aliquo puncto intermedio inter C, *e* & contrahere aberrationem negativam C, *e*, vel concurrere in eodem puncto C & aberrationem C, *e* omnino corrigere, vel denique cogi in alterum punctum O & aberrationem C, *e* ex negativa mutare in poſitivam. Interpoſita igitur lente hyperbolica erit in viſione confuſio ſimilis illi, quæ adeſt in objectis longinquis, aberratione permiſſa & interpoſita lente ſphærica poterit eſſe in viſione diſtinctio ſimilis illi, quæ adeſt in objectis propinquis aberratione correcta. Expleta theoria Microſcopii accedamus ad

*Tom.* VIII *Supplem. Sect.* III.

*Tab.* I. *Fig.* 4.

Pag. 139.

Tom.VIII Supplem. Sect. III. ad Teleſcopium duplicis lentis ſphærico-convexæ. Sit punctum lucidum R. Hujus radii refracti a lente objectiva Q, *q* cum axe (dioptrica docente) concurrent in linea AP, nempe centrales in P, extremi in A, aliqui in punctis intermediis inter A & P: inter punctum P & oculum B*b* ſit altera lens ocularis, cujus focus principalis ſit in P. Hæc utique (dioptrica docente) transmittet radios centrales ſibi invicem parallelos & extremos ſibi invicem convergentes. Cum igitur radii puncti lucidi refracti a duplice lente teleſcopii in oculum incidant eodem pacto, quo prius incidebant refracti a lente unica microſcopii, itaque de aberratione, quæ in oculo oritura eſt, eadem conſequentia deducatur. Si igitur radii puncti longinqui ſeorſim incidunt in lentes ſphæricas & in nudum oculum, ſuperiori theoria docente, Pag. 140. nos diſcimus in utroque caſu aberrationem gigni, ſcilicet in lentibus poſitivam, in oculo negativam. At ſi ipſi radii incidunt in oculum a lentibus antea transmiſſi, diſcimus quoque ab aberratione lentium poſitiva corrigi poſſe aberrationem oculi negativam. Si quis fidem theoriæ non habet, habeat ſaltem experientiæ. Cum ſtella fixa minor teleſcopio interpoſito quam nudo oculo appareat, inde inferatur, a teleſcopio minui imaginem ſtellæ in oculo nudo depictam. Quoniam vero ſecundum theoriam Hugenii (qui in hoc non fallitur) ſi a teleſcopio minime augetur, ſaltem non imminuitur illa imago vera, quæ a radiis principalibus in oculo nudo pingitur, itaque a teleſcopio imminuitur illa imago falſa, quæ a lumine aberrante in oculo nudo depicta imaginem veram circumdat. Scilicet a lentium aberratione oculi aberratio corrigitur. Hinc error Hugenii detegendus eſt: in oculum nudum objecto longinquo radiante ſuppoſuit ipſe depingi ſolam imaginem veram, & cum hanc cognoviſſet a teleſcopio augeri, hujus incremento arbitratus eſt incrementum apparentis magnitudinis reſpondere. At quoniam imago objecti longinqui vera in oculo nudo augetur a lumine aberrante, quod imaginem falſam depingit, & teleſcopium auget imaginem veram ac imminuit falſam, ſequitur, quod imago teleſcopio interpoſito poteſt eſſe major, æqualis & minor illa quæ in oculo nudo depingitur, prout incrementum imaginis veræ ſuperat, æquat vel ſuperatur a decremento imaginis falſæ. Poſito igitur, quod magnitudo objecti teleſcopio interpoſito apparens reſpondeat magnitudini imaginis, non modo ea debet ſemper eſſe minor illa, quæ reſpondet incremento imaginis veræ, ſed poteſt eſſe aliquando æqualis & aliquando minor illa, quæ nudo oculo apparet. Primi & ſecundi caſus experimentum habemus in Planeta Veneris, cujus diſcus per teleſcopium

pium viſus vel parum augetur, vel nunquam tantum, quantum incremento veræ imaginis reſpondeat. Tertii autem caſus experimentum habemus in ſtellis fixis, quæ minores teleſcopio interpoſito, quam nudo oculo apparent. Cum Carteſius, Hugenius omneſque Dioptrici credidiſſent, aberrationem, quæ lentibus ſphæricis ineſt, in cauſa fuiſſe, quin teleſcopia omnibus numeris perfecta conſtitui poſſent, omne ſtudium impenderunt, ut lentes aberratione purgarent, proponentes aliam figuram ſphæricam in alteram mutare, alii aperturam ſphæricæ lentis contrahere. At aberrationem in lentibus corrigentes aberrationi in oculo indulgebant, ſcilicet defectum ſuppoſitum emendantes defectui vero parcebant. Nunc porro errore detecto dioptrica ſcientia remittenda eſt in viam, correctio aberrationis quærenda eſt non in lentibus, ſed in oculo, & quoniam in oculo aberratio corrigitur ab altera aberratione, quæ lentibus ineſt, itaque in lentibus quærenda eſt aberratio, non aberrationis correctio. Quod ita res habenda ſit, fidem facit Dn. Tſchirnhauſen. Per lentem ſphærico-convexam (cujus apertura pedem Rhinlandicum ſuperabat & focus pedum 32 intervallo diſtabat) objecta longinqua celebris Vir tranſpiciens Regiæ Academiæ Pariſiorum communicavit, quæ viſio fuit præter fidem diſtincta. Illi Academici mirati ſunt: dum enim lentis aperturam pro diſtinctione augenda contraherent, lentis apertura diducta audiebant diſtinctionem augeri. Hinc faſſi ſunt Dioptricam ſcientiam non adultam ſed naſcentem eſſe, & moniti a Tſchirnhauſio eidem ſcientiæ plures errores ineſſe ſuſpicati ſunt, aliquod myſterium fuiſſe alta ſapientis viri mente repoſitum. Quamvis errores ab experientia indicarentur, attamen ſatis eſſe manifeſti non poterant, niſi aperiretur oculi aberratio, & modus, quo ab altera lentis aberratione corrigitur. Neſcio quam ultra in hac ſpeculatione vir ſapiens provectus fuerit, ſcio utique gaviſurum, ſi videret myſterium revelatum, vel veritatem ſui experimenti demonſtratam. Puncto longinquo A expoſita ſit magna lens B*b*, cujus ſit focus principalis in *e*: collocetur oculus inter focum & lentem in C, ſcilicet in eo ſitu, in quo oculus poſſit radiorum centralium incidentiæ conformari. In hoc caſu radii puncti A in oculum omnes incidunt convergentes, at non æqualiter, illi enim, qui ſunt axi viciniores, magis ad parallelismum accedunt, & qui ſunt ab axe remotiores, magis ſemper atque magis convergunt. Quamvis igitur aberratio lentis major ſit in ejus apertura majori, quoniam tamen in viſione excellit diſtinctio, inde cognoſcitur, aberrationem negativam oculi optima correctione gaudere, quamvis altera aberratio poſi-

Tom. VIII Supplem. Sect. III.

Pag. 141.

Tab. I. Fig. 4.

Pag. 142.

poſitiva lentis augeatur. Cum lens ocularis objectivæ adderetur, decreſcebat in viſione diſtinctio. Procul dubio ſecunda lens aberrationem poſitivam augebat, unde aberratio negativa oculi poterat nimis corrigi, ita, ut in ſenſu contrario mutaretur. Attamen diſtinctionis defectus eſt potius diſtractioni aſſignandus. Si hoc explicare vellem nimis longa futura foret epiſtola.

Pag. 219.
## M. JOANNIS BURCARDI BASIL.

### Modeſta & ſeria Reſponſio ad literas BROOCK TAYLORI,

*Quæ extant in Act. Lipſ.* 1722. *p.* 224.

CUm ante aliquot annos Cl. Taylorus ſui ipſius adeo oblitus fuiſſet, ut non vereretur in lucem protrudere gravem invectivam contra Cl. Joh. Bernoullium, quæ ne quidem contra viliſſimum hominem citra honeſtatis læſionem ſcribi potuiſſet; non potui juſta indignatione plenus, quin calamum arriperem ad famam Bernoullianam tuendam & ab atroci injuria liberandam. Exigebat hoc pietas in Præceptorem de profectibus meis optime meritum, in virum omnino innocentem. Multum autem abeſt, quo minus uſus fuerim ſtylo Tayloriano, hoc eſt tali, qui ſcribentis animum arguit felle & ira obſeſſum.

Miror Clariſſ. Taylorum dicentem nunc, ſe conqueri poſſe de ſcriptis, neſcio quibus, Cl. Joh. Bernoullii in Actis editis, quibus fama Taylori multa libertate tractetur, cum tamen Bernoullius in ſcriptis ſuis nonniſi bis meminerit Taylori, nimirum cum ſolveret ipſius problema, quo fuerat provocatus, deinde quoque cum anſa daretur aliquid in tranſitu monendi de Taylori in ſcribendo obſcuritate, tum & quod feliciter penetraverit ad Bernoulliana inventa profundiora; quod utrumque modeſte & non ſine præfatione honoris monuit, quamvis certe per ſe neutrum contineat accuſationem alicujus criminis, cum e contrario poſterius in laudem Taylori vergere magis, quam in ejus vituperium, liquido conſtet. Adeo ut non videam, quid ejus bilem commoverit, ut in Cl. Bernoullium tantopere exardeſceret: niſi forte id urgeat, quod in Epiſtola pro eminente Mathematico in cenſum venerit quorundam Anglorum, qui ſub rea-

reatu plagii verſantur; ſed jam ſæpiſſime inculcatum eſt, noſtrum non omnia ſua facere quæ in illa Epiſtola habentur. Tom. VIII Supplem. Sect. V. Pag. 220.

Fallitur Taylorus, quando putat, quod ſcripſi in defenſionem Bernoullii, id me feciſſe ejus nomine vel juſſu, ſciat enim, quod hoc feci meo nomine & ex proprio inſtinctu, idem jus idemque fas mihi eſſe ratus, quod Keillius aliique ſibi ſumſerunt agendi cauſam Newtoni; Bernoullio nihil aliud contribuente, quam ut ad iteratas meas ſollicitationes tandem mihi permitteret ſuas ſchedas & literas perluſtrare ad exquirendum inde neceſſaria, quæ in rem facerent, documenta; eandem utique veniam Newtonus ſuis promachis conceſſit, quod ſatis ſuperque apparet.

Porro vellet Taylorus perſuadere, inventionem Centri Oſcillationis, libro ſuo de Methodo Increm. inſertam, non eſſe derivatam ex Bernoulliana: qua occaſione format ridiculam prorſus querelam contra Cl. N. Bernoullium, Noſtri filium, qui in Actis 1720. p. 36. (ubi reſpondet Recenſori opuſculi Tayloriani in Bibliotheca Anglica) inter alia hæc habet: *ſunt inter ſagaciores Mathematicos, qui ſuſpicantur, teſtibus literis quibusdam privatis Taylorianam hanc inveſtigationem mutato veſtitu ex Bernoulliana fuiſſe enatam*; hoc Taylorus vocat accuſationem; dicere, aliquem eſſe in ſuſpicione & quidem apud alios, eſtne hoc idem ac eum accuſare? poſito ſed non conceſſo Taylorum a ſe & ſuo Marte habuiſſe inventionem centri oſcillationis, adeoque hac in parte non eſſe plagiarium, an ideo Bernoullius Filius falſo dixiſſet, eum apud ſagaciores quosdam Mathematicos eſſe in ſuſpicione, teſtibus ipſorum literis, quod inventionem ſuam a Bernoulliana mutuatus fuerit? Ex quibus literis ego eas tantum produxi, quas Monmortius Taylori optimus amicus ſcripſerat, ubi hunc maniſeſtiſſime plagii ſuſpectum habet, & alicubi etiam reum facit. In eo quidem totus nunc eſt Cl. Taylorus, ut oſtendere conetur, inveſtigationem centri gravitatis, quæ in libro ſuo 1715 prodiit, jam antea extare in Transactionibus Philoſophicis, quæ menſe Majo 1714 publici juris erant. Vidimus quidem haud ita pridem hanc, de qua loquitur, inveſtigationem ex Transactionibus excerptam & huc transmiſſam; in illa per obſcuritatis tranſcennam revera vidimus quædam veſtigia illius, quæ anno ſequenti 1715 in Meth. Increm. prodiit, ſed de cetero magnam animadvertimus diverſitatem in modo explicandi non minus quam in aliis circumſtantiis, & vel hinc de novo aliquis ſuſpicari poſſit, Cl. Taylorum viſa demum in Actis 1714 Theoria Bernoulliana, ad hujus formam, quod Pag. 221.

for-

Tom. VIII Supplem. Sect. V.

fortaſſe magis arriſerit, concinaſſe eam, quam poſtea dedit A. 1715, licet Bernoullianæ nullam mentionem fecerit: ſecus enim non capio, quid illum permovere potuerit ad mutandam priorem, quæ extat in Transactionibus. Sed ut libere dicam, quod ſentio: viderat Vir Clariſſ. quæ jam menſe Febr. anni 1713. in Actis diſſeruit Cel. Bernoullius *de Oſcillationibus pendulorum a diverſa gravitatis ſpecie agitatorum*, ubi diſerte monuit in §. 23. in ſpeculationibus eo loco explicatis conſiſtere *fundamentum genuinum & unicum, ex quo naturaliſſime fluat determinatio centri oſcillationis in pendulis compoſitis*. Talia tam aperte indicaſſe, ſuffecerat cuivis ea, qua Taylorus pollet, perſpicacia prædito ad ſupplenda reliqua, & inde deducendam Methodum ipſam, quæ alioquin ipſi nunquam incidiſſet. Hæc ratio eſt, cur Methodus, quam prima vice in Transactionibus dedit, cum quædam ſupplenda fuerint per conjecturas, informis & imperfecta maneret, donec Bernoulliana Theoria ſequenti anno 1714 clariſſime & ad longum expoſita Cl. Tayloro anſam præbuiſſet priorem ſuam refingendi, eamque poſtmodum anno 1715 ſub alio vultu in lucem emittendi.

Ita liquet tantum abeſſe, quo minus ſuſpicio plagii ſit ſublata per id quod ex Transactionibus allegat, ut ea potius novo hoc accedente probabilitatis robore non parum confirmetur. Interim miramur, quod Cl. Taylorus, dum ſuſpicionem hanc tam ſollicite amoliri conatur, reliqua tamen plagii exempla ſibi objecta ſilentio præteriret, illud præſertim, quo oſtenſum eſt, ſeriem illam quam pro ſua venditavit p. 38 M. Increm. $\boxed{\dot{r}s} = rs - r'\dot{s} + r''\ddot{s} - r'''\dddot{s} +$ &c. nonniſi in notandi modo differre ab hac

$$\int n\,dz = nz - dn\frac{z^2}{1.2dz} + d^2n\frac{z^3}{1.2.3dz^2} - d^3n\frac{z^4}{1.2.3.4dz^3} + \&c.$$

Pag. 222. quam Cel. Joh. Bernoullius exhibuit in Actis 1694 p. 86, hoc eſt, plus quam quatuor luſtra ante exiſtentiam libri Tayloriani. Hoc nunc, quo manifeſti plagii poſtulabatur, intactum relinquit; quid hoc ſibi vult? illud haud dubie: qui tacet conſentire cenſetur.

Cetera quidem contemnit Vir Clariſſimus, nec refellere curat, quæ tam Authenticis Teſtimoniis adſtruxi, ſed contemtus iſte rerum veritatem non deſtruit, cum præſertim principium habeat haud abſimile illi, quo uſa vulpes, quæ ſummis ſaliens viribus uvam, quam appetebat, ut tangere non poterat, diſcedens ait, nondum matura eſt, nolo acerbam ſumere. Fateor contemtum quandoque eſſe nobilem, cum ſcilicet contemnimus

Digitized by Google

mus injurias illatas ab iis qui ſe defendere amplius non poſſunt. Ex hoc principio Cl. Bernoullius percepto nuntio de Joh. Keillii morte noluit permittere, ut in publicum prodirent Vindiciæ a doctiſſ. Cruſio paratæ contra virulentas calumnias, quas Keillius in ambos ſparſerat, ſicut & in alios viros egregios, præcipue in Collectores Actorum de re literaria longe melius merentes. Tom. VIII Supplem. Sect. V.

# DE IIS QUÆ OPTICÆ NEUTONIANÆ Pag. 226.

In Epiſtola ad CHRISTINUM MARTINELLUM, non ita pridem oppoſuit JO. RIZZETUS (Suppl. Act. T. VIII. Sect. III. p. 368. & Suppl. Diarii Ital. Tom. I. Art. XII. p. 373.) brevis Diſquiſitio;

*Autore* G. FRID. RICHTERO.

CUm multa ſunt in Epiſtola Viri clariſſimi Rizzeti lectu & conſideratu digna, tum illa mihi perplacuit nova obſervatio, ad denſitatem quæ ſpectat humoris chryſtallini, non uſquequaque ſimilem, ſed ab extremis partibus ad medias certa quadam lege perpetuo creſcentem. Quam ſi definire legem accuratius, tum vero genuinum ejus uſum explicare Vir doctiſſimus poterit, næ illum rem præclaram inveniſſe, & pulchre operam locaſſe ſuam, omnes fatebuntur, qui receſſus naturæ intimos rimari ſolent. De cetero cum idem dogmata Newtoni de diverſa diverſe coloratorum inflexione radiorum, & de ea quæ hinc ſequitur refracti luminis aberratione, labefactare inſtituit, quamquam id eo facit conſilio, ut teleſcopiorum perfectionem ab inſuperabili impedimento liberet, vereor tamen magnopere, ne fruſtra omnem hunc laborem ſumſiſſe videatur. Tot enim ac tam egregia ab ipſo Newtono capta circa illam rem experimenta, & a Deſagulierio, inſpectantibus plurimis ex Societate regia Anglicana, atque ex Academia Scientiarum Pariſienſi, aliiſque ſagaciſſimis & doctiſſimis exiſtimatoribus, ſæpenumero iterata ſunt, ut nihil prudentius in phyſicis indagatum, nihil circumſpectius recognitum, nihil firmius approbatum cenſeam. Non equidem ſum neſcius, multis, propter incredibilem & ſubmoleſtam, qua opus eſt,

Tom.VIII Supplem. Sect. V. Pag. 227.

eſt, accurationem, experimenta illa haud ſatis ex ſententia ſucceſſiſſe: neque adeo mirarer, ſi de pari fortuna Cl. Rizzetus quereretur. Sed quod tam fidenter pronuntiat, *ſe cuncta Newtoni experimenta renovaſſe, eademque partim falſa, & omnia reliqua, propter omiſſionem alicujus circumſtantiæ, æquivoca inveniſſe & minime concludentia*, id (fateor) non poſſum demirari ſatis. Nam quod ad duo illa pertinet exempla, quæ adducit Vir doctiſſimus & reprehendit, eorum ſane non difficilem ſuſcipere defenſionem licet.

Suppl. Act. l. c. p. 370.

Opt. L. I. P. I. Exper. 2.

Projecit in chartam albam Newtonus imaginem alius chartæ, cujus dimidia pars rubra & dimidia cœrulea erat, interpoſito decenter vitro, quod lentem opticam vocare conſuevimus, atque iſto modo certior factus eſt, radiorum cœruleorum quam rubrorum paullo minus a vitro diſtare focum: admovenda enim aliquanto propius ad vitrum charta alba erat, ut chartæ coloratæ pars cœrulea, quam ut rubra, perfectiſſime depingeretur. Non ſatisfecit ſimile tentamen Cl. Rizzeto: nec mirum; videtur enim claritatem unius partis cum inſigni alterius obſcuritate conjunctam exſpectaſſe. Sed haud tantam eſſe differentiam, quæ primo ſtatim obtutu oculorum percipi ſufficienter poſſit, vel ex eo intelligitur, quod filum ſerici non modo nigerrimum, ſed & tenuiſſimum, tam ſollicite ad chartam coloratam applicavit, variisque flexibus circumduxit Newtonus: non ſane fruſtra aut ornatus gratia, ſed ut partes, in quas iſto modo charta colorata diſtributa fuit, ſubtiliſſimis diſtinctiſſimisque circumſcriptæ terminis, imaginem æque perfectam juſto loco exhiberent, leviſſimamque confuſionem & obſcuritatem non obſcure proderent: erant enim confuſæ imagines filorum, & vix diſcerni poterant, ut memorat Newtonus, niſi quo tempore colores ex utraque parte cujusque fili terminis maxime diſtinctis definiebantur. Jam

Suppl. Diarii Ital. p. 382

quod addit Cl. Rizzetus in eo Epiſtolæ ſuæ exemplo, quod Supplementis Diarii Italici inſeruit, ſe, variationis cauſſa, cum multa alia tentaſſe, tum vero chartæ unico colore tinctæ fila diverſorum colorum circumvolviſſe, ſed & horum, quovis loco, æque confuſas vel diſtinctas conſpexiſſe imagines, de eo nihil eſt cur dubitem: nam, ita fore, non difficulter prædixiſſent omnes, qui doctrinam Newtoni perceptam habent. *Sed miſſis ejusmodi experimentis, quæ ſine ingenti apparatu peragi non poſſunt, unum*

Pag. 228.

*ſimpliciſſimum ſe allaturum*, ait Vir doctiſſimus, *quod fallere omnino nequeat, quodque cuivis & ubique in promtu ſit*. Scilicet duo ſubtiliſſima fila, alterum rubeum alterum violaceum, ita invicem conjungit, ut ſeſe contingant: deinde illa intervallo debito inſpiciens, cum utrumque unico obtutu diſtincte ſatis videat,

Suppl. Act. p. 371.

ſine

ſine dubitatione concludit, hypotheſin Newtoni ſubſiſtere haudquaquam poſſe. Ain vero, hoc experimentum minus ambiguum & minus fallax eſſe quam Newtonianum? Conſideremus quid interſit. Newtonus, ut imaginem efficeret ſatis amplam & luculentam, non modo charta colorata uſus eſt haud minima, ſed & lentem majoris diametri adhibuit. Utrumque mutat Rizzetus, qui in locum chartæ coloratæ duo ſubtiliſſima fila, & in locum amplæ lentis ipſum oculi humorem cryſtallinum ſubſtituit; haud multo aliter, quam ſi quis phaſes planetæ cujuſpiam contemplaturus, non Lunam aut Venerem, ſed ſatellitem Saturni ſibi eligat, abjecto difficili teleſcopiorum apparatu, nudis oculis examinandum. Porro Newtonus, ut magis oculorum aciem adjuvaret, percommodum illud & apprime neceſſarium filorum artificium commentus eſt: ſed naturali ſenſuum perfectioni fidens penitus Rizzetus de nulla re conſimili laborat. Denique cum iteraret Newtoni experimenta Deſagulierius, præter cetera etiam hoc non parum ad rem facere intellexit, ſi inter lucernam coloratæ chartæ appoſitam, atque inter lentem, opacum quoddam corpus ita interponeretur, ut a lucerna ad lentem nullus radius directus pervenire poſſet: Rizzetus autem de excludendis ex oculo aliorum corporum lucentium vel illuminatorum radiis haud quaquam ſollicitus eſt. Siccine vero exſpectabit quiſpiam, ut hujus experimentum experimento anteponamus Cel. Newtoni. Fateor, ſimplicia ſæpe artificioſis præferenda eſſe, ſed ita, ſi illis vel æque commode quam his, vel etiam commodius expedire veritatem licet. Adde, quod experimentum Cl. Rizzeti vulgare & incurioſum potius quam ſimplex videtur appellandum; quandoquidem in perexiguo cryſtallini humoris ambitu multo plus myſterii, quam in ampliſſima lente vitrea latere, vel ipſa Viri clariſſimi nova docet obſervatio; de qua ſupra dictum eſt. Neque vero diagramma ejus me quidquam movet, ob eas ipſas rationes, quas expoſui. En quomodo veſtigiis nobiliſſimi Autoris inhærens, argumentari poſſum: Tenuis quædam virga, quæ ex metallo vel alia materia unicolore facta ſit, poſita ante oculum ita oblique concipiatur, ut altera extremitas, oculo multo propior, ab ipſa axe Ae ad *dextrem nonnihil declinet, altera remotior ad ſiniſtram. Emittat pars propior radios ſuos ad oculum* Bb, *extremique* aB, ab, *refracti concurrant prope punctum* c, *in quo ceteri quoque phyſice concurrens; radii deinde ex parte remotiore fluentes, utpote minus obliqui concurrant omnes prope punctum* C. *Imago partis remotioris erit circa* C *imago propioris circa* c: *Differentia diſtantiarum* Cc *ſatis ſuperque ſenſibilis eſt. Nunc fundus oculi in* FeG *geminas accipiet imagines*: *illa*

Tom. VIII Supplem. Sect. V.

Pag. 229.

Act. l. c. p. 131. conf. fig. 5. cum fig. Rizzeti.

Tab. I. Fig. 5.

Tom. VIII Supplem. Sect. V.

*illa extremitatis propioris virgæ, contracta in minus ſpatium circa c, eximia diſtinctione excellet: altera remotioris, diſtracta in ſpatium, FG, ſpeciem ſui referet confuſam*. Sed quid multa? videt oculus diſtincte & uno intuitu utramque virgæ, de qua dixi, extremitatem, quamvis radiorum, a puncto propinquo venientium, magis diſtare focus a lentibus ſoleat, quam eorum, qui a puncto remotiori mittuntur. Quærat Cl. Rizzetus, ſi placet, hujus rei genuinam cauſſam, & videat, an non eadem applicari ad difficultatem ab ipſo propoſitam quam commodiſſime poſſit. Et hactenus quidem de uno Newtoni loco, quem reprehendendum in Epiſtola ſua ſibi ſumſit Vir clariſſimus. Venio ad alterum; omiſſum illum quidem in Latino Epiſtolæ exemplo, quod Actis

p. 385.

noſtris inſertum eſt, ſed in Supplementis Diarii Ital. expreſſum. Per priſma vitreum triangulare, cujus angulus refringens ſur-

Pag. 230.

ſum convertebatur, aſpiciens Newtonus chartulam oblongam, dimidia parte rubram & dimidia cœruleam, hanc quidem partem altius quam illam refractione elevatam obſervabat. Erat

Opt. l. c. exp. 1.

autem, ut cetera cautiſſime diſpoſita nunc taceam, *paries cubiculi ſubter feneſtram, cui exponebatur charta, panno nigro obtectus, atque ipſe inſuper pannus tenebris undique circumſeptus, ne quid luminis inde reflecteretur, quod prope chartæ extremitates ad oculum tranſiens, ſeſe lumini a charta reflexo immiſceret, iſtoque pacto experimentum interturbaret*. Contra ea Rizzetus, abjecto panno nigro, telam albam chartulæ ſubſtravit: quo facto partem rubram aliquanto altiorem quam cœruleam videre ſibi viſus eſt: quanquam re ipſa, propter ingentem heterogenei luminis copiam data opera admiſſam, non diſtinctas, non puras chartæ partes videre potuit, ſed vehementer confuſas & ſatis denſa iride indutas. At enim, *ſive album fuerit ſive nigrum, quod chartæ ſubjiciatur*, inquit, *non ideo naturam colorum, nec vim, qua refringuntur, immutari credendum eſt:* fateor. Sed iſto modo etiam lumen accendere in camera obſcura fas erit: ſive enim luminoſa fuerit, ſive nigra & opaca camera, non ideo naturam radiorum, quibus imagines depingi ſolent, immutari putandum eſt. Quid vero? Satin' conſideravit Vir clariſſimus, ad experimentum, quo de nunc agitur, priſma, non lentem adhiberi? quid? nonne per priſma diſpergi ac velut diſcindi radios, aberransque lumen generari, ultro concedit? nonne per lentem negat idem fieri ſolere? Quanam ergo re adductum illum exiſtimem, ut argumentum impugnaret, quod nihil contra ejus ſententiam facere videtur? num, ut tentamina Newtoni ad unum omnia vel falſa penitus vel ambigua & parum accurata, ut ſupra monuit, ſe inveniſſe demonſtraret? an forte ideo, quod de diſcrimine comme-

memorato inter priſmata & lentes non plane certus ac ſecurus Tom.VIII Supplem. Sect. V
ipſe eſſet? *Quod ſi quæras*, inquit, *cur lumen diſpergatur*, *tranſiens per priſma triangulare*, *& non itidem diſpergatur*, *tranſiens* Act. l.c. p. 130.
*per lentem*, *reſpondeo*, *quod res tanta nequit unica Epiſtola contineri*, *tibi autem* (Martinelle) *ſatisfaciam in quadam refractionum diſquiſitione*, *quæ nunc in manibus eſt*. Equidem cui ſatisfaciet Vir Pag. 231.
doctiſſimus laudata diſquiſitione, neſcio. Interim contrariam ſententiam perpaucis demonſtrare, bona cum ipſius venia, conabor. Sit ABCA lens quæcunque plano convexa, (talem enim, Tab. I.
ut ſimpliciorem, exempli cauſſa aſſumamus,) incidatque in Fig. *6.*
quodvis ejus punctum C radius luminis heterogenei utcumque inclinatus EC: ducatur recta CD, contingens arcum ACB in puncto C, & concurrens cum producta AB in D, ita ut ADC angulum refringentem alicujus priſmatis deſignet. Dico, radium EC in tranſitu per lentem expoſitam eodem plane modo refractum diſperſumque iri, ac ſi in punctum C commemorati priſmatis incideret. Etenim ut radius EC legitime refringatur per priſma ADC, non aliis vitri partibus opus eſt, quam illis, per quas tranſit radius, ita ut nihil interſit, ſi omnia reliqua utriusque lateris puncta quovis velamento circumtegantur: ſed neceſſariæ illæ partes prorſus ſunt communes priſmati ac lenti: Ergo radium EC in tranſitu per lentem eodem modo refringi diſpergique neceſſe eſt, ac ſi in punctum C delineati priſmatis incideret. Q.E.D.
Reſtat, ut de illo experimento videam, quod inprimis urget
contra Newtonum Rizzetus. *Super chartam albam*, *a Sole probe* Suppl.
*illuminatam*, *unum poſuit capitis ſui capillum*, *unius pedis in-* Act. p.
*tervallo ab oculo remotum*, *eundemque tum nudis oculis*, *tum per* 128.
*lentem vitream debite interpoſitam*, *conſpectum ſibi quam diſtinctiſſime* pronuntiat; quem quidem, ſi vera eſſent placita Newtoni, propter lumen illud aberrans, quod oritur a chartæ partibus capillo proximis, vel admodum obſcure & confuſe vel plane non videndum opinatur. Quaſi vero ad hujusmodi objectiones non perquam accurate reſpondiſſet ipſe Newtonus, eo loco, ubi expreſſiſſime quærit, quid ita tam diſtincte & clare per lentes vi-
deamus, cum tanta ſit refracti luminis aberratio? *Errantes enim* Pag. 232.
*radii*, inquit, *non uniformiter per totum rotundum ſpatium*, *quod* Opt. p.
*occupant*, *diffuſi*, *ſed in centrum infinite*, *quam in aliam ullam cir-* 82.
*culi partem*, *denſius collecti ſunt*; *a centro autem ad usque circumferentiam rareſcunt continuo*, *donec in ipſa tandem circumferentia infinite rari evadunt*; *& propter raritatem iſtam minus fortes ſunt*, *quam ut ſenſu percipi poſſint*, *niſi in ipſo centro aut propius ab eo*. Atque hoc cave a Newtono gratis dictum putes: nihil enim certius, nihil exploratius dici potuiſſet. Si verum eſt, ut eſt profe-

Tom. VIII Supplem. Sect. V. Pag. 130. ſto, quod paulo ante de ſimilitudine prismatis ac lentis demonſtravi, ſequitur, ut radius EC (fig. 6) projectus in lentem a puncto lucido E, atque inde legitime refractus, non punctum in foco exhibeat, ſed lineolam quandam *fg*, vel potius figuram oblongam, qualem deſignat *hi*: (Fig. 7) ſimiliterque radii ab eodem (Tab. I. Fig. 7.) puncto lucido E ad cetera lentis puncta vibrati innumerabiles ejusmodi figuras ſeu lineolas *lk*, *nm*, in foco exhibebunt; decuſſatim poſitas, & integrum orbiculum implentes. Quarum omnium ſi longitudo eadem, & latitudo infinite parva; & lumen uniforme eſſet, tum quidem facile oſtenderetur, denſitates radiorum, in quibusvis locis orbiculi errante lumine completi, eſſe reciproce in ratione diſtantiarum a centro, ut Mathematici loquuntur. Sed quoniam ſingulæ illæ lineolæ multo fortius lumen circa medium habent, quam prope utramvis extremitatem, nec omnes magnitudine æquales ſunt, nec accurate in centro biſariam ſecantur, difficilior quidem exiſtit calculus, ſed talis ſine controverſia, ex quo etiam magis quam ex priori pateat, lumen errans in centro ſui orbiculi infinite denſius eſſe, quam in circumſerentia, aut in quavis notabili diſtantia a centro. Vidit hanc reſponſionem quodammodo Rizzetus: ſed tardius quam vellem vidit, ut (Diar. Ital. p. 417.) ex Italico Epiſtolæ ejus exemplo, vel ex adjuncta potius appendice cognoſcitur; & ſatis etiam incurioſe (ſi ita dicere fas eſt) conſideravit. Ita enim ille, quaſi cuncta prævidiſſet: (Act. p. 129. Pag. 233.) *Non temere aſpexi capillum*, inquit, *poſitum ſuper chartam albam, a Sole probe illuminatam, ſed ita compoſitum aſpexi, ut lumen aberrans chartæ ſuppoſitæ melius poſſet manifeſtari, ſi minus in tota ſua extenſione, ſaltem in magna ſui parte. Quamvis igitur*, inquit porro, *in extenſione hoc lumen occupabat, juxta Neutonianam ſententiam, ſpatium undecies majus imagine capilli, & intenſione erat illud ſupra imaginem capilli vicies denſius, quam eſſet prope extremitatem, attamen ipſius luminis neque indicium quidem apparuit.* Equidem non ſatis capio, qua ratione *capillum ſic diſpoſitum aſpexerit, ut lumen aberrans chartæ melius poſſet manifeſtari*: neque etiam illud in promtu eſt, quomodo *ſpatium luminis aberrantis ſuper imaginem capilli vicies denſius fuerit quam prope extremitatem*. Interim hoc meo jure contendere poſſe videor, capillum perinde ut chartam probe fuiſſe illuminatum, ita ut aberrans chartæ lumen a capilli multo fortiore lumine omnino extingui neceſſe eſſet. Quin igitur excogitavit quippiam atque in capilli locum ſubſtituit Vir nobiliſſimus, quod aut nullum lumen aut minime notabile reflecteret? & cur non etiam operam dedit, ut nulli alii radii, præterquam a chartæ partibus capillo proximis reflexi, (Opt. l.c.) intrare oculum & aciem ejus præſtringere poſſent? Ut fert Newtoni

toni ſententia, imago puncti lucidi, hoc eſt, orbiculus luminis errantis, qui ſenſu percipi poſſit, vix magnitudine excedit circulum, cujus diameter ad diametrum vitri objectivi teleſcopii melioris ſeſe habet ut 1 ad 250. Proinde *in conſpicillo tubulato, cujus apertura ſit 4 unciarum, & longitudo 100 pedum, hæc imago non excedet 2″, 45‴, aut 3″; & in conſpicillo tubulato, cujus apertura ſit 2 unciarum, & longitudo 20 aut 30 pedum, poterit eſſe 5″ aut 6″: quod quidem experientiæ optime congruit. Etenim aſtronomi quidam per conſpicilla tubulata ſupra 20 pedes & infra 100 longa, obſervarunt diametros ſtellarum fixarum eſſe circiter 4″ aut 5″: verum, ſi vitrum oculare facis lychnive fumo infuſcatum ſit, quo lumen ſtellæ obſcuretur, jam languidum illud lumen, quod erat in circuitu ſtellæ, evaneſcet, ſtellaque ipſa ad puncti mathematici magnitudinem propius accedet*. Hæc Newtonus. Quod ſi radii a charta illuſtrata reflexi æque fortes eſſent ut radii ſtellarum fixarum, nec capillus & corpora circumjecta plus luminis reflecterent quam æther ſtellis circumfuſus; ſi porro humor cryſtallinus e vitro conflatus eſset, & tota ejus anterior ſuperficies radiis pateret: tum quidem diameter luminis errantis, quod in fundo oculi a charta illuſtrata ortum, ſupra imaginem capilli protenditur, ad diametrum humoris cryſtallini ſeſe haberet ut 1 ad 250, hoc eſt, non plane præteriret ſenſum. Præterit autem, quia iſta omnia, longe aliter ſunt comparata. Sed poſito ante oculos priſmate triangulari vitreo, quantumvis parvus eſset angulus refringens, vidit ſemper Vir clariſſimus, capillum a chartæ aberrante lumine turbari. Non adeo moroſus ſum, ut contradicam, dummodo de tali parvitate anguli refringentis loquatur Autor, quæ ad naturam priſmatis optici accommodata ſit. Ceterum hoc affirmare nihil dubito, ſi ſententia Newtoni ejusmodi experimento recte confutatur, eandem toties refelli, quoties per priſmata transſpicientes, coloratas fimbrias circa res quascumque obſervamus, quæ per lentes non apparent. Sed cauſam hujus differentiæ explicare cum Newtono proclive eſt; quam nunc quidem copioſe perſequi haud neceſsarium videtur.

Tom. VIII Supplem. Sect. V.

Pag. 234.

EX-

Tom. VIII Supplem. Sect. V.

# EXCERPTA

## E NOVO EXEMPLARI EPISTOLÆ

### Seu Diſſertationis Anti-Nevvtonianæ JO. RIZZETI, quod noviſſime Clariſs. Autor nobiscum communicavit.

DUO potiſſimum loca ſunt, in quibus novum hoc exemplar a priori diſcrepat, quod in Supplem. Act. T. VIII Sect. III p. 368 exhibuimus. Scilicet pro iis, quæ leguntur in Actis noſtris l. c. pag. ibid. circa finem, usque ad pag. 370 a verbis: *Porro juxta Newtonianam ſententiam*; usque ad verba: *Ut de medio tandem banc difficultatem auferrem*; in novo exemplari hæc reperiuntur: *Porro juxta Newtonianam ſententiam, dum radii ex puncto longinquo incidunt in lentem, ſibi invicem paralleli, diameter luminis aberrantis eſt æqualis vigeſima ſeptima parti latitudinis lentis: dum radii ex puncto propinquo in lentem incidunt, a ſe invicem divergentes, eſt adeo major ipſa diameter. Si hac igitur foret ſaltem æqualis vigeſimæ ſeptimæ parti*
Pag. 235. *diametri pupillæ, ipſa diameter eſſet ad diametrum imaginis capilli ſicut* $\frac{25 \cdot 24}{27}$ *ad 1, vel quam proxime ſicut 22 ad 1, & proinde imago capilli in oculo a lumine aberrante charta ſuppoſita obruenda foret, & capillus e conſpectu abeundus, ſi foret etiam vigeſies major illius craſſitudo. At quoniam capillus, licet tam ſit exilis, attamen cernitur tam diſtincte, dicendum eſt, nec ullum quidem eſſe in oculo veſtigium illius aberrationis, quam tanti Cl. Autor exiſtimat. Quod ſi oculo, ob latentes cauſas, hoc privilegium tribuere par eſſet, capillus per lentem vitream convexam intervallo debito tranſpiciatur, & eadem diſtinctione manente, argumentatio modice mutata repetatur, eademque conſequentia eliciatur. Hujusmodi diſtinctio (qua videtur objectum lente interpoſita) in propoſitione 2 excuſatur a Cl. Autore, dicente, lumen aberrans longius a ſuo centro magis ſemper atque magis rareſcere, & proinde id non eſſe ſenſibile in toto illo ſpatio, in quo extenditur, ſed tantum in circulo, cujus diameter ſit æqualis 250mæ parti latitudinis lentis. Porro oculo modo propoſitum capillum intuente alia experimenta Newtoniana vetant ut concedatur, lumen aberrans futurum eſſe ſenſibile in ſpatio ita exiguo, nempe habito reſpectu ad validum lumen charta ſuppoſita. At ſi hoc exiguum ſpatium concedendum eſſet, foret utique reformandus calculus, & facienda diameter luminis aberrantis (in ea parte in qua illud eſt ſenſibile) ad diametrum imaginis capilli, ut* $\frac{24 \cdot 25}{250}$ *ad 1, vel ut 12 at 5: at dia-*

meter

*meter tamen ipſius aberrantis luminis eſſet plus quam duplo major diametro imaginis capilli, & in hac quoque hypotheſi eadem imago foret a lumine chartæ ſuppoſitæ aberrante delenda, & capillus e conſpectu abeundus. Si hic igitur diſtinctiſſime cernitur, non video quomodo contra hanc diſtinctionem poſſit aberratio Newtoni reluctari.* Pro iis quæ expreſſa ſunt in Actis noſtris l. c. pag. 371, a verbis: *Illa fili rubei contracta;* usque ad verba p. 372 lin. 8: *Sentio te, Chriſtine, ſumma cupiditate duci;* legendum eſt juxta tenorem novi exemplaris hoc modo: *Illa fili rubei contracta in puncto c eſſet eximia diſtinctione perſpicua, niſi turbaretur a lumine aberrante fili violacei, quod diſperditur per totum ſpatium* FG, *cujus latitudo eſt multo major latitudine imaginis fili rubri. Fundus oculi ſenſim attollatur & aptetur lineæ* Ss: *in hoc utique caſu, duabus imaginibus in ſpatio* Ss *confuſis, non duo fila diſtincta, ſed unum objectum ex geminis coloribus infectum apparet. Si tandem fundus oculi colloretur in loco* Uu, *tunc pictura u fili violacei eſſet diſtincta in puncto* c, *niſi inficeretur ab illa rubri, diffuſa per ſpatium* Vu, *cujus diameter eſt multo major diametro imaginis fili violacei. Nec in hoc caſu poteſt allegari, quod lumen aberrans fili violacei magis atque magis rareſcat, longius a centro* c, *cujus raritatis cauſa non ſit ſenſibilis in toto circulo* FG. *Cum enim ſit punctum violaceum* A, *& latitudo pupillæ* Bb, *lumen ipſius puncti in incidentia comprehenditur intra conum* BAb, *& in refractione intra geminos conos* BCb, FCG; *& quoniam ipſum lumen eſt æquale in ſingulis punctis baſis* Bb *duorum conorum* BAb, BCb; *neceſſe eſt quoque, ut ſit æquale in ſingulis punctis baſis* FG *tertii coni* FCG: *Quod pariter dicendum eſt de lumine fili rubri aberrante in ſpatio* Vu. *Non poteſt igitur fieri, quin imago fili rubri in* c, *vel violacei in* c, *inficiatur, prima ſcilicet a lumine aberrante fili violacei, ſecunda a lumine aberrante fili rubri. Quod ſi etiam ipſæ imagines, nempe illa fili rubri in* c, *& illa violacei in* c, *poſſent eſſe aliqua diſtinctione perſpicuæ, neceſſe eſt tamen, ut, ubi una imago diſtinguitur, ibi altera confundatur, & proinde, ſi verum eſt Newtonianum experimentum ſuperius allatum, nullo modo fieri poteſt, ut nos videamus ipſa gemina fila æqualiter diſtincta. At ea diſtinctiſſime inſpicimus. Neſcio itaque, quomodo poſſit veritas experimenti Newtoniani contra hanc diſtinctionem ſalvari. Porro ex hoc noſtro experimento videtur, omnium colorum radios eſſe æqualiter refrangibiles: at ſi ita eſſet, unde colores quos refracti præ ſe ferunt.*

Tom. VIII Supplem. Sect. V.

Pag. 236.

Tom. VIII
Supplem.
Sect. V.

# EXCERPTA
## EX EPISTOLA JO. RIZZETI
### *Ad Socios Societatis Regiæ Londinenſis.*

CUm miſiſſem in Angliam Diſſertationem meam de rebus opticis, in qua experimenta a ſummo Mathematico, *Newtono*, publici juris facta, partim falſa, & partim pro ſuo ſyſtemate fulciendo minus idonea, nimis confidenter fortaſſe pronunciavi; id non eo conſilio factum putetis, ut celeberrimam hanc controverſiam profligatam cenſeam, ſed ut veritas magis ac magis eluceſcat. Nunc audio apud vos agi de experimentis coram Regia Societate iterandis: itaque, ut noſcere poſſitis, quo colliment dubitationes meæ, dum de facti ſpecie vobiſcum candide & paucis ago, diligenter attendite.

Pag. 239.

1. Multus fui in primo Newtoni experimento conficiendo. Plagulam chartæ, cujus altera pars erat rubra, altera cœrulea, probe illuminatam, trigono ad oculum admoto, inſpexi. Si pannus, qui chartæ ſubſternebatur, erat nigro colore infectus, pars chartæ cœrulea altius quam rubra videbatur extolli, ut vidit etiam doctiſs. Newtonus; at loco panni nigri candida tela ſubſtituta, pars rubra videbatur ſublimius elata quam cœrulea.

2. Secundum Newtoni experimentum judico habere in coloribus prismaticis aliquid veri, in realibus nihil. Ut de medio dubitationem auferrem, experimentum aliquod, addito calculo, indicavi Sociis Regiæ Scientiarum Academiæ Pariſ. in maxima Sereniſs. Ducis Aurelianenſis lente inſtituendum, cujus exitum expecto.

3. Dum ſpecies ſolis conſuetis coloribus pingebatur in longum deducta, ut in exper. 3. notavit Newtonus, exp. 7 P. II inter ſpatia a ſingulis coloribus occupata quandam harmonicam proportionem ſervari. Hoc verum eſt in unica tantum ſpectri a prismate diſtantia: verum, mutato intervallo, hujusmodi proportio alteratur. Præterea ſi tabula (in qua colores emphatici depinguntur) propius ad trigonum accedat, color viridis mutatur in album, & ſi longius recedat, flavus penitus evaneſcit. Viridis in album mutatio utcumque ab Autore excuſatur, dum prope priſma radii virides cum aliis mediæ refrangibilitatis confundi & miſceri ſupponuntur: quanquam petere poſſem, cur prædictis radiis inter ſe

Digitized by Google

ſe commixtis alii colores perſeverent, ſolo viridi deleto. Interim de extinctione coloris flavi apud Autorem ne verbum quidem; cum tamen, juxta ejus principia, radii omnes diverſimode colorati, inter quos etiam flavi, eo melius ab aliis ſeſe expediant, & diſtinctiorem colorem præ ſe ferant, quo longius a priſmate imago excipitur. Quomodo igitur color flavus eo caſu evaneſcit, in quo nitidior apparere debuiſſet? Tom. VIII. Supplem. Sect. V. Pag. 238.

14. In experimento nono aſſerit Newtonus, quod, cum radii illi videlicet cœrulei & violacei, in primo priſmate maximam refractionem paſſi, ex toto reflecti cœpiſſent, lumen cœruleum & violaceum charta exceptum (quod iidem a ſecundo priſmate maxime refractum fuerat) manifeſte plus augeri videbatur, quam rubrum & flavum, minori refractioni obnoxium. Oppoſitum ſuaſit experientia: cum enim lux cœrulea & violacea a primo priſmate refracta inciperet ex toto reflecti, lumen rubrum & flavum a ſecundo priſmate refractum plus augebatur quam cœruleum & violaceum. Quod obſervavi etiam, repetito experimento 10 a vero vix diſcrepante.

15. Experimentum 12, cum una lente & duobus priſmatibus inſtitutum, non ſatis ad intentum facere videtur; quia Solis imago, præter illam diſperſionem, quam patitur in duplici refractione per priſmata, juxta legem Newtonianam, aliam patitur (tranſeundo per lentem) nempe vulgarem & notam ob lentis figuram. Hujuſmodi diſperſiones, licet diverſi generis, ita ſe mutuo turbant, ut omnia in incerto relinquant. In experimento adhiberi oportet duplex priſma, ut a Mariotto factum, & lumen unius coloris a primo priſmate refractum, per ſecundum trajiciendum eſt. In hoc caſu lumen rubrum a ſecundo priſmate trajectum perſeverabit in aliqua ab ipſo priſmate diſtantia; at intervallo aucto ſtatim color indicus emergit. Verum etiam eſt, quod, ſi tranſmittatur per ſecundum priſma lumen flavum, in aliqua a dicto priſmate diſtantia, præter indicum, colores quoque ruber & viridis emergant; at in hoc caſu flavus penitus evaneſcit. Ex hoc phænomeno Syſtema Newtonianum poteſt ex parte argui falſitatis. Si enim color flavus in rubrum, viridem, & indicum reſolvitur, & reſolutione peracta evaneſcit, ſaltem color flavus non eſt homogeneus. Ut novi colores appareant in lumine per ſecundum priſma tranſmiſſo, cavendum eſt, ne ſecundum priſma ſit nimis a primo remotum, neque ſit nimis anguſtum foramen, per quod lumen unius coloris a primo priſmate refractum per ſecundum tranſmittatur: aliter color tranſmiſſus ſine mutatione perſeverabit. Hoc loco

Tom. VIII. Supplem. Sect. V.

imperfecta radiorum ſeparatio obtrudi ſolet, ut in Act. Erud. Lipſ. 1717: ſed experimentorum circumſtantiis talis reſponſio nullo modo ſatisfacit. Cur enim ex rubro colores viridis & flavus non ſe expediunt? cur ex flavo omnes, ipſo flavo pereunte?

6. Experimenta 13 & 14 vera apparent, quoad objecti figuram, dummodo oculus priſmate munitus in parva potius quam magna ab objecto diſtantia conſtituatur, & objectum ſit potius in lumine rubro quam flavo. Quod vero ad objecti colorem, multa ſunt curioſa phænomena, quæ nunc explicare non vacat. Hoc unum attendite: Circulus chartæ albæ (qualis in experim. 13 adhibitus fuit) collocetur primo in lumine rubro, deinde in viridi, imaginis PT; & reliquum lumen ipſius imaginis PT relinquatur longius ire. Tum ad oculum admoveatur priſma *abc*, & per idem circulus tranſpiciatur. Dum oculus priſmate munitus parum diſtat a circulo, hic apparet in primo caſu ruber, in ſecundo viridis. Dum autem oculus a circulo removetur, color ruber, in 1 caſu, mutatur prius in flavum poſterius in lucem albam, & color viridis, in 2 caſu, mutatur prius in indicum & poſterius in umbram. Hæc phænomena videntur Syſtemati Newtoniano contraria.

Pag. 239. Figur. 8. Newtoni, parti 2 adſcripta.

7. Per ea, quæ tradidi in citata Diſſertatione, conſtat, capillum extenſum ſuper charta alba a Sole illuminata, diſtinctiſſime videri, etiam lente interpoſita. In Prop. 2 unicum phænomenon obſervo in ejusdem comprobationem adductum, p. 95 Ed. Lond. 1719. Sed ſub judice lis eſt, utrum illa aberratio, quæ novæ legi diſperſionis tribuitur, dependere potius cenſenda ſit ex vetere canone refractionum. Porro aberratio Newtoniana non modo videtur abeſſe in oculo, vel nudo vel per lentem transſpiciente, ſed pariter in ſola lente, cujus in foco imago Solis excipitur. In hoc demonſtrando idoneam habeo lentem aqueo-vitream utrinque convexam, cujus craſſitiem, adhibitis inter gemina vitra zonis coriaceis, ad libitum augere poſſum. Pro lentis craſſitudine variatur aberratio vulgaris, quæ dependet ex figura ſphærica, & ex negativa in poſitivam tranſit: aberratio media inter utrumque eſt ſaltem phyſice nulla. In hac lente ſæpius mihi obſervatum eſt, quod deficiente aberratione ex figura, neque Newtoniana ullo modo locum invenit, ut neceſſario poſtulat Cl. Autoris hypotheſis. Interim ut nulla dubitatio remaneat, Sociis Regiæ Scient. Acad. Pariſ. aliud experimentum, addito calculo, indicavi, hoc quoque in Sereniſſ. Ducis Aurel. lente inſtituendum.

8. Transeo ad experimenta Partis 2. In primo Newtonus

aſſe-

aſſerit, quod interpoſita virgula ferrea, & interceptis quibuſdam radiis in priſma incidentibus, obtineri poteſt, ut quilibet ex conſuetis coloribus emphaticis deleatur, dum ceteri non immutati apparent. At ego unicum colorem nunquam delere potui niſi flavum. Addit, quod interpoſita virga paulo latiori fieri poteſt, ut colores bini quilibet evaneſcant. Id ego obtinui in coloribus flavo & viridi, flavo ac rubro, qui ſimul evaneſcere queunt, ceteris perſeverantibus, minime vero in flavo & indico, ſeu flavo & violaceo. Subdit, quod quilibet color æque ac violaceus & ruber fieri poteſt conterminos umbræ: hoc in viridi expertus ſum, ſed non in flavo & indico. Denique ait, quod quilibet color poteſt ſolus, aliis interceptis, relinqui: ego autem nullum potui ſolum colorem, reliquis evaneſcentibus, videre ſuperſtitem. Tom. VIII Supplem. Sect. V.

9. Experimentum 2 aliquando verum inveni, nunquam autem 3. Exiſtente enim ſuperficie chartæ plana & lævigata, hæc in lumine albo collocata ſub quacunque inclinatione candida ſemper apparuit. Pag. 240.

10. In experim. 6 aliquid deſideratur. Poſita charta flava in lumine cœruleo, vel cœrulea in flavo, color reſultans in utroque caſu ad viridem vergit. Sic tranſmiſſo lumine cœruleo per vitrum flavum, vel flavo per cœruleum, lumen in utroque caſu vireſcit.

11. Experimentum 8 Cl. Autorem feſellit. In parallelipipedo exiguæ craſſitudinis nullus color viſum afficit. Verum, parato longiori parallelipipedo, hoc eſt capſula aqua plena, quæ a duobus vitris planis & parallelis claudatur, ſi lumen Solis valde inclinatum in ſuperiorem ſuperficiem incidebat, per inferiorem exibat conſuetis coloribus infectum.

Reliquis experimentis Newton. Part. I. & II. Lib. I. ſua veritas conſtat, dummodo de ſolo facto agatur. Nam circa Newtonianam ſententiam plura dicenda eſſent, quæ lubens in aliud tempus rejicio. Ne tamen hanc materiam intactam relinquam, loco ſpeciminis unicam conſiderationem adjungo.

In experim. 11. part. 2. lib. 1. obſervavit Newtonus, imaginem PT ſurſum elatam & in longum productam, coloribusque adventitiis infectam. Deinde priſmate *abc* ad oculum appoſito, dum a pariete paulatim diſcederet, imago deſcendebat & in breviorem formam contrahebatur, coloribus ſenſim evaneſcentibus, donec ſpectrum ad locum S delatum, in figuram plane rotundam atque albam cogebatur. Hinc collegit, imaginem in loco S altam apparuiſſe, quia radii diverſorum ge- Fig. 8. New.

 nerum

nerum incidentes in priſma *abc* convergunt, & pro varia eorum refrangibilitate ita flectuntur inæqualiter, ut in tranſitu ad oculum divergant, & in unum idemque punctum retinæ incidant, ibique invicem commixti candorem reſtituant. Ut de veritate Newtonianæ explicationis judicium ferrem, coloribus realibus vividiſſimis pingi curavi ſuper charta imaginem omnino ſimilem atque propinquam apparenti PT. Subinde, priſmate ad oculum admoto, utramque imaginem inſpiciebam, in ea a pariete diſtantia, in qua ſpecies PT alba videbatur atque rotunda. Si hæc talis apparet, quia radii diverſimode colorati a priſmate inæqualiter refringuntur, niſi idem effectus, ſaltem ſimilis conſpici debuiſſet in altera imagine reali, h. e. ea demutari debuiſſet, & colores ad albedinem vergere. At quoniam hæc neque ſubalba videbatur, neque ad rotunditatem accedere, ſed coloribus parum turbatis in longitudinem potius majorem excreverat, illud ſequitur, contractionem ſpectri apparentis, & mutationem colorum, radiis inæqualiter refractis & heterogeneis tribuendam non eſſe.

SOLU-

Digitized by Google

Tom. VIII Supplem. Sect. VI. Pag 235.*

# SOLUTIO PROBLEMATIS

## De Curvis inveniendis, quæ quadam ratione in ſitu inverſo diſpoſitæ ſe interſecare poſſunt in angulo dato.

*Excerpta e Transact. Philoſ. A. 1722 n. 372.*

JAM primum ad manus pervenerunt *Acta Eruditorum* ad hunc menſem *Auguſti*, ubi invenio a me peti, ut ea aperiam, quæ notis fictis celata in *Supplementorum ad Acta Eruditorum*, Tom. 8 Sect. 1 edita ſunt. Explicentur autem ea tabula ſequenti.

| | z | y | x | v | u | t | s | r | qu | p | o | n | m | l | j | i | h | g | f | e | d | c | b | æ | a |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | a | 4 | o | æ | 1<br>z | u | 1 | s | j | c | 8<br>t | y | 9 | 2 | 6 | e<br>r | 3 | m | f | 7<br>l | v | w | 5 | 1 | h<br>d |
| g | e | o | u | w | 4<br>d | 3 | i | c | 6 | 2 | s<br>z | 7 | 5 | y | æ | m<br>t | 1 | r | j | 9<br>p | a | h | \ | 8 | f<br>l |
| n | i | j | æ | 5 | o<br>l | · | r | s | e | v | 6<br>d | f | a | h | 4 | y<br>z | w | u | 7 | 9<br>t | 3 | 8 | ( | m | 2<br>p |
| q | o | 8 | 3 | o | v<br>p | 6 | æ | 1 | c | w | h<br>l | i | 5 | m | 2 | j<br>d | f | e | 9 | a<br>z | 4 | y | 7 | s | r<br>1 |
| x | u | y | 4 | 1 | c<br>t | f | w | j | a | o | 8<br>p | s | 7 | r | 3 | 5<br>l | m | i | h | e<br>d | 9 | æ | a | 6 | v<br>z |

In hac tabula ſex ſunt notarum ordines: ſupremus literas continet, quibus verba celata ſcribi debent, reliqui literas numerosque continent, quæ verarum literarum loco uſurpantur. Literas autem *b*, *g*, *n*, *q*, *x*, quæ e læva horum ordinum inferiorum collocantur, propter earum uſum indices appellare licet. Scripturæ pars celata ab horum indicum duobus incipit, quorum poſterior oſtendit notas illum ſequentes in eo ordine, cui præfigitur, quæri oportere, ut veræ literæ cognoſcantur, quæ ſupra has notas in ordine literarum primo ſemper habentur: Ex hoc autem ordine notæ fictæ deſumendæ ſunt, donec alteri alicui indicum

Tom.VIII Supplem. Sect. VI.

dicum occurritur, quod cum ſit, hoc novo indice utendum eſt ut priori. Et hac regula tota ſcriptura explicabitur, niſi quod quandocumque plures indices ſunt contigui, omnes præter ultimum negligi debent: item verborum aperte ſcriptorum interpoſitio

Pag. 236.*

hunc indicum uſum non turbat. Hoc modo ſcriptura occulta, ſi pauci errores typographici emendentur, verba ſequentia complecti invenietur.

*Curvarum, quæ problemati conveniunt, quæcumque ſumatur ordinata, illius fluxio ſecunda ab ejusdem fluxione prima diviſa (ut ſermone arithmeticorum utar) eandem dat quotientem, ſed contrario ſigno, ac fluxio ſecunda a fluxione prima diviſa ordinatæ ex altera principii abſciſſæ parte jacentis, & ad eandem ab eo principio diſtantiam *. Hujusmodi autem curvæ inveniri poſſunt tribus regulis.*

*Prima regula curvam, qualem problema requirit, ope ſpatii hyperbolici a curva quacumque deducit, quæ habeat ad æquales diſtantias a principio ſuæ abſciſſæ ordinatas æquales, & ab eadem parte abſciſſæ poſitas. Eſt enim ordinata curvæ quæſitæ, ut area alius curvæ ordinatam habentis æqualem ſegmento aſymptoti hyperbolæ terminato a ſpatio hyperbolico æquali areæ curvæ primo aſſumptæ.*

*Regula autem ſecunda pendet a prima, & curvam problemati ſatisfacientem ſine ope ſpatii hyperbolici ex curvis derivat, quæ habeant ad æqualia intervalla a principio ſuæ abſciſſæ ordinatas æquales, ſed a contrariis partibus abſciſſæ poſitas.*

*Et hæc ſecunda regula theorema ſequens præbet, nimirum, ſi aliqua curva ſumatur, quæ problema ſolvi poſſit per regulam primam, & ſi hujus ordinatæ inſiſtunt abſciſſæ ad perpendiculum, invenietur curva problemati ſatisfaciens, ſi ad eandem abſciſſam conſtruatur alia linea curva, ea lege, ut illius ordinata ex altera parte abſciſſæ ubique æqualis ſit aggregato aſſumptæ lineæ curvæ & ejusdem ordinatæ; exceſſui autem hujus curvæ præ ordinata ſua æqualis ſit unaquæque curvæ conſtruendæ ordinata, quæ ex altera parte abſciſſæ jacet; omnes enim curvæ hac ratione conſtructæ problemati conveniunt.*

*Hoc autem theorema demonſtratur propoſitione ſequenti, quod in omni triangulo rectangulo quadratum ab alterutro latere angulo recto adjacenti æquale eſt rectangulo ſub ſumma alterius lateris angulo recto adjacentis laterisque angulo ei ſubtendentis, & ſub differentia eorundem laterum.*

Pag. 237.*

*Denique tertia regula derivatur a ſecunda, ope propoſitionis nonæ libri de quadratura curvarum* Newtoni.

## SCHOLIUM.

*Exemplum generale, quod exhibui, curva logarithmica, & cyclois plurimis modis inveſtigari poſſunt his regulis.*

*Unus caſus curvæ logarithmicæ commode invenitur per regulam primam, aſſumpta linea recta loco curvæ in illa regula memoratæ.*

*Alter*

* Scilicet ſi abſciſſa a ſuo principio in oppoſitas partes æqualibus momentis fluit.

Digitized by Google

*Alter hujus lineæ caſus deducitur ex regula ſecunda ope ſpeciei quinquageſimæ nonæ linearum tertii ordinis, quæ omnium curvarum in illa regula utilium eſt fere ſimpliciſſima præter parabolam cubicam & hyperbolam conicam.* Tom. VIII Supplem. Sect. VI.

*Cyclois optime invenitur theoremate, quod a regula ſecunda deduci diximus.*

*Exemplum iſtud generale facile invenitur regula tertia, aliis vero regulis non ſine ambagibus.*

*Regulis ſecunda & tertia commodiſſime inveniuntur curvæ geometricæ rationales; quæ deducuntur etiam a theoremate in regulam ſecundam pendente; quandocumque enim curva aſſumpta tam longitudinem quam ordinatam rationalem habet, cujuſmodi ſimpliciſſima eſt parabola ſemicubica, curvæ quoque inveniendæ ordinata rationalis erit.*

*Denique his regulis, vel etiam conditione in principio poſita facile eſt invenire, an curva aliqua propoſita problemati ſatiſfaciet, & quibus poſitionibus id fiet: unde intelligi poteſt, an eadem curva diverſis modis problemati conveniat.*

Horum brevem explicationem jam apponam, deſcribendo, ex amici charta, problematis ſequentis ſolutionem.

## PROBLEMA.

Tab. II. Fig. 1.

Datis duabus lineis rectis AB, CD (in Fig. 1) parallelis, ad abſciſſam AB curva EF deſcribenda eſt, quæ talis ſit, ut in ſitu inverſo ad abſciſſam CD deſcripta ſeipſam ſemper interſecet in angulo quolibet dato.

Ad abſciſſam CD deſcribantur curvæ GH, KL ſimiles & æquales curvæ EF, quarum altera huic curvæ EF occurrat in puncto quolibet I, altera vero per punctum M tranſeat, ut partes EM, KM curvarum EF, KL ſimiles ſint & æquales; & per punctum M, quod partes curvæ EF dirimit, quæ ſe mutuo interſecare debent, ducantur lineæ NMO, *nMo*, quæ cum rectis AB, CD angulos ſub NOB & ſub CNO, item angulos ſub *no*A, & ſub *on*D conſtituant ei æquales, in quo curva ſeipſam ſecare ponitur. Ducatur IPTS lineis AB, CD parallela; item huic proxima & parallela *jxpts*; deinde ducatur I*v* lineæ NO parallela, & denique I*w*, S*y* parallelæ lineæ *no*, ut angulus ſub I*wj* æqualis ſit angulo ſub I*vx*. Jam anguli ſub I*xw* & ſub I*jv* ſimul ſumpti æquales erunt angulo ſub *x*IM, ideoque & angulo ſub I*wv* æquales; unde angulus ſub *x*I*w* æqualis erit ei ſub I*jv*; & eodem modo angulus ſub *j*I*v* ei ſub I*xw* æqualis invenietur; adeo ut triangula I*jv*, *x*I*w* ſunt ſimilia, & *jv* : I*v* :: I*w* : *wx*. Porro pro abſciſſis æqualibus M*p*, MT ſcribatur *z*, pro ordinata PI, *y*, & —*v* pro ordinata TS, pertinente ad curvæ KL arcum KM, qui ar- Pag. 238.*

cui

Tom.VIII Supplem. Sect. VI.

cui EM curvæ EF reſpondet. Creſcentibus autem abſciſſis MP, MT, & ſimul increſcentibus ordinatis PI, TS, earum fluxiones primæ eadem habebunt ſigna cum ſuis ordinatis, ſed utræque fluxiones ſecundæ idem habebunt ſignum; nam fluxio ſecunda unius ordinatæ idem habebit ſignum cum ſua ordinata, ſed alterius ordinatæ fluxio ſecunda ſignum habebit a ſigno ſuæ ordinatæ diverſum; propterea quod curvarum KM, MF alterius concavitas verſus convexitatem alterius convertitur, ut manifeſtum eſt. His autem cognitis invenietur $jv : Iv (= Pp) :: \dot{y} : \dot{z}$, $Iw (= Tt) : wx (= sy) :: \dot{z} : -\dot{v}$, & $\dot{y} : \dot{z} :: \dot{z} : -\dot{v}$, item $-\dot{y}\dot{v} = \dot{z}^2$, & denique poſita $\dot{z}$ invariabili $-\dot{y}\ddot{v} - \ddot{y}\dot{v} = o$, vel $\dot{y}\ddot{v} + \ddot{y}\dot{v} = o$, ideoque $\frac{\ddot{y}}{\dot{y}} = -\frac{\ddot{v}}{\dot{v}}$, quando $\dot{y}$ & $\ddot{y}$ ad curvam EF, ſed $\dot{v}$ & $\ddot{v}$ ad curvam KM pertinent. Idem vero locum quoque habet, quando omnes hæ fluxiones ad curvam EF referuntur, ſi abſciſſa in oppoſitas partes a ſuo principio fluere ſtatuitur; nam ſumpta MQ = MP, & $Mq = Mp$, ductisque QR, $qr$ ad AB, CD parallelis, puncta R, $r$ in curva EF punctis S, $s$ in curva KM reſpondent.

Pag. 238.* Ponendo igitur abſciſſam in contrarias partes a ſuo principio æqualibus momentis fluere, *Curvarum, quæ problemati conveniunt, quæcumque ſumatur ordinata, illius fluxio ſecunda a fluxione prima diviſa eandem dat quotientem*, &c. ut ſupra. Hæc autem curvarum quæſitarum conditio eſt, unde deducuntur regulæ ſequentes ad problematis ſolutionem.

## *Regula Prima.*

Cum requiritur, ut MQ exiſtente = MP, ſit $\frac{\ddot{y}}{\dot{y}} = -\frac{\ddot{v}}{\dot{v}}$, quando abſciſſa in oppoſitas partes a puncto M æquabiliter fluit, ita ut ejus fluxioni in partibus abſciſſæ, quæ a contrariis lateribus puncti M jacent, ſigna diverſa tribuenda ſint, ponere licet $\frac{\ddot{y}}{\dot{y}}$ proportionalem $\dot{z}$ ductæ in quantitatem quamcumque, quæ eadem maneat, & ſub eodem ſigno, pro eadem magnitudine $z$, ſive illa affirmativa ſive negativa ſit. Deſcribatur igitur (in Fig. 2) ad abſciſſam NO curva qualibet KL, cujus ordinatæ angulum quemcumque datum cum abſciſſa conſtituant, & quæ habeat eas ordinatas æquales, & ab eodem latere abſciſſæ NO poſitas, quæ

Tab. II. Fig. 2.

æqua-

Digitized by Google

æqualiter diſtant a puncto M, ut ordinatæ PW, QX; deinde fiat $\frac{\ddot{y}}{\dot{y}}$ ordinatæ PW × $\dot{z}$ proportionalis, & $\frac{\ddot{v}}{\dot{v}}$ ordinatæ QX × $\dot{z}$. Jam (in Fig. 3) exponatur hyperbola YZ ad aſymptotos ΓΔ, ΓΘ, angulum ſub ΘΓΔ angulo dato ſub NPW æqualem comprehendentes, deſcripta, & in alterutra aſymptoto, ut ΓΔ, ſumatur ad libitum punctum Λ, & ducatur ΛΞ alteri aſymptoto ΓΘ parallela, & parallelogrammum ΓΞ compleatur: deinde in curva KL ad abſciſſam NO, & ad punctum M ordinatim applicetur MΠ; ſumatur ſpatium hyperbolicum ΛΞΥΣ, recta ΣΥ aſymptoto ΓΘ parallela abſciſſum, æquale ſpatio WPMΠ, & fiat PΦ = ΓΣ, eaque ratione deſcribatur curva ωΨΦΩ; dico PI curvæ quæſitæ ordinatam eſſe ut ſpatium MPΦΨ. Hoc autem manifeſtum eſt; fluxio enim ſpatii MΠWP æqualis eſt fluxioni ſpatii ΛΞΥΣ, ideoque PW × $\dot{z}$ = fluxioni lineæ ΓΣ ductæ in ΣΥ vel in $\frac{\Gamma\Lambda \times \Lambda\Xi}{\Gamma\Sigma}$; erit igitur PW × $\dot{z}$ ut fluxio lineæ ΓΣ ſive lineæ PΦ per ipſam PΦ diviſa; ſed PW × $\dot{z}$ eſt ut $\frac{\ddot{y}}{\dot{y}}$; unde erit PΦ × $\dot{z}$ ut $\dot{y}$, & neceſſario $y$ ſive PI ut ſpatium MPΦΨ. *Prima igitur regula curvam, qualem problema requirit, ope ſpatii hyperbolici,* &c. ut ſupra. Tom. VIII Supplem. Sect. VI. Pag. 240.*

In exemplum hujus regulæ loco curvæ KL (in Fig. 2) ſumatur linea recta lineæ NO parallela, & erit linea ωΨΦΩ ea, quæ logarithmica dicitur, cui NO aſymptotos eſt; ideoque & linea EF etiam logarithmica, per punctum M tranſiens, & aſymptoton habens lineæ NO parallelam; propterea quod area MPΦΨ hic erit ut PΦ — MΨ (*a*). Si vero ordinatæ εηζ, βαγ ducantur æqualiter diſtantes a puncto M, ordinatæque MΨ proxime, erunt εη, αβ æquales quando primum naſcuntur, quoniam ſpatia εζΨM, MΨγα tunc æqualia ſunt; ex oſtenſis autem eſt εη × αβ = Mεq vel Mαq, unde εη = Mε; & εη ad $\frac{M\Psi\zeta\eta}{M\Psi}$ ut radius ad ſinum anguli ſub NMΨ. Quoniam igitur PI ſemper eſt ut ſpatium ΨMPΦ, erit PI ubique ad $\frac{\Psi MP\Phi}{M\Psi}$ ut radius ad ſinum anguli ſub NMΨ; & denique limes ordinatarum negativarum ad ſpatium totum comprehenſum a parte Ψω lineæ logarithmicæ ωΨΩ ab ordinata MΨ, & ab aſymptoto MO ad ordinatam MΨ applicatum ut radius Tab. II. Fig. 2.



(*a*) Vid. Barrov. Lection. Geometr. p. 123.

Tom. VIII Supplem. Sect. VI. dius ad ſinum anguli ſub $NM\Psi$: eſt autem rectangulum ſub $M\Psi$ & ſub lineæ logarithmicæ $\omega\Psi\Omega$ ſubtangente ad ſpatium prædictum etiam ut radius ad ſinum anguli ſub $NM\Psi$: adeo ut limes ordinatarum negativarum lineæ curvæ EF æqualis erit huic ſubtangenti; unde ſi $\Psi M$ retro producatur ad $\delta$, ut $M\delta$ huic ſubtangenti ſit æqualis, & ducatur $\theta\delta\lambda$ lineæ NO parallela, erit illa curvæ EF aſymptotos; erit autem curvæ hujus EF ſubtangens lineæ $M\delta$ æqualis; propterea quod $M\varsigma =$ eſt $\iota\nu$. *Unus* igitur *caſus*
Pag. 412.* *curvæ logarithmicæ commode invenitur per regulam primam*, &c. ut ſupra.

Hæc autem regula primum oſtendit modum, quo problema ſolvitur.

*Regula Secunda.*

Deſcribatur curva quæcumque $\varkappa M\mu$ per punctum M tranſiens
Tab. II. Fig. 4. in Fig. 2 vel $\varkappa nc$, $mp\mu$ in Fig. 4 ubi curva invenienda duobus cruribus $e$MF, EM$f$ conſtat; ut curvarum $\varkappa M\mu$, & $\varkappa nc$, $mp\mu$ ordinatæ ut $P\nu$, $Q\rho$, quæ æqualiter a puncto M principio abſciſſæ diſtant, ſint æquales, ſed a contrariis partibus abſciſſæ poſitæ, ita ut mutato abſciſſæ ſigno ordinatæ ſignum etiam mutetur.

Fig. 5. Exponatur porro (in Fig. 5.) hyperbola æquilatera $ab$ cujus axis transverſus $ag$, conjugatus $bq$, centrum $d$, aſymptoti $dr$, $ds$; ſumatur $dt = P\nu$, & ducatur $tvw$ ad $bq$ perpendicularis, juncta $dw$, ſumatur quoque $dx = Mn$, & ducatur $xy$ item rectæ lineæ $bq$ perpendicularis, juncta $dy$. Jam ſit curva KL (in Fig. 2) vel K$k$L$l$ (in Fig. 4) talis ut ſpatium ΠMPW æquale ſit ſpatio $adw$, ſi curva $\varkappa\mu$ per punctum M tranſit, aliter æquale ſpatio $daw - day$; hac enim ratione curvæ KL, & K$k$L$l$ non deſinent conditionem habere, quæ in regula priori requiritur, nempe ut ordinatæ ad æquales diſtantias a puncto M ſint æquales, & ab eadem abſciſſæ parte poſitæ. Nam area hyperbolica $adw$ affirmativa eſt, quando $dt$ vel $P\nu$ eſt affirmativa, & eadem area negativa eſt, quando $dt$ vel $P\nu$ negativa eſt, quia area tota hyperbolica ab eadem parte lineæ $bq$ jacet; ideoque area curvarum KL, K$k$LI ad ordinatam MΠ terminata ſignum ſuum mutabit, quando abſciſſa MP, magnitudine ſervata, ſignum mutat; & curvæ ordinata nec magnitudinem nec ſignum mutabit, mutatione ſigni abſciſſæ. Sit porro $adq =$ parallelogrammo ΓΞ in hyperbola priori: quo efficietur ut $tw + tv$ ſit ad $ad$ ut ΓΣ ad ΓΛ (*a*); ſi igitur ΓΛ fiat $= ad$, erit $tw + tv = \Gamma\Sigma = P\Phi$. Porro ducantur ordinatæ $\iota\nu\zeta$, $\alpha\beta\gamma$ ordinatæ $M\Psi$ proximæ; deinde in Fig. 2, ubi curva $\omega\Psi\Omega$ ſimplex eſt, cum $\iota\nu$ ſit ad $\alpha\beta$ ut ſpatium $M\Psi\zeta\iota$ ad ſpatium $M\Psi\gamma\alpha$, erit $\iota\nu = \alpha\beta$;

(*a*) Vid. Philoſ. Tranſact. N. 338 prop. 4.

$=\alpha\beta$; unde & earum utraque $= M\varepsilon = M\alpha$. Ideoque $\varepsilon\nu$ ad $\frac{M\Psi\zeta\varepsilon}{M\Psi}$ Tom.VIII Supplem. Sect. VI.
ut radius ad ſinum anguli ſub NMΨ, & ubique PI ad $\frac{M\Psi\Phi P}{M\Psi}$ Pag.242.*
in eadem ratione. In *figura quarta* ubi curva $\omega\rotatebox{180}{$\Psi$}\Psi\Omega$ ex duobus cruribus compoſita eſt, $\varepsilon\nu$ eſt ad $\alpha\beta$ ut ſpatium $\Psi M\varepsilon\zeta$ ad ſpatium $\rotatebox{180}{$\Psi$}M\alpha\gamma$ ſive ut MΨ ad $M\rotatebox{180}{$\Psi$}$, propterea quod $M\varepsilon =$ eſt $M\alpha$. Cum igitur neceſſe ſit, ut $\varepsilon\nu\times\alpha\beta =$ ſit $M\varepsilon q$, ſcilicet ut crura MF, ME in angulo propoſito ſe mutuo interſecent, erit ratio $\varepsilon\nu$ ad $M\varepsilon$ ſubduplicata rationis $\varepsilon\nu$ ad $\alpha\beta$ vel ſubduplicata rationis MΨ ad $M\rotatebox{180}{$\Psi$}$: ideoque $\varepsilon\nu$ ad ſpatium $M\Psi\zeta\varepsilon$ applicatum ad mediam proportionalem inter MΨ, $M\rotatebox{180}{$\Psi$}$ ut radius ad ſinum anguli ſub NMΨ; & generatim PI ad ſpatium MΨΦP applicatum ad mediam proportionalem inter MΨ & $M\rotatebox{180}{$\Psi$}$ in eadem ratione. Eſt autem $M\Psi = yx + dx$, & $M\rotatebox{180}{$\Psi$} = yx - dx$, & *ad* mediam eſt proportionalis inter $yx + dx$ & $yx - dx$. Unde utrobique dictis *ad*, *a*; *ds* vel Pν, R; erit $P\Phi = \sqrt{aa + RR} + R$; $R = \frac{1}{2}a \times \overline{\frac{P\Phi}{a} - \frac{a}{\Phi P}}$; & PI ad $\frac{MP\Phi\Psi}{a}$ ut radius ad ſinum anguli ſub NMΨ.

*Regula* igitur *ſecunda pendet a prima & curvam problemati ſatisfacientem ſine ope ſpatii hyperbolici*, &c. ut ſupra. Nam hic ſine ſpatio hyperbolico curva invenitur, cujus quadratura problema ſolvitur.

Duæ autem ſunt in hac regula formulæ. Formula prior nimirum $P\Phi = \sqrt{aa + RR} + R$, curvarum geometrice rationalium, quæ maxime hic requiruntur, inventioni accommodatur; facile enim eſt ita ſumere quantitatem indeterminatam R, ut curva ωΨΦΩ quadraturam admittat.

Ne caſus magis compoſiti memorentur, ponatur R vel $P\nu = cz^{\frac{m}{n}}$, ut *m* & *n* numeri ſint impares vel inter ſe primi, vel eorum alter unitas: hac enim ratione curva, cujus ordinata eſt Pν, conditionem habebit in hac regula neceſſariam, & erit $P\Phi = \sqrt{aa + RR} + R = \sqrt{aa + ccz^{\frac{2m}{n}}} + cz^{\frac{m}{n}} = z^{\frac{m}{n}}\sqrt{cc + aaz^{\frac{-2m}{n}}} + cz^{\frac{m}{n}}$. Pag.243.*
Si igitur $\frac{m}{n} + 1$ ſit vel numero $\frac{-2m}{n}$ æqualis, vel ejuſdem multiplex, id eſt ſi ſumatur $m = -1$, & *n* numero cuilibet im-

Tom. VIII Supplem. Sect. VI. impari æqualis; pars ordinatæ $z^{\frac{m}{n}}\sqrt{cc+aaz^{\frac{-2m}{n}}}+cz^{\frac{m}{n}}$ ſub vinculo incluſa, ideoque & ordinata tota quadraturam admittet. (a)

Verbi cauſa, ponatur $\frac{m}{n}=-\frac{1}{3}$, $c=1$, & $P\Phi=z^{-\frac{2}{3}}\sqrt{1+aaz^{\frac{2}{3}}}+z-\frac{1}{3}$. Unde erit area $M\Psi\Phi P=\frac{\overline{1+aaz^{\frac{2}{3}}}|^{\frac{3}{2}}}{aa}+\frac{3}{2}z^{\frac{2}{3}}$, & $PI=\overline{\frac{1}{aa}+z^{\frac{2}{3}}}|^{\frac{1}{2}}+\frac{3z^{\frac{2}{3}}}{2a}$, curvaque quæſita hac æquatione comprehendatur $a\times PIq-3z^{\frac{2}{3}}\times PI=\frac{1}{a^5}+\frac{3z^{\frac{2}{3}}}{a^3}+\frac{3z^{\frac{4}{3}}}{4a}+az^2$. In hac æquatione cum $z^{\frac{2}{3}}$ ſignum non mutabit, mutatione ſigni abſciſſæ $z$; pro eadem ipſius magnitudine tam negativa quam affirmativa PI eandem habebit magnitudinem, & ſub eodem ſigno; unicuique autem magnitudini abſciſſæ $z$ reſpondet & affirmativa & negativa ordinata: adeo ut curva quæſita habebit formam hic appoſitam (in Fig. 6); e tribus conſtans cruribus $abc$, $de$, $df$ punctis $b$, $d$ æqualiter a puncto M diſtantibus; quippe eſt $Md=Mb=\frac{1}{a^3}$: quando enim eſt $z=0$, erit $PIq=\frac{1}{a^6}$; & $PI=\pm\frac{1}{a^3}$. Hæc autem regulæ hujus formula prior ſecundum exhibet curvas quæſitas inveniendi modum.

Tab. II. Fig. 6.

Pag. 244.* In formula poſteriori, cum R ſit $=\frac{1}{2}a\times\overline{\frac{P\Phi}{a}-\frac{a}{P\Phi}}$, R vel $P\gamma$ ejusdem magnitudinis manebit, ſed ſignum mutabit, quando abſciſſa magnitudinem ſuam ſigno mutato retinet, ſi $P\Phi$ talis ſumatur, ut mutando abſciſſæ ſignum $\frac{P\Phi}{a}$ convertatur in $\frac{a}{P\Phi}$ & contra ut $\frac{a}{P\Phi}$ convertatur in $\frac{P\Phi}{a}$. Et hæc formula poſterior tertium continet problema ſolvendi modum.

Verbi cauſa, ſit $P\Phi=a\times\frac{c-z}{c+z}$, quando $z$ eſt affirmativa, & erit R vel $P\gamma$ eodem tempore $=\frac{1}{2}a\times\overline{\frac{c-z}{c+z}-\frac{c+z}{c-z}}$, quando autem

(a) Vid. in Tract. de quadr. curv. Newton. tab. curv. ſimplicior. quæ quadrari poſſunt.

tem $z$ negativa eſt, fiet $P\Phi = a \times \frac{c+z}{c-z}$, & R vel $Q\rho = \frac{1}{2} a$ Tom. VIII Supplem. Sect. VI.
$\times \overline{\frac{c+z}{c-z}} - \frac{c-z}{c+z}$. Hinc autem R æqualis erit $\frac{\mp 2acz}{cc - zz}$, & R $zz$ $\mp 2acz = ccR$; ideoque curva $xM\mu$ linea tertii ordinis, imo ſpecies earum quinquageſima nona; propterea quod æquationis $ccRR + aacc = 0$ radices ſunt impoſſibiles (*a*). Linea autem curva hinc invenienda, ſi fiat (in Fig. 7) NM vel $MO = c$, logarithmica eſt, cui recta AB eſt aſymptotos. Cum enim $P\Phi$ fit $= a \times \frac{c-z}{c+z}$, erit eadem $= \frac{ac}{c+z} - \frac{az}{c+z}$. Si igitur (in Fig. 8) in recta linea quacunque $\alpha\iota$ ſumatur $\alpha x = OM = c$, & ei ad perpendiculum erigantur $\alpha\beta$, $x\mu$ quarum $x\mu$ ſit $= a$, & ſi aſymptotis $\alpha\iota$, $\alpha\beta$ per punctum $\mu$ deſcribatur hyperbola $\zeta n$, & ſumpta $x\nu = MP = z$, ducatur $\nu\rho$ aſymptoto $\alpha\beta$ parallela; parti $\frac{ac}{c+z}$ ordinatæ $P\Phi$ reſpondet area, quæ erit ad aream $x\mu\rho\nu$ ut ſinus anguli ſub NPI ad radium, & alteri parti $\frac{az}{c+z}$ ejuſdem ordinatæ reſpondet area, quæ erit ad $a \times x\nu - x\mu\rho\nu$ in eadem ratione (*b*). Unde PI, quæ eſt ad $\frac{MP\Phi\Psi}{a}$ ut radius ad ſinum anguli ſub NM$\Psi$, erit $= \frac{2x\mu\rho\nu}{a} - x\nu$. Si igitur ſumatur $O\varsigma = OM$, & ducatur $\varsigma M$ ordinatæ PI retro productæ occurrens in $\chi$, ut ſit $P\chi = PM = x\nu$, erit $\chi I = \frac{2x\mu\rho\nu}{a}$: ideoque linea MI logarithmica, cui AB aſymptotos eſt, & $\varsigma M$ ordinatim applicata, efficiens cum aſymptoto AB angulum ſub $A\varsigma M$ verſus contingentem æqualem dimidio anguli ſub AON. *Alter igitur hujus lineæ caſus deducitur*, &c. ut ſupra.

Tab. II. Fig. 7. Fig. 8.

Pag. 245.*

Magis generatim, ſi $r$ ordinatam curvæ alicujus denotat, quæ inſtar curvarum $xM\mu$, & $xnc$, $mp\mu$ ad abſciſſam NO deſcripta ordinatas habeat æquales, quæ æqualiter diſtant a puncto M, ſed a contrariis partibus abſciſſæ poſitas, poni poteſt ordinata $P\Phi = a$

$$\times \overline{\frac{\overline{b \mp cr + drr \mp er^3 + \&c.} \times \overline{\overline{f \mp gr + \&c.}|^{\lambda} \times \overline{b \mp kr + lrr \mp \&c.}|^{\mu}}|^{\nu}}{\overline{b \pm cr + drr \pm er^3 + \&c.} \times \overline{\overline{f \pm gr + \&c.}|^{\lambda} \times \overline{b \pm kr + lrr \pm \&c.}|^{\mu}}|^{\nu}}}$$

Ex

(*a*) Vid. Newton. Enumerat. linear. tert. ordin. ad Fig. 63.
(*b*) Vid. Newton. de quadr. curv. tab. curv. ſimpl. quæ cum circ. & hyp. compar. poſſunt, form. prim.

Tom. VIII Supplem. Sect. VI. Ex priori hujus regulæ ſecundæ formula deducitur quoque theorema, cujus ſupra fit mentio, ad inveniendas curvas tam rationales quam irrationales utile, quod quartus erit modus problema ſolvendi.

*Theorema.*

Quoniam eſt $P\Phi = \sqrt{aa + RR} + R$, & $R = P\nu$, manifeſtum eſt, ſi $\frac{R}{a}$ vel $\frac{P\nu}{a}$ ſit ut fluxio ordinatæ, quæ abſciſſæ ſuæ ad perpendiculum inſiſtat, alicujus curvæ, erit $\frac{\sqrt{aa+RR}}{a}$, ut e-

Pag. 246.* jusdem curvæ fluxio; curvæ autem hujus ordinata æqualis erit areæ curvæ $x\mu$ ad $a$ applicatæ, ſi angulus ſub MP $\nu$ rectus ſit, & cum area curvarum (in Fig. 2, 4) $x$M$\mu$, & $xnc$, $mp\mu$ eodem ſigno afficiatur, tam quando abſciſſa eſt affirmativa, quam quando eſt eadem negativa, quoniam areæ ad diverſas abſciſſæ partes in illis diverſis caſibus jacent, & præterea cum eisdem abſciſſæ magnitudinibus areæ æquales reſpondeant, curvæ, quales problema requirit, inveniri poſſunt curvarum ope, quarum ordinatæ ad easdem abſciſſæ magnitudines æquales ſint, & ab eadem abſciſſæ parte poſitæ, ſi modo ordinatæ inſiſtunt abſciſſæ ad perpendiculum.

Tab. II. Fig. 9. Fig. 10. Deſcripta ſit ejusmodi curva *no*, quæ tangat abſciſſam in puncto M (ut in Fig. 9) ſi evaneſcat, quando abſciſſa eſt $=o$, fluens quantitas fluxioni longitudinis curvæ *no* reſpondens; aliter, quæ habeat ordinatam primam M*m* (ut in Fig. 10) æqualem magnitudini fluentis iſtius quantitatis, quando abſciſſa eſt $=o$. Erigantur ordinatæ P*p*, Q*q*; deinde erit PI curvæ quæſitæ ordinata, quæ ab altera parte puncti M jacet, vel $=$ MP $+$ P*p*, vel $=$ M*mp* $+$ P*p*; ordinata autem QR, quæ ab altera parte puncti M cadit, vel $=$ M*q* $-$ Q*q*, vel $=$ M*mq* $-$ Q*q*.

Obſervandum autem eſt hoc theorema aliquando partem duntaxat curvæ quæſitæ deſcribere.

Ex ratione autem, qua hoc theorema inveſtigatur, manifeſtum eſt duo crura curvæ hic deſcriptæ ejusdem lineæ eſſe partes: nimirum utriusque naturam eadem æquatione definiri. Hanc autem curvam in ſitu inverſo diſpoſitam ſe interſecare in angulo æquali angulo ſub NOB inde manifeſtum eſt, quod rectangulum ſub fluxione PI & ſub fluxione QR, ordinatarum ſcilicet æqualiter a puncto M diſtantium, æquale eſt quadrato fluxionis abſciſſæ: ſi enim curvæ *no* ordinatæ *wr*, *xt* applicentur ordinatis Q*q*, P*p* proximæ, & P*x*, Q*w* ſint æquales, & ducantur *rs*, *tv* abſciſ-

ſciſſæ NO parallelæ; erunt triangula *ptv*, *qrs* rectangula ſimilia & æqualia: *in omni autem triangulo rectangulo quadratum ab alterutro latere angulo recto adjacenti æquale eſt rectangulo ſub ſumma alterius lateris angulo recto adjacentis laterisque angulo ei ſubtendentis, & ſub differentia eorundem laterum*. Igitur $\overline{tv}^2 = \overline{Px}^2 = \overline{pt+pv} \times \overline{pt-pv} = \overline{pt+pv} \times \overline{qr-qs}$: eſt autem ultima ratio Px ad $pt+pv$ ea, quam fluxio abſciſſæ habet ad fluxionem ordinatæ PI; & ratio Px vel Qw ad $qr-qs$ ea, quam fluxio abſciſſæ habet ad ordinatæ QR fluxionem. Unde conſtat propoſitum. *Regula* igitur *ſecunda theorema*, &c. ut ſupra. Tom. VIII. Supplem. Sect. VI. Pag. 247.*

Jam ſi *no* ſit circuli circumferentia, linea EF cyclois erit, quando angulus ſub NOB vel ſub NPI rectus eſt. Porro ſi curvæ *no* longitudo cum recta conferri poteſt, quarum curvarum ſimpliciſſima eſt parabola ſemicubica, curva inventa rationalis erit. Speciatim parabola ſemicubica, ſi rite diſponatur, ejus curvæ partem dimidiam exhibebit, quam in exemplum formulæ prioris regulæ ſecundæ delineavimus; ſcilicet (in Fig. *6*) crus *de*, partemque inferiorem *bc* cruris *abc*. Reliquæ autem illius partes deſcribi poſſunt, ſi retro producatur ordinata IP donec pars producta æqualis ſit M*mp* — P*p*, & producatur RQ ab altero abſciſſæ latere, donec pars producta æqualis ſit M*mq* + Q*q*.

Nunc tranſeundum eſt ad regulam tertiam, quæ etiam curvas geometrice rationales largitur.

*Regula Tertia.*

Regula hæc tertia duos quoque complectitur problema ſolvendi modos a prioris regulæ formulis propoſitione nona tractatus de quadratura curvarum *Newtoni* derivatos.

Propoſitione iſta ad formulam regulæ præcedentis priorem adhibita invenitur area curvæ, cujus abſciſſa eſt $z$, & ordinata $\sqrt{aa+RR}+R$, æqualis areæ curvæ, cujus abſciſſa eſt R & ordinata $\frac{\dot{z}}{\dot{R}}\sqrt{aa+RR} + \frac{\dot{z}}{\dot{R}}R$. Hinc autem quinto modo ſolvitur problema.

Verbi cauſa, ut exemplum generale, quod antea (*a*) exhibui, inveſtigetur, poſitis MP $= z$, & P*p* $=$ R, ut prius, fiat $\frac{\dot{z}}{\dot{R}} = R^{\frac{m-n}{n}} \times \overline{c+dR^2}$, & erit $z = R^{\frac{m}{n}} \times \overline{\frac{n}{m}c + \frac{n}{m+2n}dR^2}$; ſint autem

(*a*) In Act. Erud. Menſ. April. 1721.

Tom.VIII Supplem. Sect. VI. Pag.248.* tem $m$ & $n$ numeri impares vel inter ſe primi vel eorum alter unitas; ut ſigna abſciſſæ $z$ & ordinatæ R ſimul mutentur, ſicut in regula priori requiritur; jam erit ordinata $\frac{\dot{z}}{\dot{R}}\sqrt{aa+RR}$

$$+\frac{\dot{z}}{\dot{R}}R = R^{\frac{m-n}{n}}\times\overline{c+dR^2}\times\sqrt{aa+RR}+R^{\frac{m}{n}}\times\overline{c+dR^2};$$ area igitur curvæ, cujus abſciſſa eſt $z$ & ordinata $\sqrt{aa+RR}+R$, æqualis erit areæ curvæ, cujus abſciſſa eſt R & ordinata $R^{\frac{m-n}{n}}\times\overline{c+dR^2}\times\sqrt{aa+RR}+R^{\frac{m}{n}}\times\overline{c+dR^2}$, ſi modo hæc poſterior ordinata cum abſciſſa ſua angulum contineat æqualem angulo ſub NM♆; unde hujus poſterioris curvæ quadratura linea exhibetur problemati ſatisfaciens. Erit autem hæc linea curva gemetrice irrationalis, niſi $m$ & $n$ certos quoſdam numeros deſignant, vel certa quædam ſit relatio inter coefficientes $c$, $d$; hæ autem conditiones ratione ſequenti inveniuntur. Erit ($a$) area curvæ, cujus abſciſſa R & ordinata $R^{\frac{m}{n}}\times\overline{c+dR^2}+R^{\frac{m-n}{n}}\times\overline{c+dR^2}\times\sqrt{aa+RR}$, ad

$$R^{\frac{m+n}{n}}\times\overline{\frac{n}{m+n}c+\frac{n}{m+3n}dR^2}+R^{\frac{m}{n}}\times\overline{aa+RR}|^{\frac{3}{2}}\times\frac{n}{maa}c+\frac{d-\left|\frac{m+3n}{maa}\times c\right.}{\frac{m+2n}{n}aa}R^2+\&c.$$ ut ſinus anguli ſub NM♆ ad radium. Hæc autem ſeries terminabitur, & quadraturam finitam dabit, ſi $n$ ſit unitas & $m$ numerus negativus ternario major, vel ſi ultimus terminorum hic ſcriptorum ſit nihilo æqualis, id eſt, ſi ſit $d=\frac{m+3n}{maa}c$, vel ſi ſit $d=0$, $n=1$,

Pag.249.* & $m=-3$. Et hic quidem ultimus caſus curvam exhibet, quæ theoremate præcedenti a parabola ſemicubica invenitur.

Magis generatim ponere licet $\frac{\dot{z}}{\dot{R}}=R^{\frac{m-n}{n}}\times\overline{c+dR^2+eR^4+\&c.......+fR^p}$, ubi $p$ numerum quemcumque parem denotat;

($a$) Per prop. quint. quadr. curv. Newton.

Digitized by Google

notat ; unde fiat $z = R^{\frac{m}{n}} \times \overline{\frac{m}{n} c + \frac{n}{m+2n} dR^2 + \frac{n}{m+4n} eR^4 \ldots + \frac{n}{m+pn} fR^p}$, & curvæ $\omega\Omega$ ordinata $= R^{\frac{m-n}{n}} \times \overline{c + dR^2 + eR^4 \ldots + fR^p} \times \overline{\sqrt{aa+RR}+R}$. Hinc (*a*) ſi *n* ſit unitas & *m* numerus negativus numero $p+1$ major, curva dabitur geometrice rationalis, vel ſi certa quædam relatio ſit inter coefficientes *c*, *d*, *e*, &c.....*f*, quæ relatio facile invenitur ut antea. Tom.VIII Supplem. Sect. VI.

Porro ad alteram regulæ ſecundæ formulam adhibendo propoſitionem nonam memoratam libri de quadratura curvarum, ſextus oritur problema ſolvendi modus.

Litera *r* denotante ut ſupra, fieri poteſt ordinata $P\Phi = a \times \frac{b+cr+drr+\&c.}{c-cr+drr-\&c.}$ area curvæ, cujus abſciſſa eſt *z*, & ordinata $P\Phi$, æqualis erit areæ curvæ, cujus abſciſſa eſt *r* & ordinata $a \times \frac{\dot{z}}{\dot{r}} \times \frac{b+cr+drr+\&c.}{b-cr+drr-\&c.}$. Ponatur igitur $\frac{\dot{z}}{\dot{r}} = r^{\frac{m-n}{n}} \times \overline{\overline{b+cr+drr+\&c.} \times \overline{b-cr+drr-\&c.}}\,|^{p} = r^{\frac{m-n}{n}} \times \overline{bb + \overline{2bd-cc} \times rr + ddr^4 + \&c.}\,|^{p}$, & curva, cujus ordinata eſt *r* conditionem hic neceſſariam habebit. Erit enim $z = r^{\frac{m}{n}} \times \overline{bb + \overline{2bd-cc} \times rr + ddr^4 + \&c.}\,|^{p+1} \times \overline{A+Brr+Cr^4+\&c.}$ cujus ſeriei coefficientes A, B, C &c. dantur per propoſitionem quintam Tractatus de Quadratura Curvarum. Manifeſtum autem eſt nec terminos hujus ſeriei nec quantitatem $\overline{bb+\overline{2bd-cc} \times rr + ddr^4 + \&c.}\,|^{p+1}$ ſigna ſua mutare mutatione ſigni quantitatis *r* ; quantitatis autem $r^{\frac{m}{n}}$, ſi *m*, *n* numeri ſint impares, ſignum mutabit, quando ipſa *r* ſignum mutat ; ideoque ordinata *r* & abſciſſa *z* ſigna ſimul mutabunt. Pag.250.*

Ordinata autem $a \times \frac{\dot{z}}{\dot{r}} \times \frac{b+cr+drr+\&c.}{b-cr+drr-\&c.}$ = erit $ar^{\frac{m-n}{n}} \times \overline{bb+\overline{2bd-cc} \times rr + ddr^4 + \&c.}\,|^{p-1} \times \overline{b+cr+drr+\&c.}\,|^{2}$. Et hinc facile inveniri poſſunt curvæ rationales.



(*a*) Per prop. proxim. citat.

Tom. VIII Supplem. Sect. VI. Pro exemplo ſimplici ponatur $p = 1 = m = n,\ d,\ \&c. = 0$; unde erit $\frac{\dot{z}}{\dot{r}} = bb - ccrr$, & $z = bbr - \frac{1}{3}ccr^3$. Ordinata autem curvæ metiendæ $= abb + 2abcr + accrr$; ejusdem igitur area eſt ad $abbr + abcrr + \frac{1}{3}accr^3$ ut ſinus anguli ſub NMΨ ad radium; ideoque erit $PI = bbr + bcrr + \frac{1}{3}ccr^3$. Hinc autem invenitur parabolam ſemicubicam problemati ſatisfacere, quam ita deſcribere oportet. Data (in Fig. 11) linea recta AB, & in ea puncto C, una cum linea recta CD angulum ſub BCD cum linea CB conſtituente æqualem angulo, in quo curva ſe interſecare requiritur. Ducatur ad libitum HGI ad CD parallela, ſumaturque in ea GH = 2CG; deinde dividatur angulus ſub ACD in duas partes æquales linea recta CE, & denique ad diametrum HI & verticem H deſcribatur parabola ſemicubica KHL, quæ tranſeat per punctum C, ita ut CE ordinatim applicetur ad diametrum HI. Hæc parabola ad eandem lineam ſimiliter applicata, ſed ſitu inverſo, ſe interſecabit in angulo æquali angulo ſub BCD.

Tab. II. Fig. 11.

Pag. 251.* Si placet curvas hac regula inventas theoremate præcedente conſtruere, ex iis, quæ hic tradita ſunt, curva huic negotio apta inveniri poteſt; erit enim curvæ illius ordinata æqualis areæ curvæ $x\mu$ ad $a$ applicatæ, quando angulus ſub MP$r$ rectus eſt. Verbi cauſa, hujus areæ fluxio, nimirum $Pr \times \dot{z}$ in exemplo ſecundo prioris partis hujus regulæ erit $= \dot{R}R \times R^{\frac{m-n}{n}} \times \overline{c + dR^2 + eR^4 \ldots + fR^p}| = \dot{R}R^{\frac{m}{n}} \times \overline{c + dR^2 + eR^4 \ldots\ldots + fR^p}|$; ideoque curvæ hic requiſitæ ordinata erit $= \frac{1}{a} R^{\frac{m+n}{n}} \times \overline{\frac{n}{m+n}c + \frac{n}{m+3n} dR^2 + \frac{n}{m+5n} eR^4 \ldots + \frac{n}{m+p+1} fR^p}$.

In exemplo poſterioris partis hujus regulæ erit R $\left(= \frac{1}{2} \frac{P\Phi}{a} - \frac{a}{P\Phi}\right) = \frac{2bcr + 2cdr^3 + \&c.}{bb + \overline{2bd - cc} \times rr + ddr^4 + \&c.}$; ideoque $R \times \dot{z} = \dot{r} r^{\frac{m}{n}} \times \overline{2bc + 2cdr^2 + \&c.} \times \overline{bb + \overline{2bd - cc} \times rr + ddr^4 + \&c.}|^{p-1}$; hæc igitur eſt fluxio ordinatæ curvæ quæſitæ.

Si ſit $m = 1 = n = p,\ d,\ \&c. = 0$, erit $R \times \dot{z} = 2bc\dot{r}r$, & ordinata

Digitized by Google

nata curvæ quæſitæ $= bcrr$; quoniam igitur $\dot{z} =$ erit $bbr - \frac{1}{3}ccr^3$, erit curva quæſita in hoc caſu parabola divergens cum nodo, quæ definitur hac æquatione $3ezz = y^3 - 2eyy + ecy$ (a). Et hac curva deſcribetur parabola ſemicubica ſupra inventa. Tom. VIII Supplem. Sect. VI.

Verbi cauſa, ad rectam lineam ( in Fig. 12 ) AB ducatur perpendicularis CD, & ad illam ut axim deſcribatur ejusmodi parabola divergens FECEG. Deinde ducatur ad libitum HI angulum quemcumque datum cum recta AB conſtituens, & ducatur HKLM ad CD parallela; deinde ſumatur HN = HK + arc. CK, HO = HL + arc. CKL, & ab altera parte puncti H, HP = CEM − HM; & curva hac ratione deſcripta parabola ſemicubica erit. Tab. II. Fig. 12. Pag. 252.*

Hinc apparet quomodo curvæ, quarum inveſtigationi regula hæc tertia aptatur, theoremate præcedenti conſtrui poſſunt, poſtquam earum formæ cognoſcuntur, ſed hæ curvarum formæ, a quibus rationales deriventur, regula hac tertia optime inveniuntur.

Hæ ſunt tres regulæ, quarum ſupra fit mentio. Ultima ſententia, quæ ſub notis fictis celata fuit, exemplo ſequenti illuſtrari poteſt. Sit $y$ vel $= a + bx + \sqrt{c + 2dx + ex^2}$ vel $= \frac{a + bx + cxx}{d + cx}$, quæ duæ æquationes omnes complectuntur ſectiones conicas. Inde vero invenimus $\frac{\ddot{y}}{\dot{y}}$ vel $= \frac{ec - dd}{\overline{d + ex + b\sqrt{c + 2dx + exx}} \times \overline{c + 2dx + exx}}\,\dot{z}$, vel $= \frac{2cdd + 2ace - 2bde}{\overline{d + ex} \times \overline{bd - ae + 2cdx + cexx}}\,\dot{z}$; quæ æquationes oſtendunt in nulla ſectione conica, quomodocumque diſponatur, quantitatem $\frac{\ddot{y}}{\dot{y}}$ conditionem habere, quam hoc problema requirit; ideoque nullam ſectionem conicam problemati ſatisfacere. Quod comprobari etiam poteſt examinando rectangulum ſub fluxionibus primis ordinatarum æqualiter ad diverſas partes a principio abſciſſæ diſtantium.

Hinc autem cognoſcitur nullam lineam curvam geometrice rationalem problema ſolvere, quæ parabola ſemicubica ſit ſimplicior.

Si vero talis inter quantitates $a$, $b$, $c$, $d$, $e$ relatio ſtatui potuiſſet

Fff 2

(a) Vid. Enumerat. linear. tert. ord. Fig. 73.

Tom.VIII Supplem. Sect. VI. Pag.253.* tuiſſet ut $\frac{\ddot{y}}{\dot{y}}$ conditionem in hoc problemate neceſſariam obtineret, nempe ut quantitas, quæ in $\dot{z}$ ducitur, eadem eſſe potuiſſet, & ſub eodem ſigno, pro eadem magnitudine tam negativa quam affirmativa abſciſſæ $x$, quo eveniret ut $\frac{\ddot{y}}{\dot{y}}$ foret $= \frac{\ddot{v}}{\dot{v}}$, ſi abſciſſa in oppoſitas partes a ſuo principio, æqualibusque momentis fluere ponitur: tum profecto ſectio conica hinc determinanda vel problema ſolveret, vel ſectionis problemati ſatisfacientis ordinata ad ordinatam hujus rationem haberet datam.

Jam vero his regulis alias aliquot, quas ab amico accepi, ad problema ſolvendum adjungam

*Regula Quarta.*

Tab. II. Fig. 13. Iisdem poſitis ac in regula prima, ſit (in Figur. 13) NO ad AB, CD perpendicularis; ſint PI, QR ordinatæ æqualiter a puncto M diſtantes, & ſit curva GH per punctum I ducta ſimilis & æqualis curvæ *f*EF. Ordinatis PI, QR parallelæ & proximæ ducantur *πjl*, *δr*, & lineæ rectæ I*k*, R*s* lineæ NO parallelæ. Angulus ſub *s*R*r* = eſt angulo ſub *k*I*l*; nnde anguli ſub *j*I*k*, *s*R*r* ſimul ſumpti æquales ſunt angulo dato ſub *j*I*l*; & quantum angulus ſub *j*I*k* dimidium anguli ſub *j*I*l* ſuperat, tantum angu-
Fig. 14. lus ſub *s*R*r* ab eodem dimidio deficit. Si igitur (in Fig. 14) radio quolibet *mn* circuli arcus *no* deſcribatur, & ſumatur angulus ſub *nmp* = dimidio anguli dati ſub *j*I*l*, angulus ſub *nmq* = angulo ſub *j*I*k*, & angulus ſub *nmt* = ei ſub *s*R*r*, ſectores *qmp*, *pmt* erunt æquales. Poſita autem I*k* = R*s* = 1, erit *jk* ut tangens anguli ſub *j*I*k* vel anguli ſub *nmq*, & *rs* erit ut tangens anguli ſub *s*R*r* vel anguli ſub *nmt*; ideoque & fluxio ordinatæ PI erit ut tangens anguli ſub *nmq*, nimirum ut *nv*; & fluxio ordinatæ QR ut tangens anguli ſub *nmt*, nimirum ut *nw*; curvæ igitur ΨΦΩ, cujus areæ ordinata PI proportionalis eſt, ordinata PΦ poteſt eſſe æqualis tangenti *nv*, & ordinata Q$\chi$ ab altera parte puncti M = *nw*. Quoniam autem ſectores *pmq*, *pmt* ſunt æquales, conſtitui poteſt ſector *pmq* æqualis areæ MΠWP curvæ cujuscumque KL conditionem habentis in regula prima indicatam; & ſector *pmt* æqualis areæ MΠXQ ejusdem curvæ. Denique ſi ducatur linea recta *snζ* lineæ MΨ parallela & proxima; cum angulus ſub *s*M*s* = ſit dimidio anguli ſub *j*I*l*, vel an-

angulo ſub $nmz$, erunt triangula $\iota M n$, $nmz$ ſimilia, & prima ratio $\iota\nu$ ad $\iota M$ eadem cum ratione $zn$ ad $nm$; ideoque $\iota n = \frac{M\Psi\zeta\iota}{nm}$, propterea quod $\iota M =$ eſt $\frac{M\Psi\zeta\iota}{M\Psi}$, $M\Psi = nz$. Hic autem habetur ſeptimus modus, quo problema ſolvi poteſt. Tom. VIII Supplem. Sect. VI. Pag. 254.

Si loco curvæ KL linea recta ſumatur, quicumque ſit angulus ſub $nmz$ eadem deſcribetur curva; adeo ut hac ratione invenitur una eademque curva, quæ diverſis ſitibus in angulo quocumque dato problema ſolvit. Hæc autem curva a circuli & hyperbolæ quadratura dependet; ſi enim ducantur $m\tau$, $n\sigma$ ad $mn$ perpendiculares, quarum $n\sigma =$ ſit $mn$, & aſymptotis $mn$, $m\tau$ hyperbola $\omega\sigma\downarrow$ deſcribatur, & deinde $q\varphi\upsilon$, $p\theta\varsigma$ ducantur lineis $m\tau$, $n\sigma$ parallelæ; quando $MP =$ eſt arcui circuli $pq$, erit ordinata $PI = \frac{\theta\varphi\upsilon\varsigma}{mn}$, ſi $mn =$ ſit $2M\Pi$ (a).

*Regula Quinta.*

Deſcribatur (in Fig. 13) curva $\varkappa M\mu$ ut in regula ſecunda, & (in Fig. 15) radio $= mn$ deſcribatur ſemicirculus $\alpha\beta\gamma$, cujus centrum $\delta$, ſit autem $\delta\beta$ diametro $\alpha\gamma$ perpendicularis. Sumatur $\delta\iota = P\nu$, ducatur $\iota\zeta$ ad $\delta\beta$ parallela, jungaturque $\delta\zeta$. Deinde ſit curva KL ejus naturæ, ut area $M\Pi WP$ ſemper æqualis ſit ſectori $\beta\delta\zeta$. In circuli arcu (Fig. 14) $no$ ductis $pn$ ſinu arcus $pq$, & $p\theta$ ſinu arcus $np$, producatur $mp$ ad $z$, ducaturque $z\xi$ ad $pn$ parallela. Porro dictis $mn = mp$, $a$; $m\theta$, $b$; $nz$, $c$; $pn$, R; $n\upsilon$, $y$; erit ut $mp : pn :: mz : z\xi$, ſed ut $m\theta : mn\ (mp) :: mn : mz$; ex æquo igitur ut $m\theta\ (b) : pn\ (R) :: mn : z\xi :: m\upsilon\ (\sqrt{aa+yy}) : z\upsilon\ (y-c)$ unde $by - bc = R\sqrt{aa+yy}$, & denique Tab. II. Fig. 15.

$$y = n\upsilon = P\Phi = \frac{bbc + aR\sqrt{aa-RR}}{bb-RR}.$$

Hinc autem modo octavo ſolvitur problema.

*Regula Sexta.*

Per propoſitionem nonam Tractatus de Quadratura Curvarum area curvæ, cujus abſciſſa eſt $z$ & ordinata $\frac{bbc+aR\sqrt{aa-RR}}{bb-RR}$, æqua-

(a) Vid. Barrov. Lection. Geometr. p. 110.

Tom. VIII Supplem. Sect. VI. Pag. 255.* æqualis eſt areæ curvæ, cujus abſciſſa eſt R & ordinata $\frac{\dot{z}}{\dot{R}} \times \frac{bbc + aR\sqrt{aa - RR}}{bb - RR}$. Unde habetur modus nonus problema ſolvendi.

Litteræ $m$ & $n$ eadem denotent, ac in regula tertia, & fiat $\frac{\dot{z}}{\dot{R}} = R^{\frac{m-n}{n}} \times \overline{bb - RR}|^{p}$ & ordinata $\frac{\dot{z}}{\dot{R}} \times \frac{bbc + aR\sqrt{aa - RR}}{bb - RR}$ fiet $= bbcR^{\frac{m-n}{n}} \times \overline{bb - RR}|^{p-1} + aR^{\frac{m}{n}} \times \overline{bb - RR}|^{p-1} \times \sqrt{aa - RR}$. Unde ſi $n$ unitatem denotet, & $p$ numerum quemcumque integrum & affirmativum, curva geometrice rationalis invenietur, ſi modo $m$ ſit numerus affirmativus; vel etiam ſi $n$ ſit unitas, $m$ numerus affirmativus, & $2p$ numerus impar negativus, numero $m$ major.

### *Regula Septima.*

Ducatur (in Fig. 15) $\beta\lambda$ ſemicirculum $\alpha\beta\gamma$ contingens in $\beta$, & producatur $\iota\zeta$ ad $\mu$, ducta $\delta\nu\mu$. Sit autem curva (in Fig. 13) KL ejus naturæ, ut area MΠWP = ſit ſectori $\delta\beta\nu$. Dictis igitur $mn$, $a$; $nz$, $c$; & tangente arcus $pq$, R; erit $n\upsilon = P\Phi$ $\frac{aac + aaR}{aa - cR}$. Et hic eſt decimus problema ſolvendi modus.

Quando angulus interſectionis rectus eſt, & $c = a$, hæc regula ſub formula poſteriori regulæ ſecundæ comprehenditur.

Item ſi loco $\kappa M\mu$ linea recta ſumatur, quicumque ſit interſectionis angulus, caſus ille curvæ logarithmicæ invenietur, quem in regula ſecunda tradidimus.

### *Regula Octava.*

Ut antea, eſt area curvæ, cujus abſciſſa $z$ & ordinata

Pag. 256.* $\frac{aac + aaR}{aa - cR}$, æqualis areæ curvæ, cujus abſciſſa eſt R & ordinata $\frac{\dot{z}}{\dot{R}} \times \frac{aac + aaR}{aa - cR}$. Hic autem eſt undecimus modus problema exequendi.

Lite-

Litteris $m$, $n$ iiſdem denotantibus, ut antea, ſit $\frac{\dot{z}}{\dot{R}} = R^{\frac{m-n}{n}} \times \overline{a^4 - ccRR}|^p$; & ordinata $\frac{\dot{z}}{\dot{R}} \times \frac{aa + aaR}{aa - cR}$ fiet $= R^{\frac{m-n}{n}} \times a^4c + \overline{a^4 + a^2cc} \times R + a^2cRR \times \overline{a^4 - ccRR}|^{p-1}$: quæ formula curvas geometrice rationales facile præbet. Tom. VIII Supplem. Sect. VI.

Si ſit $m = 1 = n = p$; eadem parabola ſemicubica atque ex regula tertia invenietur.

*Regula Nona.*

Si (in Fig. 16) NO ad lineas AB, CD perpendicularis ſit, & ducatur curva KL, cujus ordinatæ PW, QX, quæ æqualiter a puncto M diſtant, æquales ſint, & ab eadem abſciſſæ parte poſitæ, radio ordinatæ PW æquali deſcribatur circuli ſegmentum *abc*, quæ angulum comprehendat angulo æqualem; in quo curva ſe ipſam ſecare requiritur, cujus ſegmenti centrum æqualiter diſtet a lineis AB, CD. Ducatur autem & alia curva $x$M$\mu$ eujus ordinatæ P$\nu$, Q$\rho$ æqualiter a puncto M diſtantes ſint æquales & a contrariis partibus abſciſſæ NO poſitæ. Deinde ſumpta M$f$ = P$\nu$ ductaque $fb$ lineæ NO ad perpendiculum, junctaque $cb$, manifeſtum eſt, ſi curva quæſita EF ejus ſit naturæ, ut contingens in puncto I ſemper ſit parallela lineæ $cb$, propoſito ſatisfaciet. Nam cum ſit WP = QX, idem circuli ſegmentum ordinatis PW, QX convenit; adeo ut ſi ſumatur M$g$ = Q$\rho$, ducatur $gk$ ad NO perpendicularis, & jungatur $ck$, linea recta contingens curvam quæſitam EF in puncto R parallela erit lineæ $ck$. Quoniam igitur Q$\rho$ = eſt P$\nu$, ideoque M$g$ = M$f$ in ſitu hujus curvæ EF inverſo, & quando punctum R in punctum I eadit, contingens in puncto R lineæ puncta $x$, $b$ conjungenti parallela erit, & cum contingente in puncto I angulum conſtituet æqualem ei ſub *abc*, nimirum angulo in ſegmento *abc* comprehenſo. Invenitur igitur hujuſmodi eurva, ſi fiat ut $\dot{y} : \dot{z} :: fb : fc$. Quamobrem ſi pro PW ponatur $m$; pro $a$M = M$c$ ponatur $n$; pro intervallo inter punctum M & centrum ſegmenti ponatur $p$; & pro P$\nu$ = M$f$, $q$; habebimus $\dot{y} : \dot{z} :: \sqrt{mm - qq} \pm p : n + q$ & $\dot{y} = \frac{\sqrt{mm - qq} \pm p}{n + q} \dot{z}$. Dantur autem rationes inter $m$, $n$, $p$ ob datum ſegmenti *abc* angulum, & invenietur $y$ vel PI metiendo Tab. II. Fig. 16. Pag. 257.*

cur-

Tom. VIII Supplem. Sect. VI. curvam, cujus abſciſſa eſt $z$ & ordinata $\frac{\sqrt{mm - qq} \pm p}{n + q}$: Hic autem exhibetur duodecimus modus problema tractandi.

Si angulus ſub *abc* ſit rectus, erit $p = o$, $n = m$, & ordinata curvæ metiendæ $\sqrt{\frac{m - q}{m + q}}$. Quam profecto ordinatam problemati ſatisfacere, intelligi quoque poteſt ex poſteriori regulæ ſecundæ formula.

Si loco linearum curvarum KL, $\varkappa M\mu$ rectæ ſumantur, quando angulus ſub *abc* rectus eſt, erit curva EF cyclois; quæ facile determinatur forma undecima tabulæ curvarum ſimpliciorum, quæ cum circulo & hyperbola comparari poſſunt in Tractatu de Quadratura Curvarum *Newtoni*.

*Regula Decima.*

Porro area curvæ, cujus abſciſſa eſt $z$ & ordinata $\frac{\sqrt{mm - qq} \pm p}{n + q}$, æqualis eſt tum areæ curvæ, cujus abſciſſa eſt $m$ & ordinata $\frac{\dot{z}}{m} \times \frac{\sqrt{mm - qq} \pm p}{n + q}$; tum areæ curvæ, cujus abſciſſa eſt $q$ & ordinata $\frac{\dot{z}}{q} \times \frac{\sqrt{mm - qq} \pm p}{n + q}$. Unde habentur duo alii modi,

Pag. 258.* quibus problema ſolvi poteſt; quorum poſteriori, ratione ſequenti, curvæ geometrice rationales inveniri poſſunt.

Sint $\delta$, $\varepsilon$ numeri impares, $n$ numerus par, & ponatur $\frac{\dot{z}}{q} = q^{\frac{\delta - \varepsilon}{\varepsilon}} \times \overline{n^{\nu} - q^{\nu}}$, item $m = 1 + \frac{1}{4} qq$. unde erit $z =$ areæ curvæ, cujus abſciſſa eſt $q$ & ordinata $q^{\frac{\delta - \varepsilon}{\varepsilon}} \times n^{\nu} - q^{\nu}$, & ordinata $\frac{\dot{z}}{q} \times \frac{\sqrt{mm - qq} \pm p}{n + q}$ fiet $= \overline{n^{n-1} - n^{n-2} q + n^{n-3} qq + \&c. \ldots - q^{n-1}} \times \overline{1 - \frac{1}{4} qq \pm p}$.

His

His quatuordecim diverſis modis generalibus Amicus meus problematis ſolutionem abſolvit. Demonſtrationes autem illius ex compoſitione uſus in hoc problemate curvarum Geometris notarum ſic ſe habent. Tom. VIII Supplem. Sect. VI.

*De Caſu primo Linearum logarithmicarum.*

Sit (in Fig. 17) AB linea logarithmica aſymptoton habens CD; eique ordinatim applicetur EF, quæ ſit ſubtangenti logarithmicæ æqualis. Ad lineam rectam EF & ad quodcumque in ea punctum I conſtituatur alia linea logarithmica GHI priori ſimilis & æqualis, ſed ſitu inverſo diſpoſita. Deinde ſi contingentes HL, HM ducantur, dico angulum ſub LHM angulo ſub CEF eſſe æqualem. Tab. II. Fig. 17.

Ordinatim applicetur HN, fiat EO=EN, ordinatim applicetur OP, & ducatur contingens PQ. Puncta P & H æqualiter diſtant a recta EI, unde punctum P in curva AB puncto H in curva GI reſpondet, & angulus ſub OPQ = eſt angulo ſub NHM, propterea quod curvæ AB, GI ſimiles ſunt & æquales. Quoniam vero curva AB eſt logarithmica & EN, EO æquales, erit NH x OP=EF*q*. Eſt autem EF = NL = OQ, unde ut NH : EF (NL) :: EF (OQ) : OP. Cum igitur anguli ſub HNL, QOP ſint æquales, triangula HNL, QOP ſunt ſimilia, & angulus ſub QPO, qui æqualis eſt angulo ſub NHM, æqualis quoque erit angulo ſub NLH. Unde anguli ſub NHM & ſub NLH æquales erunt, & angulus ſub LHM angulo ſub CNH ſive angulo ſub CEF æqualis. Q. E. D. Pag. 25?

*De Caſu altero Linearum Logarithmicarum.*

Sint (in Fig. 18) AB, CD duæ lineæ rectæ parallelæ, intra quas quælibet alia linea recta EF ducatur. Ad aſymptoton AB deſcribatur linea logarithmica GH, cujus ſubtangens ſit æqualis lineæ EF, & ordinatim applicatæ comprehendant cum aſymptoto angulos verſus contingentes æquales parti dimidiæ anguli ſub AEF. Quibus poſitis, ſi ad aſymptoton CD alia deſcribatur linea logarithmica ILM priori ſimilis & æqualis, & ſi ducantur contingentes LN, LO, dico angulum ſub OLN angulo ſub BEF eſſe æqualem. Fig. 18.

Ducatur NP, ut angulus ſub ANP angulo ſub AEF ſit æqualis, & erit NP=EF. Sumatur NQ lineæ EF ſive ſubtangenti lineæ logarithmicæ æqualis, jungaturque QL. Quoniam igitur QL punctum Q conjungit cum puncto contactus L, QL ordinatim ad aſymptoton AB applicabitur, ideoque angulus ſub LQN verſus contingentem LN æqualis erit parti dimidiæ anguli ſub AEF vel anguli ſub ANP; eſt autem NP=EF=NQ, quoniam igitur NP, NQ ſunt æquales, & angulus ſub LQN æqualis di-

Tom. VIII Supplem. Sect. VI. midio anguli ſub ANP, recta QL producta tranſibit per P efficiens triangulum PNQ iſoſceles. Eadem ratione ſi ducatur OS, ut angulus ſub COS æqualis ſit angulo ſub AEF erit OS=EF; ſi vero ſumatur OR=EF, ducaturque RL, ordinatim ea applicabitur ad aſymptoton CD, & producta tranſibit per S, propterea quod linea 1M ſimilis eſt & æqualis lineæ GH. Erit autem angulus ſub PRL (=angulo ſub LSQ)=angulo ſub LQS = angulo ſub NPQ. Unde erit angulus ſub LSQ=angulo ſub NPQ, & triangula SLQ, PNQ ſimilia ſunt, angulusque ſub SLQ= angulo ſub PNQ=angulo ſub BEF. Eſt autem & LS=LQ, OS=NQ, item angulus ſub OSL (=angulo ſub ORS) =angulo ſub NQL. Triangula igitur OSL, NQL æqualia ſunt, habentia baſes OL, NL æquales, & angulos ſub NLQ, OLS, etiam æquales: auferatur communis angulus ſub NLS, & relinquetur angulus ſub OLN=angulo ſub SLQ=angulo ſub BEF. Q. E. D.

Pag. 260.*

*De Cycloide.*

Tab. II. Fig. 19. Sint (in Fig. 19.) AB, CD duæ rectæ parallelæ, quas EF ad perpendiculum ſecet. In diametrum EF deſcribatur ſemicirculus EGF, & eo ſemicirculo deſcribatur ſemicycloïs FH. Jam ſi alia ſemicycloïs 1LQ priori ſimilis & æqualis ſed ſitu inverſo intra parallelas deſcribatur, & ſi contingentes LM, LN ducantur, dico angulum ſub MLN rectum eſſe.

Sit 1OP ſemicirculus, quo deſcribitur ſemicycloïs 1Q, ejus diameter 1P; ducatur LGO, lineis AB, CD parallella, & jungantur FG, GE, IO. Erit deinde contingens LM parallela rectæ FG, & contingens LN parallela rectæ 1O, quæ parallela eſt rectæ EG. Angulus igitur ſub MLN = eſt angulo ſub FGE recto, ideoque angulus ſub MLN rectus eſt. Q. E. D.

*De Parabola Semicubica.*

Fig. 20. Si (in Fig. 20) rectam lineam AB alia recta linea CD interſecat in puncto D cum linea AB angulum quemcumque conſtituens; & ſi ſumatur DE=$\frac{1}{2}$DC; deinde ducatur EF, ut DF ſit=DE; & denique diametro CF & vertice C deſcribatur parabola ſemicubica GCH, quæ tranſeat per punctum E, habeatque ordinatim applicatas ad diametrum CF lineæ FE parallelas: his poſitis, ſi parabola hæc ad lineam AB in ſitu inverſo deſcripta ſit, ut eandem in ſitu jam dicto deſcriptam interſecet, & contingentes ad punctum interſectionis ducantur, illæ contingentes ſe interſecabunt in angulo æquali angulo ſub CDB.

Sumatur in parabola GCH punctum quodvis I, ducatur ILC, & ſumpta EM=EL ducatur MNC. Deinde ordinatim applicentur OIP, NQR, ducaturque CEV, item EX diametro CO parallela. His poſitis erit HX:XE::EF:FC, & XE:XP::DF:EF.

Digitized by Google

EF. Unde ex æquo ut VX : XP :: DF : EC, dividendoque ut VX : VP :: DF : DC. Quoniam igitur eſt DF = DE = $\frac{1}{2}$ DC, eſt etiam VX = $\frac{1}{2}$ VP. Porro ut IO*q* : EF*q* :: CO*c* : CF*c* :: VO*c* : EF*c*. Quatuor igitur ratione continuata proportionalium eſt VO ſecunda, quarum IO eſt prima & EF ultima. Eſt autem & IO : OV :: LF : EF. Ideoque ſunt IO, OV, FL, FE quatuor ratione continuata proportionales; unde ut VO : LF :: LF : EF :: VO — LF : LE, componendoque ut LF + EF : EF :: VO — EF (= VX) : LE. Demonſtratum autem fuit VX æqualem eſſe dimidio lineæ VP. Ut igitur 2LF + 2EF : EF :: VP : LE :: 2LFE + 2EF*q* : EF*q*. Jam vero ut IO : LF (:: IV : LE) :: LF*q* (2LFE + LE*q* — EF*q*) : EF*q*, propterea quod lineæ IO, VO, LF, EF ſunt quatuor ratione continuata proportionales; quoniam igitur ut VP : LE :: 2LFE + 2EF*q* : EF*q*, erit ut PI : LE :: 3EF*q* — LE*q* : EF*q*. Eodem modo demonſtratur ut NR : EM :: 3EF*q* — DM*q* : EF*q*. Cum igitur EM = ſit EL, erit NR = PI, ſunt autem parallelæ, ideoque puncta N, I æqualiter diſtant a linea AB. Si igitur parabola ſemicubica GCH in ſitu inverſo ad lineam AB deſcribatur, punctum N incidere poteſt in punctum I. Parabolæ huic detur ille ſitus inverſus *bcg*, & ducantur contingentes IΓS, EW, ΔNT, *s*I*δ*; item lineæ WLY, WZM. Erit ex natura parabolæ hujus OS = $\frac{2}{3}$ OC, FW = $\frac{2}{3}$ FC, & QT = $\frac{2}{3}$ QC. Eſt autem & FD = $\frac{1}{3}$ FC; unde FD, DE, & DW ſunt æquales, & angulus ſub FEW rectus: &, cum EL ſit = EM, erunt & anguli ſub EWL, EWM æquales. Quoniam autem LMF lineis IO, NQ parallela eſt, & lineæ OC, FCQC ſimiliter dividuntur in punctis S, W, T, erit WLY contingenti +IΓS parallela, & WZM contingenti ΔNT. Eſt igitur angulus ſub WYD = angulo ſub IΓ*s*, & angulus ſub WZD = angulo ſub NΔD = angulo ſub I*s*Γ. Porro cum anguli ſub EWL, EWM ſint æquales, & anguli ſub DEW, DWE etiam æquales propter linearum DW, DE æqualitatem, erit angulus ſub YWD = angulo ſub WZD. Ideoque angulus ſub CDB, qui æqualis eſt ſummæ angulorum ſub WYD & ſub YWD, æqualis erit ſummæ angulorum ſub IΓ*s*, & ſub I*s*Γ, nimirum angulo ſub ΓI*δ* æqualis. Q. E. D. *Lond. Aug.* 27, 1722.



Pag. 261.*



Digitized by Google

Tom. VIII Supplem. Sect. VII. Pag. 303.

## Super Diſquiſitionem G. FRID. RICHTERI,

### De iis quæ Opticæ Newtonianæ JOH. RIZZETUS oppoſuit,

*(Vid. Suppl. Act. T. VIII. Sect. III. p. 368. & Sect. V. p. 383. & Suppl. Diarii Ital. T. I. Art. XII. p. 373.) Reſponſio:*

Autore eodem RIZZETO.

QUod Clariſs. Vir *Richterus* novam obſervationem, ſpectantem ad difformem humoris cryſtallini denſitatem, pro humanitate ſua laudat, ſpem facit, ut, quæ adverſus ſummum Newtonum, ejusque opticam hypotheſin dicenda erunt, animo æquo & a partium ſtudiis alieno in Anglia excipiantur. Inprimis doctiſſ. Adverſarium id ſibi ſuadere velim, me dogma Newtonianum de diverſa colorum refrangibilitate non eo conſilio impugnaſſe, ut teleſcopia ab impoſita imperfectione vindicarem; ſed ea potiſſimum ratione ductum, quod ſyſtema phæ-
Pag. 304. nomenis non ſat bene reſpondet. Si vero experimenta Newtoni a Clariſſ. Deſagulierio (pluribus utriusque Academiæ Londinenſis & Pariſienſis Sociis inſpectantibus) ſæpenumero repetita, pro præjudicio valere debent, fateor me incaſſum laboraſſe. Ea porro, quæ vera ſunt, vel quæ mihi viſa fuerunt falſa & in nonnullis circumſtantiis deficientia, literis ad Anglicanam Societatem datis candide expoſui. Addo, Viros celeberrimos nihil adhuc tentaſſe ultra id, quod ab Illuſtri Newtono factum novimus, neque ad veritatem eruendam experimentis experimenta addidiſſe. Id ego nullis parcens laboribus præſtiti, ut nonniſi probe cognita cauſa, omnibusque perſpectis, de Clariſſ. Autoris ſyſtemate judicium ferrem. Utrum autem conatus ex voto ceſſerit, aliorum eſto judicium.

De experimento ſecundo opticæ Newtonianæ P. I. l. 1. jure meritoque Nobiliſſ. Adverſarius exultat; illo enim omni adhibita diligentia coram Regia Societate repetito eventum Newtonianæ ſententiæ reſpondiſſe, adverſus id, quod a me ſancitum fuit in epiſtola ad Nobilem Virum Chriſtinum Martinellum, in Transactionibus Anglicanis præteriti Decembris tradidit Deſagu-

agulierius. Imagine chartæ, cujus dimidia pars erat rubra, dimidia cœrulea, in alteram chartam albam, ope interpoſitæ lentis, projecta, mihi focus utriusque coloris viſus fuit æqualiter a lente remotus; in Anglia vero focus coloris cœrulei minus quam ille rubri a lente diſtans apparuit. Hinc phænomenis inter ſe diſcrepantibus, fallaciæ vel ex una vel ex altera parte metuendæ erant. Non aliud vero a Doctiſſ. Richtero expectandum, quam me deceptum fuiſſe. Dum enim audit experimenta Newtoniana aliis haud ſatis ex Autoris ſententia ſucceſſiſſe, id potius defectui accurationis tribuere vult. Ne igitur munus inquirendæ veritatis ego quoque desererem, experimentum iterum inſtituendum eſſe putavi. Tom. VIII Supplem. Sect. VII.

Cum difficillimum ſit utramque chartam, nempe eam, quæ loco objecti eſt, & aliam, quæ imaginem excipit, lentemque intermediam collocare, ut ne hilum quidem a debito ſitu exorbitent, fateor, frequentiſſime accidere, ut pars imaginis confuſa cernatur, dum altera apparuit diſtincta. Præoccupatio autem facit, ut omnia rite diſpoſita non putentur, niſi juxta præcedentem noſtram exſpectationem contingant. Pag. 305. Utrum hac regula lesbia Angli uſi ſint, affirmare non auſim, hoc unum ſcio ac periculo meo didici, propoſitam obſervationem inter fallaces & nimis operoſas recenſeri oportere.

In firmo atque ſtabili pariete figura rectangula delineata, ejus partem dextram rubro colore, & ſiniſtram cœruleo infeci. Erant autem colores vividiſſimi, & a flamma candelæ æqualiter illuminati, quibus ſuperimponebam craticulam mobilem ex nigerrimis & ſubtilioribus filis contextam. Cum lux a coloribus reflexa in lentem ſatis amplam & immotam, more Newtoniano, radiaret, accidit aliquando, ut imago partis rubræ tabula excepta videretur diſtincta, & imago cœruleæ confuſa. In hoc caſu ſi æqualis ſupponatur utriusque coloris in lentem incidentia, neceſſario colligi debet inæqualis eorum refrangibilitas. At ſi axis lentis fingatur pauliſper detortus, fieri poterat, ut inæqualis appareret diſtinctio, non ob variam radiorum refrangibilitatem, ſed potius ob diverſam incidentiam. Ut de hac re judicium ferrem, omnibus in prima poſitione manentibus, hoc ſolum immutatum fuit, ut penicillo adhibito color ruber ad ſiniſtram partem tranſiret, & cœruleus ad dextram, deletis prioribus coloribus, & novis in eodem loco ſubſtitutis. Hujus experimenti, quod nulla exceptione elidi poteſt, talis exitus fuit. Eadem perſeverante radiorum incidentia, imago partis cœruleæ eam diſtinctionem lucrata eſt, quam primus obtinebat imago partis rubræ, ex quo didici, ab operoſo hoc experimento deceptos illu-

ſtres

Tom.VIII Supplem. Sect. VII. ſtres illos viros, qui illud iterandum operæ pretium eſſe duxerunt. Quid enim? juxta Newtoni hypotheſin permutatis coloribus diſtinctio in eorum ſpectris permutari non debebat, quod cum factum ſit, id tribuendum inæquali radiorum refrangibilitati. Quodſi lentem & tabulam ita collocabam, ut colorum rubri & cœrulei imagines cernerentur diſtinctæ, ex colorum permutatione nullum in diſtinctione oriebatur diſcrimen. Cum igitur experimentum Newtoni ſæpe expectationem meam fraudaverit, ſtatim judicandum non erat, hoc contigiſſe propter accurationis defectum, ſed potius ab æquivocatione cavendum, ne diverſæ colorum refrangibilitati illa diſtinctionis diverſitas tribueretur, quæ tribuenda erat diverſæ colorum incidentiæ. Ex dictis aliquid lucis affulget, ut nobis fucum non faciat experimentum 8 Part.I.l.1., quod aliquid habere veri, in meis litteris ad Regiam Societatem miſſis indicavi. Solis lumine per foramen in cubiculum obſcurum immiſſo ac per priſma trajecto, colorem rubrum ceteris coloribus ſeparatum aperto libro Newtonus excepit. Tum intervallo ſex pedum a libro lentem erexit, quæ lumen a libro reflexum, & ſimili iterum ſex pedum intervallo, colligeret, ac librum lentemque firmavit, ne moveretur. Deinde notato loco, quo imago libri a lumine rubro illuſtrati diſtinctiſſime depingeretur, expectavit donec motu Solis, & per conſequens motu ſpectri colorati, liber a lumine illuſtraretur cœruleo. Tandem altero notato loco, quo imago libri, eodem lumine illuſtrati cœruleo, diſtinctiſſime exhiberetur, refert, inveniſse hunc locum lenti propinquiorem (intervallo unciarum $2\frac{1}{2}$ inter duo loca interjecto.) Porro libro ac lente ſingulis in ſuo loco manentibus, perperam putavit hunc eſse caſum, in quo luminis cœrulei in lentem incidentia eadem foret, quæ fuerat rubri; & proinde Clariſs. Autori parcendum eſt, ſi tam fallaci experimento libenter indulgens exiſtimavit lumen cœruleum eſse magis refractum quam rubrum, & illud eſse iſto quoque refrangibilius. Nos autem invenimus ac ſuo loco demonſtrabimus, inæquales inclinationes fuiſse, quibus duo lumina rubrum & cœruleum incidebant in librum, & proinde inæqualibus quoque exiſtentibus inclinationibus, quibus ea lumina ex libro traducebantur ad lentem, quamvis ea forent æqualiter refrangibilia, imago tamen libri ab uno illuſtrati diſtingui debebat in illa a lente diſtantia, in qua imago ejuſdem libri illuſtrati ab altero lumine confundebatur.

Pag. 306.

De meo experimento duorum filorum violacei & rubri ſeſe contingentium, quæ uno obtutu æqualiter diſtincta videntur, nonnulla doctiſſimus Adverſarius carpit, reliqua eludit. Notat, Newtonum ſatis amplam imaginem procuraſse, adhibita lente

& char-

Digitized by Google

& chartæ plagula juſtæ magnitudinis, me autem pro plagula duo exilia fila ſubſtituiſse, & pro lente amplioris latitudinis exiguum oculi cryſtallinum. Neſcio autem an illo ſuadere poterit, quod vitium ex diverſa colorum refrangibilitate originem trahens facilius percipi poſſit in experimento Newtoniano, nempe in ampla imagine objecti majuſculi, ac illi aberrationi obnoxia, quæ oritur ex Sphærica lentis figura, potius quam in experimento meo, nempe in imagine objecti minuſculi, exigua & a dicta aberratione immuni. Addit, Deſagulierium in experimento Newtoni iterando, inter lucernam chartæ coloratæ appoſitam, atque inter lentem, interpoſuiſse corpus quoddam opacum, ut a lucerna ad lentem nullus radius directus affulgeret, me autem de excludendis ex oculo aliorum corporum lucentium radiis haudquaquam ſollicitum fuiſse. Si autem fila in meo experimento propoſita, panno nigro ſubſtrato, ac tubo chartæ nigræ ad oculum applicato, ipſe inſpexiſset, viſa eadem filorum (quam in meo experimento retuli) diſtinctione, a ſupra dicta reprehenſione abſtinuiſset. Cum autem idem arguat experimentum tanquam vulgare & incurioſum potius quam ſimplex (quandoquidem in exiguo cryſtallini humoris ambitu multo plus myſterii quam in ampliſſima lente vitrea lateat) oculum ab aberratione Newtoniana liberare videtur; quod ultro accipio: imo cum filum utrumque interpoſita etiam lente diſtinctum appareat, videat Clariſs. Adverſarius, ne quis, inſtaurato argumento, lentes quoque a diſtractione Newtoniana immunes evincat. Ego utique in ſupra citata epiſtola demonſtravi, a varia cryſtallini denſitate corrigi aberrationem, quæ oritur ex ſphærica figura; quod igitur corrigatur ea pariter aberratio, quæ ex diverſa coloratione procedit, ia quoque demonſtrare debebat. Tom. VIII Supplem. Sect. VII. Pag. 307.

Meam demonſtrationem ex diagrammate petitam cum ſolvere non poſset, eludere adhibito exemplo conatur. Geminis ſubtiliſſimis filis, altero rubro, altero cœruleo, in meo experimento poſitis circa punctum A, ac radiantibus in oculum B*b*, in hypotheſi diverſæ colorum refrangibilitatis oſtendi, imaginem rubri eſſe in *e*, illam cœrulei in *c*, ac diſtantiam *ce* ſatis ſuperque ſenſibilem eſse affirmavi. Loco filorum Adverſarius ſubſtituit tenuem virgam unicolorem A*a*, cujus extremitas *a* ſit oculo propior, altera A remotior; ac juxta notam refractionis legem pariter is oſtendit, imaginem partis propinquioris eſſe in *e*, remotioris in *c*; atque inſuper aſſerit diſtantiam *ce* ſatis ſuperque ſenſibilem eſſe. Nunc fundus oculi in F*e*G geminas accipiet imagines: illa fili rubri (ſicut illa extremitatis virgæ propinquioris) contracta in minus ſpatium circa *e* eximia diſtin- Tab. I. Fig. 8. Pag. 308.

ctio-

ctione excellet, altera fili cœrulei (ſicut altera extremitatis virgæ remotioris) diſtracta in amplius ſpatium FG ſpeciem ſui referet confuſam. Cum igitur ego dixiſſem, oculum non poſse in hypotheſi diverſæ colorum refrangibilitatis videre uno obtutu gemina fila æqualiter diſtincta, & cum ipſa tamen videantur æquali diſtinctione perſpicua, inde collegiſſem male, huic diſtinctioni eandem hypotheſin convenire: reſpondet Cl. Richterus, quod nec oculus poteſt juxta notam refractionis legem videre uno obtutu diſtinctam utramque virgæ extremitatem; at cum tamen utraque ſimul extremitas diſtinguatur, ſi hujus diſtinctionis cauſam quæſiero, videbo quod ſimili plane modo oculus poterit gemina quoque fila æqualiter diſtincta intueri. Hoc utique exemplum ingenioſum eſt, ſed pro eludendo meo filorum experimento minus idoneum. Inprimis, ne de facto contentio oriatur, concedere lubet, quod, ſi virga propoſita parvæ fuerit longitudinis, & ab oculo debite remota, ejus geminæ extremitates videri poterunt uno intuitu diſtinctæ; nam ſi longior virga fuerit, aſſertio Richteri falſa eſt, oppoſitum docente ratione & experientia. Interim in meo filorum experimento diſtantiam *ce* ſatis ſuperque ſenſibilem non modo vocavi ſed etiam demonſtravi, principiis Newtonianis inſiſtens, & ſi majori illuſtratione res indigeat, in promtu erit clarior demonſtratio. Verum in exemplo virgæ Adverſarius eandem diſtantiam *ce* ſatis ſuperque ſenſibilem vocat, non autem demonſtrat. Nec eam poteſt ſatis ſenſibilem demonſtrare; illa enim, quæ ſequuntur, repugnant. Flores campi a Sole probe illuminatos ac intervallo viginti circiter paſſuum ab oculo remoto inſpiciens, inter illos & oculum interpoſui capillum, intervallo unius pedis ab oculo diſtantem. Cum oculus intenderet in flores, ipſi inter ſe diſtincti apparebant. Cum autem oculus intenderet in capillum, hic utique videbatur diſtinctus; at eodem obtutu flores confuſam colorum congeriem exhibebant. Poſitis capillo in *a* flore in A, ac magna diſtantia *a*A, videlicet plurium paſſuum; ſubſtituatur in *a* extremitas virgæ *a*A, cujus longitudo *a*A ſit parva (exempli gratia) dimidii pedis. Si veteri refractionis canoni inſiſtentes fingamus a puncto *e* exponi imaginem capilli ac extremitatis virgæ *a*, & a puncto *c* imagines floris ac alterius extremitatis virgæ A, punctum *e* in utroque caſu manebit, at diſtantia *ce* erit in primo major, in ſecundo minor. In primo caſu differentia diſtinctionis, qua flos & capillus apparet, ſatis ſuperque nos docet, ita ſenſibilem eſſe diſtantiam *ce* ut in oculi fundo FG, ubi depingitur imago diſtincta, depingatur imago floris confuſa. In caſu autem virgæ ipſa diſtantia *ce* poteſt eſse ita exi-

Pag. 309.

Digitized by Google

Tom. VIII Supplem. Sect. VII.

exigua, ut in ipſo oculi fundo FG, ubi bene diſtinguitur unius extremitatis imago, ſatis quoque imago alterius extremitatis diſtinguatur. Sicut igitur, differentia diſtinctionis indicante, in caſu floris & capilli diſtantiam *ce* ſenſibilem eſſe cognoſcimus; ita differentia diſtinctionis latente, in caſu virgæ diſtantiam *ce* inſenſibilem eſſe affirmamus. Porro in lentem B*b*, ex una eademque materia confectam, radiantibus geminis punctis *a*, A, inæqualiter a lente remotis, quorum imagines principaliter depingantur; illa ſcilicet puncti propinquioris *a* in puncto *e*, & illa puncti remotioris A in puncto *c*; ſi materia lentis mutatur in denſiorem interius, ac in rariorem exterius, ita ut maneat punctum *e*, adhibito calculo inveni, punctum *c* puncto *e* appropinquare. Hoc erit alibi perfecta demonſtratione oſtendendum, interim indico, in cryſtallino interius denſiore ac exterius rariore plus myſterii quam in lente vitrea latere, non modo propter alias proprietates, quas in ſupra citata mea epiſtola expoſui, ſed propter eam quoque, qua oculo res inæqualiter remotas uno obtutu inſpiciente, diverſitas diſtinctionis abſconditur, ſi differentia diſtantiarum eſt parva, & illa tantummodo manifeſtatur, quando differentia diſtantiarum eſt magna. Hinc genuinam cauſam inquirens, qua geminæ virgæ extremitates videntur æqualiter uno intuitu diſtinctæ, Nobiliſſ. Adverſarii paralogiſmum invenio; is enim putat in caſu virgæ ſenſibilem illam diſtantiam *ce*, quæ inſenſibilis eſt. Cum igitur ipſa diſtantia *ce*, in caſu virgæ, juxta veteres refractionis leges, ſit nimis exigua, & in caſu filorum, juxta novas Newtoni leges, ſit ſatis magna, non video, quod æqualis illa diſtinctio quæ habetur utriusque extremitatis virgæ, pariter haberi poſſit utriusque fili. Quæ ſi tamen habetur, contra hanc diſtinctionem Adverſarius in caſſum, adhibito virgæ exemplo, Newtonianas leges tuetur.

Pag. 310.

Circa oculum, flores ſimul ac capillum uno obtutu inſpicientem, alia conſideratio ſubjungenda eſt, ne illa mihi ignota eſſe videatur. Dum capillus apparet diſtinctus, ac flores congeriem exhibent colorum confuſam: ſit capillus *a*, cujus imago *e*, flos A, cujus imago *c*. Hinc productis B*c*, *be*, donec occurrant in punctis G, F, rectæ GF, ductæ per punctum *e*, ac parallelæ lenti B*b*, hic eſt caſus, in quo (ſenſibili exiſtente diſtantia *ce*) lumen aberrans florum, juxta veteres refractionis leges, diſtinctæ capilli imagini affunditur. In fundo igitur oculi FG, non modo ſunt florum imagines confundendæ, ſed imago quoque capilli turbanda, & per conſequens non modo flores, ſed capillus quo-

Tom.VIII Supplem. Sect. VII. que e conſpectu auferendus. Attamen diverſum oſtendit experientia; dum enim flores videntur confuſi, capillus diſtinctus apparet. Hoc utique myſterium curioſum eſt, & erit alibi enucleandum: interim ex ea nulla conſequentia deducatur, quæ meum filorum experimentum contra novas Newtoni leges infirmet. Etenim in hoc, ſecundum has leges, affunditur diſtinctæ imagini unius fili lumen aberrans alterius, eo pacto, quo in experimento florum & capilli, hujus diſtinctæ imagini, ſecundum veteres refractionis leges, affunditur lumen aberrans florum. Sicut igitur in hoc flores videntur confuſi, capillus autem diſtinctus, ita in experimento filorum unum ex his poterit apparere diſtinctum, dum alterum videtur confuſum. Sed quid prodeſt? In experimento filorum hoc præcipuum ac maximum eſt, quod gemina fila æqualiter diſtincta inſpiciuntur, & ab hac duplici diſtinctione, ni fallor, leges Newtonianæ evertuntur.

Per priſma vitreum triangulare, cujus angulus refringens ſurſum convertebatur, chartam oblongam, dimidia parte rubram, & dimidia cœruleam (in Exper. 1. P. I. l. 1.) Newtonus inſpexit, & ego quoque intuitus ſum, ut retuli in epiſtola ad eundem Martinellum Suppl. Diar. Ital. T. I. art. 12. inſerta. Ille (panno nigro

Pag. 311. chartæ coloratæ ſubſtrato) partem vidit cœruleam altius extolli quam rubram; ego (loco panni nigri tela candida ſubſtituta) partem vidi rubram altius extolli quam cœruleam. Ille elicuit ex ſuo experimento lumen coloris cœrulei fere refrangibilius lumine coloris rubri; ego autem ex ſuo meoque ſimul experimento collegi, diverſam colorum refrangibilitatem male hujusmodi fundamentis inſiſtere. Hanc exceptionem Adverſarius paucis tractandam eſſe putavit. Is ſolum obtrudit (Newtono in eodem experimento docente) lumen a candida tela reflexum, quod prope chartæ extremitates ad oculum tranſiens ſeſe lumini a charta reflexo immiſcet, eoque pacto experimentum interturbat. Quoniam nec in hoc caſu illuſtris *Richterus* videre curavit, quousque mea difficultas procedat, eam itaque clarius exponendam duxi, ut aliorum judicium ſit, utrum Richterianum reſponſum pro illa ſolvenda ſatis idoneum ſit. Super telam candidam *oc* poſui plagulam

Tab. 1. Fig. 9. chartæ nigræ rectangulam *Pe*, eamque per priſma tranſpiciens (refractione ſurſum agente) vidi prope limbum inferiorem PA fimbriam coloris cœrulei ac violacei, prope limbum ſuperiorem *Qe* fimbriam coloris rubri & flavi, & longius ab ipſis limbis candorem. Etenim, ex ſententia Newtoniana, proprium colorem oſtendunt radii cœrulei ac violacei maxime refrangibiles telæ candidæ OA, emergentes prope limbum PA, & rubri ac flavi mi-

nime

Tom. VIII Supplem. Sect. VII.

nime refrangibiles telæ candidæ Qe, emergentes prope limbum Qe: ſinguli (inquam) proprium colorem oſtendunt in illis locis, ubi radii chartæ nigræ Pe, quibus illi immiſcentur, nullum lumen, nullumque colorem præ ſe ferunt. His poſitis, ſint chartæ cœrulea TG, & rubra Pe, prima magis elata quam ſecunda, quales nempe debent juxta Newtonianam ſententiam apparere: dum ſubſternitur tela candida Od, prope limbum TF radii maxime refrangibiles telæ candidæ LF commiſcentur radiis chartæ cœruleæ TG; at quia ſunt inter ſe quam proxime homogenei, ſcilicet plerique cœrulei & pauci violacei, in loco itaque immixtionis non eſt alterandus color ipſius chartæ TG, nec mutandus eſt locus limbi TF. Color equidem alterandus eſt prope limbum PA, ubi radii maxime refrangibiles telæ candidæ OA immiſcentur radiis chartæ rubræ Pe, ipſi enim ſunt inter ſe heterogenei, ſcilicet alii cœrulei ac violacei, & alii rubri. Ut autem mutetur locus limbi PA, ut ipſe limbus videatur altior limbo TF, in loco immixtionis candor eſt exhibendus. Pag. 312.

Eodem repetito diſcurſu cognoſcitur, colorem chartæ rubræ Pe non eſſe alterandum prope limbum Qe, ubi radii minime refrangibiles telæ candidæ Qc immiſcentur radiis ipſius chartæ Pe; nec mutandum eſſe locum ipſius limbi Qe, ipſi enim radii ſunt inter ſe quam proxime homogenei, ſcilicet plerique rubri, & pauci flavi. Colorem autem alterandum eſſe cognoſcitur prope limbum HG, ubi radii minime refrangibiles telæ candidæ HD immiſcentur radiis chartæ TG, ipſi enim ſunt inter ſe heterogenei, nempe alii rubri ac flavi, alii cœrulei. Ut autem immutetur locus limbi HG & ipſe limbus videatur inferior limbo Qe, agnoſcitur quoque in loco immixtionis candorem eſſe habendum. Denique ut (ſalva diverſa colorum refrangibilitate) appareat charta rubra magis elata quam cœrulea, candor exhibendus eſt, ubi plures radii cœrulei ac violacei pluribus immiſcentur rubris, & ubi plures rubri ac flavi pluribus miſcentur cœruleis.

Ut de hoc judicium ferrem, lumen ſolare in cubiculum obſcurum immiſi per tria foramina, ſingula ſuo prismate munita, ut tria ſpectra colorata depingerentur. Diſtantias foraminum ac poſitiones prismatum inter ſe tales eſſe curavi, ut color cœruleus unius ſpectri & ruber alterius, prius cum flavo, deinde cum violaceo tertii ſpectri, in chartæ albæ plagula conveniret. His ita diſpoſitis, color reſultans nunquam albus, ſed ruber ſubobſcurus, nempe vinoſus, in uno caſu, & ad viridem vergens in altero, apparuit.

Tom.VIII Supplem. Sect. VII. Si igitur candor, experientia docente, non exhibetur, ubi radii plures cœrulei ac violacei pluribus miſcentur rubris, nec ubi plures rubri ac flavi pluribus miſcentur cœruleis, itaque in hypotheſi diverſa colorum refrangibilitatis, charta rubra (ſubſtrata tela candida) nequit elevari magis quam cœrulea. Quod ſi tamen in hoc caſu rubra ſupra cœruleam elevatur, contra hanc
Pag. 313. elevationem non ſatis eandem tuetur hypotheſin Adverſarius, allegando, lumen a candida tela reflexum, prope chartæ coloratæ extremitates ad oculum tranſiens, ſeſe lumini a charta reflexo immiſcere, eoque pacto experimentum interturbare. Plura eſſent de hujusmodi experimentis dicenda: circumſtantiis enim iisdem adhibitis, omnium colorum refrangibilitas non diverſa ſed eadem oſtendenda foret, & ipſis explicatis difficultas enodanda; ſed hæc lubens in aliud tempus rejicio, ne mea reſponſio nimis in longum protracta, ab illa brevitate diſſentiat, quam Doctiſſ. Adverſarius in ſua diſquiſitione curavit.

Cum in epiſtola ſupra citata prius cum Newtono affirmaſſem, lumen illud lucidi puncti diſpergi, quod refringitur a priſmate, & poſtea contra Newtonum negaſſem, diſpergi illud, quod refringitur a lente; miratur ac ita obſtupeſcit Richterus, ut illi videatur, me potius in ſomnis quam mente vigili hanc ne-
Tab. 1. gationem protuliſſe. Etenim dum radius A*b* incidit in punctum
Fig. 8. *b*, ac refractus emergit a lente B*b*, ductis tangentibus ad puncta *b*, L, ingreſſus & egreſſus, angulum refringentem deſignat priſmatis LK*b*. Cumque demonſtraſſet, ipſum radium A*b* per lentem propoſitam tranſeuntem, eodem plane modo refringi atque diſpergi, ac ſi in punctum *b* deſignati priſmatis incideret; illud quoque contra meam negationem demonſtratum putat, quod ita radii diſpergantur alii, qui fluentes ex puncto lucido A, incidunt in reliqua puncta lentis B*b*. Hic adverſariæ disquiſitionis locus ita paucis tractandus non eſt; præter enim ſummi autoritatem Newtoni, contra me eſt egregii quoque Richteri non ſententia ſed demonſtratio.

Dum Adverſarius oſtendit, unicum radium A*b* incidentem in lentem B*b* eodem plane modo refringi atque diſpergi, ac ſi incideret in priſma LK*b*, hæc demonſtratio eſt; id enim omne conſideratur, quod propoſitæ hypotheſi convenit. Dum autem is colligit ex ea demonſtratione, quod ita radii diſpergantur alii, qui fluentes ex puncto lucido A incidunt in reliqua puncta lentis B*b*; hic paralogismus eſt. Non enim conſideratur lex actionis & reactionis, quæ in nova hypotheſi locum habet. Curioſæ ſunt atque ignotæ leges, quibus diſtrahitur lumen a lente refractum, & erunt alibi enucleandæ atque experimentis confirmandæ. In-

terim

Digitized by Google

terim quæ ſatis ad intentum faciant, de illis tantum expooam. Radii puncti A incidentes in lenιem Bb, juxta caoonem vulgarem refringantur ita, ut omnes concurrant in punctum e. Ipſorum lumina vim propriam ſingula exerceant, ut diſtrahantur juxta refractiones ſuas, & ſint intra angulos CBe, Cbe comprehenſæ diſtractiones dependentes a radiis extremis Be, be; ſi diſtractioocs radiorum fluentium ex puncto A omnes eſſent ad unam plagam conſpirantes (ſicut accidit, quando lumen Solis a priſmate triangulari refringitur) nulla contraria actione impediente, ſingulæ ſuum ſortirentur effectum. At in caſu lentis propoſitæ, diſtractiones inter ſe cootrariæ ad invicem congrediuntur (ſicut illæ radiorum Be, be) & ideo juxta legem actionis & reactioois ipſæ debent ſe mutuo cohibere, donec in puncto e, ubi principes radii concurrunt, ad terminum ſuum perveniant. Si igitur vires luminum, contraria ratione ad invicem concurrentium, inæquales ſunt, in puocto concurſus eſt oriunda diſtractio conſpirans ad plagam virium præpollentium, & conveniens exceſſui, quo vires præpollentes alias ſuperant. Aſt ſi vires luminum in diſtractionibus agendis ſunt utrobique æquales, diſtractionibus ad nihilum utrobique redactis, ea lumina ſunt iterum colligenda. Hinc ſi dimidia parte lentis vel pupillæ opaco corpore obtecta, objectis pars reliqua exponitur, coloratam diſtracti luminis fimbriam videri (Newtono quoque in Prop. 8. Part. II. l. 1. docente) intelligimus. At ſi lens vel pupilla tota aperta fuerit, nullam eſſe ipſius diſtracti luminis fimbriam (experientia quoque confirmante) cognoſcimus. Tom. VIII Supplem. Sect. VII. Pag. 314.

Profecto circa lentes, carumque affectiones, ab Anglis neceſſaria experimenta inſtituta non ſunt; deficientibus enim lentibus aqueo-vitreis, quas in mea epiſtola ad Regiam Societatem Londinenſem miſſa ſatis ad intentum facere indicavi, & quas ab eximio Newtono mooitus conſtruendas curavi; attamen non defuerunt lentes vitreæ vulgares amplioris latitudinis, quarum aliqua Solis lumini per rotundum foramen in cubiculum obſcurum immiſſo debite expoſita, ſuper chartam albam in foco lentis convenienter accommodatam, doctiſſ. Adverſarius videre potuiſſet ſpeciem ſolarem duntaxat auctam illo lumine veteris aberrationis, quæ ex figura lentis originem ducit, & prorſus immunem a nova aberratione, quæ dicitur ex Newtoniano canone dependere. Pag. 315.

Quod ad oculum nudum pertinet, nimis ſuæ demonſtrationi Adverſarius indulſit; ab hac enim captus, meum experimentum chartæ ac capilli paucis, more ſolito, tractandum eſſe putavit, ac neglecto calculo, quouſque mea difficultas procederet, igno-

Tom. VIII Supplem. Sect. VII.

ignoravit. Illud ſatis videtur illuſtratum ab iis, quæ in actis Lipſienſibus adverſariæ diſquiſitioni ſubjiciuntur. Quoniam tamen in pluribus ab egregio Richtero carpitur, illud eſt fortius in veritatis gratiam illuſtrandum. Super chartam albam a Sole probe illuminatam poſui capillum ( intervallo unciarum $19\frac{1}{2}$ ) ab oculo remotum, & cum illum diſtinctiſſime cernerem, ita dicebam: ſit AH latitudo capilli; in oculum B*b* incidant radii puncti A, & extremi AB, A*b*, a refractione inflexi in B*e*, *be*, concurrant in puncto *e*, in quo ceteri quoque convenient, cum in oculo corrigatur aberratio vulgaris, ut in citata epiſtola oſtendi, & teſtatur illa diſtinctio qua fruimur. Radiis puncti H convenientibus pariter in puncto G, & reliquis punctorum intermediorum inter A, H, in totidem punctis intermediis inter G, E, ſit G*e* latitudo imaginis in oculi fundo depictæ. His poſitis nemo ignorat, intra oculum decuſſari in aliquo puncto D radios A*e*, HG, & reliquos quoque, qui fluentes ex ſingulis aliis punctis intermediis inter A, H, patiuntur refractionem phyſice nullam, & proinde in triangulis ſimilibus ADH, *e*DG eſſe AH. *e*G :: DA. D*e*. Cum igitur fundum oculi ſit a cornea remotum, intervallo circiter $\frac{3}{4}$ unciæ, erit diameter capilli AH ad diametrum imaginis P*e* ſaltem ut DA ( $19\frac{1}{2}$ unciæ ) ad D*e* ( $\frac{3}{4}$ unciæ ) & per conſequens latitudo imaginis *e*G vix æquabit $\frac{1}{26}$ latitudinis capilli AH. At latitudo ejusdem capilli vix æquabat $\frac{1}{19}$ latitudinis pupillæ, ea proinde latitudo imaginis *e*G vix erat æqualis $\frac{1}{26 \times 19}$ latitudinis ejusdem pupillæ. Si vero lumen juxta Newtoniana principia diſtraheretur, per ea quæ in Prop. 7 Part. I lib. 1 tradita ſunt, illud ſpatio diffunderetur, cujus diameter eſſet ſaltem æqualis $\frac{1}{36}$ diametri pupillæ; unde ejus luminis diſtracti diameter eſſet ad diametrum capilli ut $\frac{1}{36} : \frac{1}{26 \times 19}$ aut

Pag. 316.

ut 19 : 1. Hinc igitur colligi poteſt, imaginem capilli fore a lumine diſtracto chartæ ſubſtratæ delendam & capillum e conſpectu auferendum, etiamſi in craſſitudinem longe majorem excreſceret. Cum autem capillus appareret eximia diſtinctione perſpicuus, aberrationem quæ ex Newtoniana lege dependet profligatam eſſe cenſebam. Hanc porro arbitratur tueri Adverſarius, objiciens, quod a Newtono loco ſupra citato allegatur: lumen nempe diſtractum realiter diffundi in ſpatium æquale $\frac{1}{36}$ latitudinis lentis ( ſive pupillæ ) at ita tamen illud extenuari in diſtantia a ſuo centro, ut ſenſum afficiat in ſpatio duntaxat æqua-

Digitized by Google

æquali $\frac{1}{250}$ latitudinis pupillæ, & per conſequens minus idoneum eſſe pro imagine capilli in oculo confundenda. Hoc mihi parum ſatisfacere viſum fuit; nimis enim validum erat lumen chartæ ſubſtratæ, quæ data opera albeſcebat & ſolaribus radiis illuſtrata emicabat; unde ejus diſtractio ſenſibilis eſſe non poterat in decima tantum parte illius latitudinis, in quam illa diffundebatur. Me autem hoc minus movit: majorem difficultatem fecit, quod, quamvis lumen diſtractum in tam brevi ſpatio ſenſum afficeret, illius tamen diameter, in illa parte, in qua ſentiebatur, ad diametrum imaginis capilli erat ut $\frac{1}{250} : \frac{1}{26. \times 19}$, ſcilicet ut 2 : 1, ac nihilominus erat imago capilli delenda, & capillus e conſpectu auferendus. Cum igitur capillus videretur diſtinctus, ex hac diſtinctione poterat Adverſarius calculo inſtituto colligere, quod in oculo diſtracti luminis fimbria noo latet, quia ſenſibilis fit in ſpatio nimis exiguo, ſcilicet æquali $\frac{1}{250}$ latitudinis pupillæ, ſed quia vere ac realiter ipſa deficit. Hujusmodi defectum ſibi quoque Adverſarius propoſuit Newtoniano dogmati conciliare. Allegavit capillum fuiſſe illuminatum ut chartam, & inde collegit, aberrans chartæ lumen a capilli multo fortiori lumine extinguendum eſſe. Dum autem capillum in meo experimento propoſitum intuebatur diſtinctis terminis definitum, ſi priſma vitreum oculo applicaſſet, capillum in viſione amiſiſſet; unde agnoviſſet, ſe fruſtra in conciliatione propoſita laboraturum. Etenim collegiſſet, quod (lumine objectorum vere ac realiter aberrante) lumen aberrans chartæ erat fortius lumine capilli, & hoc ab illo prorſus extinguebatur. Tom. VIII Supplem. Sect. VII.

Potius objiciendum erat experimentum florum & capilli, quod ſupra poſitum fuit. Sicut enim in hoc lumen florum, quod aberrat juxta veteres leges refractionis, ita in experimento chartæ & capilli, lumen chartæ, quod aberrat juxta novas leges diſtractionis, in utroque caſu imagini capilli affunditur. Cum igitur in utroque caſu capillus appareat eadem diſtinctione perſpicuus, poterat allegari, quod illo modo quo capillus diſtinctus apparet in uno, ita quoque diſtinctus appareat in altero. At inter gemina experimenta magna diverſitas eſt; in primo enim juxta veteres leges refractionis lumen aberrat florum, non autem capilli, & cum videatur capillus diſtinctus & flores confuſi, cognoſcitur non aberrare lumen capilli, ſed illud florum. Io ſecundo, juxta novas leges diſtractionis, debent aberrare lumina & chartæ & capilli; & cum capillus & charta æqualiter diſtinguantur, agnoſcitur, nec aberrare lumen capilli nec illud chartæ. Pag. 317.

Neſcio

Tom.VIII Supplem. Sect. VII. Neſcio tandem cur Adverſarius me arguat operam non dediſſe, ut nulli radii, præterquam illi a chartæ partibus capillo proximioribus reflexi, oculum intrarent, & cur miretur, me loco capilli non ſubſtituiſſe aliud objectum, quod aut nullum lumen aut minime notabile reflecteret. Etenim ſcio capillum (tubo chartæ nigræ ad oculum applicato) diſtinctum ſicut oculo nudo apparere, & nigras literas, chartæ propoſitæ ſubtiliſſimis lineis inſcriptas, diſtinctiſſime legi. Unde iis repetitis, quæ ſupra expoſita ſunt, magis ſemper atque magis manifeſtatur, lumen aberrationis Newtonianæ in oculo nudo nulla alia cauſa latere, niſi quia vere ac realiter abeſt.

Quod ad oculum lentibus munitum pertinet, videtur Newtonum ſatis ſollicite non quæſiſſe ſuam aberrationem nec in ſola lente nec in oculo nudo; cum enim in his illam non inveniſſet, nec eam in oculo per lentes tranſpiciente tam aſſidue inveſtigaſſet, in hac porro inveſtigatione fruſtra moratus eſt; etenim in Prop. 7 Part. I l. 1 miratur, a conſpicillis tubulatis res objectas ita diſtinctas exhiberi, ut revera exhibentur. Verum omnem lapidem movit, donec per lentes, niſi terreſtria, ſaltim cœleſtia tranſpiciens, eam denique inveniſſe crediderit. Aſtronomi (inquit) per teleſcopia longiora tranſpicientes, obſervant diametrum ſtellæ fixæ eſſe 5″ aut 6″: ſi autem vitrum oculare facis fumo infu-Pag. 318.ſcatur, quo lumen ſtellæ obſcuretur, languidum illud lumen, quod adeſt in circuitu ſtellæ, evaneſcit, ac ſtella ad puncti mathematici ſimilitudinem propius accedit. Cum igitur ſtella ob immenſam diſtantiam inſtar puncti apparere debeat; inde lumen, quo ſtella ante infuſcationem lentis dilatata videtur, eſſe novæ diſtractionis legi tribuendum affirmat. In hac porro contemplatione non animadvertit, id genus luminis aberrantis etiam oculo nudo apparere; ſtella enim videtur confuſe aucta, a quodam lumine exiliente, quod capillitium vocatur. Nec pariter ipſe notavit, id ipſum lumen latius in oculo nudo diffundi, & teleſcopio interpoſito contrahi. Cum ſtella videatur minor teleſcopio, quam oculo nudo, inde colligitur, a teleſcopio contrahi imaginem ſtellæ in oculo nudo depictæ. Cum autem dioptrica ſcientia nos doceat, quod teleſcopio interpoſito, niſi augetur, minime ſaltem contrahitur illa ſtellæ imago vera, quæ a principibus radiis in oculo nudo depingitur, itaque manifeſtum eſt, contrahi teleſcopio interpoſito illam imaginem falſam, quæ a lumine aberrante in oculo nudo depicta imaginem veram circumdat. Si hæc Vir doctiſs. animadvertiſſet, pariter agnoviſſet, lumen illud imaginis falſæ (quod remanet teleſcopio interpoſito) diſtra-

diſtractioni tribuendum non eſſe. Si flamma candelæ intervallo unius pedis ab oculo diſtat, ea videtur ita diſtinctis terminis definita, ut nobis fatendum ſit, nullam diſtractionem adeſſe; ſi vero illa plurium paſſuum intervallo ab oculo removetur, aucta crinibus luminoſis apparet. Id genus luminis eſſe illud quoque, quo ſtella coronata oculo nudo exhibetur, neminem arbitror ignorare. Si id ipſum igitur lumen diſtractioni Newtonianæ tribuendum eſſet, id utique, juxta Autoris principia, oculo nudo appareret non modo in objecto longinquo, ſed quoque in propinquo, & illud quod in longinquo apparet, a teleſcopio dilataretur. At ipſum lumen oculo nudo minime apparet in objecto propinquo, & illud, quod apparet in longinquo, a teleſcopio minime dilatatur, ſed imo contrahitur; ſi itaque non contrahitur ex toto, manifeſto patet, reliquum ex nova diſtractionis lege minime dependere. Id utique tribuendum eſſe veteri refractionis legi, in mea ſupra citata epiſtola ſatis demonſtratum puto, & ſi majori illuſtratione res indigeat, clarior alibi demonſtratio non deerit. Interim capillum ſuper chartam albam probe illuminatam Adverſarius per microſcopium tranſpiciat, & quamvis major, microſcopio interpoſito, quam in oculo nudo, juxta dogma Newtonianum, diſtracti luminis fimbria futura ſit; cum tamen capillum diſtinctiſſime videat, inde cognoſcat, quod, ſicut in ſola lente vel in oculo nudo, ita microſcopio vel teleſcopio interpoſito, ea fimbria nulla alia cauſa latet, niſi quia vere ac realiter illa deficit. Quod ſi Newtoni ſententiam confutatam videt in caſu lentis, non dicat eam quoque refelli in caſu priſmatis, ſed potius colligat, in illa diſtractionibus inter ſe contrariis mutuo ſe deſtruentibus nullum coloratæ fimbriæ veſtigium agnoſci, in hoc, diſtractionibus multis ad unam plagam conſpirantibus, effectum in fimbria colorata videri, quem ſinguIæ diſtractiones ſortiuntur. Quod ſi miſſa diverſa colorum refrangibilitate ipſe quærit, unde fimbriæ colores oriantur, pauliſper exſpectet, huic enim quæſtioni brevi tempore ſatisfaciam.

Tom. VIII Supplem. Sect. VII.

Pag. 319.

Tom. VIII Supplem. Sect. VIII. Pag. 334.

# PHÆNOMENA

## Tranſitus Penumbræ & Umbræ plenæ ſupra Tellurem,

### In Novilunio Menſis Maji d. 22 Maj. 1724,

*Autore* CHRISTIANO AUG. HAUSEN, *Matheſ. P. P. Extraord. in Acad. Lipſienſi.*

ANNO 1715. Celeberrimus Hallejus pro Eclipſi iſtius anni exhibuit in Tabula Geographica tranſitum Umbræ Plenæ per regna Magnæ Britanniæ, ex tenore obſervationum Eclipſeos: poſtquam in ſimili tabula idem prædixerat ante eventum, ex tenore calculi Aſtronomici. Illi Tabulæ, quæ ex obſervationibus nata eſt, inſeruit pro Eclipſi anni præſentis Umbroſæ Zonæ portionem, quæ ab Hiberniæ littore orientali per Angliam protenditur usque ad Normanniæ, Picardiæ & Inſulæ Franciæ partem. Et nuper, cum calculos meos finirem, copia mihi facta eſt Diarii Trevoltienſis M. Martii A. 1723, in quo inveni amplam diſſertationem R. P. de *Rebeque Soc. Jeſu*, qua tranſitu umbræ per Europeas regiones, imprimis per Galliæ regnum, præ reliquis accurate perſequitur. Extemplo igitur comparavi Celeb. *Halleji* inventa cum determinationibus Rev. hujus Patris: nec, deprehenſa jam propriorum calculorum diverſitate inſigni ab *Hallejanis*, quicquam ad rem meam facere magis poterat. Didici autem ex inſtituta comparatione, R. Patrem, cujus determinationes, (exceptis, quæ poſtea notabo,) cum meis fere eædem ſunt, a Celeberrimo Hallejo haud parum diſſentire.

Via Centri Hallejana, cum Zona umbroſa, ad Boream ſatis inſigniter attollitur, reſpectu Zonæ Rev. Patris. Nam juxta Cel. Hallejum Centrum ex Hibernia exit ad *Waxfordiam* Latitud. 52′ 20″: deinde ubi canalem S. Georgii trajecit, Angliam ingreditur ad St. *Brides-Bay*, & per *Pembrociam*, *Wormshead* propeque *Bridg-water* latum radit littus inſulæ *Vectæ*, quod a Borea declinat in ortum: ſuperato Canali Galliam intrat exiguo intervallo a *Diepa* in occaſum, ſic ut *Rhotomagum* & *Lutetiam* ad Auſtrum longe relinquat. Limes Zonæ Borealis, *Dublino* paulo Borealior, *Oxonium* fere attingit & *Geſſoriacum* vulgo *Boulogne ſur mer*. Limes auſtralis *Padſtonium* fere

Digitized by Google

fere attingit, quo paulo Borealior eſt: in Gallia, incedit ad auſtrum *Caroburgi*, ſed in vicinia, & intervallo paulo majore a *Cadomo Normandiæ*, itidem ad auſtrum urbis. *Lutetia* igitur & *Rhotomagus* in hac Zona continentur. Tom. VIII Supplem. Sect. VIII.

Juxta Rev. Patrem centrum Hiberniam intrat ad *Dingliam Momoniæ*; exit prope *Kinſaliam*. Angliam intrat prope Padſtonium Cornwalliæ, exit ad *Pontem Regis* ſeu *Kings-Bridge Devoniæ*. Galliam inter *Caroburgum* & *Conſtantiam* vulgo *Coutance* intrat, fertur deinde ad meridiem *Cadomi*, ſic, ut *Rhotomagus* & *Lutetia* a via centri haud exiguo intervallo diſtent, ad Boream. Limes Borealis in Hibernia ipſi *Kilmalochiam* attingit, in Gallia *Berniam Normanniæ* ſeu *Bernay*: auſtralem in Hibernia ducit per *portum Desmondiæ*, in Gallia per *Sillam* vel *Sillé* Normanniæ. *Lutetiam* igitur cum *Rhotomago* ad Boream e Zona remotas excludit. Pag. 335.

Et etiam velocitas centri utrique Aſtronomo haud parum diverſa eſt. Juxta Celeb. Hallejum $6^h$ 37′ temp. Lond. centrum jam ſuperavit meridianum Lutetiæ; & juxta Rev. Patrem $6^h$ 51′ 1″ id eſt $6^h$ 41′ 20″ Temp. Lond. centri Longitudo eſt 6°, 34′.

Elementa calculi ſui Celeb. Hallejus non edidit: R. Pater ſequentium mentionem facit,

| | | |
|---|---|---|
| Mom. Novilunii | $5^h$ 33′ 1″ | Temp. Lutet. |
| Diff. Diam. ☉ & ☾ | 1′ 19″ | |
| Parallax. Horiz. | 60′ 33″ | |
| Semid. Penumbræ | 32′ 28″ | |
| & in part. Circ. M. | 32° 26′ | |

Diameter media Umbræ ſuper tellurem, quam in Novilunio pro Circulo habet, & quæ ipſi idem eſt ac Latitudo Zonæ, 24 Leuc. Maris cum 1902 Hex. Reg. Hujus dimidium 12 L. M. 951 H. R. ipſi eſt diſtantia utriusque limitis Zonæ a via Centri. Moram obſcurat. Centralis ponit 2′ 15″. Lat. Max. Centri 58° 17′ & Long. ipſi reſpondentem 322°. 6′.

Cum vero jam meorum calculorum concluſiones ſint afferendæ, præmittam elementa potiora

| | |
|---|---|
| Lat. Lunæ vera | 32′ 10″ |
| Motus Hor. ☾ a ☉ | 35′ 3″ |
| Diam. ☉ | 31′ 44″ |
| Diam. ☾ | 33′ 2″ |
| Sem. Penumbræ | 32′ 23″ |
| Diam. Umbræ | 1′ 18″ |
| Parallaxis Horiz. | 60′ 30″ |
| Mom. Movilunii | $5^h$ 33′ 3″ |
| Mom. Med. Tenebr. | $5^h$ 27′ 55″ |

Pag. 336.

Tempore utor in Obſervatorio Pariſino numerato & Longi-

 tudines capio ab Inſula Ferri. Literæ majuſculæ in fronte ſequentis tabulæ, & minores in calce ita explicantur.

A. Contactus penumbræ ad ingreſſum, & initium Eclipſeos in tellure.

B. Conſequens ſeu alterum extremum ejusdem chordæ penumbræ, quam Semitam Contactus voco, ingreditur.

C. Antecedens egreditur, quod ingrediebatur ad primum contactum.

D. Conſequens egreditur contactusque ultimus penumbræ & telluris.

E. Punctum penumbræ ad Boream viæ centri cum conſequente in Semita contactus ſimul ingreditur. Hoc punctum ſecundarium appello, chordamque penumbræ, quam determinat, Semitam ſecundariam.

F. Secundarium egreditur.

G. Conſequens ſecundarii, quod ſuccedaneum voco, ingreditur.

H. Succedaneum egreditur cum antecedente in Semita contactus.

a. Sol oriens a Luna tangitur in ſummo Limbo & Eclipſis incipit.

b. Sol oriens a Luna tangitur in parte Limbi boreali verſus ortum & Eclipſis finit.

c. Sol occidens tangitur a Luna in Limbo Boreali verſus occaſum & Eclipſis incipit.

d. Sol occidens tangitur a Luna in ſummo Limbo & Eclipſis finit.

e. Sol oriens a Luna tangitur in Limbo auſtrali verſus occ. & Eclipſis incipit.

f. Sol oriens a Luna tangitur in Limbo auſtrali verſus occaſum & Eclipſis incipit.

g. Sol oriens tangitur in Limbo auſtrali verſus ortum & Eclipſis finit.

h. Sol oriens tangitur in Limbo auſtrali verſus ortum & Eclipſis finit.

Tem-

| | A | B | C | D | E | F | G | H |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Tempus in Obſerv. | h 2, 58, 40 | h 4, 42, 45 | h 6, 13, 5 | h 7, 57, 10 | h 4, 42, 45 | h 5, 15, 1 | h 5, 40, 9 | h 6, 13, 5 |
| Locor. Centri Latit. | 0, 0, 0, | Bor. ° 37, 34, 10 | ° 58, 3, 41 | 0, 0, 0 | ° 37, 34, 10 | ° 47, 24, 39 | ° 53, 13, 1 | ° 58, 3, 41 |
| Long. | 0, 0, 0, | ° 263, 37, 10 | ° 316, 59, 49 | 0, 0, 0 | ° 263, 37, 10 | ° 278, 16, 56 | ° 216, 28, 28 | ° 316, 59, 49 |
| Locor. appulſus Lat. | B ° 2, 58, 4, | ° 2, 58, 4 | ° 34, 26, 49 | ° 34, 26, 49 | ° 57, 4, 48 | ° 68, 11, 49 | ° 57, 4, 48 | ° 68, 11, 49 |
| Long. | ° 244, 43, 15 | ° 218, 41, 00 | ° 32, 6, 48 | ° 6, 5, 33 | ° 184, 28, 24 | ° 142, 10, 5 | ° 170, 7, 24 | ° 127, 49, 5 |
| Horæ locor. | h 5, 55, 33 m. | h 5, 55, 33 m. | h 6, 59, 32 v. | h 6, 59, 32 v. | h 3, 38, 39 m. | h 1, 22, 22 m. | h 3, 38, 39 m. | h 1, 22, 22 m. |
| Phæno-mena Obſe. | a | b | c | d. | e | f | g | h |
| | Sem. Contactus | Semita Sec. ad Bor. | | Tempus | Lat. | Long. | | |
| Mora Tranſitus | h 4, 58, 30 | h 1, 30, 20 | Centri Ingreſſus | h 4, 0, 2 | ° 13, 59, 15 | ° 225, 8, 21 | Mora tranſitus Centri | ° 2, 55, 46 |
| Menſura Eclipſeos | h 5 4 | h 1 46 | Centri Egreſſus | h 6, 55, 48 | ° 44, 55, 35 | ° 28, 28, 59 | | |

Cen-

Tom.VIII Supplem. Sect.VIII. Pag. 338.

Centro Penumbræ hærente ad punctum mediarum Tenebrarum, id eſt, in medio chordæ diſci telluris, in qua incedit, id quod accidit $5^h\ 27'\ 55''$, lat. $50°, 29'\ 25''$, Long. $284°\ 27'\ 2''$, axis Ellipτoidis Sphærici, ſeu figuræ ex interſectione ſuperficiei telluris & coni penumbroſi ortæ, qui eſt in plano per Solis Lunæ & Terræ centra vocetur *major*, & ejus portio ad Boream viæ centri ſita ſuperior, reliqua inferior: *axis* vero reliquus juxta viam centri atque adeo cum priore rectos faciens angulos, *transverſus*. Portionis Sup. extremum extra tellurem cadit, cum parte portionis ſuperioris, quæ eſt ad ſemidiametrum penumbræ ut 234 ad 1943: ut adeo in hac Eclipſi integer circulus penumbroſus non intret in diſcum verſus Boream: Portionis inferioris extremum ultra locum protenditur in tellure, cui ſol hoc momento eſt verticalis, parte portionis inferioris, quæ eſt ad ſemidiametrum Penumbræ ut 22. ad 1943. Ex dictis obtinetur, in loco, quem contingit extimum punctum portionis ſuperioris, quod in tellurem incidit, orientem Solem pati defectum maximum & quidem $1^d\ 28'$, eſſeque hunc limitem maximæ obſcurat. ad Boream: in loco vero, cui Sol eſt verticalis eodem momento temporis, Solem pati defectum maximum in vertice & quidem $0^d\ 8'$. Horum autem locorum poſitio habetur inter poſitiones locorum, quæ contingunt extremitates axium penumbræ ipſo momento mediarum tenebrarum ſupra indicato, in tabula ſequente. Ubi notandum, S. eſſe extremum extimum & ultimum portionis ſuperioris in axe majore, quod cadit in tellurem: I eſſe extremum inferioris portionis in eodem, protenſæ ultra locum cui Sol eſt verticalis & quem C voco, *a* eſt punctum antecedens axis transverſi, *p* ſubſequens ſeu poſterius in motu; *v* umbræ & penumbræ centrum: Sic ut *v*S, *v*I, portiones ſupra deſcriptas axis majoris, *va vp* ſemiſſes axis transverſi denotent, quas in partibus circ. max. hic adjeci.

Lat.

Tom. VIII Supplem. Sect. VIII. Pag. 339.

| | S | C | I | a | p |
|---|---|---|---|---|---|
| Lat. | 63° 35′ 6″ | 20° 31′ 49″ | 20° 11′ 54″ | 58° 21′ 30″ | 33° 54′ 18″ |
| Long. | 159° 35′ 29″ | 298° 31′ 15″ | 298° 37′ 45″ | 341° 26′ 13″ | 245° 3′ 34″ |
| | VS | VC | VI | Va | Vp |
| | 58° 2′ 55″ | 31° 57′ 5″ | 32° 17′ 55″ | 33° 11′ 10″ | 33° 11′ 10″ |

Ex his abunde determinari puto limites tenebrarum ſuper diſco, nec non figuram ſectionis penumbræ cum ſuperficie telluris hoc ipſo momento. Sed ut idem de umbra plena obtinerem, ad ſex diverſas centri Stationes, non ſine multo labore conſtruxi tabulam ſequentem. In hac literæ S J *ap* idem denotant reſpectu Ellipttoidis Sphærici umbroſi, quod paulo ante reſpectu penumbræ ſignificarunt; axibus ejus ſumtis ut ante in penumbra. Literæ vero majuſculæ in fronte ſic intelligendæ ſunt.

A. Axis majoris extremum inferius extus contingit in ingreſſu.
B. Extremum Superius ejuſdem tangit intus Umbra tota ingreſſa.
C. Umbræ centro verſante in puncto med. Tenebrarum.
D. Novilunii momento.
E. Centro verſante in plano circuli Decl. per Solem.
F. Centro tenente Latitudinem maximam.
G. Extremum ſuperius axis majoris tangit intus ad egreſſum.
H. Ejuſdem extremum inferius contingit extus umbra tota egreſſa.

Porro Literæ S, W.N, W.N, E.S, E angulis adjectæ quos comprehendunt axes majores cum meridianis locorum centri, declinationes portionum ſuperiorum oſtendunt, & idem notant, quod *Sud-Oueſt*, *Nord-Oueſt*, *Nord-Eſt*, *Sud-Eſt*, hoc autem loco innuunt, portiones illas juxta angulos definitos in tabula, declinare a meridie verſus occaſum, a ſeptentrione verſus occaſum & ita porro. Ex quo mutationem ſitus Ellipttoidis umbroſi reſpectu viæ centri in tranſitu ſupra tellurem deprehendere licet.

Tem-

| | | A | B | C | D | E | F | G | H |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Tempus in Obſerv. | 3h, 58′, 44″ | 4h, 1′, 21″ | 5h, 27′, 55″ | 5h, 33′, 3″ | 5h, 44′, 40″ | 6h, 22′, 3″ | 6h, 54′, 29″ | 6h, 57′, 6 |
| Axis Major | in partibus Circuli M. | 0, 0, 0 | 11°, 53′, 57″ | 1°, 27′, 4″ | 1°, 27′, 13″ | 1°, 28′, 42″ | 1°, 50′, 32″ | vide col. B | 0, 0, 0 |
| Axis Major | In Leucis maris & Hex. R. | 0, 0, 0 | 237; 2805 | 29; 63 | 29; 205 | 29; 1616 | 36; 2409 | vide col. B | 0, 0, 0 |
| Ax. M. Portio ſuper. | in part. Cir. M. | 0, 0, 0 | 8°, 24′, 26″ | 0°, 43′, 43″ | 0°, 43′, 47″ | 0°, 44′, 52″ | 0°, 55′, 46″ | vide col. B | 0, 0, 0 |
| Ax. M. Portio ſuper. | in Leuc. mar. & Hexap. Reg. | 0, 0, 0 | 168; 412 | 14; 1632 | 14; 1695 | 14; 2726 | 18; 1680 | vide col. B | 0, 0, 0 |
| Ax. M. Portio infer. | in part. C. M. | 0, 0, 0 | 3°, 29′, 31″ | 0°, 43′, 21″ | 0°, 43′, 26″ | 0°, 43′, 50″ | 0°, 54′, 46″ | vide col. B | 0, 0, 0 |
| Ax. M. Portio infer. | In L. M. & Hex. R. | 0, 0, 0 | 69; 2393 | 14; 1283 | 14; 1363 | 14; 1743 | 18; 729 | vide col. B | 0, 0, 0 |
| Axis Transv. | in part. C. M. | 0, 0, 0 | 8°, 10′, 5″ | 1°, 13′, 53″ | 1°, 13′, 49″ | 1°, 15′, 15″ | 1°, 33′, 40″ | vide col. B | 0, 0, 0 |
| Axis Transv. | in L. M. & Hex. R. | 0, 0, 0 | 163; 1030 | 24; 1791 | 24; 1727 | 25; 237 | 31; 634 | vide col. B | 0, 0, 0 |

| | | A | B | C | D | E | F | G | H |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Anguli Axium inter ſe | | 0, 0, 0, | 32, 20, 26 W. | 90. 0, 0 W.E | 84, 39, 35 E | 73, 0, 21 E | 45, 27, 51 E | 32, 20, 26 E | 0, 0, 0 |
| Arg. ax. maj. cum Mer. loc. Centri | | 0, 0, 0 | 71, 0, 55 SW. | 25, 30, 0 N.W. | 17, 46, 3 N.W | 0, 0, 0 | 55, 48, 39 N.E | 68, 16, 56 S.E | 0, 0, 0 |
| Locor. Centri | Lat. | 0, 0, 0 | 17, 14, 42 | 50, 29, 25 | 51, 41, 23 | 54, 7, 42 | 58, 25, 59 | 48, 56, 12 | 0, 0, 0 |
| | Long. | 0, 0, 0 | 232, 41, 57 | 284, 27, 2 | 287, 15, 39 | 294, 20, 0 | 326, 3, 29 | 17, 57, 32 | 0, 0, 0 |
| Locorum S | Lat | 0, 0, 0 | 14, 21, 0 | 51, 8, 47 | 52, 22, 4 | 54, 52, 34 | 58, 56, 47 | 45, 5, 49 | 0, 0, 0 |
| | Long. | 0, 0, 0 | 224, 39, 54 | 283, 57, 4 | 286, 54, 0 | 294, 20, 0 | 327, 36, 3 | 29, 5, 9 | 0, 0, 0 |
| Loc. J | Lat. | 13, 38, 2 | 18, 21, 2 | 49, 49, 14 | 51, 0, 0 | 53, 23, 52 | 57, 54, 42 | 50, 2, 30 | 44, 35, 47 |
| | Long. | 225, 36, 19 | 236, 20, 54 | 284, 56, 14 | 287, 36, 43 | 294, 20, 0 | 324, 38, 11 | 12, 53, 46 | 27, 53, 39 |
| Loc. a. | Lat. | 0, 0, 0 | 18, 30, 56 | 50, 44, 24 | 51, 55, 57 | 54, 20, 30 | 58, 21, 34 | 46, 35, 32 | 0, 0, 0 |
| | Long. | 0, 0, 0 | 235, 45, 40 | 285, 20, 7 | 288, 11, 18 | 295, 20, 1 | 327, 37, 54 | 24, 30, 43 | 0, 0, 0 |
| Loc. p. | Lat. | 0, 0, 0 | 15, 15, 22 | 50, 12, 39 | 51, 24, 49 | 53, 54, 37 | 58, 21, 41 | 50, 17, 2 | 0, 0, 0 |
| | Long. | 0, 0, 0 | 228, 5, 42 | 283, 35, 10 | 286, 22, 33 | 293, 19, 53 | 324, 39, 9 | 13, 46, 3 | 0, 0, 0 |

Tom.VIII Supplem. Sect.VIII. Pag. 342.

Ex præcedentibus concluditur mora Tranſitus a contactu externo ad externum adeoque Tranſitus integræ Umbræ plenæ $2^h\ 58'\ 22''$

ab interno ad internum, ideſt a momento, quo tota primum incidit in tellurem, ad momentum, quo tota in tellure moveri ceſſat $2^h\ 53'\ 8''$

Mora Tranſitus cujuslibet axis transverſi, ſeu centralis obſcurationis duratio $2'\ 13''$

Mora a contactu externo ad proximum internum in ingreſſu, & vice verſa in egreſſu, ideſt duratio ipſius ingreſſus vel egreſſus Umbræ $2'\ 37''$

*De diverſitate calculi R. P. de* REBEQUE *a ſupra determinatis.*

Omnis diverſitas calculi Rev. Patris & ſuperiorum Tabularum huc redit, & quantum per elementa calculi ab ipſo poſita judicare licet, ſequentibus innititur cauſis. Primo Longitudines mihi prodeunt majores, quod Dn. de la Hire ſecutus differentiam meridiani primi & Obſervatorii ſtatuam 20° 30′ ſeu $1^h\ 22'$, cum ipſe juxta Tabulas Geographicas Dn. de Lisle, quibus uſus eſt, aſſumat tantum 20°. Et quamvis propter novilunium ipſius duobus ſecundis citius meo, ipſius longitudines, hoc ſolo reſpectu, meis majores prodire deberent, tamen utriusque ratione habita prior diverſitas utpote fortior, in determinatione long. utique prævaluit.

Latitudines meæ ipſius aliquanto majores ſunt tam ante quam poſt novilunium, quod arguit latitudines Lunæ mea aliquanto minore uſum eſſe. Sed cum Lat. Lunæ non poſuerit, certi aliquid hac de re affirmare non poſſum. Interim ad maximam centri latitudinem diverſitas tam lat. quam long. inter nos maxima eſt. Juxta R. Patrem max. Latit. 58° 17′ Long. 322° 6′: Juxta me vero Lat. m. 58° 25′ 59″ Long. 326° 3′ 29″.

Propter centri motum ipſi aliquanto velociorem, ut ex differentia noviluniorum noſtrorum liquet, & propter latitudinem Lunæ Rev. Patri minorem viamque centri proinde centro diſci viciniorem, tempora ad ingreſſum ipſi neceſſario prodiere meis priora, ad egreſſum poſteriora: in primo caſu conſpirantibus differentiæ cauſis, in ſecundo prævalente fortiore. Sed differentiæ momentorum temporis ad lat. max. ex ipſius max. lat. & longitudinis congruentis differentia ſupra oſtenſa ſimul pendent.

Pag. 343.

Sed ſequentium differentiarum alia eſt ratio, neque in his tantum diverſitatis ineſſe poſſe mihi perſuaſerim, modo uterque noſtrum probe attenderit ad conditiones determinationum.

Rev.

Tom. VIII Supplem. Sect. VIII.

Rev. Pater figuram umbræ ſuper tellure ipſo novilunii momento pro circulo habet, adeoque acceptis axibus majore & transverſo ad id tempus æqualibus, diſtantiam utriusque limitis zonæ umbroſæ a via centri æqualem & tantam facit, quantus eſt dimidius axis transverſus, ipſi nempe 12 Leuc. maris cum 951 Hexapedis Regiis. Ego vero in tota hac Eclipſi figuram umbræ pro Ellipțoide Sphærico habeo, & quæ ad circulum accedat maxime in momento mediarum tenebrarum. Quum tamen figura Umbræ nec in hoc momento ſit circulus, ſed axem majorem transverſo habeat longiorem, & illum quidem juxta me 29 Leuc. M. 63 Hex. R. hunc 24 Leuc. M. 1719 Hex. Reg. ſit etiam ſuperior portio axis majoris 14 Leuc. M. 1632 Hex. R. inferior 14. L. M. 1283 Hex. R. neceſſe mihi fuit ex Geometriæ legibus portionem ſuperiorem accipere pro diſtantia limitis borealis Zonæ Umbroſæ a via centri, inferiorem pro diſtantia limitis auſtralis, adeoque illam hac aliquanto, utramque vero longe majorem ponere illa Rev....di Patris.

Geometria nos docet, ſi Sphæra ſecetur cono, figuram ſectionis circulum eſſe, ubi axis coni tranſit per centrum Sphæræ: in reliquis caſibus omnibus Ellipțoides Sphæricum. Ergo novilunium in nodo celebratum dat umbram circularem. Extra nodum ad diſtantiam quamvis circulus locum non habet. Deinde ſi axis coni moveatur in plano per centrum Sphæræ non tranſeunte, Ellipțoides Sphæricum axem majorem ſemper habebit in plano tranſeunte per axem coni & centrum Sphæræ, id eſt, in caſu umbræ Lunaris, per centra Solis Lunæ & Terræ: Axem majorem breviſſimum fore in maxima vicinia a centro Sphæræ, i. e. in puncto mediarum tenebrarum: in locis ab hoc puncto utrinque æqualiter remotis & axes omnes, & angulos ſub ipſas & totum Ellipțoides idem fore; latitudinem zonæ intra quam Pag. 344. cadunt omnes Ellipțoides in ſuperficie Sphæræ, axium majorum minimo, ſeu qui prodit ad punctum centro Sphæræ viciniſſimum, exacte æqualem eſſe; ſi conus verticem habeat infinite diſtantem, ideſt, ſi Cylindrus Sphæram ſecet; ſi valde diſtantem, quam proxime, nam re ipſa latitudo Zonæ in caſu veri coni continuo mutatur, & maxima eſt in puncto viciniſſimo, in æqualibus ab hoc diſtantiis utrinque eadem: unde in calculo particulari pro aliquo loco Aſtronomi corrigunt Semidiametrum penumbræ, pro altitudine Lunæ ſupra horizontem, & eadem ratione corrigenda eſt Semidiameter umbræ plenæ, quanquam inverſe, propter inverſionem conorum. Eadem Geometria nos docet, portionem axis majoris ſuperiorem ſeu quæ a centro averſa eſt, ſemper majorem eſſe portione inferiore ſeu quæ



Digitized by Google

Tom.VIII Supplem. Sect.VIII.

ad centrum Sphæræ dirigitur, rationem inter majorem & minorem portionem minimam eſſe, ubi axis coni verſatur in puncto centro Sphæræ viciniſſimo, in reliquis transeundo continuo variare, ſic tamen ut eadem ſit in locis a puncto viciniſſimo æque remotis: in caſu Cylindri limitem Zonæ ſuperiorem diſtare a via centri quantitate portionis ſuperioris axis majoris Elliptoidis, qualis eſt in puncto viciniſſimo: in caſu coni prælongi quam proxime; & eodem modo limitem Zonæ inferiorem diſtare a via centri quantitate portionis inferioris ejusdem axis. His rationibus innititur diſſenſus meus quoad figuram umbræ in tellurem projectæ, quoad latitudinem Zonæ umbroſæ, & diſtantias utriusque limitis ejus a via centri; unde ſpes eſt Reverendum Patrem ſupra a me poſitas menſuras non improbaturum.

Unicum ſupereſt, de quo paucis dicendum. Extendit Reverendus Pater limites Eclipſeos verſus auſtrum usque ad fluvium Amazonum, quæ extenſio & a meis & a Rev. Patris reliquis numeris pluribus gradibus differt. Quanquam enim latitudinem centri penumbræ ad momentum mediarum tenebrarum nullibi ponat, judicare tamen licet de ea ex latitudine centri ad momentum novilunii, quæ ipſi eſt 51° 36′, mihi 51° 41′ 23″, & a qua latitudo ad mom. med. ten. non poteſt differre $1\frac{1}{2}$ gradu juxta ipſos calculos Rev. Patris. Poſita igitur latitudine centri ad illud
Pag. 345. momentum 50° 6′, quam tamen calculum Rev. Patris etiam majorem daturum, certum eſt, & ſubducta Semidiametro Penumbræ Rev. Patris 32° 26′, prodit 17° 40′ Lat. Borealis pro loco quem attingit margo penumbræ infra centrum maxime depreſſa. Ex meis autem calculis, cui Semidiameter Penumbræ eſt 32° 17′ 55″ & Lat. Centri momento med. Tenebrar. 50° 29′ 25″, habetur 18° 11′ 30″; Semidiameter inquam, quæ eſt portio inferior axis majoris Elliptoidis Penumbræ; nam quæ ſupra de Umbra dixi, etiam valent de Penumbra; unde perſpici poteſt, latitudinem prodituram adhuc majorem, ſi ſumta fuerit ſemidiameter infra centrum directe a Polo extenſa, quippe præcedente in partibus Circuli longe minor.

ANIMAD-

Digitized by Google

Tom. VIII Supplem Sect. IX. Pag. 373.

# ANIMADVERSIONES

## IN VIRI CELEB. J. HERMANNI

Solutionem propriam duorum problematum Geometricorum ab Ipſo propoſitorum, editam in Actis Erud. 1723. menſ. April.

*Et communicatio Methodi Curvas inveniendi Algebraicas indefinite non quadrabiles, habentes tamen datum numerum ſpatiorum abſolute quadrabilium; Per* NICOLAUM BERNOULLI, *Joh. Fil. J. V. L. & Prof.*

§. 1.

NOn mediocrem percepi voluptatem ex lectione ſchediaſmatis Hermanniani Actis Erud. inſerti menſ. April. 1723. Ubi celeberrimus Autor erudite diſſerit de duobus problematibus, jam ante complures annos a ſe propoſitis; ſuas inſimul ſolutiones eorum communicat: quæ, fateor, Solutoris ſagacitatem & ingenium abunde teſtantur.

§. 2. Vellem nunc otium mihi ſuppeteret, quo in hanc utriusque problematis materiam de novo accuratius inſpicere, atque doctiſſimas celeb. Hermanni meditationes, propterea, quod ad me ſpeciatim ſpectant, pro dignitate expendere & hinc aliquid in ſcientiæ incrementum producere poſſem. Sed poſtquam in Illuſtri Bernenſium Lycæo Jura publice docendi provinciam nactus, potiſſimam & temporis & ſtudii mei partem eo dirigere debeo, ut ſpartam illam pro viribus exornem; vix mihi ſupereſt aliquid, quod ad excolenda Mathemata, quantumcunque ea in deliciis habeam, impendere liceat. Quare mihi condonatum iri, confido, ſi rudi, quod ajunt, Minerva exponam, quæ in elegantiſſima Cl. Hermanni diſſertatione, fugitivo licet oculo, annotavi, amicæ reſponſioni tum & neceſſariæ inſtructioni inſervientia.

§. 3. Anno 1719. propoſuit Vir celeb. duo problemata, primo privatim, dein etiam publice in Actis Lipſ. ejusdem anni M. Auguſt. p. 653. In priori horum binorum problematum petebatur Curva, cujus area ſeu $\int y\,dx$ ſit $= axy + bx^c y^e$, ubi $a$ & $b$ ſuppo-

Tom.VIII Supplem. Sect. IX. ſupponuntur numeri & quantitates conſtantes, ut $c$ & $e$ exponentes conſtantes qualeſcunque, ſumptis interim $x$ & $y$ pro coordinatis curvæ quæſitæ. Hujus problematis ſolutiones varias, eaſque perfectiſſimas exhibui in Actis anni ſequentis 1720. M. Junio; in quibus Cl. Proponens nihil, quod ad ulteriorem perfectionem deſideraret, invenit; quamvis ad quædam reſpondeat, Pag. 374. quæ in modo proponendi non recte quadrare monuimus; de his autem deinceps agemus.

§. 4. Alterum problema Hermannianum prout extat in Actis 1719. p. 653. exigebat duntaxat, *curvas algebraicas indefinite non rectificabiles, quæ tamen unum, duos, vel quot libuerit, arcus habeant abſolute rectificabiles*, omiſſa nimirum illa altera conditione, qua paulo ante petierant in privatis ad Monmortium literis, ut curvæ quæſitæ rectificatio indefinita dependeret a quadratura cujuscunque alterius curvæ datæ; ex conditionis hujus omiſſione, item ex characterum diverſitate, quibus ambo hæc problemata expreſſa ſiſtuntur. Præſertim etiam ex eo, quod in propoſitione primi problematis aperte indicat, ſe ejus ſolutionem habere, de altero vero nihil prorſus inſinuat ſe ſolutionis compotem eſſe; ex his, inquam, conjectandum erat, Cel. problematum Autorem hoc poſterius tum temporis, cum proponeret, nondum a ſe ſolutum habuiſſe, quæ conjectura poſtmodum in rem certam abiit, cum ante ſeſquiannum circiter epiſtolas ad Patrem meum ſcriptas perluſtrando inciderem in aliquam ab acutiſſimo Hermanno exaratam eodem anno, quo Problemata ſua privatim & publice proponebat. In illa enim epiſtola inveni verba ſequentia; *Curioſum eſſet Problema, ſi quis inveniret Curvas indefinite non rectificabiles, quæ tamen, quot libuerit, arcus habeant abſolute rectificabiles; imo hoc problema curioſum magis evaderet, ſi curvæ algebraicæ hac indole præditæ inveſtigarentur, nec difficultate carere videtur, etſi fortaſſe ſolutu non eſt prorſus impoſſibile.*

§. 5. Meminerit igitur Vir Cl. cum diſtingueret duo illa problemata typorum varietate, id ſe non ideo feciſſe, quod putaret, poſterius priori multo eſſe difficilius, ſicuti innuit p. 241 ſed potiſſimum, quod ſolutionem poſterioris ipſe nondum habuerit. Hoc non moneo, ut exprobrem infirmitatem, ſed ut meam excuſem, quam iteratis vicibus mihi objectat, identidem inculcans, me falſum eſſe, quod ejus ſolutio mihi non fuerit in poteſtate, ſumpto ſcilicet problemate in eo ſenſu, quo in literis ad Monmortium concipiebatur. Quid enim mirum, me in ſublimiori Geometria, tum temporis præſertim, novitium non ſolviſſe aliquod problema, quod mihi non fidens, ne tentaveram qui-

quidem, cum ipſe ejus Autor Geometra certe veteranus, cujus intererat, ſuo problemati acriter inſudare, rem tamen infectam reliquerit, remota licet difficiliori problematis conditione, quam exigebat in præfatis literis ad Monmortium. Tom. VIII Supplem. Sect. IX. Pag. 375.

§. 6. Quæ cum ita ſint, non puto me aliquid ſcripſiſſe, quod non quadret, quando dixi, neminem mortalium ſolviſſe illud problema, imo ne quidem faciliorem ejus partem; nam tum revera nemo ſolverat. Addidi, fateor, mihi perſuaſum eſſe, a nemine unquam ſolutum iri, in eo nempe ſenſu, quo poſtulabatur, ut curva quæſita dependeret a quadratura cujuſcunque alterius curvæ datæ. Gauderem profecto ſi me in opinione mea omnino deceptum viderem, per illa, quæ Cel. Hermannus, poſt aliquot annorum decurſum, hac ſuper re tandem invenit & communicavit; nam nihil gratius mihi contingere poteſt, quam ſi a Viris ingenioſis aliquid præſtatur, quod ſpem atque opinionem meam ſuperat: præſtitit ſane multum Vir laudatus, reducendo quadraturam tranſcendentem primi gradus quamlibet ad extenſionem curvæ alicujus algebraicæ, quo nomine non exiguum laudis augmentum meruit. Permittat autem, ut dicam, mirum quantum adhuc abeſſe, quo minus dederit ſolutionem, quam *a nemine mortalium* expectari poſſe intelligebam. Obſervo namque, methodum ejus extendi tantum ad quadraturas tranſcendentes primi gradus, nullius omnino utilitatis pro tranſcendentibus ulteriorum graduum; deinde hoc quoque animadverto, quod inter curvam algebraicam, quam ſua methodo invenit, & quadraturam propoſitam tranſcendentem primi gradus, non adſit perfectiſſima, quam ſubintelligebam, dependentia vel connexio, in eo conſiſtens, ut Curvæ quæſitæ arcus ſine admixtione linearum rectarum ſint proportionales partibus areæ propoſitæ. Si Vir Cl. methodum ſuam ad hunc perfectionis gradum perducturus eſt, tum ſane ingenue profitebor, ab eo præſtitum fore, quod nemini mortalium poſſibile cenſebam & etiamnum cenſeo. Peto ex. gr. curvas algebraicas A, B, C, &c. ita ut arcus primæ A, ſint proportionales logarithmis abſciſſatum ipſis arcubus reſpondentium; arcus ſecundæ B, proportionales logarithmis-logarithmorum; arcus tertiæ C proportionales, Pag. 376. logarithmis-logarith-logarithmorum & ita porro.

§. 7. Hoc interim monitum volo; quando dixi, ſolutionem hujus problematis, in præmemorato ſenſu ſumpti, *non eſſe in noſtra poteſtate*, patet utique, ſi conferatur cum præcedentibus & conſequentibus, me hic loquutum fuiſſe de me ſolo, etſi in numero plurali, quod præſertim linguæ Latinæ genius facile permittit, & qua licentia ipſe Cel. Hermannus in ſuo Schediaſmate

& alibi

Tom.VIII Supplem. Sect. IX. & alibi ſæpiſſime utitur. Neſcio itaque, cur Vir Cl. quod de me tantum intelligebam, nullius præterea mentione facta, id de pluribus Bernoulliis dictum eſſe interpretetur, atque omni cura id agat, ut Lectori perſuadeat, de pluribus intelligendum eſſe, quod non niſi ad me referebam. Etenim in eadem pagina 242. bis idem ſollicite injungit; ſub initium paginæ *Ab illo multum*, inquit, *præſtari judicant Cel. Bernoullii, qui vel partem tantum ſolveret problematis*. Deinde ſub finem ejusdem hæc habet: *Quid dicent aut ſentient Sagaciſſimi Viri, ſi ſolutionem mei ſecundi problematis eo ſtrictiſſime ſenſu ſumti, quo non modo ſibi ſed reliquis mortalibus omnibus inſolubile & impervium crediderunt, exhibuero?* Pag. 248. finem verſus, *Atque hoc ipſum eſt*, ingeminat, *quo Cl. Bernoullii multum præſtitum iri judicant*. Sed non addit rationem, cur plures complicet Bernoullios, nec exprimit, quinam illi ſint. An aliquid ſiniſtri lateat ſub affectata hac repetitione, quod nimirum majus pretium mereibus ſuis conciliari crederet, ſi ſollicite moneat, eas in plurium aliorum officinis non reperiri, de eo judicent alii. Ego quidem ſancte affirmo, me nullum alium noviſſe Bernoullium, qui huic problemati tum temporis multum incubuerit, nedum qui dixerit, id ſibi inſolubile & impervium fuiſſe. Quo autem ſenſu illud nemini poſſibile pronunciaverim, jam expoſui in §. præced. Unde quamdiu illud in eo ſenſu non eſt ſoluturus Cl. Problematis Autor, contendere non poteſt, ſe aliquid præſtitiſſe, quod tanquam impoſſibile conſiderabam, etiamſi ceterum ſint pulchra, quæ elapſis quatuor annis poſt problematis ſui promulgationem demum exhibuit; quibus utique docuit, quomodo determinanda ſit curva algebraica, cujus indefinita rectificatio utcunque dependeat a Curvæ datæ algebraicæ quadratura.
Pag. 377.

§. 8. Si verum eſt, quod dicit Vir Cl. circa medium Paginæ 242, ſe jam *pluries* problemata a Geometris in publicum miſſa ſoluta dediſſe; ex adverſo fatebitur, opinor, ſe plura quoque eorum intacta & inſoluta reliquiſſe. Exemplum unum alterumve tantum ut referam, expectamus ab eo hodienum ſolutionem Problematis Riccatiani de Separatione Indeterminatarum propoſiti in Actor. Suppl. Tom. VIII Sect. II p. 351, quod a Bernoulliis ſolutum eſſe cognoſcere poteſt ex ſubnexo fratris mei Schediasmate pag. 351. Problema egregium ab Anglo quodam Anonymo propoſitum de invenienda curva algebraica omnium poſſibilium ſimpliciſſima, quæ ſe ipſam in ſitu inverſo poſitam & hine inde motu parallelo delatam in angulo dato conſtanter ſecat, ſolutum quidem a Patre meo extat, ſub anagrammate latens, vid.

vid. Act. 1723 Menſ. Febr. pag. 227. Sed nullam ejus ſolutionem Hermannianam videre hactenus licuit, quamvis alias in hanc materiam de Trajectoriis reciprocis, ſe etiam miſcuerit. Quod vero attinet ad Problema propoſitum in Actis 1720 pag. 33. ubi petuntur *innumerabiles curvæ algebraicæ, quarum ſingularum rectificatio indefinita dependeat a rectificatione cujuscumque curvæ datæ algebraicæ, licet algebraice non rectificabilis, quæ ſingulæ nihilominus habeant arcus innumeros algebraice rectificabiles*. Miror Celeber. Hermannum de hoc problemate ita loquentem p. 248 §. XI, quaſi ejus ſolutio contineretur in eo, quod dedit §. VIII, cum tamen, quod hic dedit, toto cœlo differat ab eo, quod dare debuiſſet. Nam problema noſtrum poſcit Curvam algebraicam indefinite non rectificabilem, habentem tamen arcus algebraice rectificabiles numero (NB) infinitos: verum curva, quam invenit Vir ſagaciſs. per ſuum §. VIII, non habet infinitos arcus rectificabiles, ſed tot tantum, quot ſunt radices reales in æquatione, quam profert pag. 247, $1 + a - bx + cxx - ex^3 +$ &c. $= 0$. Quarum utique radicum numerus non poteſt eſſe infinitus, ſecus enim æquatio non foret algebraica. Donec igitur aliam dederit ſolutionem, quæ conditioni primariæ arcuum numero infinitorum ſatisfaciat, ægre ferre non poteſt, ſi dicimus, propoſitum problema ab eo nequaquam eſſe enodatum.

Tom. VIII Supplem. Sect. IX.

Pag. 375.

§. 9. Redeo ad partem eam ſecundi problematis Hermanniani qua quæritur curva, connexionem habens cum quadratura curvæ alicujus propoſitæ; vidimus Virum Clariſs. *Nondum dediſſe ſolutionem problematis eo ſtrictiſſime ſenſu ſumti, quo non modo mihi ſed reliquis mortalibus omnibus inſolubile & impervium credidi*, & adhuc dum credo; quod reſponſi loco dare volui ad interrogationem, quam non ſine aliqua inſultatione dirigit ad *Viros*, quos vocat *Sagaciſſimos* pag. 242 in fine; *quid dicent*, inquit, *aut ſentient Sagaciſſimi Viri - - - an non aliquid ſi non multum præſtitero?* Pag. ſeq. 243 repetit problema, *ad cujus ſolutionem* aſſerit, *unicam patere viam, extra quam fruſtraneus ceſſurus ſit omnis conatus*; hæc via conſiſtit in Theoria inclinationis rectarum ad lineas curvas & in natura evolutionis curvarum; huncque modum utut alienum & peregrinum vocat *facilem, planum & evidentem*. Sed liceat nunc mihi viciſſim interrogare; quid dicet *Vir Sagaciſſimus*, ſi quod audio, Parens meus aliam tradiderit viam directam & genuinam, nulla inclinatione rectarum, nulla evolutione curvarum nixam, quæ ad quadraturas tranſcendentes non primi tantum gradus ſed ad alias

Tom.VIII Supplem. Sect. IX. cujuscumque gradus tranſcendentes applicabilis eſt, ad cujus inventionem non quadriennio opus habuit? Statim quippe ut vidit, quo ſenſu ſumpſerit Vir Clariſs. dependentiam rectificationis quæſitæ a quadratura curvæ propoſitæ, id ſibi negotii dedit, ut aliam & naturalem indagaret methodum, quam etiam ſine diuturno labore invenit, licet eam citra hanc occaſionem fortaſſis numquam quæſiviſſet, quod moneo, ut æquius judicare diſcamus, de illo, qui aliquid non invenit, ideo tantum, quia numquam quæſivit; aliud quippe eſt *non inveniſſe*, aliud *invenire non potuiſſe*.

§. 10. Solent nonnulli, ut inventis ſuis majorem ſplendorem concilient, operoſas demonſtrationes nectere, rerum, quæ ſunt vel levioris momenti vel jam alibi demonſtratæ. Exempla aliquot habemus in hoc ipſo, quod diſſerendi materiam nobis præbet, ſchediaſmate; ecce ea pag. 243. Lemma primum, quod pompoſe ſolvitur, potuiſſet ſimpliciter ſupponi, tanquam res dudum cognita & tritiſſima: nihil enim eſt aliud, quam propoſitio converſa ejus quæ habetur in *Analyſi infinite parvorum* pag. 78. Ita pariter veritas Lemmatis ſecundi pag. 245 nulla de-
Pag. 379. monſtratione opus habet, patet enim ex ipſa figuræ inſpectione; eoque magis, quod id ipſum jam extat in *Analyſ. Infinit. parvor.* pag. 92 applicatum ad corollarium 1 pag. 104. Quod deinde peracta demonſtratione monet Clariſs. Schediaſmatis Autor, *potuiſſe* ſcilicet *hoc idem ex natura evolutionis curvæ propoſitæ deduci, ſed ſe maluiſſe demonſtrationem ex Geometria elementari petere, quam longius conquiſita principia accerſere;* non videtur attendere, niſi forſan diſſimulet ipſam quam facit demonſtrationem ſupponere tacite evolutionis naturam; utpote qua leviter conſiderata res ipſa, ut dixi, ſponte in oculos incurrit; & ſane quævis alia demonſtratio potius dicenda eſſet longius conquiſita. Interim Virum Celeber. alienum puto ab illorum more, qui in quibuslibet minutiis myſteria quærunt, admirationem & auram popularem captantes.

§. 11. Unum tamen eſt quod præterire non poſſum, quin Virum Celeb. qui feliciſſima alioquin pollet memoria, meminiſſe faciam inventi alicujus jamdudum alibi extantis, quod nunc ex oblivione, ut credo, veluti rem oppido novam ſibi vindicat; id monitum volo, ne malevoli anſam captent, pro plagio interpretandi, quod nullo ſtudio factum eſſe reor. Loquor de formula illa $r = xdx : mdx + xdm$, quam pag. 244. l. antepen. dicit *ſuggerere canonem plane novum* pro radio evolutæ inveniendo in Curvis, quarum applicatæ in polum convergunt, quem canonem poſtea

poſtea immediate, ut memorabile quid, verbis diſtinctis exprimit. Eum autem plane nihil novi eſſe, intelliget, ſi in mentem ſibi revocare dignabitur, quod reperire eſt in *Analyſ. Infin. parv.* pag. 79 l. a, ubi eadem omnino formula, ſub aliis tantum literis, traditur; nempe hæc (poſito conſtanti Elemento curvæ) $MC = ydydu : dxdy + yddx$; in qua lineæ & literæ MC, $y$, $dy$, $du$, $dx$, $ddx$, idem prorſus ſignificant, quod Clariſs. Hermanno ſuæ, $r$, $x$, $dx$, $ds$, $mds$, $dmds$, ita ut his ſcriptis pro illis in formula ex *Analyſ. Infin. parv.* deſumta hæc ipſa, $MC = ydydu : dxdy + yddx$, ſine ulla alia operatione migret ſponte in formulam Hermannianam $r = xdxds : mdsdx + xdmds = xdx : mdx + xdm$. Tom. VIII Supplem. Sect. IX. Pag. 380.

§. 12. Neſcio an fortaſſis aliquam novitatis gratiam in eo conſiſtere velit, quod ad vitandum differentio-differentiale $ddx$ poſuerit $mds$ pro $dx$ ſeu BD; ſed neque hoc inuſitati quid eſt, idem cum & a Patre meo jam olim adbibitum fuerit, vid. Act. Lipſ. 1701 pag. 11, ubi ſine longo verborum circuitu tanquam rem levem atque vix animadverſione dignam exponit, demonſtrans radium oſculi in curvis ubi applicatæ ſunt parallelæ, exprimi per differentiales primas nempe $r = dt^3 : dy^2 du$, poſito curvæ elemento $= dt$, & curvæ æquatione $dx = udy$. Verum ex ſola literarum ſignificatione percipitur iſtud $dt^3 : dy^2 du$, idem eſſe cum Hermanniano $dx : dm$, neque hoc ſimplicius cenſendum, quia ſimplicibus literis exprimitur: unica enim litera $m$, quæ denotat rationem inter BD & B$b$, reapſe duos complectitur terminos, qui a Parente meo ſejunctim ſunt denominati. Unde in praxi inveniendorum radiorum evolutæ pro omnis generis Curvis ambæ formulæ eadem operatione opus habent, neque adeo majori labori parcitur per unam, quam per alteram. Sed piget diutius immorari hiſce trivialibus; ſunt enim trivialia, quæ a longo jam tempore ſunt pervagatiſſima.

§. 13. Ordo nunc poſtulat, ut aliquid dicam de modo conſtruendi curvas algebraicas indefinite irrectificabiles, quæ tamen habeant tot, quot libuerit, arcus algebraice rectificabiles. Patet utique ſuppoſita reductione quadraturæ cujuſcumque propoſitæ ad rectificationem curvæ algebraicæ, problema ſecundum Hermannianum, ſicuti in Actis 1719 pag. 653 extat, ex hoc altero pendere problemate, jam olim Patrem inter alioſque agitato, *Invenire curvam algebraicam indefinite inquadrabilem, quæ tamen ſpatia habeat, quot libuerit, quadrabilia.* Hujus quæſtionis ſolutionem aliquam, datam a Clariſs. Hermanno in literis



Digitized by Google

Tom.VIII Supplem. Sect. IX. ad Patrem meum ſcriptis 4 Septemb. 1716, huc refero, quæ ita ſonat: *Poſita abſciſſa* x, *ordinata* y, *erit æquatio generalis curvæ quæſitæ* $y = z + \theta u$, *ubi* z *eſt quantitas data per* x *&* *conſtantes &*, t, *ſimilis quantitas, ſed data per* u *& eaſdem conſtantes ac denique* Pag. 381. $\theta = dt : dx$ *& poſita, ut libet,* $x^{m+1} + ax^{m} + bx^{m-1} + cx^{m-2} + \&c. - u = 0$, *Curva iſta tot ſpatia quadrabilia habebit, quot ſunt radices reales & veræ hujus æquationis* $x^{m} + ax^{m-1} + bx^{m-2} + \&c. - t = 0$.

§. 14. Hæc vero ſolutio cum non ſatis naturalis Parenti viſa eſſet, utpote differentialibus præter neceſſitatem innixa, communicavit aliam concinniorem in reſponſionem ad Clariſs. Hermannum d. 12 Decembr. 1716, his verbis: *Ecce hujus problematis ſolutionem meam generalem & facilem ex pluribus unam nullis differentialibus expreſſam: ſit abſciſſa* x, *ordinata* y *erit æquatio generalis curvæ quæſitæ* $y = z + \sqrt[p]{(ax^{m} + bx^{m-1} + cx^{m-2} + \&c. \ldots + h)}$, *ubi* z *eſt quantitas data per* x *& conſtantes ope hujus æquationis* $x^{p} - az^{m} - bz^{m-1} - cz^{m-2} \ldots - h = 0$. *Curva iſta tot gaudet ſpatiis quadrabilibus, quot ſunt radices reales & veræ in hac æquatione* $x^{p} - az^{m} - bz^{m-1} - cz^{m-2} \ldots - h = 0$. *Demonſtrationem ejus facile ipſe erues, ſi quid attentionis adhibere libuerit.*

§. 15. Ex ſubſequentibus interim litteris Clariſs. Hermanni intelligens Pater, mentem ſuam ab ipſo non recte eſſe perceptam, conſtituit pro ea qua eſt facilitate in communicandis inventis ſuis Viro Clariſs. aperire methodi ſuæ fontem, ipſamque adeo analyſin; id quod præſtitit in litteris ad Celeb. Hermannum exaratis medio anni 1718. ex quibus, quæ huc ſpectant, tranſcribo:

### *Joh. Bernoulli Methodus inveniendi curvas algebraicas indefinite non quadrabiles, quæ tamen admittant ſpatia abſolute quadrabilia quotquot libuerit.*

Tab.III. Fig. 1. „ Sint duæ rectæ ſive invicem normales AK, AG; & ſuper „ AK tanquam axe deſcripta ſit curva algebraica AFBCD, ejus „ naturæ ut abſciſſa AH exiſtente $x$ applicata HB, ſit $= \sqrt[p]{(ax^{m}}$ „ $+ bx^{m-1} + \cdots + b)$, occurret hæc curva, ut liquet, rectæ AD „ angulum GAK biſecanti in tot punctis C, D, &c. quot ſunt „ radices impoſſibiles in hac æquatione $x^{p} - ax^{m} - bx^{m-1} - cx^{m-2} \ldots$ „ $- b = 0$ (intelligo per $m$ & $p$, numeros ad lubitum aſſumptos.) „ Jam in recta AG ſumantur partes AE ipſis AH æquales & ad ſin-

Tom. VIII Supplem. Sect. IX. Pag. 382.

„ ſingulas applicentur EF ipſi AK parallelæ, quæ vocentur $z$.
„ Quo peracto fiat ſuper axe AK nova curva algebraica ALMN,
„ cujus applicatæ HL, quæ dicantur $y$, ſint æquales aggregato
„ ex BH & EF ſimul; unde per ejus naturam hæc emerget æ-
„ quatio $y = z + \sqrt[p]{(ax^m + bx^{m-1} + cx^{m-2} \ldots + b)}$; dico hanc
„ curvam ſatisfacere quæſito. Nam ex ejus conſtructione ſequi-
„ tur ſpatium AHL æquari aggregato AHB & AEF, hoc eſt
„ mixtilineo AEFBH; hoc vero mixtilineum, abeunte pun-
„ cto H in punctum I vel K vel &c. patet degenerare in qua-
„ dratum rectæ AI vel in quadratum rectæ AK vel &c. Ergo
„ Curva algebraica ALMN talis eſt, ut ejus area indefinita
„ ALH ſit inquadrabilis (ſuppono enim numeros $p$ & $m$, quam-
„ vis integros & affirmativos, facere tamen, ut quantitas $dx \sqrt[p]{}$
„ $(ax^m + bx^{m-1} + cx^{m-2} \ldots + b)$ non ſit integrabilis) ſed quæ in-
„ terim tot habeat areas quadrabiles AIM, AKN, &c. quot li-
„ buerit, ex quot nempe radicibus poſſibilibus componere pla-
„ cuerit æquationem $x^p - ax^m - bx^{m-1} - cx^{m-2} \ldots - b = 0$. Quod
„ autem tandem $z$ detur in $x$ per hanc æquationem $x^p - az^m$
„ $- bz^{m-1} - cz^{m-2} \ldots - b = 0$, liquet ex eo, quod per naturam cur-
„ væ ABCD abſciſſa $z$ exiſtente $=$ EF, applicata ſit $= \sqrt[p]{(az^m}$
„ $+ bz^{m-1} + cz^{m-2} \ldots + b) =$ AE $=$ (per conſtr.) $= x$. Elevan-
„ do utrumque membrum ad potentiam $p$, & reducendo omnia
„ ad unam partem provenit dicta æquatio $x^p - az^m - bz^{m-1}$
„ $- cz^{m-2} \ldots - b = 0$. pro determinatione valoris ipſius $z$ in $x$.
„ Quæ omnia erant facienda & demonſtranda.

*Schol. 1.*

„ Si AE accipiatur æqualis multiplo ſubmultiplove cuilibet
„ ipſius AH, ita ſcilicet ut AE ſit $= nx$: & deinde recta AD ſe-
„ cet angulum GAK ut tangens anguli DAK ſit ad ſinum to-
„ tum ut $n$ ad 1; ceteraque conſtruantur ut ante, orietur alia
„ curva ALMN, quæ pro diverſitate numeri $n$ infinitis modis va-
„ riatur, ſemper tamen gaudens ſpatiis quadrabilibus AIM, AKN
„ &c. quorum tot erunt, quot ſunt radices poſſibiles in hac æqua-
„ tione $n^p x^p = ax^m + bx^{m-1} + cx^{m-2} \ldots + b$. Notetur autem, fa-
„ ciendam jam eſſe HL $=$ BH $+ n$FE; unde æquatio naturam
„ curvæ ALMN exprimens erit hæc $y = nz + \sqrt[p]{(ax^m + bx^{m-1}}$
„ $+ cx^{m-2} \ldots - xb)$ ubi $z$ datur in $x$ per hanc alteram $n^p x^p - az^m$
„ $- bz^{m-1} - cz^{m-2} \ldots - b = 0$. „

*Schol.*

Tom. VIII Supplem. Sect. IX. Pag. 383.

*Schol.* 2.

„ Poſſunt hæ ſolutiones infinities generaliores reddi, ſi nempe pro AF ſumatur functio quælibet ipſius AH, & loco rectæ ACD adhibeatur Curva, cujus applicatæ exprimant ſimiles functiones ſuarum reſpective abſciſſarum. Fiat ex. gr.

„ $AE = \sqrt{\alpha \times AH}$ ſumaturque $HL = BH + \frac{\alpha}{2AE} \times EF$; Pro recta ACD ſubſtituatur parabola ſuper axe AK, cujus parameter $= \alpha$. Secabit hæc parabola curvam AFBCD in tot punctis C, D, &c. quot ſunt radices poſſibiles in hac æquatione $\alpha^p x^p = (ax^m + bx^{m-1} + cx^{m-2} \ldots + b)^2$; Curva proin ALMN totidem habebit areus quadrabiles AIM, AKN &c. Datur vero EF ſeu $z$ in $x$ per hanc æquationem $\alpha^p x^p = (az^m + bz^{m-1} + cz^{m-2} \ldots + b)^2$. Suppetunt alii adhuc ſolvendi modi, ſed de his ſatis. „

Tab. III. Fig. 2. §. 16. Quandoquidem pro recta ACD aſſumere licet curvam quamlibet: poſſumus viciſſim curvam ABCSDT ſupponere tanquam datam & quærere priorem, ita ut conſtruendo ALMN non tantum indefinite ſit inquadrabilis & habeat partes quadrabiles numero datas, ſed cujus inſuper indefinita quadratura dependeat a quadratura curvæ propoſitæ, quod ſic demonſtratur. Sit curva propoſita quæcumque AFBSDT, cujus axes conjugati ad ſe invicem normales AV, AG; per verticem A & puncta quotcumque C, D, &c. in illa ad libitum aſſumta deſcribatur curva qualiscumque algebraica ex. gr. ex genere Parabolarum AOCPDR, id quod fieri poteſt per lemma Newtonianum, vid. *Princip. Philoſoph. Nat. pag.* 446 *edit. ſec.* ejusque *Methodum*, quam vocat, *Differentialem prop.* 3 & 4 Per quodvis hujus curvæ punctum O ductis & productis, ſi opus, applicatis HO, EO, quæ propoſitam ſecent in B & F ductaque tangente OQ, accipiatur quarta proportionalis ad HQ, HO, & EF, quæ vocetur L, conſtituatur denique applicata HL, æqualis HB + L: hoc ſi fiat pro ſingulis punctis O, orietur nova curva ALMN, cujus area quælibet ALH = AFBH + AFE = mixtilineo BFEAH, ac proin dependebit a quadratura curvæ propoſitæ ABCSDT, ſed ſimul

Pag. 384. etiam habebit partes numero datas abſolute quadrabiles, nam cadente puncto O in C vel in D &c. mixtilineum illud mutabitur in rectangulum AI × IC vel in rectang. AK × KD &c. Area vero ALH fit area AMI vel ANK &c. quæ ſingulæ per con-

conſequens admittunt quadraturam abſolutam: ut & zonæ inter ſingulas, qualis eſt MIKN, quæ etiam ſunt quadrabiles. Q. E. D. Tom. VIII Supplem. Sect. IX.

§. 17. His quidem volui methodum a Parente traditam illuſtrare, eujus me eo minus pœnitebit, quod video, eam usque adeo placuiſse acutiſſimo Hermanno, ut ſuam, quam ſupra §. 13 ex literis ejus produxi, deſeruerit, & nunc Paterna utatur, uti liquet ex Schediaſmate ejus, de quo hic agitur, pag. 247 art. VIII, modum enim ibi uſurpatum, nihil plane in eſſentialibus diſcrepare ab allata ex literis paternis methodo cognoſcet, qui alteram cum altera conferre voluerit.

§. 18. Rationem illam, quam pag. 248 art. X adducit Vir Cl. ad perſuadendum, ſolutionem ſuam infinitas curvas ſuppeditare, quia nempe in locum Directricis rectæ AP potuiſſet innumeras diverſas curvas adſciſcere, & quæ in eam rem dicit alia, non ſufficere omnino mihi videntur; ex iis enim admodum patet, mutata directione neceſſario aliam curvam EF a priori diverſam prodire; ſiquidem conſtat, unam eandemque curvam infinitarum curvarum diverſiſſimarum eſſe evolutam; ejusque tangentes ab infinitis aliis lineis directricibus tam rectis quam curvis trajici poſſe.

§. 19. Quod reliquum eſt, aliquid dicere habeo de Problemate, quod Clariſs. Hermannus pag. 248 art. XI huic materiæ ſubnectit, his verbis. *Datis quotcumque curvis algebraicis* A, B, C, *&c. communem abſciſſam* x *habentibus, invenire curvam algebraicam* z, *ita ut* $z = A + B + C +$ *&c.* + *quantitate data ita ut hæc data etiam poſſit eſſe* $= 0$; quod ſua methodo ſolvi poſſe affirmat; ſed non addit, quid hic proprie intelligendum per *quantitatem datam*, an intelligi debeat indefinite quævis quantitas dabilis, quam quis proponeret ante ſolutionem problematis, aut tantum ea, quam ſolutio monſtraret, quæ utique quantitas caſualiter poteſt eſſe $= 0$: ſicuti revera evenit ut $\int p dx - z +$ quantitate data, ſed *data* ex conſtructione, non *data* ex ſuppoſitione. Melius feciſſet, ſi rem exemplo illuſtraſſet. Det verb. gr. curvam algebraicam Z, quæ ſola æqualis ſit aggregato duorum arcuum ellipticorum diſſimilium A & B; quocumque vero ſenſu ſolverit Hermannus ſuum problema, non minus quoque a Parente meo per methodum ſuam noviter detectam ſolutum iri, confido. Pag. 385.

§. 20. Quod attinet ad motum reptorium, inventum ſane cedro dignum, ob ingentem utilitatem, quam habet in reductione curvarum ad circulares per approximationem ſtupenda veloci-

tate

Tom.VIII Supplem. Sect. IX. tate convergentem, cujus ſpecimen dedit Pater pro Ellipſibus; ceu prodromum integri opuſculi ea de re in publicum edendi, ſi Deus vitam & vires conceſſerit. De præſtantia hujus inventi, quod ipſe Magnus Newtonus cum reliquis ſanioribus Angliæ Mathematicis ſatis admirari non potuit, teſtibus literis Celeb. Moivræi, non perinde ſentire videtur Clariſs. Hermannus, quando in præmemorato loco aſſerit: *Se ſcire, jam pridem a Cel. Joh. Bernoulli oſtenſum eſſe, quomodo ope motus reptorii quotlibet curvæ algebraicæ in unum addi poſſint, ſed methodum ejus huic reſtrictioni obnoxiam eſſe, quod curvæ addendæ non minus quam quæſitæ debeant eſſe æqualis amplitudinis*. Judicium hoc arguit, Virum Clariſs. non probe intelligere naturam hujus methodi, nollem enim credere, illud latum eſſe ex animo extenuandi: fallitur certe in opinione ſua, cum ſibi perſuadet, methodum hanc obnoxiam eſſe ei, quam memorat, reſtrictioni, ſiquidem clarum eſt, locum habere, etiamſi curvæ addendæ non ſint ejusdem *amplitudinis*, modo earum amplitudines ſint commenſurabiles. Secentur, ut rei veritas evincatur, ſingulæ curvæ in arcus æque amplos ſecundum numeros rationis amplitudinum, id quod in curvis algebraicis ſemper algebraice peragi poteſt: deinde omnes iſti arcus ex methodi præſcripto in unum addantur, quo facto habebitur curva quæſita, ſed aliud præſto eſt adminiculum, quo ſuccurri queat inæqualitati amplitudinum, ſive ſint commenſurabiles ſive incommenſurabiles; datur namque modus, de quo forſan Clariſs. Hermanno nil conſtat, mutandi datam curvam algebraicam in aliam algebraicam ejusdem longitudinis, & quæ habeat datam amplitudinem. Sic itaque curvæ addendæ mutari poſſunt in totidem alias æque amplas, & poſtea per methodum reptoriam in unum colligi; quæ proin methodus, contra quam ſentit Vir Clariſs. generaliter ſuccedit, adhibita quadam prævia modificatione.

Pag. 386.

§. 21. Superſunt nonnulla monenda circa alterum problema, quod Clariſs. Proponens vocat *minus principale*, ubi ſcilicet quæruntur curvæ reſpondentes huic æquationi $\int ydx = axy + bx^e y^e$. Dedi in Actis 1720 varias hujus problematis ſolutiones generaliſſimas ipſi ejus Autori approbatas, addita analyſi a priori procedente: notulas quasdam aſperſi, quæ reſpiciebant conditiones, quibus ex mente Viri Clariſſimi Curvæ quæſitæ poſſint vel non poſſint eſſe algebraicæ; ſed contra has notulas nunc excipit, quare ad uberiorem veritatis illuſtrationem ſequentia reponere viſum eſt.

§. 22. Dixerat, æquationem curvæ quæſitæ *ſemper* fore algebrai-

braicam, ſi $a$, $c$ & $e$ fuerint rationales, ego vero oſtendi, exci- Tom. VIII Supplem. Sect. IX.
piendum eſſe caſum, quo $c = e$, qui curvam reddit tranſcendentem, admittis nunc exceptionem, quam autem ut eludat, regerit pag. 249 art. XIII, *ſe tacite jam ſuppoſuiſſe* c *&* e *inæquales eſſe*, non cogitans, hujusmodi tacitam ſuppoſitionem non poſſe ſubintelligi: propoſitio erat generalis de quibuscumque numeris $c$ & $e$, ergo etiam de æqualibus; exceptio non habet locum in aſſertionibus geometrice univerſalibus, niſi ſponte ſe offerat: excluſiſſet Vir Clariſs. numeros æquales $c$ & $e$, ſi animadvertiſſet, æqualitatem eorum non poſſe dare curvam algebraicam.

§. 23. Largior ſane, quod ſubdit, *in caſu æqualitatis eorundem fere absque calculo ſtatim apparere, quod curva reſultat; cujus conſtructio a quadratura hyperbolæ dependet*; ſed hoc non probat, quod id jam tunc animadverterit, cum problema proponeret, neque id evincit eo, quem adducit, calculo; qui licet ſit perbrevis, eſt tamen idem, quem ego jam expoſui in Actis 1720 pag. 32 §. XIII, ubi hæc extant verba: „Æquatio pro-
„ poſita per differentiationem huc redit; $\overline{1-a}\,ydx - axdy =$
„ $bcx^{e-1}y^c\,dx + bcx^e y^{c-1}dy$, quæ diviſa per $xy$ dat $\dfrac{1-a}{x}\,dx$
„ $-\dfrac{ady}{y} = bcx^{e-2}y^{c-1}\,dx + bcx^{e-1}y^{c-1}\,dy$; membrum prius inte-
„ gratur per logarithmos, alterum abſolute &c. „ Servatis nunc Pag. 387.
iisdem verbis ſcribatur cum Clar. Hermanno, R pro $xy$ & A pro $\int ydx$, enunciatum noſtrum ita pariter ſonabit: *Æquatio propoſita per differentiationem huc redit:* $dA - adR = bcR^{c-1}dR$, *quæ diviſa per* R *dat* $\dfrac{dA}{R}\left(\dfrac{ydx}{xy} \text{ ſeu } \dfrac{dx}{x}\right) - \dfrac{adR}{R} = bcR^{c-2}\,dR$;
*membrum prius integratur per logarithmos, alterum abſolute*. Atque hoc plane idem eſt, quod nunc facit doctiſſimus problematis Autor, quando dicit: *vocando* $xy = R$, *erit* $A = aR + bR^c$, *&* $dA = adR + bcR^{c-1}dR$, *ac* $\dfrac{dA}{R} = \dfrac{ydx}{xy} = \dfrac{dx}{x} = \dfrac{adR}{R} + bcR^{c-2}dR$, *quæ æquatio eſt ad curvam tranſcendentem*. Non puto, reſponderi poſſe, ſcribendo R pro $xy$ rem ipſam mutari; quocirca perbrevis hic calculus ex noſtro formatus neutiquam probat, Clariſs. Hermannum *tacite jam ſuppoſuiſſe c & e eſſe inæquales*.



Digitized by Google

Tom. VIII Supplem. Sect. IX. §. 24. Miror excuſare volentem id quod dixerat, ſemper dari Curvam algebraicam, ſi $a$, $c$, & $e$ ſunt ſemper rationales, poſtquam ego oſtendi, conditionem rationalitatis numeri $a$ eſſe ſuperfluam : dico enim, non neceſſe eſſe ut $a$ ſit rationalis, modo $c$ & $e$ ſint rationales & inæquales, quo caſu curva ſemper dabitur algebraica. Sane tantundem eſt, ac ſi dixiſſet: *Parabola, cujus æquatio* $ax^c = y^e$ *erit ſemper algebraica, ſi a, c & e fuerint rationales* : qui ita loqueretur, annon reprehenſione dignus eſſet, ſiquidem $a$, ſive ſit rationalis ſive irrationalis, algebraicitati curvæ nec prodeſt nec officit : Parabola erit algebraica, ſi $c$ & $e$ fuerint rationales ; erit vero tranſcendens, ſi $c$ & $e$ irrationales fuerint, ipſa interim $a$ nullius hic eſt conſiderationis. Res eſt perſimilis in curva Hermanniana $\int ydx = axy + bx^c y^e$, ubi incongruens eſt dicere, *Curvam ſemper fore algebraicam, ſi a, c, e fuerint numeri rationales* ; cum Geometris accuratius res ita fuiſſet enuncianda, *Curvam ſemper dari algebraicam ſi c & e fuerint numeri rationales & inæquales, qualiſcumque ſit a*.

§. 25. Rectius ſe habet, quod Vir Cel. ibidem monet de caſu,
Pag. 388. quo $a = e - 1 : e - c$ ; fateor enim, me, cum ſolutionem meam in chartam conjicerem, attendiſſe tantum ad curvas tranſcendentes, quæ huic caſui conveniunt, ſed nunc monitus inveni quoque haud magno labore curvas algebraicas eidem inſervientes; ſed neſcio, quid myſterii hic ſubſit, cujus revelationem in aliam occaſionem rejiciendam putet, quodque fundamentum ſit, ut inquit initio pag. 249, inſignis alicujus ſcientiæ incrementi. Ego vices ejus ſupplens, rem paucis abſolvo ſequentem in modum: in æquatione generali, quam exhibui in Actis 1720 p. 31, ſuppoſita $a = e - 1 : e - c$ adeoque vi præcedentis ſuppoſitionis pag. 28 factæ $\alpha = \infty$ & $\beta = \frac{-\infty}{ee - e - c + 1}$, quibus ſubſtitutis æquatio mutatur in hanc $g = (-be + bc)x^0y^0 + ox^{-c+1}y^{-e+1}$; hoc eſt $g = -be + bc + ox^{-c+1}y^{-e+1}$, adeoque $\frac{g + be - bc}{0} = x^{1-c}y^{1-e}$: quia vero $g$ eſt arbitrariæ magnitudinis, ponatur illa $= bc - be$, & habebitur $\frac{0}{0}$ hoc eſt qualiſcumque conſtans $G = x^{1-c}y^{1-e}$, vel quod eodem recidit, $Gy^{e-1} = x^{1-c}$, quæ æquatio eſt iterum ad Curvam ex parabolarum genere, qualem dedi in Schediaſmate meo modo memorato pag. 28 art. IV, hoc tantum diſcrimine, quod ibi Parameter ſit determinatæ magnitudinis, hic vero ad arbitrium ſumenda.

§. 26.

Digitized by Google

Tom. VIII Supplem. Sect. IX.

§. 26. Ad id quod ſciſcitabar, cur Cl. Hermannus ſubticuerit curvas tranſcendentes, problemati ſuo ſatisfacientes ( præter eas, quæ ex irrationalitate exponentium oriuntur ) reſpondet quidem p. 250, hoc ſe feciſſe, quia ultro ſeſe offerant illi, qui problema ſolvere & algebraicarum æquationes eruere noverit : ſed cogitare debuiſſet, ei, qui problema ſolvere novit, etiam algebraicas ſponte ſeſe offerre, imo poſſet aliquis algebraicas omnesque finitis terminis conſtantes eruere, qui tamen tranſcendentes alias elicere nequaquam potis eſſet. Quid enim impediret, quo minus ille incideret in duas priores methodos, quas deſcripſi loco citato art. IV & V, per quas utique omnes poſſibiles algebraicæ inveniuntur, ſed nullæ ex tranſcendentibus niſi eæ tantum, quæ ex irrationalitate exponentium oriuntur, qui has duntaxat methodos poſſideret, ſolvere certe poſſet problema & æquationes algebraicas eruere, neque tamen ei ſeſe ultro offerrent tranſcendentes.

Pag. 359.

§. 27. Innuit Vir Celeber. ex octo aut decem diverſis problema ſolvendi modis, quos habeat, vix unum eſſe, qui cum aliquo ex Bernoullianis coincidat ; tres tamen tantum attingit, nonniſi quædam indicia tradens, ex quibus cognoſci nondum poteſt, quouſque eorum calculi excurrant, aut an præterquam in prolixitate a noſtris multum diſcrepent. Vidimus ſaltem ſupra modum illum, quo uſus eſt in caſu æqualitatis $e$ & $e$ ponendo R pro $xy$, non quidem cum Bernoulliano coincidere, ut vere loquitur, ſed prorſus cum eo unum eundemque eſſe.

Tom.VIII
Supplem.
Sect. IX.

# INVITATIO

## AD OBSERVATIONES METEOROLOGICAS

## Communi conſilio inſtituenda;

A JACOPO JURIN, M. D. Soc. Reg. Secr. & Colleg. Med. Lond. Socio,

*Seorſim impreſſa hoc Anno 1724 Londini, & ad Collect. Act. Erud. tranſmiſſa.*

Cœli & aeris, quem ſpiritu ducimus, conditiones varias, frigoris, puta, & caloris, ſudi, vel humidi commutationes & viciſſitudines, magnas præſertim atque ſubitaneas, ad humani generis valetudinem pertinere merito cenſetur. Operam itaque & laborem in iisdem obſervandis minime contemnendum poſuerunt non medici ſolum, ſed & alii quoque ab omni ævo naturæ rerum contemplandæ ſtudioſi. Superiore tandem ſæculo Inſtrumenta etiam & Machinæ Philoſophorum ingenio & diligentia repertæ ſunt, quibus ponderis, caloris, humiditatis, & elateris aerii momenta & mutationes ſimul oculis repræſentantur, ſimul ad menſuram ac trutinam, & quidem ſubtilem admodum illam atque accuratam, exiguntur. Nec hic etiam ſubſiſtendum judicarunt eximii illi Viri, ſed ſtudio & ſciendi amore incitati ad cauſas harum mutationum, qua licuit, indagandas contenderunt. Quem in finem Obſervationes Inſtrumentorum recens inventorum ope factas de pondere, humiditate,
Pag. 392. & calore aeris ambientis diligenter in Diariis notabant; iisque multa alia adjiciebant ad Tempeſtatem ac Cœli faciem, Ventos, & Pluviæ copiam pertinentia, quod in Actis Philoſophicis & alibi ſparſim videre eſt. Methodo iſta & obſervandi ratione meliorem facile non reperias. Quodſi fuiſſent Obſervatores & numero idoneo, & commodis locis per magna terrarum ſpatia diſpoſiti; ac tandem unus aliquis omnium Diaria, quid inter ſe convenirent aut diſcreparent, contuliſſet; profecto jam a multis annis eam haberemus Aeris Hiſtoriam, qualem hoc tempore vix animo & votis fas eſt concipere. Id etenim com-

compertum habemus, ut quod maxime, ſubitas Tempeſtatum commutationes Ventis præcipue acceptas referendas; quumque ſcire liceret per talem obſervandi rationem, qualem ſupra expoſuimus, quibus in locis orti, quem curſum, quo tempore, & per quanta terrarum ſpatia Venti tenerent; his cognitis, forſan ad originem etiam & cauſas Ventorum aſſequendas via patuiſſet. Unum hoc ſaltem, quod ipſum non leve momentum ad has diſquiſitiones attuliſſet, quodque jam, ut plurimum, pro conjectura veriſimili habetur, potuiſſemus certiſſimis obſervationibus ſive veri, ſive falſi arguere. Opinionem dico ſagaciſſimi Viri *Edmundi Halleji* *, qui Hydrargyrum ideo cenſet in Barometro aſcendere, quod Venti ex contrariis regionibus utrinque eodem ſpirantes Aerem cogant & quaſi in cumulum attollant; ut contra Hydrargyri deſcenſum Ventis, ex eodem loco verſus oppoſitas partes Aerem deferentibus, & quaſi exhaurientibus, attribuit. Rogantur itaque Eruditi, qui ad excolendam hanc partem Hiſtoriæ Naturalis operam ſuam conferre voluerint, ut quotidie ſemel minimum, vel utcumque ſæpius libuerit, notare dignentur in Diario Barometri & Thermometri altitudinem, Venti Plagam cum aliqua virium æſtimatione, Cœli faciem, & pluviæ vel Nivis quantitatem, quæ tempore poſt obſervationem ſuperiorem elapſo deciderit. Quod ſi quis Obſervationes Hygroſcopii cujuslibet, ſive Acus Magneticæ ope factas adjicere voluerit, non erit ingratum. Quoties ingruerit Procella vehementior, utile fuerit, ortum ejusdem, incrementum, ſummam violentiam, remiſſionem & exitum notatis temporibus accuratius deſignare, uti & altitudines Barometri, quæ dictis temporibus reſpondeant. Monendum cenſemus, ut, qui Barometri replendi & conficiendi modum callent, Barometro vulgari, ſive aperto, quod vocant, utantur. Sit autem Tubus quartam, ut minimum, vel etiam tertiam digiti partem latus; quum in Tubis anguſtioribus Hydrargyrus infra juſtam altitudinem ſubſidere deprehendatur. ** Ciſternæ vero, ſive vaſi Hydrargyrum excipienti tribuetur diameter octonis ſaltem, vel decem partibus major Tubi diametro, idque eum in finem, ut aſcendente, vel ſubſidente Hydrargyro in Tubo, altitudo Hydrargyri in Cyſterna invariata permamaneat, aut certe quam paululum immutata. Qui vero Barometro clauſo, ſive portatili uti malunt, ejusmodi Barometra magna dili-

Tom. VIII Supplem. Sect. IX.

Pag. 391.

* V. Philoſ. Transact. Num. 181.

** V. Philoſ. Transact. Num. 363.

Tom.VIII Supplem. Sect. IX. diligentia fabricata comparare poterunt apud laudatum Artificem *Franciſcum Hauksbejum*, in Area vulgo dicta *Crane-Court*, *Londini* degentem; qui Thermometra etiam ſubminiſtrabit ad eam ſcalam, ſive graduum notationem exacta, quæ jam per multos annos, exquiſitis ejus Thermometris inſculpta, innotuit Eruditis. Qui Thermometro utuntur alia quacumque ratione conſtructo, rogatos volumus, ut in Diario Thermometri ſitum, diſpoſitionem graduum in Scala, & nomen etiam Opificis, ex cujus officina prodiit, apponere ne graventur. Situm Thermometro commodiſſimum cenſemus in conclavi ad Septentriones obverſo, ubi focus aut numquam accenditur, aut ſaltem quam rariſſime. Quo facilius inter ſe conferri poſſint Diaria, commodum fuerit omnia in hujusmodi formam diſponere. Columna prima indicet diem & horam obſervationis; ſtylo autem ut omnes Juliano, ſive Vetere, in Diariis utantur, Obſervatores rogamus. Secunda altitudinem exhibeat, ad quam attollitur Hydrargyrus in Tubo Barometri ſupra ſuperficiem Hydrargyri in Vaſe, per digitos, ſive partes duodecimas Pedis *Londinenſis*, & per partes decimales eorundem digitorum notatam. Habet autem Pes *Londinenſis* Pag. 392 ad *Pariſienſem* eam rationem, quæ eſt inter 15 & 16 proxime. Columna tertia gradum monſtret, & partes gradus decimales, quas ſpiritus in Thermometro attingit. Quarta Venti plagam & ſpirandi vires repræſentet; quæ vires ſemper denotari poterunt per aliquem ex numeris ſequentibus, 1, 2, 3, 4: ex quibus 1 ſignificet leniſſimum aeris motum vix arborum folia agitantem, 4 vero ſummam Venti violentiam, numeris 2 & 3 intermedias inter haſce Ventorum vires exponentibus, & denotante cyphra, ſive 0, perfectam Malaciam. Quintam occupet Cœli facies, & ſuccincta Tempeſtatis hiſtoria. Sexta & ultima altitudinem pluviæ, vel nivis in aquam reſolutæ, quæ poſt ſuperiorem obſervationem deciderit, per digitos *Londinenſes* & eorum partes decimales metiatur. Hæc facile æſtimari poterit ope Infundibuli duos circiter, vel tres pedes ampli, Vaſis alterius aquam ex Infundibulo defluentem excipientis, & Menſuræ Cylindricæ cum Regula in digitos & parses decimales diviſa. Infundibulum ita ſitum ſit, ut, quicumque ventus flaverit, nulla tamen pluviæ pars ſive ædificii interventu, ſive quocumque alio impedimento intercipi queat. Sit autem vas aquam continens undique probe clauſum, ne quid in vapores attollatur, anguſto ſolum foramine, ad aquam deſuper ex Infundibulo excipiendam, relicto. Menſuræ porro Cylindricæ Diameter decem partibus minor Diametro Infundibuli tribuetur: quo fiet, ut aqua digitum

unum

Tom. VIII Supplem. Sect. IX.

unum alta in menſura ad altitudinem centeſimæ partis digiti in Infundibulum, atque adeo in reliquam terram, cecidiſſe intelligatur; & ſimiliter pro partibus digiti decimalibus. Ad finem vero Menſis & Anni cujusque apponatur media altitudo menſtrua, vel annua, Barometri & Thermometri, uti etiam ſumma omnium altitudinum Pluviæ, quæ Menſe, vel Anno integro deciderit. Habebitur autem dicta media altitudo, redigendo in unam ſummam omnes Barometri altitudinum obſervationes mane factas, Thermometri vero ſive matutinas, ſive totius diei maximas, (quæ nempe circa horam tertiam, vel quartam pomeridianam contingunt) & ſummam iſtam per numerum dierum dividendo. Omnes rogamus, qui ſupraſcriptas Obſervationes, vel univerſas, vel aliqua ex parte volent inſtituere, ut Diariorum exempla, ad finem anni cujusque continuata, ad Secretarios Regiæ Societatis transmittere dignentur; ut cum Diario, quod *Londini* juſſu Societatis Regiæ conficitur, conferri poſſint. Conſilium vero eſt, ut quicquid ex Diariorum iſtorum collatione colligi poterit, ſingulis annis in Actis Philoſophicis cum publico communicetur.

Pag. 393.

*Dia-*

## *Diarii Forma*.

| Dies & Hora 1723. St. V. Novembr. | Barom. alt. dig.dec. | Therm. alt. gr. dec. | Vent. | Tempeſtas. | Pluvia. dig.dec. |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. 8 *a. m.* | 29. 75 | 49. 6 | S.W. 1 | Cœlum nubibus obduct. | 0 . 035 |
| 4 *p. m.* | 29. 56 | 47. 3 | S.W. 2 | Imbres interrupti. Sol per vices intercurrens | 0 . 043 |
| 2. 7½ *a. m.* | 29. 24 | 48. 5 | S. 1 | Pluvia fere perpetua | 0 . 725 |
| 3. 9 *a. m.* | 29. 95 | 49. 7 | N. 1 | Cœlum ſudum | 0 . 032 |
| 5 *p. m.* | 30. 4 | 49. 2 | N. 1 | Cœlum ſudum | 0 . 000 |
| 4. 7 *a. m.* | 29. 9 | 47. 0 | S.W. 1 | Nubes ſparſæ | 0 . 000 |
| 10 | 29. 7 | 46. 2 | S.W. 2 | Imbres intercurrentes | 0 . 103 |
| 12 | 29. 4 | 45. 0 | S. 3 | Cœlum nubibus undique fere tectum | 0 . 050 |
| 3 *p. m.* | 28. 8 | 46. 0 | S. 4 | Nubes ſparſæ | 0 . 000 |
| 5 | 28. 6 | 47. 2 | S.W. 4 | Eadem Cœli facies | 0 . 000 |
| 7 | 28. 9 | 48. 0 | S.W. 2 | Pluit | 0 . 000 |
| 9 | 28. 9 | 48. 2 | [illegible] 0 | Pluvia fere perpetua | 0 . 305 |
| 5. 7 *a. m.* | 29. 7 | 53. 4 | N.E. 1 | Sudum. Gelu. | 0 . 250 |

AD

Tom. VIII. Supplem. Sect. IX. Pag. 394.

# AD RESPONSIONEM,

*Quam* JO. RIZZETUS *contra Opticam Newtonianam dedit* G. FRID. RICHTERO (*vid. Suppl. T. VIII. Sect. III. p.* 368. *& Sect. V. p.* 388. *& Sect. VII. p.* 420.) *Appendix*,

Autore eodem RIZZETO.

Cum in epiſtola ad Nob. Virum Chriſtinum Martinellum ſummi Newtoni ſyſtema de colorum diverſa refrangibilitate impugnaſſem, ratione ductus, quod experimenta, quibus innititur, mihi viſa fuerint partim falſa, & partim minus idonea, unum ex his in medium attuli, nempe illud ſecundum Opticæ Newtonianæ Part. I. Lib. 1. cujus eventum diverſum ab illo, quem Autor refert, inveniſſe pronunciavi. Newtonus bipartitus eſt quadrangulam chartam oblongam DF, mediam EF colore rubro, alteram DE cœruleo delinivit. Huic poſtea ſerici nigerrimi filum ſæpius ſuperinduxit, & candelæ flammæ admovit. Ex adverſo chartæ, ſex pedum intervallo, erexit Lentem vitream AB, uncias $4\frac{1}{4}$ latam, quæ radios ex diverſis punctis fluentes ad totidem alia puncta ex altera parte eodem ſex pedum intervallo ultra Lentem cogeret. Cum tandem altera charta MI imaginem chartæ coloratæ excepiſſet, lineas nigras (filorum ſpectra) diſtinctas vidit in parte cœrulea GI, confuſas in parte rubra MG. Charta autem NL longius a Lente remota, partem rubram NH vidit diſtinctam, & cœruleam HL confuſam.

Hoc experimentum ego quoque in iiſdem omnibus circumſtantiis mihi exhiberi curavi, ac in illa diſtantia, in qua diſtincta apparebat pars imaginis cœrulea, æque diſtincta videbatur etiam rubra, vel in illa diſtantia, in qua erat una pars imaginis confuſa, æque confundebatur & altera. Si igitur Newtonus elicuit ex ſuo experimento, colorem cœruleum eſſe refrangibiliorem rubro, adverſus hoc ex meo experimento collegi, æqualem eſſe utriusque coloris refrangibilitatem.

Cum hæc in Anglia audita fuerint, actum fuit de experimento iterando, ac menſe Decembris 1722 (teſtibus in Regia Societate bis habitis) eventum Newtonianæ ſententiæ reſpondiſſe adverſus id, quod a me dictum fuit, in Transactionibus Pag. 395.

Tom. VIII Supplem. Sect. IX.

Anglicanis tradidit Clariſs. Deſagulierius. Ego quoque experimentum iterandum eſſe conſului, ac ejus eventum in reſponſione ad Clariſſ. Richterum data Actis Eruditorum Lipſiæ demandavi. Animadverti autem poſtea id, quod a me de hoc experimento expoſitum fuit, teſtium ſolemnitate deficere. Ut igitur omnia, quæ in mea poteſtate ſunt, veritati præſtarem, plures inveni Doctiſſ. Viros hujusmodi materiæ peritiſſimos, ac experimento coram illis debite, tum ordine, tum accuratione inſtituto, teſtes ego quoque adhibere decrevi. Charta colorata (ut Newtono mos fuit) cœrulea in DE, rubra in EF, verticaliter erecta a flamma plurium candelarum illuſtrabatur. Huic parallela erat altera charta MI, quæ imaginem excipiebat, intervallo padum octo inter utramque intercedente. Lens AB, cujus latitudo erat unciarum quatuor, locum medium inter utramque chartam tenebat, ipſa quoque verticaliter erecta; ac in foramine latioris tabulæ collocata.

Eventus experimenti diverſus fuit, is enim ſententiæ reſpondebat aliquando Newtonianæ, aliquando meæ: in imagine nempe MI videbatur interdum pars una diſtincta, altera confuſa; deinde geminæ æquali diſtinctione perſpicuæ. Ut autem hoc vel illud contingeret, ſatis erat inclinationem Lentis paulisper mutare.

Dum pars cœrulea GI videbatur diſtincta, & rubra MG confuſa, ſi charta longius a Lente diſtabat (puta in NL,) pars cœrulea HL in confuſionem incidebat, ac pars rubra NH diſtinctionem lucrabatur, ut in ſuo tradidit experimento Newtonus.

Dum geminæ partes, cœrulea & rubra, æqualiter diſtinctæ apparebant, ſi charta diſtabat a Lente longius vel propius, geminæ quoque æqualiter confundebantur, ut ego in meo experimento affirmavi.

Newtonus ex imagine partim diſtincta & partim confuſa elicuit in ſuo experimento inæqualem colorum refrangibilitatem; ego vero ex imagine æqualiter ubique vel diſtincta vel confuſa collegi in meo experimento, colores eſſe æqualiter refrangibiles. Ut autem conſequentia tam Newtoniana quam mea nulla exceptione elidi poſſet, æquales eſſe debebant in utroque experimento inclinationes, quibus radii tam cœrulei quam rubri in lentem incidebant. Aliter lentis axe paulisper detorto, quamvis eſſet æqualis colorum refrangibilitas, propter tamen inæqualem ipſorum incidentiam poterat in experimento Newtoniano una pars imaginis apparere diſtincta, & altera confuſa. Iterum quamvis eſſent colores inæqualiter refrangibiles, atta-

Pag. 396.

by Google

tamen radiis inæquali inclinatione incidentibus fieri poterat in meo experimento, ut ( vitium inæqualis refrangibilitatis altero inæqualis incidentiæ corrigente ) ubique æqualiter imago diſtingueretur. Si igitur Newtonus in ſuo experimento arbitratur, radios utriusque coloris eſſe inæqualiter incidentes, & inæqualiter refrangibiles, oppoſitum ego ſuſpicari poſſum, nempe illorum incidentiam eſſe inæqualem, & refrangibilitatem æqualem. Iterum ſi in meo experimento opinor æqualem ipſorum radiorum incidentiam ſimul ac refrangibilitatem, ipſe quoque Newtonus poteſt oppoſitum cogitare, ſcilicet incidentiam ac ſimul refrangibilitatem eſſe inæqualem. Tom. VIII Supplem. Sect. IX.

Ut de hoc judicium ferrem, omnibus in ſua poſitione manentibus, hoc ſolum immutatum fuit, ut color ruber tranſiret in illum ipſiſſimum locum in quo prius erat cœruleus, & hic in ipſiſſimum illum, in quo erat ruber. Hujus experimenti talis exitus fuit: cum imago partis cœruleæ eſſet diſtincta, & imago rubræ confuſa ( ut in experimento Newtoniano; ) coloribus permutatis imago partis rubræ eam diſtinctionem lucrata eſt, quam prius obtinebat illa cæruleæ, & hæc incidit in eam confuſionem, quam prius altera exhibebat. Cum autem colorum rubri & cœrulei imagines cernerentur diſtinctæ ( ut in meo experimento; ) ex colorum permutatione nullum in diſtinctione oriebatur diſcrimen.

His omnibus præſentes fuerunt Clariſſ. ac Doctiſſ. Viri Jo. Jacobus Riccati, in rebus Phyſicis ac Mathematicis ſummus, Bernardinus Zendrini, Mathematicus Ser. Reipublicæ Venetæ, Ludovicus Ripa, Meteororum ac Aſtronomiæ in Gymnaſio Patavino Profeſſor, Rev. Patres Johannes Crivelli, & Jacobus Stellini, Geometræ, Johannes Philippini, Machinator, Franciſcus Maria Preti, Acuſticus, Rev. Joſeph Zuzzi, celebris Geometra, Cæſar Marangoni, in Medicina ac Phyſica illuſtris, Dominicus Offi, Opticus, Paulus Zamboldi, Geometra, Jacobus Brochi, in Philoſophia ac Mathematica erudititiſſimus. Pag. 397.

Quibus habitis ita loquor: inclinationes, quibus incidunt radii fluentes ex coloribus DE, EF, in experimento Newtoniano dicuntur inter ſe æquales, ſi tales ſunt hujusmodi inclinationes, ſequitur, quod coloris cœrulei tranſeuntibus ex DE in EF non eſt mutanda incidentia, nec imaginis cœruleæ tranſeuntis ex GI in GM mutanda eſt diſtinctio. At oppoſitum ſuadet experientia; dum enim color cœruleus tranſit ex DE in EF, ejus imago tranſiens ex GI in GM mutatur ex diſtincta in confuſam; itaque coloris cœrulei tranſeuntis ex DE in EF mutatur incidentia, & cum ita ſit, æquales eſſe non poſſunt in experi- Tab. III. Fig. 3.

 mento Newtoniano inclinationes colorum DE, EF. Iterum dici poſſunt hujusmodi inclinationes in meo experimento inæquales. Si hæc ita ſunt, ſequitur, mutandam eſſe diſtinctionem imaginis cœruleæ transeuntis ex DE in EF, ac mutandam eſſe diſtinctionem imaginis cœruleæ transeuntis ex GI in GM. At ex DE in EF cœruleo colore transeunte ejus imago tranſiens ex GI in GM diſtinctionem non mutat; itaque coloris cœrulei transeuntis ex DE in EF non mutatur incidentia; & cum ita ſit, nec inæquales in meo experimento eſſe poſſunt inclinationes colorum DE, EF. In experimento igitur Newtoniano cum hujusmodi inclinationes ſint inæquales, ex inæquali imaginis diſtinctione Autor colligere nequit inæquales colorum refrangibilitates. Profecto in meo experimento cum ipſæ inclinationes ſint æquales, ex æquali imaginis diſtinctione colligere poſſum, colores eſſe æqualiter refrangibiles.

Porro mutato colore lineæ DE ex cœruleo in rubrum, dubitandum non eſt, incidentiam coloris rubri tam in experimento Newtoniano, quam in meo, eandem fore quæ prius fuerat cœrulei. Si in hoc igitur caſu imago rubra eandem exhibet diſtin-Pag. 398. ctionem, quam prius exhibebat cœrulea, nec utique dubitandum eſt, æqualem eſſe utriusque coloris refrangibilitatem. Cum prius igitur eventus experimenti alius Newtono, alius mihi viſus fuerit, in Anglia ſtatim judicandum non erat de ſacti ſpecie, certum illum fuiſſe, me autem deficiente accuratione deceptum, ſi enim vera, quæ Newtono, nec quidem falſa, quæ mihi viſa ſunt, judicandum eſt utique de concluſionis ſpecie me certum eſse, illum autem præjudicio ſuadente deceptum, ego enim æquali colorum refrangibilitati in meo experimento adſcripſi æqualem imaginis diſtinctionem, quæ inæquali colorum incidentiæ non erat adſcribenda. Ille autem inæquali colorum refrangibilitati in ſuo experimento tribuit inæqualem imaginis diſtinctionem, quæ tribuenda erat inæquali colorum incidentiæ.



Google

Tom. VIII Supplem. Sect. X. Pag. 436

# EXCERPTUM EX SCHEDA

Impreſſa Lincii apud Jo. Michaelem Feichtinger d. 12 Julii 1724, & Collectoribus horum Actorum inſcripta, ſub Titulo:

*Novus Practico-Geometricus Cyclomalismus, ſive Quadratura Circuli Arithmetico Geometrice demonſtrata.*

INduſtrius hic Quadraturæ Indagator, Rotulæ evolutione Peripheriam dimenſus, teſtatur, ſe reperiſſe rationem ejus ad Diametrum triplam 24:23; proportiones Metii & Hugenii eodem Mechaniſmo ſub examen vocatas in exceſſu peccare. Praxin Mechaniſmi ſui variasque tentativas, quibus in opinione ſua confirmatus fuerit, ſigillatim exponit, & ratione 24:23 reducta ad $15 \times 24 : 15 \times 23 = 360 : 345$, Peripheriam ad Diametrum ponit $360 : 115$ ſeu $3 \frac{15}{115} : 1$, adeo, ut exceſſus Peripheriæ ſuper triplam Diametrum ſit $\frac{15}{115} = \frac{1}{7\frac{2}{3}} = \frac{1}{8 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{7 + \frac{2}{3}}$. Ita enim intelligimus, quando ait, exceſſum, ſeu partem illam, quam vocat differentiam coæquativam Peripheriæ ad triplam Diametrum, *majorem eſſe reſpective una ſui tertia parte, quam ſit una octava; minorem vero duabus ſui ipſius tertiis, quam ſit una plena ſeptima Diametri*; neque hæc aliter intellecta ſibi conſtare poſſunt, quicquid ſit de ſenſu literali verborum. Jam idem demonſtrandum ſibi ſumit Arithmetice & Geometrice, &, ut ait, independenter a rotulatione, ratione convincente. Præmiſſis enim poſtulatis, quæ nihil attinet hic poni, cum vulgo ab omnibus concedantur, enunciat, Peripheriam Circuli circa M radio MA deſcriptam eſſe æqualem AB datæ (quam in Schemate non expreſſimus). *Demonſtratio*: ſit enim NQR Iſopleurus; ad NP Diametrum fiat AD Normalis occurrens lateri NQ in K: & intelligatur quædam AB æqualis Peripheriæ. Centro $\gamma$ Radio $A\gamma$ deſcriptus ſit Circulus $AX\Phi$, ſic, ut $A\gamma = \frac{1}{2}$ AB, & inſcribatur *huic Iſopleurus* AXY, *cujus latus* XY *occurret Diametro* $A\Phi$ *in eodem puncto* K, *in quo occurrit* NQ. Quare cum $KA : K\Phi = 3 : 1$ erit

Pag. 437. Tab. I. Fig. 10.

Tom. VIII Supplem. Sect. X.

erit $KA = \frac{1}{4} A\Phi =$ (per hyp.) $\frac{1}{4} \times \frac{5}{3} AB = \frac{1}{4}$ Peripheriæ Diametri AD. Igitur AK eſt quarta pars Peripheriæ quæſitæ & proinde datur $AB = 4KA$ ſeu Peripheriæ integræ. Sic enim credere par eſt, Autorem voluiſſe inferre, cum independenter a rotulatione ſe demonſtraturum promittat; etiamſi in ſequentibus ipſam AB conſiderare videatur tanquam ex evolutione circuli in quæſtione genitam. Conſulto omittimus expoſitiones numericas, & quæ de ambitu Hexagoni circulo AXΦ inſcripti, de Trigono ſuper latere AΦ, & perimetro Quadrati ſuper KA afferuntur, & reliqua, quæ vel cum ante dictis coincidunt, vel ad rem haud faciunt, ſi præcedentia ſibi conſtant.

## NOTA AUTORIS EXCERPTI PRÆCEDENTIS.

*Ex Clavio & Tacqueto, quos citat, conſtare poterit Quadraturæ Indagatori eximio, Demonſtrationes Geometricas e definitionibus & propoſitionibus exſtrui, quæ vel per ſe evidentes ſunt, vel alibi jam demonſtratæ fuerunt. Haud igitur apparet, quo jure Mechaniſmum liceat ipſis fundamenti loco ſubſternere; & adhuc minus, qua evidentia ex iis, quæ in materiali rotula obſervavit, convellere liceat approximationes e circuli natura & inſcriptione Polygonorum oſtenſas: cum Mechaniſmus ejusmodi illico falſitatis convincatur, ſi aberret a determinationibus in neceſſariis propoſitionibus, & immutabili rerum natura fundatis, quippe cujus perfectio in eo conſiſtit, ut ad ſenſum exhibeat easdem menſuras, quas ratio Geometrica comprobavit. Archimedes oſtendit, Peripheriam eſſe ad Diametrum in majore ratione quam* $3\frac{1}{7\frac{1}{10}} : 1$; *an hoc convellet Rotula Autoris, peripheriam ad Diametrum in minore ratione videlicet* $3\frac{1}{7\frac{2}{3}} : 1$ *prodens? Hugenius & reliqui iterata inveſtigatione idem invenerunt, & rationem periph. ad Diametrum numeris ad convergentiam cum vera ratione longius productis expreſſerunt. Horum omnium demonſtrationes Autor convellat oportet, indicatis paralogiſmis: id quod nunquam faciet. Quod ad ejus Demonſtrationem attinet: videat, quomodo probare poſſit, interſectiones ipſarum YX & NQ coincidere in idem K punctum Diametri AΦ. Cum enim hic de Demonſtratione Geometrica quæſtio ſit & AB independenter a rotulatione, ut ait, conſideretur, haud ſufficiet provocare ad experimentum, & quod conſtruendo figuram, ut præcipit, coincidere deprehenſæ ſint.*

Pag. 438.

JO-

Digitized by Google

Tom. VIII. Supplem. Sect. X. Pag. 441.

# JOSEPHI VERZALIÆ, CÆSENATIS

## Epistola altera ad Geometriæ & Philoſophiæ Profeſſores atque Studioſos.

NON me præteribat, *Eruditiſſimi Viri*, cum pro eo, ut illa declararem & demonſtrarem, quæ ſuperioribus litteris ad Vos datis ſum complexus, ingreſſus ſum hanc alteram Epiſtolam texere atque conſcribere; fore, ut ea in varias, easque graves reprehenſiones incurreret. Reprehendent *Amici*, qui ægre fortaſſe ferent, me concitatam anno ante maximi re momenti eorum expectationem tam negligenter explere, litteratorumque hominum ſtudia novis ac recentibus ſemper movere; retinere nunquam. Objurgabunt *Æmuli*, qui cum ad hanc usque diem ſperaſſent, ſe omnibus lætitiis inceſſuros; me, ſuperiora, præcipuam de motu Doctrinam evertentia, ſin minus ſubturpicula *Palinodia*, ſilentio certe ac oblivione revocantem videndo, inopinato cernentes, novis iisque majoribus *Mechanicam* ſcientiam pene omnem labefactantibus, inſignioresque hujus temporis lucubrationes convellentibus, in publicum iterum prodeuntem; cum res ipſas adhuc ſibi ignotas neque lubentes improbare poſſint, neque inviti probare debeant; conſilium velut inanem ac futilem verborum ac pollicitationum tantum jactationem damnabunt. Arguent *Viri docti*, qui iniquiſſime patientur, nuntiis ſemper in dubium incertumque apud mediocriter in his ſtudiis verſatos revocari, nunquam demonſtrationibus refutari ac argumentis refelli principia illa, quibus & omnes hactenus communiter uſi ſunt, & ipſi egregia celebrioraque inventa ſua ſuperſtruxerunt; quæ cum ad hanc usque memoriam & ſummo honore, & maxima reverentia, non modo a *Profeſſoribus* ſingulis, ſed a cunctis Litteratorum hominum Ordinibus ſint excepta, quis ferat, ea nunc nullius nominis ac loci homunculi dictis, atque ſola autoritate elevari? Increpabunt poſtremo & *Indocti*, ſub quo nomine nunc ſignifico quoſdam, non eos quidem omnium rerum ignaros, ſed vulgaribus ſcientiis vel ſupra mediocritatem imbutos; atque *Geometricis* rebus tinctos quoque ac infectos; qui, cum vix, ac ne vix quidem argumentis, ac firmiſſimis rationibus, eo adduci poſſint, ut ea perdenda fateantur, quibus aliquid

Pag. 442.

Tom. VIII Supplem. Sect. X. quid falſæ Choragium doctrinæ ſibi compararunt; nedum ſine obtrectatione ac contumelia nunc ferent; meris promiſſis ſibi illarum ſcientiarum eripi fundamenta, quorum prædicatione & apud hebetes ac rudes ſtudiorum exiſtimatores doctrinæ & eruditionis famam ſunt conſecuti, & aliquem inter harum rerum Celebres Magiſtros locum ſunt adepti. Adverſus quos omnes, antequam Epiſtolæ argumentum expono, pauca dicere operæ pretium eſſe exiſtimo. Quanquam *Amicis*, ſi qui ſunt, qui cunctationem hanc noſtram querantur, cum ii potius mea, quam cauſa ſua doleant, habendæ immortales gratiæ ſunt, quod tantopere de noſtra exiſtimatione laborent; nec non etiam atque etiam rogandi, ut deſiderium hoc ſuum, quod diuturnum eſſe vix poteſt, leviter ferant; confirmo namque eis, fore, ut quicquid

Pag. 443. moræ nunc interponitur, id Eruditis majori lucro nominisque mei Studioſis ſummæ voluptati aliquando ſit. Qui vero hac noſtra ingenii mediocritate, noſtrisque qualibuscumque ad exornandas ac illuſtrandas ſcientias conatibus anguntur ac merent; ii profecto melius quieti, melius famæ, melius & gloriæ ſuæ conſulerent atque proſpicerent, ſi ſtudium ſuum, ſuamque operam in res difficiles, non in vulgus modo ignotas, ſed & hominibus eruditis obſcuras, patefaciendas atque inveniendas conferrent. Magnus eſt, cum in re *Phyſica*, tum in *Mathematica* campus; patet omnibus hic aditus ad gloriam; multa ſunt, quæ incluſa atque abdita latent in occulto; innumerabilia deſiderantur adhuc & ignorantur; ad hæc eruenda, ac in apricum proferenda induſtriam ſuam convertant; in iis habemus omnes, ubi ſtudium noſtrum laudabiliter locemus, quod aliud ſcilicet comitabitur præmium, quam non honeſtum illud gaudium, illiberalisque illa voluptas, quæ ex aliorum lapſibus percipitur ab Invidis; qui ut quandoque, atque adeo ſæpe, exultationis atque lætitiæ argumenta cauſasque nanciſcantur; ut plurimum tamen, & tum præcipue, cum non plane ſtultorum hominum dicta atque pollicitationes, majus quoddam eſſe, quam inanes verborum jactationes, præter expectationem ac voluntatem ſuam intelligunt; & miſerrime torquentur, & meritiſſimo dies noctesque cruciantur. Quod attinet ad *Viros doctos*; ii, ut accipere graviter non debent, Eruditorum vulgus, vel ſuorum inventorum pretio, erroribus exſolvi, ac præjudicatis opinionibus liberari; ita non video, cur hanc meam agendi rationem, ipſis fortaſſe argumentorum cauſa ingratam, perhonorificam tamen atque decoram, moleſte ferre poſſint: nam ut omittam, quod hoc ipſum leviter aliorum judicium prætentare, cum ſit animi ſibi diffidentis, ac demonſtrationes ipſas, quibus movetur, evidentiſſimas præ illorum argumentatio-

Digitized by Google

tionibus, pro fallacibus atque incertis concluſiuneulis habentis, ſummam præ ſe fert adverſus eorum lucubrationes reverentiam; quod ſola rerum inventarum ſignificatione contentus, illis abſolutam cogitata emendandi ſua facultatem conceſſerim, atque ita, maximam meditationis hujus gloriæ partem reliquerim; hoc vero, nonne & ſua laude dignum eſt, & aliqua gratiæ particula eſt exeipiendum? *Semidoctis* vero iis, qui nullo alio bono, quam maximæ hominum partis harum rerum ignoratione; & *Geometrarum* locum tenent, & quem *Profeſſoris* gradum ſunt aſſecuti, diis hominibusque invitis obtinent; (quando res eo loci eſt adducta ut major prope horum quam eruditorum hominum ratio habenda ſit) autor magnopere ſum ut quam minime poſſunt, non de his modo, quæ a me conſilio, neque ab ipſis quærendo, neque ipſis aperiendo, occultantur atque teguntur, ſed de illis, quæ omnibus patent ac ſunt in promptu, verba faciant ac temere loquantur, ſic fortaſſe fiet, ut, quam magnificis atque glorioſis de rebus longiſſime ab earum intelligentia disjunctis prædicationibus atque ſermonibus famam opinionemque ſunt confecuti; eam apud aliquos ſui ſtudioſos, quodque magis familiaris rei ſuæ intereſt, apud ſimplices ac infelices Auditores ſuos facilius tueantur ac ſervent. Vos vero, *Viri* omnes *Geometriæ ac Philoſophiæ Profeſſores* atque *ſtudioſi*, qui tametſi, quæ veſtra eſt erga ſcientiarum cultores benevolentia, aliquo forſitan amoris, nullo mecum amicitiæ vinculo eſtis conjuncti; omnique æmulatione ac rivalitate vacui, atque ab imperitorum, ac harum rerum rudium vulgo ſejuncti, ſpartam, quam illi vix tuentur, mirabiliter illuſtratis, & genio laudabiliter veſtro indulgetis; Vos, inquam, rogo, atque etiam oro, ut conſilium hoc meum, ab Eruditorum inſtitutis non alienum, æqui bonique conſulatis; iisque de rebus, in quibus maximæ *Philoſophiæ* partis, totius pene *Mechanicæ*, atque majoris nominis inventorum everſio & pernicies agitur; me ſpatium aliis quoque meditandi ac cogitandi dare; atque dum in manus meas perveniat, ſi quid ipſi quoque invenerint, expectare, æquo animo patiamini.

Ceterum, nemo non novit, quantum afferat *Philoſophiæ* detrimenti, quantum ruinæ, ſi *percuſſionis* corporum *Leges* ſunt falſæ, ut ego quidem non opinor modo, ſed quotidie magis magisque tam dilucide intelligo, ut mirer, tot *Viros doctiſſimos*, fato neſcio quonam impulſos, in ipſo ea utendi tempore, veritatem illam reſpuiſſe, cujus non Patres noſtri modo, ſed & ipſi in operibus ſuis ſemina ſparſerunt. Verum, ut maximum futurum ſit commemoratum *Philoſophiæ* vulnus;

Tom. VIII Supplem. Sect. X.

Pag. 444.

Pag. 445.

Tom.VIII Supplem. Sect. X. numquam tamen tantum illud fuerit, quantum illud, quod omnis pene *Mechanica*, omnes fere Recentiorum lucubrationes ſuſcipient; cum oſtendero: Principium illud, quo uno illæ nituntur, non modo infirmum, ſed falſum prorſus eſſe, loquor de *Motuum compoſitione*, qua fit, ut corpora, pluribus viribus eodem tempore in varias plagas acta, non eo, quo a ſingulis impelluntur, tendant, ſed viam quandam mediam ſequantur; quæ ubi duæ ſunt vires, quarum altera alteri ad pares angulos occurrat, *Diagonium* eſſe, communiter *Geometræ* ac *Philoſophi* ad hanc diem arbitrati ſunt. Hac a Majoribus tradita, & a priſcis usque *Geometriæ* temporibus ducta, uſi ſunt, quicumque in *Mechanicis* ſunt verſati: hac pleni ſunt Antiquorum libri; referta Recentiorum opera; hanc prope unam his temporibus loquuntur, atque in ore habent *Indocti* juxta, atque *Docti* in circulis, diſputationibus & ſermonibus omnibus: hac poſita demonſtravit Vir inſignis *Galilæus* noſter, miſſilia in inani, a tormentorum ac machinarum viribus jaculata atque emiſſa, curſu ſuo ambitum vulgaris *Parabolæ* deſcribere; oſtendit Celeberrimus *Newton*, eadem in certæ craſſitudinis pleno, definita lege reſiſtente, curvam lineam peculiarem, cujus ipſe ſimulacrum accuratiſſime ſcriptum ſub oculis ponit, percurrere: huic, velut totius egregii ſui Operis, *Philoſophiæ naturalis Principia Mathematica* complectentis fundamento, bonam ſuorum inventorum partem ſuperſtruxit: hac virium, quas *Centrales* vocant, menſura, cum in inani, tum in pleno; hac navium velocitates; hac varii, quos variæ figuræ patiuntur, dum in pleno moventur renixus, ſunt conſtituti; quæque fit illa ex eis, quæ omnium minimum ſuſtinet, eſt definitum.

Errarunt ergo & ſunt decepti Viri harum rerum Conſultiſſimi, *Galilæus & Newton*; errarunt *Carteſius & Hugenius*, & omnes inſignes illi Autores, qui harum & ſimilium lucubrationum editione nominis ſui gloria totum terrarum orbem impleverunt. Noſque (dicet aliquis) ex una tua aſſertione

Pag. 446. tot atque tantarum meditationum fructum, quem capere maximum poſſemus, amitremus; *Philoſophiaque* pene omnis, & mixta, quam vocant, *Mathematica*, priſtino ſpoliatæ atque orbitæ ſplendore jacebunt? credat hoc Judæus Apella. In præſens id credat, qui vult; ego neminem obteſtor, neminem cogo; tantum moneo, illud recipio, exciturum aliquando tempus, cum ego vel ab invitiſſimis (ſi Viri ſupra commemorati non errarunt) erroris hujus vulgaris confeſſionem extorquam. Sed quod eſt hoc Paradoxum? *Si non errarunt, confeſſionis errorem extorqueam*? quod mihi Paradoxum narratis? quod? pu-

purum eſt hoc ac ſimplex enunciatum; quod eo pertinet, ut intelligatis, vel falſa eſse principia illa, quæ præclariſſimi illi Viri communiter uſurparunt, atque firmiſſima eſse evidentiſſime demonſtrarunt; vel infirmam eſse *Motuum compoſitionem*, atque *paralogiſticas* omnes meditationes illas, quæ ex ipſa ad hoc usque tempus tam unanimi *Geometrarum* conſenſu ſunt ductæ. Verum amplius; doctrina de ponderibus funibus appenſis, viribusque per eosdem in ſe viciſſim agentibus, ſin minus corrupta, ac eodem *Paralogiſmo* vitiata, certe ejus contagione ſic eſt affecta, ut quamvis experientiis plane reſpondeat, non ab omni tamen falſæ ratiocinationis labe ſit vacua. Quominus cum hæc, tum ea, quæ ſuperiori epiſtola in lucem edidi, in præſens Vobis explicem, atque accurate demonſtrem, non rationes modo ſupra commemoratæ, ſed Opus illud, de quo ibi mentionem feci, impedimento eſt; quod duodecim ab hinc annis jam informatum, atque novis recentibusque ſemper intervenientibus rebus, ne falſa ſpecie deciperent, diligenter examinandis, neve effluerent, in Adverſaria mature conjiciendis, ſexcenties intermiſsum; jure quodam ſuo aliquam tandem meditationum mearum partem, ſibi poſtulat atque exigit; quod ſi abſolvero, vel potius, ſimul ac abſolvero (lubet enim ominis ſaltem cauſa, fauſta omnia atque felicem curſum hac in re mihi polliceri) aggrediar ad ea digerenda atque exequenda, quæ de his argumentis ſchedis quibusdam ſolutis ad opportunit:s ſcribendi tempus conſignavi, atque ea Vobiscum ingenue communicabo. Interea hæc habete: quantitatem (ſic loquuntur *Geometræ*) diviſam per nihilum, ſeu *Zero*; non poſſe, ut communis fert Recentiorum ſententia, *Infinitum* quid deſignare, hæ duæ. $y \cdot n \cdot dy$, & $\overline{y \cdot \overline{n+1}}$. : $\overline{n+1}$ apertiſſime docent; quæ ſit *Ordinata*, *Subtangens*, *ac Tangens* in illis earum curvarum punctis, ubi mutantur in o : o; cum natura earum, de quibus *Section. IX. Part.* 1. *Infinit. Parvorum numer.* 164. *ſeq.* paulo melius percepta, tum quarundam aliarum accuratior contemplatio aliquando docebit. Quam vero imperite, quam inſcite (ut inter tot celebria Nomina aliquid etiam puerile ponamus) humidorum, cum concretorum ac ſolidorum preſſu confundatur *de Quadratur. Circul. & Hiperbol. per infinitas Hiperbol.* ac *Parabol. Part.* 1. *cap.* 3; nonnullos eosque inſignes ac exercitatos in derivandis & deducendis aquis, fluminibusque arcendis & dirigendis Magiſtros, quilibet libellus *Hydroſtaticæ* elementa demonſtrans admonebit. *Serierumque* interminatarum natura, Viris Doctis nota tam & perſpecta, atque a nobis jam pridem

Tom. VIII Supplem. Sect. X.

Pag. 447.

Tom. VIII Supplem. Sect. X. in commemorato Opere explicata, & luculenter expoſita; ſuo aliquando Clariſs. Autori declarabit, non infirmam modo, ſed nullam eſſe vim eam, ex Nihilo, ſeu *Zero* dimidiam procreandi *unitatem*, quam juſto prope Volumine, torque inanibus meditationibus, Infinito tribuere contendit. Valete, Cæſenæ Idibus Junii MDCCXXIV.

Pag. 465.

## Hiſtoire de l'Academie Royale des Sciences,

### Année MDCCXIX.

h. e.

## HISTORIA ACADEMIÆ REGIÆ SCIENTIARUM

### Anni 1719, cum Commentariis Mathematicis & Phyſicis.

*Amſtelodami, apud Petrum de Coup, 1723, 12 reg. Alph. 1 plag. 7 Tabb. æn. 27.*

IN *Phyſica generali* primo loco occurrunt obſervationes luminis ſeptentrionalis, quod d. 30 Martii poſt horam octavam veſpertinam & d. 7 Aprilis poſt nonam apparuit. In prima obſervatione ſpectabatur ſub forma columnæ igneæ 20 gradus ſupra horizontem elevatæ, horizonti parallelæ, ad intervallum 25 circiter aut 30 graduum extenſæ, in extremitate orientali latitudine diametrum Solarem ſuperantis, in occidentali vero in cuſpidem deſinentis & lumen Lunæ octavo a novilunii die obſuſcantis, cœlo quamvis maxime ſereno. Vix *Maraldus* aliquot ſcrupulorum ſecundorum intervallo contemplatus fuerat meteoron, cum in inſtanti diſpareret, nec aliquod ſui veſtigium relinqueret. In altera obſervatione lumine non minus intenſo fulgebat: ſed columnæ verticales ſucceſſive inde elevabantur, mox iterum diſparentes. *De Mairan* de cauſa frigoris hiberni & caloris æſtivi generali quædam meditatur. Non ſolum attendit ad diverſitatem ictus radiorum hieme magis oblique Tellurem ferientium, quam æſtate; ſed inſuper conſiderans lumen inſtar fluidi, illud diviſum concipit in filamenta innumera, quorum plura feriunt pla-

Pag. 466.

planum, ſi incidentia perpendicularis, quam ubi obliqua fuerit. Numerum igitur filamentorum perinde ac quantitatem ictus metitur per ſinum anguli incidentiæ, adeoque utrumque ſimul per ejus quadratum. Provocat præterea ad umbras planorum diverſimode inclinatorum. Quæ Telluris ſuperficiem inæquabilem conſtituunt: conſtat enim, eas eſſe hieme longiores, quam æſtate, atque adeo actionem Solis magis impedire illo, quam hoc tempore. Denique tertio obſervat, quod radii magis obliqui majorem atmoſphæræ partem trajicere debeant: id quod in cauſa eſt, ut per reflexionem numerus eorum imminuatur. Quoniam vero hic non datur menſura quædam determinata, ut in principiis anterioribus, radiorum quantitatem dimidia ſui parte minui hieme ſtatuit, propterea quod in eclipſibus ſolaribus diſci dimidia parte obſcurata, nondum perceptibilem luminis defectum notavit. Neque etiam negligit dierum longitudinem æſtivo tempore, & brumali diverſam. Atque ex iſtis principiis calorem æſtivum ad frigus hibernum æſtimat ut *66* ad 1. *Juſſieu* gypſum deſcribit, cujus particulas inſtar parallelebipedorum per microſcopium deprehendit, ubi eundem in pulverem redegerat. *De Reaumur* veſpas contemplatur earumque cavas, ubi multa occurrunt, quæ rerum naturalium ſcrutatoribus oblectamento ſunt. *De Reſſons* bombardam palo alligatam globo plumbeo, ſed abſque pulvere pyrio, ſclopetum vero minus pulvere pyrio, ſed abſque tomento oneravit. Orificium ſclopeti ad lumen bombardæ orthogonaliter aptavit, cumque exploderet, globus ex bombarda majori impetu fremituque majori proſiliit, quam ſi vi pulveris pyrii in ipſa accenſi propulſus fuiſſet. *Deslandes* refert, A. 1718 nocte intermedia inter 14 & 15 Aprilis in Britannia minori (quæ Galliæ provincia eſt) fulmen tetigiſſe 24 templa, in quibus campanæ pulſabantur, templis vicinis intactis, ubi campanæ ſilebant. D. *6* April. in mari *Atlantico* ſub gradu latitudinis 45, longitudinis $322\frac{1}{4}$ pluvia arenoſa ab hora decima veſpertina usque ad primam pomeridianam diei ſequentis continuata. Portionem hujus arenæ vulgaris, ſed admodum minutæ ad Academiam Regiam Scientiarum miſit *Feuillée*. Inſula proxima a loco maris, qui hac pluvia inſeſtabatur, 8 vel *9* milliaribus gallicis diſtat. Dimidio circiter milliari a portu *de Longoiran* vertex rupis, quæ ad 30 pedum altitudinem aſſurgebat, delapſus oſſa animalium magna quantitate per vallem diſſeminavit. Quædam eorum erant petrefacta. Sed non ſatis patet, ad quas animantium ſpecies ſint referenda. Latuerant in rupe ſub vertice ad profunditatem 11 pedum. Quædam fragmenta igni vehementiori commiſſa

Tom. VIII Supplem. Sect. XI.

Pag. 467.

Tom.VIII Supplem. Sect. XI. miſſa colorem Callaidis contrahebant. *De la Hire* junior poſt obitum parentis continuans obſervationes meteorologicas quantitatem aquæ pluvialis A. 1719 deprehendit $157\frac{1}{4}$ linearum ſeu digitorum 13, & lin. $1\frac{1}{4}$. Declinationem acus magneticæ $13\frac{1}{2}$ digitorum d. 30 & 31 Decembris A. 1718 obſervavit verſus occaſum; ſed mox d. 7 Januar. A. 1719 obſervationem repetiit, nec ullam in declinatione mutationem advertit, in acu tamen 8 digitorum nonniſi 12 graduum 20 minutorum eandem notavit, etſi virtus magnetica utriusque eodem magnete fuiſſet exercitata. *Juſſieu* deſcribit præparationem Mercurii in fodinis Hiſpanicis *Almaden* dictis & morbos, quibus operarii obnoxii fiunt.

In *Anatomicis* cadavera aquis ſuffocatorum examinans multum aquæ in ſtomacho, nihil in inteſtinis, pauculum in pulmonibus reperit *Littre*. Inter caſus adeo rariores refert exempla *Beckeri* in libro de ſubmerſorum morte ſine pota aqua. Pauculum tamen aquæ, quod præſertim in pulmonibus continetur, mortis cauſam ſufficientem minime ratus, eam in impeditam reſpirationem conjicit. Plures canes atque feles ſub aquis ſuffocavit, & minorem quantitatem aquæ, quam ab hominibus, ab iis deglutitam vidit. *Reneaume* deſcribit modum reparandi quasdam partes corporis humani mutilatas, veluti naſum, labia, aures. Inter veteres *Celſus*, *Galenus* & *Paulus Ægineta* praxeos hujus mentionem faciunt: ſed inter recentiores primus de eodem plurimum perfecta ſcripſit *Taliacotius*,
Pag. 468. Medicus Italus, circa finem ſeculi decimi quinti. Ita ex. gr. naſus renaſcitur ex carne muſculi bicipitis in brachio ad ipſum religato per 14 fere dies, facta inciſione in brachio & vulnere ſuppurato, ut inter particulam avulſam cicatricem contrahat. Operationem perficere ſtuduit *Reneaume*, ut minori temporis ſpatio abſolvatur. *Helvetius* ſyſtema triturationis oppugnaturus in ſtructuram ventriculi inquiſivit, quam plurimum a deſcriptione Anatomicorum differre obſervavit. Ubi œſophagus ventriculum ingreditur, duo notavit fibrarum plana, quæ orificium ambiunt inſtar duarum faſciarum ſeſe mutuo interſecantium. In fundo ventriculi plures obſervavit fibrarum circularium fere & concentricarum faſcias. Denique ſimiles fere circa pylorum deprehendit, centrum tamen infra eam habentes fundo ventriculi propius, convexitate eundem fundum reſpiciente. Contra triturationem optime provocat ad piſciculos ex parte digeſtos in œſophago corvorum aquaticorum. *Roubaut*, a *Sardiniæ* Rege *Auguſtam Taurinorum* vocatus ad munus Chirurgi primarii obeundum, ungues monſtroſos mulierculæ pauperis deſcri-

Digitized by Google

ſcribit, quorum longitudo $4\frac{1}{2}$ digitorum. Imaginabatur ſibi ſe eſſe a dæmone obſeſſam, qui unguium inſolitum incrementum promoverit. Intra ulmum, hominis ſtaturam magnitudine adæquantem, trium circiter aut quatuor pedum intervallo a radice buſo repertus molis medioeris & macilentus, intra ſpatium ſuum arcte concluſus. Cum lignum finderetur, proſiliit. Arbor erat ſana & lignum admodum denſum, ita ut extus irrepere haud quaquam potuerit. Cum arbore natus intra eandem vixit, ejus ſucco nutritus & cum eadem crevit. *Juſſieu* ſiſtit puellam 7 vel 8 circiter annos natam, quæ clauſo ano fæces alvi per vulvam deponit. *Lemery* ex rationibus chymicis contra ſyſtema digeſtionis per triturationem argumentatur. Cum enim plantæ ſalibus fixis, animalia volatilibus abundent, vix quicquam fixi habentia; ſalia autem volatilia non gignantur niſi per fermentationem; per animantia, quæ plantis nutriuntur patere arbitratur, quod cibus digeratur non per triturationem, ſed per fermentationem. Virgo 24 annorum ab anno ætatis 16 continuo cum evacuatione ſanguinis menſtrui per triduum vocis uſum amittebat. Fracto tempore evacuationis menſtruæ, brachio & animo ad iram valde concitato omni propemodum vocis uſu prorſus privabatur: quem tribus elapſis a triſti caſu menſibus *Lemery* exemplo parentis infuſione vulnerariæ feliciter reſtituit. *Winslow* ab Illuſtriſſimo Præſide *Bignonio* excitatus ad examen mechanicæ articulationum, & motus membrorum extremorum corporis humani de muſculis ſcapulæ, & mechanicas cartilaginum ſemilunarium obſervationes communicat. Inquiſivit accuratius, quam hactenus factum, in modum, quo muſculi trapezius & ſerratus anticus major homoplatæ inſeruntur, & ex inſertione trapezii ſive cucularis demonſtrare conatur, quod omnes ipſius portiones conſpirent in ſcapulæ elevationem; ex inſertione vero ſerrati majoris, ejusque ſtructura prorſus ſingulari, ab Anatomicis hactenus non ſatis expenſa, quinam ſequatur uſus, alias ſe demonſtraturum pollicetur. Obſervavit muſculum ſerratum majorem ex tribus veluti portionibus componi, quarum duæ majores vulgo per fibrarum directiones diſtinguantur, tertia minori prorſus neglecta. Monet præterea, quæ ab Anatomicis de eodem in Tabulis annotantur, nonniſi unam ipſius portionem majorem concernere. Cartilagines ſemilunares uſum ſuum exercere in motu cruris ſingularem, cujus hactenus rationem non habuerunt Anatomici, & quem *rotationem cruris inflexi* appellat.

Tom. VIII Supplem. Sect. XI.

Pag. 469.

In *Chymicis* hiſtoriam purgantium medicamentorum continuaturus *Boulduccus*, cucumeres agreſtes contemplatur. Monſtrat,

Digitized by Google

iis detegere potuerit. *Vaillant* characteres 14 generum plantarum & *Isnardus* duas novas plantas deſcribit. Tom. VIII Supplem. Sect. XI.

In *Geometricis* quadraturam geometricam fornicis ſingulari quadam ratione conſtructi dedit *Bernardus*, Architectus militaris Regius. *Varignonius* Geometriam communem novo quodam theoremate locupletavit, quod quandam cum theoremate *Pytagorico* affinitatem habet; ſed ſine multarum figurarum apparatu, cum plures caſus diverſos involvat, commode explicari nequit. *De Lagny* nova ratione abſque calculo infiniteſimali ex data Tangente determinare docet arcum, ac inde per modum corollarii ſeriem *Leibnitianam* pro circulo deducit, quam praxi parum convenire *Ozanami* experientia probat, qui ultra trecentas operationes requiri didicit, antequam ratio diametri ad peripheriam ut 100 ad 314 elicitur. Monet autem, ſi tangens duodecimæ partis peripheriæ ſumatur, qui $=\sqrt{\frac{1}{3}}$ poſita diametro $=2$, mira facilitate duobus diverſis modis ope ſerierum exhibitarum circumferentiam circuli inveniri 3141. 5926. 5358. 9793. 2384. 6264. 3383. 2795. 0288. 4197. 1693. 9937. 5105. 8209. 7494. 4592. 3078. 1640. 6286. 2089. 9862. 8034. 8253. 4211. 7067. 9821. 4808. 6513. 2723. 0664. 7093. 8446 + & 8447 —. Demonſtrationem calculi ſe alias daturum promittit. Bene autem obſervat, in magnis iſtiusmodi calculis non ſufficere, ut conſtet, nos uſos fuiſſe methodo accurata, ſed requiri præterea, ut per conſenſum plurium methodorum calculi infallibilitas evincatur. Series, quas dedit, hæ ſunt. Si radius circuli $= r$, tangens arcus quadrante minoris $= t$, erit arcus $= \frac{rr}{rr+1} + \frac{rr}{rr+4} + \frac{rr}{rr+9} + \frac{rr}{rr+16}$ &c. $+ \frac{rr}{rr+tt}$: ſunt autem $rr+1$, $rr+4$, $rr+9$ &c. quadrata ſecantium in dato ſectore arithmetice comprehenſorum, ſuppoſita ſcilicet tangentis in partes æquales diviſione. Hanc ſeriem deinde transformat in alteram $t - \frac{t}{3r^2} + \frac{t^5}{5r^4} - \frac{t^7}{7r^6}$ &c. ſive $\frac{3r^2t^1 - 1t^3}{3r^2} + \frac{7r^2t^5 - 5t^7}{35r^6} + \frac{11r^2t^9 - 9t^{11}}{99r^6}$ &c. Prior transformatarum eſt Series *Leibnitiana*, unde quadraturam ſuam arithmeticam deduxit, aut, ſi mavis, *Gregoriana*, cum *Jacobus Gregorius* eam ante *Leibnitium* habuerit. Pag. 472.

In *Aſtronomicis* phænomenon ſingulare circa altitudines apparentes aſtrorum detexit *Caſſinus*, quod ſcilicet per teleſcopium obſer-

Tom. VIII Supplem. Sect. XI.

obſervata videantur deprimi, dum ad Meridianum tendant; ſed elevari, dum ab eodem elongantur. Contingit id in aſtris, quæ in Meridiano conſtituta inter zenith & æquatorem ſubſiſtunt. Phænomeni hujus neceſſitatem demonſtraturus eſt *Caſſinus* in amplo Opere, quod de Meridiana obſervatorii per totam Galliam ducta publici juris facere decrevit. Aliqua jam prælibavit *Fontenellius*. Inde nimirum conſequitur, quod in poſitione tubi horizontali filum in foco interſecans verticale ad angulos rectos ſit in plano horizontis, in elevatione autem tubi obliqua in plano circuli maximi ſphæram mundanam oblique ſecantis. *Maraldus* varia annotavit phænomena circa ſtellam novam in balæna, quæ nunc apparet, nunc iterum diſparet. Ab anno 1596, quo primum obſervata fuit, usque ad annum 1687 revolutionis unius quantitas 10 menſium 25 dierum deprehenditur; ſed ab Ann. 1687 usque ad 1710 continuo crevit, ab Ann. 1710 iterum decreſcit. Tempus apparitionis in ſingulis revolutionibus non eſt idem. Nimirum eſt 3 menſium & aliquot dierum; maximum $4\frac{1}{2}$ menſium. A prima apparitione creſcit, donec intervallo 15 vel 20 dierum ad maximam magnitudinem pervenerit, in qua per aliquod temporis ſpatium ſubſiſtit; deinde per 30 vel 40 dies decreſcit, antequam evaneſcat. Maxima magnitudo non eſt in ſingulis revolutionibus eadem; ſed intra terminos ſtellarum ſecundæ & quartæ magnitudinis continetur. Si ad majorem magnitudinem pervenit, tempus apparitionis longius eſt. *Caſſinus* novam proponit methodum directe inveniendi ex anomalia media data anomaliam coæquatam ſive æquationem orbis in hypotheſi elliptica *Kepleri*. Sit ALB ellipſis, in qua Planeta incedit, centrum in C & in foco S Sol, CS eccentricitas AIDB eccentricus ex centro C deſcriptus. Sit Planeta in L & per L ducta IF ad axem AB perpendicularis. Sit denique AD anomalia media, ſeu angulus ACD exprimat anomaliam mediam, quemadmodum ASI veram ſive coæquatam. Per hypotheſin *Kepleri* eſt ſector ellipticus ASL ad ellipſin integram ut anomalia media AD ad tempus integræ revolutionis ſeu integram peripheriam eccentrici, conſequenter ut ſector ACD ad aream integri circuli eccentrici. Enimvero per naturam ellipſeos ſector ellipticus ASL ad ellipſin integram ut area ASI ad integrum circulum. Ergo ACD & ASI ad aream integri circuli eandem rationem habent, adeoque æquales ſunt. Ablato igitur ſectore communi ACI, erit $SCI = DCI$. Demittatur SE ad IC continuatam in E perpendicularis, erit ob $DI \cdot \frac{1}{2}CI = SE \cdot \frac{1}{2}CI$ etiam $DI = SE$. Ducatur DO parallela ipſi EI, erit $OS = DT =$ ſinui DI, conſe-

Pag. 473. Tab. I. Fig. 2.

ſequenter SO differentia inter ſinum DT & ejus arcum DI. Quamdiu angulus DCI non excedit gradum unum cum dimidio, differentia iſta dimidium ſecundi non ſuperat, & hinc ſumi poteſt SE=OE, hoc eſt, DT = DI & DS ipſi EI parallela, conſequenter CDS = DCI. Datis in triangulo DCS cruribus DC & CS una cum angulo DCS anomaliæ mediæ ACD complemento, invenitur latus DS & angulus CDS ſeu DCI, qui ex ACD ſubductus relinquit ACI. Porro in triangulo CIS datis cruribus IC & CS una cum angulo ICS complemento ipſius ACI modo inventi reperitur CIS, qui ex ACI ſubductus relinquit ASI. In triangulo rectangulo GCS ex natura ellipſeos GS=CA & SC eccentricitas data: unde innoteſcit GC. Quamobrem cum ſit HC : GC=IF : FL & IF ad FL ut tangens anguli ISF ad tangentem anguli LSF; erit ut HC ad GC ita tangens anguli ASI modo inventi ad tangentem anguli LSA ſeu anguli ad Solem, qui metitur anomaliam coæquatam. Ad facilitandum calculum conſtruxit *Caſſinus* Tabulam differentiarum SO inter arcum DI & ſinum DT. Notandum vero, in theoria Solis angulum DCI numquam excedere gradum, in Venere 25′, in Luna $2\frac{1}{2}$ gr. in Jove 2° 50′, in Saturno 3° 15′, conſequenter SO in Sole $\frac{1}{2}$, in Venere multo minor quam $\frac{1}{2}$, in Luna 3, in Jove 4, in Saturno 6 ſecunda numquam excedere: in Marte autem ad 30 ſecunda, in Mercurio ad 6 minuta aſſurgere. Societas Regia Anglicana experimento comprobavit, lumen ex vacuo ope antliæ pneumaticæ facto refringi in aerem. Academia Scientiarum A. 1700 per ſua experimenta contrarium probabat. Enimvero *Deliſle* junior experimentum cum omni circumſpectione repetens ab Anglorum parte ſtare veritatem reperit. Quoniam vero refractio ex hoc vacuo in aerem minor refractione Aſtronomica; ſubſtantiam æthereum rariorem concludit, quam aerem in vacuo per antliam pneumaticam producto reſiduum. Refert *Fontenellius*, quæ Ann. 1717, 1718 & 1719 de maculis ſolaribus obſervata fuere, cumque his annis maculæ complures, ſed ſine ullo ordine digeſtæ, una comparuerint, hypotheſis *Philippi de la Hire* rejicitur, qui earum originem ſolido Soli innatanti tribuerat, eminentiis irregularibus nunc ultra Solis ſuperficiem emergentibus. *Deliſle* junior deſcribit conſtructionem Gnomonis ad dirigendum motum penduli in uſum obſervationum aſtronomicarum, quo ipſe huc uſque feliciter uſus. *Maraldus* confert obſervationes nonnullas aſtronomicas Equitis de *Louville* cum iis, quæ factæ ſunt in obſervatorio Regio. Ex obſervationibus geodæticis deducitur differentia longitudinis inter obſervatorium Regium & do-

Tom. VIII Supplem. Sect. XI.

Pag. 474.

Tom. VIII Supplem. Sect. XI. Pag. 475. mum, ubi obſervat de *Louville*, 22′ 51″, ſeu horaria unius minuti & triginta unius ſecundorum temporis. Eſt autem domus *Louvilliana* occidentalior obſervatorio Regio. Ex obſervationibus eclipſium circumjovialium differentiam eandem horariam deducit 1′ 31″ ſeu 1′ 32″, via geodætica & aſtronomica mire conſentientibus. Monet autem *Maraldus*, per obſervationes in Obſervatorio Regio factas conſtare, quod Satellitis ♃ emerſio per teleſcopium 23 pedum, quo uſus eſt de *Louville*, 7 vel 8 ſecundis citius appareat, quam per tubum 17 pedum, quo uſi ſunt in Obſervatorio Regio *Caſſinus* & *Maraldus*. Quamobrem in comparandis obſervationibus hujus differentiæ rationem habet. Altitudinem poli in domo *Louvilliana* via geodætica reperit 47° 54′ 23″, ſuppoſita eadem in Obſervatorio Regio 48° 50′ 10″. *De Louville* novum deſcribit inſtrumentum, quod ad aſcenſiones rectas ſtellarum facile & exacte obſervandas invenit. Componitur ex duobus teleſcopiis, altero horizontali fixo, altero verticali mobili, ut ad omnes altitudines meridianas aptari poſſit. *Delisle* junior d. 22 April. 1719 hor. 8. veſp. & d. 30 Octob. hor. 9 veſp. *Aldebaram* a Luna tectam obſervavit. *Caſſinus* in Obſervatorio Regio d. 29 Aug. A. 1719 obſervavit eclipſin Lunæ. Initium fuit hor. 7 23′. 55″. Per teleſcopium 8 pedum hor. 8 56′ 26″ Luna tota eclipſata apparuit. Finis accidit hor. 9 41′ 10″. Maxima obſcuratio hor. 8 32′ 32″. fuit 4 dig. 39 min. *Maraldus* obſervans eandem eclipſin, notavit hor. 7 minutis 20 ante eclipſeos initium, penumbram jam magnam diſci lunaris partem occupare. Hor. 7 21′ prope *Heraclidem* obſcuritas inſignis notata, hor. 7 23′ limbus Lunæ non amplius diſtingui potuit. Hor. 7 24′ 30″ initium eclipſeos certum fuit. Hor. 8 14′ maximam obſcurationem æſtimavit 4 dig. 41″, ſed hor. 8 22′ 30″ eandem adhuc quantitatem reperit. Finis accidit hor. 9 41′. Lunæ diameter per micrometrum paulo ante eclipſin deprehenſa 30′ 30″.

In *Mechanicis* theoriam gravitatis motus amplist *Varignonius* comparando celeritates corporis gravitate quomodocunque variabili in vacuo ſive per lineas rectas, ſive per lineas curvas quaſcunque aſcendentium, vel deſcendentium. Caſum aliquem jam expendit *Newtonus* in Principiis & poſt eundem ſuo quisque modo demonſtrarunt *Joannes Bernoullius* atque *Hermannus*. Pag. 476. Sed ultra limites, intra quos ipſi perſtiterunt, progreditur *Varignonius*. Hactenus torno inducere non licuit figuras polygonas, triangulares atque quadratas ob continuum torni motum: ſed defectum hunc ſupplevit *de la Hire*, qui machinam eo fine excogitavit, ubi motus rotationis ad arbitrium ſiſtitur, objectum tamdiu fixum detinetur, quamdiu opus fuerit.



Digitized by Google

Inter elogia Sociorum, quibus hoc anno Academia Scientiarum orbata fuit, primo loco comparet elogium *Petri Remondi de Monmort*. Natus is eſt Pariſiis d. 27 Oct. A. 1678, patre *Franciſco Remondo*, ſtabuli Magiſtro, Domino de *Breviande*, & matre *Margaretha Ralle*. Ab illo ſtudio Juris deſtinabatur, ut olim ad dignitatem civilem eveheretur, a quo tamen Noſter abhorrebat. Parens cum eſſet ſeverus & admodum imperioſus, filius vero jugi impatiens; hic juris civilis & paternæ domus pertæſus, in Angliam, & poſt pacem *Ryswicenſem* in Bataviam, ac inde ulterius *Ratisbonam* in *Germaniam* ſe contulit, ubi patruus ipſius de *Chamois* in comitiis imperii Plenipotentiatium Regis *Galliarum* agebat. Incidebat ſubinde in Tractatum *Malebranchii* de inquirenda veritate, cujus ſyſtema avide amplexus ſub finem anni 1699 in *Galliam* redibat. Vix duos menſes *Pariſiis* agebat, cum parens fatis cedens ingentem opum vim ipſi relinquebat. Sui igitur juris factus, autore *Malebranchio*, quem Magiſtrum, ducem & amicum intimum colebat, exercitiis pietatis ſinceræ, Philoſophiæ ac Matheſi ſe totum dedit, poſtquam *Carré* & *Guiſnée* prima Geometriæ & Algebræ elementa ipſum edocuerant. A. 1700 in Angliam denuo profectus, *Newtonum* inviſit. Socium adſciverat *Nicolium*, juvenem, cujus jam aliqui erant in Geometria profectus, & cum ipſo per integros tres annos in ſtudio Geometrico deſudavit, donec ad ipſum calculum integralem penetrarent. Cum frater natu minor eccleſiaſticam perſonam agere nollet, ipſe eidem in Canonicatu *Pariſienſium* ſucceſſit. Suis ſumtibus imprimi curavit libros aliorum, quos *Bibliopolæ* ſuis edere recuſabant, veluti Applicationem Algebræ ad Geometriam *Guisnei*, vel qui ob raritatem commode haberi non poterant, veluti *Newtoni* Tractatum de quadraturis. Religioſarum ordini adſcripſit virgines, quæ ob paupertatem vitam cælibem agere tenebantur. Circa finem A. 1704. emit prædium de *Montmort*, cumque ibi in vicinia degeret Duciſſa d' *Angoulesme*, nurus *Caroli IX*, Principem inviſens vidit ejus agnatam & filiam luſtricam de *Romicourt*. Ejus amore captus Canonicatu ſeſe abdicavit & A. 1706. in arce *Marevil* matrimonium cum eadem iniit, cum ante contractum ſponte declaraſſet, quod 25000 aureorum hæreditatis paternæ conſumſiſſet, quos ſcilicet maximam partem in pauperes erogaverat. Matrimonio contracto, vitam ſimplicem & ſolitariam continuans & in applicatione Analyſeos ad materiam ludorum tempus conſumens, A. 1708. Tentamen analyſeos in ludis fortunæ edidit, cujus nonniſi pauca ſpecimina a *Paſchalio* & *Hugenio* data proſtabant: quæ enim *Bernoullius* reliquerat ſub titulo *Artis conjectan-*

Tom. VIII Supplem. Sect. XI.

Pag. 477.

Digitized by Google

Tom. VIII Supplem. Sect. XI. *jectandi*, nondum lucem publicam adſpexerant. Cum *Nicolaus Bernoulli*, agnatus *Jacobi* atque *Johannis*, ex patrui opere poſthumo MSc. de arte conjectandi ejusdem argumenti dulcedinem quandam percepiſſet, atque *Montmortium* Pariſiis conveniret, hic eum ſecum in prædium ſuum abduxit, ubi per tres menſes in ſolvendis problematibus ad hoc argumentum ſpectantibus tempus omne conſumebant. Inciderunt in combinationes admodum complicatas & in ſeries numerorum ſecundum certas conditiones formatas & ex infinitis terminis compoſitas, quarum theoria non modo in ſublimiori Geometria curvarum, verum etiam in Arithmetica politica, qualem dedit *Petty* Anglus, locum habere poſſunt. Ægre tulit, quod in Anglia *Moivræus* ederet librum de menſura ſortis, quem titulo ſuo erraſſe judicabat, & A. 1714 novam dedit libri ſui editionem multo auctiorem & commercio epiſtolico cum *Bernoulliis*, præſertim *Nicolao*, locupletatam. Præterea commercium epiſtolicum ipſi interceſſit cum *Leibnitio*, *Hallejo*, *Tayloro*, *Craigio*, *Hermanno*, *Poleno*. Cum controverſia de invento calculo differentiali & integrali inter *Newtonum* & *Leibnitium* oriretur, continuata poſt hujus mortem inter Anglos & *Joannem Bernoullium*; judicis ſubinde perſonam ſuſtinuit inter adverſas partes, quarum utrique erat amicus. A. 1715 tertia vice in Angliam
Pag. 478. excurrit, eclipſin Solis, quæ Londini totalis erat, obſervaturus; ubi in numerum ſociorum receptus. Hoc tamen non obſtante, impugnavit attractiones per *Carteſianiſmum* abolitas & ab *Anglis* reſuſcitatas. Multæ ipſi controverſiæ ea de re interceſſerunt cum *Tayloro*, amico ſingulari. Miſit Londinum Tractatum prolixum & valde curioſum de Seriebus infinitis, quem *Taylorus* in Transactionibus A. 1717 imprimi curavit, additionibus quibusdam additis. Anno 1716 in Academiam Scientiarum Regiam receptus, aliud de ſimili argumento ſcriptum eidem deſtinaverat, ſed A. 1719 negotiorum cauſa Lutetias Pariſiorum veniens, variolis correptus, d. 7 Octobris vitam cum morte commutavit. Ab aliquo tempore in Hiſtoria Geometriæ conſcribenda deſudabat: ſed labori immortuus eandem ad umbilicum perducere non potuit. Maluit rure degere, quam Pariſiis, ne a meditationibus concatenatis diſtraheretur. Sæpius tamen teſtatus eſt *Malebranchius*, quod in muſæo, ubi problematis intricatis enodandis incumbebat, filiolus ipſius diſcurſitaverit, & inſtrumenta muſica pulſata fuerint, attentione non impedita. Pariſiis cum eſſet, eruditos advenas omni officiorum genere ſibi devinxit. Ad iram erat pronus, imprimis quando meditationes interrumpebantur negotiorum domeſticorum cauſa;

hoc

Digitized by Google

hoc tamen non obſtante admodum lenis erat & iram aliquis pudor excipere ſolebat. Bonus erat herus, bonus amicus, bonus maritus, bonus pater omni ex parte. 

*Michael Rollius* natus eſt *Amberti* in Arvernia inferiori d. 21 Aprilis A. 1652. Cum parens mercaturam exerceret, elementis Arithmeticæ tinctum in praxi Juris inſtitui curabat a Notario & Procuratoribus, ut diſceret, unde aliquando viveret. Sed hujus rei pertæſus, anno ætatis 23 Pariſios venit, pueros artem bene ſcribendi edocturus. Arithmeticam cum excoleret, præter ſpem ac intentionem ad ipſam usque Algebram penetravit, quam ad palatum ſuum experiebatur. A. 1682, ætatis 30, ſolvit problema ab *Ozanamo* propoſitum: *invenire quatuor numeros ejus conditionis, ut differentia duorum quorumcunque trium priorum ſit etiam quadratus*, longe ultra expectationem propoſitoris, qui adjecerat, minimos horum numerorum non paucioribus quam 50 notis conſtare. *Colbertus* ex obſcuro protraxit *Rollium*, donoque remuneratus eſt ſolutionem, quod poſtea in ſtipendium fixum abiit. Totum igitur ſeſe Algebræ dedit, tantosque in ea fecit progreſſus, ut A. 1685 in Academiam Scientiarum reciperetur. Equidem de *Louvois*, cujus filium in elementis Matheſeos inſtituerat, ipſum admovebat ſtationi, quæ ſuppeditabat, unde commodius viveret: ſed *Algebræ* dulcedine captus ad Academiam Scientiarum redibat, etſi eſſet res anguſta domi. A. 1690 publicavit Tractatum de Algebra in 4, ubi nova methodo (quam vernacula *la methode des Caſcades* appellat) æquationes determinatas omnium graduum reſolvere docet. Anno ſequente Demonſtrationem iſtius methodi edidit, una cum duabus aliis methodis, quarum prima ſuppeditat media reſolvendi easdem æquationes per Geometriam, & ſecunda media reſolvendi plures quæſtiones *Diophanti*, hactenus reſolutionem non nactas. A. 1699 publicavit Methodos reſolvendi quæſtiones indeterminatas Algebræ. Prodibat tunc temporis *Hoſpitalii* Analyſis infinite parvorum, quam oppugnare decreverat *Rollius*, niſi Academia Scientiarum ſilentium eidem impoſuiſſet. Interim tamen animum inimicum prodidit adverſus novum calculum *Leibnitii*, & ſimul Geometriam *Carteſii* in theoria de conſtructione æquationum impugnavit, hanc *Philippo de la Hire*, illum *Varignonio* & *Saurino* defendentibus. Algebram multa adhuc imperfectione laborare credidit, eamque latius extendi poſſe, quam vulgo ſibi perſuadent. Nova prorſus meditabatur elementa Algebræ; ſed, quæ Academiæ obtulit ſpecimina, obſcuritate plena erant. A. 1703 apoplexia correptus, omne periculum feliciter evaſit; ſed decem poſt annos in paralyſin incidit, Pag. 479.

cidit,

Tom.VIII Supplem. Sect. XI. cidit, ut in publicum prodire non poſſet. Obiit d. 8 Novembr. A. 1719, ætatis 68. Iis erat præditus moribus, qui comitari ſolent homines ſtudiis nimium addictos & a commercio mundi alienos. Locum Geometræ ſtipendiarii a morte ejus obtinuit Vir Cl. *De Mairan*.

*Bernhardus Renau d' Eliſagaray* natus eſt A. 1652 in *Bearnia*. Patri ejus erat res anguſta domi cum liberorum multitudine conjuncta. *Colbertus du Terron* Præfectus *Rupefortii* (de Pag. 480. *Rochefort*) cum quaſi filii loco habuit in domo ſua & in Matheſi inſtitui curavit. Pauca legit Noſter, plurimum meditatus, non in muſæo, ſed in præſentia aliorum. Plurimum delectatus *Malebranchii* Tractatu de inquirenda veritate. Cum in arte navigandi multum profeciſſet, commendatione Mæcenatis ſui effectum eſt, ut Dn. de *Seignelai* A. 1679 ipſi procuraret munus apud Comitem de *Vermandois*, ſummum rei maritimæ in Gallia præfectum. Cum Rex conſtructionem navium meditaretur, & eo fine omnes navium Præfectos una cum architectis peritiſſimis *Pariſios* evocaret; quatuor menſium conſultationibus interfuit. Duæ autem prævaluerunt methodi, quarum alteram dedit *du Queſne*, ob rei maritimæ peritiam celebris, alteram *Reneau*, juvenis adhuc & fama carens. Nihilominus tamen *du Queſne*, præſente Rege, prærogativam ipſi tribuit. Juſſit Rex, ut cum Dn. *de Seignelai*, Equite de *Tourville* & Dn. du *Queſne* filio in portus proficiſceretur, executioni daturus, quæ ideis materialibus probaverant: ubi non modo architectos navales, verum etiam ipſorum filios inſtruebat, ut 15 vel 20 ætatis anno efficerent, ad quod alias vix 30 annorum experientia ſufficiebat. A. 1680 bello inter *Algerienſes* & *Gallos* exorto, novo conſilio *Algerium* glandibus majoribus igniariis (quas *Bombas* vulgo vocant) ex navibus projiciendis petendum eſſe cenſens, cum in finem novum triremium genus excogitavit & munimentum fortiſſimum felici ſucceſſu expugnavit, etſi auſum hunc inter ea referrent, quæ ſuavia ſomnia luxuriantium ingeniorum putantur. Invenit etiam novum mortariorum genus, ex quo ad majorem multo diſtantiam bombas projicere licet, quam ex ordinariis, nempe ex intervallo 1700. hexapedarum Gallicarum. Mortuo ſummo rei maritimæ Præfecto, a Rege obtinuit, ut miſſa re maritima in *Flandriam* abiret *Vaubanio* adjungendus. A. 1684 a Rege deſtinatus fuerat obſidioni *Lucemburgenſi*: ſed cum Dn. de *Seignelai* ejus opera indigeret in expeditione *Genuenſi*, eidem intereſſe juſſus. Urbe glandibus igniariis infeſtata, miſſus eſt in *Catalauniam*, ubi obſidionem munimenti *de Cadaquiers* direxit. Inde redux cum *Vaubanio* egit, fines

fines *Flandriæ* & *Germaniæ* munituro, & A. 1688 cum eodem Tom. VIII Supplem. Sect. XI. Pag. 481.
tribus in Germania obſidionibus interfuit, in quibus omnis peri-
culi aleam ipſe ſubibat, Rege vetante, ne *Vaubanius* eidem ſe-
ſe exponeret. Interea temporis Theoriam ſuam de manuaria
nautica conſcripſit, opus hactenus ſine exemplo, eandemque
A. 1689 publici juris fecit. *Hugenius* propoſitionem quandam
libri fundamentalem condemnabat, *Malebranchio*, & *Joanne*
*Bernoullio*, qui ex iis judicabat, quæ ipſi per literas ſignificaverat
*Hoſpitalius*, a partibus ipſius ſtantibus. Cum A. 1689 omni fere
*Europæ Gallia* bellum indiceret, *Renau* defendit, *Galliam* ſo-
lam ſufficere adverſus molimina maritima *Angliæ* ac *Belgii fœde-*
*ratis*, diſſentientibusque aliis Regi perſuaſit. Cum eodem tem-
pore plurima inventa nova ad rem maritimam perficiendam Re-
gi exponeret, & per ideas materiales approbaret, votum in
Conſilio ſanctiori rei maritimæ Præſectuum obtinuit & ejus-
dem rei inſpectionem generalem, una cum autoritate docendi
novas praxes, addito ſtipendio 12000 librarum. Sed antequam di-
ploma expediretur, mortuo Domino de *Seignelai* ſucceſſit Dn.
de *Pontchartrain*: quamobrem *Renau*, novo huic Adminiſtro
ignotus, miſſa re maritima, ad *Vaubanium* redire decreverat.
Enimvero cum A. 1691 Præſecti rei maritimæ ſuas de bello
iſtius anni ideas offerrent, Rex ex ſupremo rei maritimæ Præ-
ſecto Dn. de *Pontchartrain* quæſivit, ubinam eſſet ea, quam de-
derit *Renau*: & hac occaſione ab eodem obtinuit, quod ipſi pro-
miſerat Dn. de *Seignelai*. Quamvis autem Rex ejus opera uſus in
militia navali, eadem tamen quoque uſus eſt in terreſtri. *Breſtiæ*
Duces copiarum navalium novas praxes cum docere intenderet,
id parum honorificum ſibi reputantes, reſtiterunt, quare Rex in
nonnullos animadvertit, *Renavio* fruſtra intercedente. In obſi-
dione *Namurci*, cui Rex ipſe intererat, ſocias cum *Vaubanio* operas
præſtitit. Inde in mare excurrit, *Sanmaclovium* ſervaturus, una
cum 30 navibus, quæ poſt prælium navale ſe illuc receperant.
Cum A. 1693, deliberationibus abſolutis, conſilium de bello ma-
ritimo Rex probaſſet, *Renau* ab eodem conſultus ſuum denega-
vit ſuffragium, additis rationibus, quæ conſilii mutationem per-
ſuaſerunt, nec ſucceſſu infelici. Cum navem *Breſtiæ* conſtructam
juxta propriam ideam adverſus piratas Anglos probare conſti-
tuiſſet, in duas incidit naves, quæ ex India orientali magnas di- Pag. 482.
vitias apportabant. Prælio navali feliciter peracto compos factus
fuerat theſauri adamantum inſignis, qui cum ipſi deberetur,
pretio ingenti permotus, quod quater millena millia aureorum
ſuperabat, eundem Regi obtulit, qui ipſi ſtipendium annuum
9000 librarum aſſignabat, pro difficultate illorum temporum.

Tom. VIII Supplem. Sect. XI. Res præclaras in America meditatus A. 1697, ob peſtem ibi graſſantem ſtatim redire coactus, & ſecundum, quod meditabatur, iter morte *Caroli II.* Hiſpaniarum Regis, interruptum. Hinc ejus ſucceſſor *Philippus V.* a Rege Chriſtianiſſimo impetrabat, ut in *Hiſpaniam* mitteretur *Renau*, loca munita magni momenti, veluti *Gades*, firmaturus, quamvis ſumtibus neceſſariis negatis nihil perficeret. A. 1702 navibus *Hiſpanicis* ex *America* reducibus, in portu *de Vigo* periclitantibus, 30 millena millia aureorum in conſpectu quaſi hoſtium inaudita dexteritate ſervavit, per omnem *Galliciam* conquiſitis curribus ultra 4000, quibus illam argenti vim ex navibus exportatam impoſuit, antequam hæ in hoſtium manus inciderent. Multa præclara & prorſus ſingularia præſtitit A. 1704 in obſidione *Heracleæ*, quæ vulgo *Gibraltar* appellatur. Intereſſe quoque debebat obſidioni *Barcinonenſi*: ſed cum eſſent, qui ejus operam magis neceſſariam prædicarent in *Gadibus* muniendis, illuc ſeſe contulit. Enimvero cum loco 200 millium aureorum, quæ promittebantur, ne obolum quidem ibidem reperiret, fidem ſuam apud mercatores interpoſuit, ut ſumtus ad publicam utilitatem facerent. Poſtquam vero facultates ſuas exhauſiſſet, nec ibi amplius ſubſiſtere poſſet, poſt continuos quinquennii labores & itinera, rebus omnibus, quas ſecum habebat, divenditis, ne deeſſent itineri ſumtus, cum unico duplione in Galliam rediit. Et Rex quidem ipſi promittebat, quod ſervitia in *Hiſpania* præſtita ita cenſeri debeant, ac ſi eadem in uſum *Galliæ* impendiſſet. Sed ære alieno tantum non opprimebatur difficillimis iſtis temporibus, quibus poſcere non licebat, quæ ipſi debebantur a pluribus annis. A. 1713 *Joannes Bernoulli*, manuaria nautica accuratius expenſa, *Hugenii* adverſus ipſum partes amplexus eſt & per literas contra ipſius propoſitionem fundamentalem diſputavit. Controverſiæ finem facturus edidit A. Pag. 483. 1714 Tractatum de manuaria nautica: ſed manus victas nondum dabat *Renau*, quod theoriam *Bernoullianam*, etſi *Renaviana* magis complicatam, a vera tamen parum utique differre cenſeret. Inter hæc Miniſtris fere ac Regi ignotus eſſe cœpit. At cum *Melitenſes* ſibi a *Turcis* metuerent, magnus Equitum Magiſter a Rege Chriſtianiſſimo petiit, ut *Renavium* defenſorem inſulæ mitteret. Illuc igitur abitum parabat, ſperans fore, ut redux rei ſuæ familiaris ſtatum Regi coram exponere poſſet. Enimvero metus *Melitenſium* vanus fuerat, & Rex interea moriebatur. Tum Dux *Aurelianenſis*, Regentis munere fungens, cui merita ipſius erant perſpecta, eum ad dignitatem Conſiliarii maritimi evexit, & ejus opera uti decreverat in capiendo experimento onerum juxta methodum *Vaubanianam* diſtribuendorum, de

Digitized by Google

de qua alibi diximus in his Actis. Quoniam vero ab aliquo tempore retentione urinæ laborabat, Ann. 1719 menſe Septembri aquæ calidæ hauſtu largiori remedium allaturus, in febrim, & urinæ retentione aucta, in hydropem incidit. Cumque contra mandatum Medicorum nimia aquæ quantitate continuo ſeſe oppleret, die 20 Sept. A. 1719 vitam absque dolore & cum rationis uſu finiit. Ann. 1699 in Academiam Scientiarum fuit receptus, Geometra fere a natura factus. Scripta *Malebranchii* contemtum eruditionis ipſi inſinuaverant, nec otium nactus fuerat, ut de ea ſibi comparanda cogitaret. Tom.VIII Supplem. Sect. XI.

## C.G. demonſtratio Theorematis Fermatiani,

### *Nullum numerum triangularem præter I. eſſe quadrato-quadratum.*

SCripſit olim Fermatius, in Epiſtola a Walliſio edita, ſe id demonſtrare poſſe, demonſtrationem vero ſuppreſſit, quapropter dignam exiſtimavi quam inveſtigarem. Fingatur (I.) Radix illius quadrato-quadrati $=ab$. ubi $a$. ſit numerus integer. (II.) Quadro-quadrati $a^4b^4$, quotiens & diviſor quicumque reduci poterunt ad $ab^2$. & $a^3b^2$. ſed (III.) omnes numeri triangulares reduci poſſunt ad hanc formulam $x(2x+1)$ ubi $x$. eſt numerus integer quicumque, ergo illud quadrato-quadratum cui æqualis eſſet numerus triangularis, haberet diviſorem $ab^2.=x$. & quotientem $a^3b^2=2x+1$. (IV.) ex prima æquatione colligitur $b^2=\frac{x}{a}$; ex altera $b^2=\frac{2x+1}{a^3}$. ergo $a^2=\frac{2x+1}{x}$. Quoniam vero (V.) $a^2$. eſt numerus integer (per poſitionem primam) & $\frac{2x+1}{x}$ exhibere non poteſt numerum integrum, niſi fiat $x=\pm 1$. nec quadratum niſi ponatur $x=-1$. quo poſito fit ipſe numerus triangularis primus $=1$. patet hunc unicum eſſe quadrato-quadratum. Pag. 484.

Pæne ſuperfluum eſt monere hanc demonſtrationem exteudi tum ad omnes ſeries numerorum hujus formulæ $x(\pm 1+ex+fx^2+gx^3+$&c.) ubi $x$. ſit exponens terminorum; $e.f.g.$&c. ſint numeri integri vel o. (præter unicum caſum, ſi omnes ponerentur $=0$. quo caſu ſeries ipſa tranſiret in $\pm x$) tum etiam ad excludendos numeros ulteriorum poteſtatum parium, ita, ut



Digitized by Google

Tom.VIII Supplem. Sect. XI.
nullus iſtarum ſerierum terminus excepto termino primo poſſit fieri quadrato-quadratus, nec ſextæ nec decimæ nec ullius poteſtatis paris præter quadratam.

De triangularibus vero & hoc affirmari poteſt, ſi eorum quicumque = T. ponatur, T + 2. non eſſe quadratum; T + 3. non eſſe numerum poteſtatis quintæ; T. + 4. non eſſe numerum poteſtatis octavæ nec decimæ; T + 5. non eſſe quadratum; quibus multa ſimilia addi poſſent, ſed horum demonſtrationes non ex eodem, quo ſuperior illa, fonte derivantur, ut facile agnoſcent qui naturam numerorum penitius ſcrutati fuerint.

# JO. RIZZETI RESPONSIO

## Ad G. FR. RICHTERUM, de Optica Newtoniana;

*( Vid. Act. Erud. Menſ. Jan. 1724. p. 289 & ſupra, Sect. III, V, VII.)*

IN poſtremo Schediaſmate, quod egregius Richterus de Optica Newtoniana Actis Lipſ. demandavit, plura ſunt, quæ ad controverſiam faciunt, & ut diſputationi finem imponam, de his volui præſtantiſſimos viros Regiæ Societatis Londinenſis in epiſtola conſulere. Alia quædam ſupervacanea videntur, quæ falſitate vel paralogiſmo laborant; & ut veritati in omnibus faveam, de his cum Adverſario pro hac vice agere ſtatui.

Pag. 485.
1. Licet objectorum inæqualiter diſtantium imagines nequeant in oculo, ob veterem refractionis legem, ſimul diſtinctæ exhiberi, eximius tamen Richterus eadem objecta uno oculorum actu ſimul diſtincta percipi vult. Hanc ſententiam experimento confirmat; nam ſi aſpicitur Luna, interpoſita quavis re, quæ ſit paulo amplior capillo, ac exiguo intervallo ab oculo diſtans, Lunam refert ac ſimul rem interpoſitam uno obtutu diſtincte videri; quamvis in oculo imago diſtinguatur unius & confundatur alterius. Verum eſt ac nemini latet, quod, ſi in oculo imago unius diſtinctione donatur, imago alterius confuſione inficitur; & falſum eſſe videtur, rem utramque uno obtutu apparere diſtinctam. Etenim inter Lunam & oculum filo ferreo interpoſito, dum acies in Lunam intenditur, filum confuſum apparet, & maculæ in Luna aliqua diſtinctione perſpicuæ: acie vero in filum converſa,

verſa, hoc cernitur diſtinctum, & Luna magis quam antea confuſa. Tom. VIII Supplem. Sect. XI.

2. Licet res inæqualiter remotæ æqualiter inſpiciantur diſtinctæ, ut extremitates virgæ *a*A, quarum una magis ab oculo quam altera diſtat, doctiſs. tamen Richterus unius vel alterius imaginem in oculo vult ob veterem Refractionis legem confundi. Hanc ſententiam confirmat calculo: incidentibus enim radiis punctorum *a*A ex humore aqueo in chryſtallinum B*b*, & ex chryſtallino in vitreum, ſi diſtantia fuerit *a*M $10\frac{5}{12}$, & AM 104 digitorum Rhinl. is elicit calculo diſtantias focorum, illius ſcilicet *em*, pertinentis ad punctum *a*, $\frac{1109}{14012}$, & alterius *em*, pertinentis ad punctum A, $\frac{11167}{72418}$ ejusdem digiti, & proinde ipſorum focorum differentiam *ee* ($\frac{1}{107}$ digit.) ſatis notabilem, ut in oculo confundatur imago unius aut alterius extremitatis virgæ; quamvis utraque ſimul pulchre diſcerni queat. Vid. Act. Er. Jan. 1724. Tab. I. Fig. 1.

Geminas virgæ extremitates, quarum una diſtat ab oculo $10\frac{5}{12}$, altera 104 dig. Rhinl. ſimul pulchre diſcerni poſſe, neſcio an certe affirmandum ſit; ſcio potius paralogiſmum olere calculum Richterianum, quo elicitur differentia focorum in caſu propoſito $\frac{1}{105}$ dig. Supponitur primum in calculo Richteriano, radios punctorum *a*, A, incidere ex humore aqueo in chryſtallinum tanquam fluentes ex punctis *a*, A. Quia vero ſcimus, eos prius incidere ex aere in corneam, & ex hac in humorem aqueum, agnoſcimus quoque ipſos a cornea & ab aqueo humore refractos incidere in chryſtallinum, tanquam conſpirantes ad duo quædam puncta axis A*e*, ultra *e* continuatæ. Nec dicendum eſt, nil referre, quod ipſi radii in chryſtallinum incidant fluentes ex punctis *a*A, aut conſpirantes ad duo puncta ultra *e*; ex aere enim in denſiorem lentem B*b* radiantibus geminis punctis *a*, A, quorum imagines principaliter depingantur, illa ſc. puncti *a* in *e*, & illa puncti A in *e*, ſi materia lentis in rariorem mutata, ſuperius inducatur ſtratum materiæ denſioris aere, & rarioris illa lentis, ita, ut maneat punctum *e*; adhibito calculo inveni, punctum *e* accedere ad punctum *e*. Pag. 486.

Supponuntur iterum in calculo Richteriano refractiones geminæ, alia ex aqueo in chryſtallinum, altera ex chryſtallino in vitreum. At quia ſcimus, chryſtallinum compoſitum eſſe ex innumerabilibus ſtratis materiæ interius denſioris ſemper atque denſioris, innumerabiles quoque refractiones eſſe non ignoramus. Nec dicendum eſt, nil referre, quod ſint refractiones geminæ vel plures; in lentem enim B*b* ex una eademque materia confectam radiantibus, ut prius, geminis punctis *a*, A, quorum imagines principaliter depingantur, hoc eſt illa puncti *a* in *e*, & illa puncti A in *e*, ſi materia lentis mutatur in denſiorem interius & rariorem

exte-

Digitized by Google

Tom.VIII Supplem. Sect. XI. exterius, ita ut maneat punctum *e*, adhibito calculo inveni (ut alias memini) punctum *e* puncto *e* appropinquare. Paralogiſmum igitur ex duplici cauſa Richterianus calculus olet, & quia radii punctorum *a*, A, non incidunt in chryſtallinum tanquam fluentes ex punctis *a* A, ſed tanquam conſpirantes ad duo axis puncta ultra *e*, & quia radiis in chryſtallinum ingredientibus, & e chryſtallino egredientibus, refractiones non geminæ ſed innumerabiles fiunt. Unde intelligitur, differentiam focorum *ee* ex duplici cauſa eſſe minorem illa quam Adverſarius ex ſuo calculo elicuit.

3. Huic ſuo calculo nimis confidenter inſiſtens is addit, quod ſi punctorum variis coloribus denſe expreſſorum inſpicitur copia, e perexiguo unius duorumve pedum intervallo, ac pilus interponatur minus ab oculo diſtans; converſa ad hunc ipſum acie, libera ab obſcuritate & confuſione ſentiantur ea puncta, quorum imagines is putat in oculo ita diſtinctas non eſſe, ut illam pili. Verum eſt ac cunctis patet, quod acie ad pilum converſa imagines punctorum nequeant ita diſtinctæ depingi ut illa pili; at falſum eſſe videtur, libera ab obſcuritate & confuſione puncta ſentiri. His enim ab oculo diſtantibus intervallo duorum pedum, & pilo intervallo dimidii pedis, ſi oculus ad pilum intenditur, hic utique diſtinctus apparet, at punctorum colores confuſione inficiuntur.

Pag. 487.

4. Cum dixerim, capillum per quæcunque priſmata aſpectum aut penitus ex oculo amitti, aut evidenter perturbatum exhiberi, negat hoc Nobiliſs. Richterus contingere in illis priſmatibus, quorum ſuperficies non majori angulo quam paucorum graduum ad ſe invicem inclinantur. Verum eſt, quod ſi priſma adhibetur, cujus angulus refringens eſt unius aut duorum graduum, vix levia quædam veſtigia aberrantis luminis deteguntur. At abſit conſequentia, quam Adverſarius deducit. In punctis (ait) *b* & L lens B*b*L convenit cum priſmate adſcripto *b*KL, in aliis punctis cum aliis priſmatibus, in ipſo vero axe M*m* cum vitris parallelarum ſuperficierum. Quapropter eam particulam capilli, quæ conſpicitur per puncta lentis *b* & L, perinde ut per priſma *b*KL; quæ per puncta M & *m*, non ſecus quam per vitra parallelarum ſuperficierum; quæ denique per puncta alia, etiam alio modo apparere fas eſt. Is putat, ſingulas objecti particulas inſpici per ſingulas alias lentis particulas; unde dicuntur aberrationis immunes illæ objecti particulæ, quæ inſpiciuntur per lentis particulas axi propinquas; illæ ſcilicet quæ refringuntur a priſmatibus ſuperficierum paralle-

L.c.p.36.

Digitized by Google

**clarum , vel ad ſe invicem inclinatarum ſub angulo gradus unius vel dimidii.**

Tom. VIII Supplem. Sect. XI.

**Abſit hic ratiocinandi modus ; in oculum enim B*b* radiante obiecto quovis, non depinguntur ſingulorum punctorum imagines** a ſingulis radiis per ſingula loca pupillæ tranſeuntibus , ſed imago puncti cujuslibet depingitur ab omnibus radiis tranſeuntibus per totam ſuperficiem pupillæ . Singula igitur obiecti puncta non aſpiciuntur per ſingulos radios, hoc eſt , per ſingula puncta pupillæ, ſed punctum A, vel quodlibet aliud, aſpicitur per omnes radios in totam pupillæ ſuperficiem incidentes. Si de hoc Adverſarius certior fieri vult , lucidum objectum inſpiciens, exiguum foramen ( tanquam unicum punctum ) apponat cuilibet parti pupillæ; & cum videat, objectum ſemper in conſpectu manere , inde colligat , univerſa puncta objecti per ſingula puncta pupillæ , oculo per foramen inſpicienti apparere . Quod ſi ita eſt, manifeſte patet, ſingula objecti puncta per univerſa pupillæ puncta oculo nudo videri . Cum iterum , oculo per foramen inſpiciente , rem videat objectam lumine inopem , & oculo nudo illam videat lumine divitem , ab hoc confirmatum agnoſcat, quod in primo caſu per radios pauciores, hoc eſt, per exiguam partem pupillæ , & in ſecundo per plures, hoc eſt , per totam pupillam, ſingula objecti puncta inſpiciantur. Ob id tamen eruditiſſ. Adverſarius ſua laude fraudandus non eſt ; eliſis enim difficultatibus, quas ille fecit, magis patet , quid ſit de Optica Newtoniana ſentiendum.

Pag. 488.

G. FRID.

Tom. VIII Supplem. Sect. XI.

# G. FRID. RICHTERI

## *De Præcedente Schediaſmate Rizzetiano Monitum.*

ETiamnum ſuis dubiis contra Opticen Newtonianam inhærens nobiliſſimus Italus, ad ea, quæ ipſum noviſſime admonui, (*Act. Jan.* 1724.) nova plane ratione nunc reſpondet. Diviſis enim argumentis meis bifariam, illa, quæ imprimis ad rem facere opinatus eſt, in Epiſtola ad illuſtrem Societatem Regiam Londinenſem, ſimul cum ſuis animadverſionibus, expoſuit, arbitrioque celeberrimæ hujus Societatis controverſiam ita ſubjecit noſtram, ut, ſi forte rejectus vel condemnatus fuerit, ſibi non defuturus, ſed ad aliud tribunal provocaturus videatur. Cetera, quæ in ſchediasmate meo ſupervacanea numeravit, hoc eſt, ut ipſe interpretatur, quæ *falſitate vel paralogiſmo laborare*, cenſuit, de iis agere mecum in præmiſſo ſcripto decrevit. Accepimus quidem ab Auctore etiam exemplum epiſtolæ paullo ante laudatæ, ſed exhibere illam dubitavimus, cum quod longa eſt & pleraque complectitur jam alibi appoſita, tum quod, quæ coram tribunali Londinenſi agi debent, noſtris inſerere Actis, præſertim ante pronuntiatam ſententiam, inſuper habemus. Et quamquam mihi proclive eſſet, ad omnia reſpondere, quæ ibi ſunt allata, ſatius tamen exiſtimo, atque ad componendam litem opportunius, ut in ſententia electi ab ipſo adverſario judicis ſapientiſſimi acquieſcam. Pauca ſaltim exempli cauſſa attingere liceat. Pag. 489.

Cum demonſtraverim, (*Act. Jan. p.* 297.) quid ita chartæ bicoloris pars rubra magis quam cœrulea attolli videatur, angulo refringente prismatis ſurſum converſo, & tela candida ſubſtrata, etiamſi radii cœrulei revera magis quam rubri refringantur, ut ſuppoſito pro tela candida panno nigro patet; nihil me demonſtraſſe, ſed *principium petiiſſe* Nobiliſs. Adverſarius contendit: nam ſe invertere ratiocinium, eodemque modo demonſtrare poſſe, quid ita chartæ bicoloris partem cœruleam magis quam rubram attolli conſpiciamus, ſubſtrato panno nigro, etiamſi radii rubri revera magis quam cœrulei refringantur, ut ſuppoſita tela candida pro panno nigro patere videatur. Scilicet quid inter album atrumque interſit, fingit ſe neſcire Vir & eruditus & opticarum rerum peritiſſimus. Nam ſi nigredo color plane nullus eſt, ſed defectus coloris omnis, omniumque lucis radiorum, ſi proinde coloratus ille limbus, qui circa fines albi & nigri per

pris-

Digitized by Google

priſmata apparet, e ſolo albo naſcitur, profecto ab alba charta KLMN, ad bicolorem applicata, afferri ejuſmodi limbum poſſe, & charta vero vel re quavis nigra non modo nihil afferri poſſe, ſed & obtecta albedine, ſi qua prius circumjecta fuit, omnem extinguendum limbum, inde ortum, & fines chartæ bicoloris puros plane atque illibatos relinquendos eſſe, conſtat. Tom. VIII Supplem. Sect. XI Vid. Act. Jan. 1724 Tab. I. Fig. 2

Dixi, (*p.* 295. *l. c.*) corpus opacum nec politum radios quaquaverſum reflectere, qualeſcunque illi fuerint, & quacunque inclinatione inciderint: hoc enim & natura ipſa ejuſmodi corporis, & differentia, quæ inter illud atque ſpeculum intercedit, & communiſſima experientia, cum longe lateque tale corpus cerni poſſit, perſpicue teſtatur, & præter Nobiliſs. Adverſarium nemo it infitias. At ille diſtinguendum ratus inter colores corporum permanentes, qui a lumine directo illuſtrantur, atque inter apparentes, qui a refracto producuntur, concedit, corpus ſcabrum & opacum, lumine directo illuſtratum, radios quaquaverſus reflectere, ceterum in corporibus refracto lumine coloratis easdem valere leges dubitat. Sed, ut omittam, quæ de ipſa diſtinctione inter colores permanentes atque apparentes commemorari poſſent, quam longe & late cernitur pars quælibet parietis vel chartæ, alba & directo lumine colluſtrata, tam longe & late eandem, refracto per priſma lumine coloratam, videri certum eſt; & quæ cauſa efficit, ut directi luminis radii quaquaverſus diſpergantur, eadem neque illos, qui ante appulſum per priſma ſunt refracti, ad æquos reddi flexus ſinit. Interim dubitationem Viri optimi nihil miror; qui, ni dubitaret, victus eſſet. Pag. 490.

Aberrans ſtellarum lumen per teleſcopia meliora obſervatum ſatis accurate cum dogmate & calculo Newtoniano convenire, aliquoties admonitum eſt. Contra id novam & inprimis validam objectionem ſibi reperiſſe videtur ingenioſus Adverſarius. Negat enim, *conſideraſſe Newtonum, quod lumen in caſu propoſito*, non ab uno vitro teleſcopii majore, quod *obiectivum* appellamus, ſed *a lentibus ſaltem geminis, & poſtea ab oculi humoribus refringeretur*; ob eamque cauſam Illuſtris Viri calculum ſine dubitatione *paralogiſticum* pronuntiat. Sed ipſe potius rem non ſatis attente conſideravit Rizzetus. Nam cum ſtella per tubum aſtronomicum aſpicitur, non ſane per utrumque vitrum pari conditione ſpectatur. Vitrum *objectivum* imaginem ſtellæ circa focum exhibet; atque hanc imaginem per lentem oculo obverſam intuemur. Jam ſi quid per vitrum non nimis globoſum, hoc eſt, quod non nimis magnum ſphæræ ſit ſegmentum, e juſto intervallo intuemur, aut nullam aut non numerandam luminis aberrationem obſervari, & experientia do-



Digitized by Google

 cet, & alibi a nobis (*p. 296 l. c.*) ratione demonſtratum eſt. Ergo lumen aberrans, quod per teleſcopium ſatis exquiſitum circa ſtellam animadvertitur, ad ſolum vitrum *objectivum*, quo imago repræſentatur, non ad *oculare*, per quod imaginem illam aſpicimus, referendum eſſe patet: nam quod ad oculi humores attinet, eos ſane interpoſito teleſcopio, non magis
Pag. 491. quam ſi nudi ſint, vel efficere vel augere iſtam aberrationem fas eſt.

Sed vereor, ne, ſi plura ex literis Cl. Rizzeti ad Societatem Angl. afferam, parum ſtare promiſſis meis videar. Igitur ad alterum Autoris ſchediaſma, quo mecum ſe acturum diſerte profitetur, nunc accedo, ſingulis IV membris breviter & perſpicue reſponſurus.

*Ad memb.* 1 & 3. Hic parum mentem & verba mea percepiſſe Virum doctiſſimum, vel inde conſtat, quod me ſtatuere meminit, inſpectis e perexiguo intervallo punctis coloratis, piloque interpoſito, & converſa ad eum acie, libera ab obſcuritate & confuſione puncta iſta ſentiri. Immo vero plane contra eſt: *non magis* illa puncta ab obſcuritate libera ſentiri dixi, (*p.* 291) quam camporum flores, quos ipſe propoſuerat. Nempe hæc mea eſt ſententia: cum quæritur, an foci radiorum rubrorum ac cœruleorum inter ſe diſtent, hoc eſt, an aberratio luminis Newtoniana vera ſit, experiendum tentandumque illud eſſe vitris majoribus, non minoribus, nedum nudis oculis. Quod ut re ſimillima confirmem, provoco ad focos radiorum, a punctis inæqualiter remotis advenientium, quos focos pariter inter ſe diſtare, non oculis nudis, ſed vitris majoribus experiendum eſt. Si, interpoſito tali vitro, in tabula alba excipiuntur imagines duarum candelarum ardentium, quarum altera paucos ſaltem pedes longius a vitro diſtat quam altera, diſcrimen focorum luculentiſſime percipitur: nam ubi una imago diſtincta apparet, ibi alteram adeo confuſam cernimus, ut nihil minus quam imago candelæ eſſe videatur. At nudis oculis utramque intueri, citra ejusmodi confuſionem, ſatis clare licet. Concedit hoc Rizzetus in rebus quæ exiguo paucorum pedum intervallo a ſe invicem abſunt, negat de iis, inter quas major eſt intercapedo: nam flores campi, ex intervallo XX circiter paſſuum, nudo oculo confuſiſſimi apparent, inquit, ſi acies ad capillum dirigatur, qui campum inter & oculum locatus, uno circiter pede ab hoc remotus ſit. Ego vero, ut demonſtrem, id non tam majori diſtantiæ, quam potius multitudini ac varietati florum, intentoque oculorum actui, imputandum eſſe, duo affero experimenta: unum de punctis coloratis, quæ paucorum pedum intervallo ab oculo

oculo piloque remota, propter varietatem intentamque in pilum aciem, non minus confuſa apparent, quam camporum multo magis remoti flores: alterum de rebus ſimplicioribus, quæ quanquam X, XX, atque etiam longe plures paſſus inter ſe diſtant, tamen, propter illam ſimplicitatem minusque intentam oculorum vim, uno ſpectari obtutu ſine confuſione ſolent. Quis enim non experitur toto die, ſive in conclavi ſedeat, ſive per plateas ambulet, ſive in patentibus verſetur campis, ſive terrena intueatur, ſive cœlum ſuſpiciat, dummodo non affigat oculos ad certum punctum, ſe multas res, quantumvis inæqualiter diſtantes, uno viſionis actu, proſpicere ſatis clare ac diſtincte poſſe? Cum luna per feneſtram, aut prope domum aliquam vicinam apparet, quis eſt, qui oculis integris, lunam, domum, feneſtram, ſimul videre absque obſcuritate & confuſione nequeat? Quod ſi acies magno conatu in exiguam lunæ maculam, aut in domus feneſtræve particulam intenditur, agnoſco ſane circumpoſitarum rerum obſcuritatem quandam, ſed ejusmodi obſcuritatem, quæ a confuſione imaginis, per lentem vitream majorem ultra vel citra juſtum focum exhibitæ, etiamnum ſatis differt. Tom VIII Supplem Sect. XI. Pag. 492.

*Ad memb.* 2. Hoc loco calculus meus nequicquam reprehenditur. Scio, radios per tunicam corneam itemque per humorem aqueum prius refringi, quam ad cryſtallinum perveniunt: ſed hoc jure neglexiſſe videor, cum quod calculum nimis perplexum evitare ſum conatus, tum quod illud egi, non ut ſpatiolum *ce* accuratiſſime definirem, (*pag.* 291,) ſed ut ſaltem notabile eſſe commonſtrarem; ſi nimirum eodem modo in oculo ſeſe res habere, ut in vitris opticis, aſſumitur. Quod ſi ex intima natura oculorum, atque imprimis ex nova ſua doctrina, de inæquali denſitate humoris cryſtallini, demonſtrare poteſt Vir præſtantiſſimus, diſtantiam focorum *ce*, a diſtantia punctorum radiantium A & *a* exortam, usque adeo in oculis contrahi, ut vix amplius notabilis ſit, facile id quidem patior, quanquam ipſam demonſtrationem & calculum expecto, ſed dubitandum non eſt, quin una opera demonſtrare liceat, diſtantiam focorum, a diverſa radiorum *refrangibilitate* ortam, æque contrahi; ac proinde nudos oculos, ad oſtendendas illas focorum differentias, neutro caſu, pro conſuetis vitris opticis ſubſtituendos eſſe. l. c. Fig. 1. Pag. 493.

*Ad memb.* 4. Cum per ſimplex vitrum opticum res quælibet e juſto intervallo aſpicitur, ſingulas iſtius rei particulas per ſingulas vitri particulas aſpici certiſſimum eſt. Atqui ſi ſatis mea verba conſideraſſet Adverſarius, nihil aliud me dicere (*p.*296) intellexiſſet. Non pertinet demonſtratio, qua uſus ſum, ad lentem oculi cryſtallinam, ſed ad lentem e vitro vulgari conflatam;

Tom.VIII Supplem. Sect. XI.

non pertinet ad lentem, cum circa focum ejus imago rei cujusque depingitur, ſed cum per eam directe res ſpectatur. Depictis enim, vel in fundo oculi per humorem cryſtallinum, vel in tabula accommodata per lentem opticam, rerum imaginibus, imaginem puncti cujuslibet, non a radio quodam ſingulari, ſed ab omnibus depingi radiis, qui a puncto illo in totam lentis ſuperficiem illabuntur, myſterium eſt, ne quidem tyronibus ignotum. Sed aberrans neſcio quod lumen fallere nonnunquam virum oculatiſſimum videtur. Atque hic controverſiæ noſtræ per me quidem finis eſto.

EXCER-

Digitized by Google

# EXCERPTA
## EX ACTIS ERUDITORUM
## LIPSIENSIBUS
## ANNI 1725.

---

## OBSERVATIO LUNARIS ECLIPSIS

Habita ULYSSIPONE in Palatio Regio die 1. Novembris 1724.

*A PP. JOHANNE BAPTISTA CARBONE, & DOMINICO CAPASSO Soc. Jeſu.*

OBſervavimus hanc Eclipſin Teleſcopiis, altero quidem Pedum Pariſinorum 8, ſed clariſſimo, altero 10, ſed minus claro: utroque tamen lunares maculæ perfectiſſime diſcernebantur. Ad temporis dimenſionem uſi ſumus Horologio oſcillatorio, vulgo *Pendula*, ſatis exacto, pluribus ante diebus in ipſo obſervationis loco firmato, & quotidiano examine per meridianam lineam, ibidem a nobis jamdiu inventam, & pluries examinatam, ad medium Solis motum quam proxime reducto. No-

Act. Erud. An. 1725. M. Febr. Pag. 75.

ᴄte

Act.Erud. A. 1725. M Febr. ctæ vero ipſius Eclipſis ter illud ad trutinam revocavimus, ut ejus a vero tempore diſcordiam deprehenderemus. Primo in tranſitu *Fomabantis* per Meridianum, Hor. 8 M. 17 Sec. 18. Secundo in tranſitu *Rigel* ſeu *Pedis Lucidi Orionis* Hor. 2 M. 35 Sec. 21. Tertio in tranſitu *Sirii* Hor. 4 M. 4 Sec. 40. (Aſcenſiones rectæ deductæ ſunt ex Tabulis Hirianis.) Invenimus autem Horologium tardius incedere ſecundis tantum 7, quæ jam addita ſunt momento Obſervationis mox apponendæ.

A Solis occaſu usque ad mediam noctem nubes ac pluviæ cœlum nobis identidem adimebant. Ventus tamen ſub horam 1 illud nobis ſatis clarum reſtituit, eoque uſi ſumus ad horam prope tertiam.

*Temp. Ver.*

| Hor. | ' | " | |
|---|---|---|---|
| 1 | 38 | 0 | Penumbra incipit eſſe ſenſibilis. |
| 1 | 41 | 0 | fit ſpiſſior. |
| 1 | 43 | 29 | fit ſpiſſiſſima. |
| 1 | 47 | 45 | Umbra incipit. |
| 1 | 49 | 25 | Diſcus Lunæ apparet deficiens. |
| 2 | 0 | 16 | Umbra pertingit ad *Ariſtarchum*. |
| 2 | 0 | 39 | pertingit ad *Platonem*. |
| 2 | 1 | 10 | *Ariſtarchus* totus in Umbra. |
| 2 | 6 | 22 | *Architas* |
| 2 | 8 | 7 | *Ariſtoteles* |
| 2 | 0 | 29 | *Pitheas* |
| 2 | 11 | 28 | *Galilæus* |
| 2 | 13 | 22 | Umbra ad litus Orientale *Maris Serenitatis*. |
| 2 | 15 | 34 | *Endymion* immergitur totus. |
| 2 | 18 | 2 | *Copernicus* incipit immergi. |
| 2 | 20 | 7 | totus in Umbra. (Pag. 76.) |
| 2 | 21 | 5 | *Poſſidonius* incipit. |
| 2 | 22 | 8 | totus latet. |
| 2 | 27 | 49 | *Ricciolus* incipit. |
| 2 | 31 | 56 | Umbra pervenit ad *Grimaldum*. |
| 2 | 34 | 37 | Ad Litus Boreale *Maris Criſium*. |
| 2 | 37 | 17 | *Proclus* immergitur. |
| 2 | 40 | 0 | *Nubes ſupervenit, quæ Lunam omnino tegit, diuque videtur duratura.* |
| 3 | 25 | 0 | *Nubes diſcedit. Jam autem ex Umbra emerſerunt* *Grimaldus* *Ricciolus* *Keplerus* *Galilæus*. |

*Ari-*

Digitized by Google

Act. Erud. An. 1724. M. Febr.

| Temp. Ver. Hor. | ' | " | |
|---|---|---|---|
| 3 | 29 | 2 | *Ariſtarchus* emergit. |
| 3 | 30 | 30 | *Copernicus* incipit emergere. |
| 3 | 31 | 34 | totus extra Umbram. |
| 3 | 39 | 18 | *Pitheas* emergit. |
| 3 | 47 | 46 | *Timocharis*. |
| 3 | 54 | 57 | *Archimedes.* |
| 3 | 57 | 18 | *Plato* incipit emergere. |
| 3 | 58 | 59 | emergit totaliter. |
| 4 | 2 | 0 | *Nubecula iterum Lunæ aſpectum nobis adimit.* |
| 4 | 6 | 0 | *Jam Luna reſtituitur.* |
| 4 | 8 | 15 | *Ariſtotelis* totalis emerſio. *Nubeculis identidem Lunam occupantibus reliquarum macularum emerſiones exacte obſervari nequeunt.* |
| 4 | 20 | 36 | Finis Eclipſis, *tardius fortaſſe viſus ob tenuem vaporem interpoſitum.* |
| 4 | 26 | 0 | Definit Penumbra ſpiſſior. |
| 4 | 28 | 0 | Definit Penumbra ſenſibilis. |

Peculiari profecto cura, ac ea qua fieri potuit diligentia Eclipſin hanc obſervare conati ſumus; non modo ut noſtri muneris partes pro modulo noſtro impleremus, quippe Matheſi, ac præcipue Aſtronomicis obſervationibus hic addicti, verum etiam, ut Sereniſſimi Regis ingenio plenius, ut par erat, indulgeremus. Valde enim ipſe in hujusmodi obſervationibus delectatur, ad easque perfecte inſtituendas, copioſam nobis Inſtrumentorum ſupellectilem, munificentia vere Regia, ſuppeditavit. Neque vero aut iiſdem obſervationibus intereſſe; aut Obſervatorem ſe nobis identidem adjungere dedignatur; illud unice ſemper ſollicitus, ne, vel minimum, a rectitudine aberretur. Hoc igitur acti ſtimulo nec diligentiæ pepercimus, nec labori, quo tanti Principis ingenio hæc noſtra obſervatio reſponderet. Acceſſit & alia qua dudum tenebamur cura, novis, ac clarioribus confirmandi argumentis hujuſce Urbis Longitudinem, vel certe ejuſdem cum præcipuis Europæ Meridianis differentiam; itemque explorandi, an aliorum Tabulæ Aſtronomicæ, ad hunc Meridianum reductæ per inventas hactenus differentias, perfecte cœlo congruerent? Ex quo enim Ulyſſiponem pervenimus, ubi jam alterum egimus annum, nulla contigerat Lunæ Eclipſis ſupra noſtrum Horizontem conſpicua. Duæ vero Solares, altera die 8 Decembris anni 1722, altera 22 Maii labentis anni, oppoſitis undique nubibus, obſervari nullatenus potuere. Jam autem repe- Pag. 77.

pe-

Digitized by Google

 petitis hoc biennio obſervationibus tum Immerſionum, tum Emerſionum intimi Jovis Satellitis, proxime deprehenderamus, ſaltem quoad minuta prima, differentiam inter hujuſce Urbis, ſeu verius hujuſce Regii Palatii, ac Regii Pariſienſis Obſervatorii Meridianos: minuta nempe horaria 48. (Mox ubi receperimus obſervationes habitas in eodem Obſervatorio, deprehendere poterimus & ſecunda, quæ hic diligenter notavimus.) Hac igitur uſi differentia præſentem Eclipſin ſupputavimus ex Tabulis Hirianis. Tum autem mihi, tum P. Dominico Capaſſo eadem quantitas, idemque pene temporis momentum pro Initio, Medio, ac Fine Eclipſeos prodiit: mihi nempe Init. Hor. 1 m. 48 ſec. 4, Medium, Hor. 3 m. 3 ſec. 59, Finis, Hor. 4 m. 19 ſec. 54, illi vero, Init. Hor. 1 m. 48 ſec. 0, Med. Hor. 3 m. 3 ſec. 58, Fin. Hor. 4 m. 19 ſec. 56. Quantitas utrique Digit. 6 min. 53. Sufficiens proinde argumentum erat, quod recte Pag. 78. Tabulis uterque uſus eſſet; atque illud unice expectandum, ut cœlum pariter ſupputationibus reſponderet. Quanquam ex nonnullis Ephemeridibus aliter futurum deducebatur. At revera quam proxime reſpondit (neglectis ſcilicet tantum ſecundis) ut ex ipſa patet obſervatione.

Fateor tamen, nec me multum fidere hujusmodi obſervationibus Lunarium Eclipſium, quod attinet ad ſecunda definienda. Adeo enim male terminata apparet terreſtris Umbra, ut ejus, ac ſpiſſioris Penumbræ confinia illico diſcernere difficile admodum videatur. Hinc non abs re fore putaverim, nonnullas hic ſubtexere obſervationes Immerſionum, atque Emerſionum intimi Jovis Satellitis, ex iis, quæ præſertim hoc anno habuimus; nam multas præteriti anni in promptu non habeo. Duas tantum memini, & alibi etiam adnotata invenio, quibus ſcilicet uſus eſt Clariſs. V. & Illuſtriſs. Dns. Franc. Blanchinus, ad determinandam differentiam inter Meridianos Ulyſſiponenſem ac Urbinenſem. Has igitur tantum ex præterito anno ſubnectam.

Ob-

Digitized by Google

Obſervationes Immerſionum, ac Emerſionum Intimi Jovis Satellitis, habitæ Ulyſſipone in Palatio Regio, & in Collegio Divi Antonii Soc. JESU. Act. Erud. An. 1725. M. Febr.

*Regium Palatium, ac Collegium ſunt in eodem omnino Meridiano. Omnes obſervationes habitæ ſunt Teleſcopio palmor. rom. 30 Joſephi Campani.*

| | H. ′ ″ | | H. ′ ″ |
|---|---|---|---|
| 1723. *Emerſiones.* | | Die 30 | 2 8 51 |
| | | *Emerſiones.* | |
| Die 23 Julii | 7 47 0 | Die 2 Sept. | 9 36 57 |
| Die 7 Septembr. | 8 21 48 | Die 9 | 11 34 26 |
| 1724. | | Die 25 | 9 59 21 |
| *Immerſiones.* | | Die 4 Octob. | 6 26 44 |
| Die 8 Jun. *mane* | 2 3 28 | Die 18 | 10 21 20 |
| Die 15 | 3 56 27 | Die 3 Novemb. | 8 42 30 |

## Hiſtoire de l'Academie Royale des Sciences, Année MDCCXXI. M. Mart. Pag. 107.

h. e.

## HISTORIA ACADEMIÆ REGIÆ SCIENTIARUM Anni 1721, cum Commentariis Mathematicis & Phyſicis ejusdem Anni.

*Pariſiis, ex typographia Regia, 1723, 4. Alph. 2 plag. 9 Tabb. æn. 17.*

IN *Phyſica generali* inter petrefacta in Gallia reperta duo prorſus ſingularia producit in medium de *Juſſieu*, granum ſcilicet arboris triſtis, quæ nonniſi in inſulis Canariis atque Indiis orientalibus effloreſcit, in Itinerariis decantata, & maxillam piſcis Sinenſis. Probat *Fontenellius*, quod *Leibnitium* ſenſiſſe conſtat, hiſtoriam globi noſtri terraquei deperditam aliquando ex iſtiusmodi foſſilibus reſtitutum iri. D. 27 Febr. anni 1723 ab hora tertia pomeridiana usque ad quartam *Maraldus* quatuor parhelia

Act.Erud. An. 1725. M. Mart. Pag. 108. obſervavit & phænomenon obſervationibus *Lycoſthenis*, *Hevelii* atque *Zahnii* conforme deprehendit. Ceterum probat *Hugenianum* de eodem ſyſtema. *De Mairan* ſuſpicatur, unum tantum eſſe parheliorum phænomenon; diverſitatem vero inde oriri, quod ex defectu materiæ refractivæ ſubinde tantum partes videantur. Idem *Maraldus* auroram borealem obſervavit aliquoties anno 1720 menſibus Februario, Martio, Novembri atque Decembri, & d. 17 Febr. anni 1721. Hoc phænomenon apparere arbitratur, ſi plures anni ſicci ſe mutuo conſequantur, inductione obſervationum confiſus. *De Reaumur* in geneſin ſilicis inquirit, quo ad excitandum ignem utimur. Cum ſilices inter lapides communes & in ſilicibus chryſtallos repererit, eandem omnium lapidum, quos in tria iſta genera partitur, originem eſſe cenſet; diverſitatem nonniſi ex accidente oriri. Diſtinctam *Succi lapidifici* notionem exhibet, quem conſiſtere ſtatuit in ſabulo quodam ſubtiliſſimo aquæ permixto. Si particulæ hæ exiguæ ſucceſſive deponantur, oriri chryſtallos. Sabulum iſtiusmodi poſſe formari ſolo aquæ in lapides irruentis attritu. Quod ſi ſuccus lapidificus ſabulum atque arenam irretit, lapides naſcuntur communes; ſi vero lapides communes ſpongioſi ſuccum lapidificum attrahant, ſilices oriuntur. *De Mairan* perficit meditationes ſuas de cauſa generali frigoris hiberni & caloris æſtivi, quas in Commentariis anni 1719 propoſuit, dum accuratius determinare docet quantitatem luminis ab atmoſphæra intercepti pro diverſa Solis altitudine. Idem deſcribit varios ſilices, & repetitis ope hodometri obſervationibus didicit, paſſus in aſcenſu eſſe longiores, in deſcenſu breviores, cujus rei rationem ex ſitu crurum in aſcenſu & deſcenſu diverſo reddere conatur. D. 1 Junii ſeu ipſo die Pentecoſtes Sol inſtar Lunæ absque radiis viſus Pariſiis & in locis vicinis, aere licet ſereno. *De Mairan* obſervavit, colorem cœli fuiſſe obſcurum, qualis nocte ſerena obſervatur. Quidam mane Solem viderant obſcuratum, ita ut eclipſin pati ipſis videretur. Obſcuritas ejus diei ſimilis ipſi apparuit cum ea, quam d. 12 Maji A. 1706 in eclipſi Solis totali notavit. *Caſſinus* idem phænomenon in Picardia eodem tempore vidit, & de *Louville* autor eſt, quod Pag. 109. etiam viſum fuerit Arvernis & Mediolani. Proſtat de hoc phænomeno diſſertatio non inelegans phyſico-hiſtorica Cl. *Thummigii*. In Inſula *S. Michaelis*, quæ eſt Acorum una, cum terræ motus perciperetur, ad 28 circiter milliarium Gallicorum diſtantiam inter eam & *Terceram* apparuit torrens ignis, qui duobus novis ſcopulis ortum dedit. *Maraldus* quantitatem aquæ pluvialis A. 1720 reperit 17 digitorum & 2 linearum, & menſe Septembri atque d. 2 Jan. 1721 declinationem acus magneticæ 13 graduum verſus occaſum.

Digitized by Google

ſum. *De Reaumur* de conſiliis meditatur lignorum proventum augmentandi, cum etiam in Gallia metuant damna ex defectu. Act. Erud. An. 1725. M. Mart.

In *Anatomicis* tunicam internam inteſtinorum tenuium examinat *Helvetius* una cum nervoſa & carnoſa. Internam negat eſſe villoſam; affirmat eſſe papilloſam. Villos nonnullis viſos eſſe papillas diſſectas. In tunica carnoſa præter fibras circulares deprehendit etiam longitudinales, ſed valde tenues: quæ ratio, cur vulgo non fuerint animadverſæ. Circulares quæ dicuntur, integram perimetrum non abſolvunt, nec in ſe redeunt ad ſpiram accedentes. Membranam nervoſam non ex fibris nervoſis, ſed tendineis eſſe contextam, oblique ſe mutuo interſecantibus. *Winslow* ſiſtit puerum ex imaginatione matris abſque oculis natum. Idem obſervationes aliquot circa mechaniſmum muſculorum oculi, de iride & poroſitate tunicæ corneæ communicat.

In *Chymicis* alcali ſalis Armoniaci volatilius eſſe docet Lemery phlegmate ſive aqua, immo ſpiritu vini. Salia autem volatilia alcali cum acido unita volatilitatis minorem gradum acquirere, ita ut volatilitati aquæ æqualis fiat, nec ipſa vi caloris niſi cum hoc elevari poſſint. Quodſi vero ab acido liberentur, eadem ante phlegma in forma ſicca elevari. *Godofredus* junior ſalia plantarum eſſentialia ſub examen revocat. Miram hic occurrere notat naturæ varietatem, cum ſal eſſentiale non in integra planta, ſed nunc in radice, nunc in cortice, nunc in floribus, nunc in fructibus reperiatur, immo ne in his quidem partibus integris, verum in aliis minoribus. Imprimis autem notatu dignum eſt, quod oleum eſſentiale, unde odor corporis pendet, perinde ac pinguedo in animalibus, veſiculis ſeu cellulis concluſum contineatur. Ut una operatione citra rectificationes iteratas ſæpius idem obtineas, mixtum in ſpiritu vini menſtruo minimum ſpatio macerari & deinde in balneo Mariæ deſtillari jubet. Reperit etiam, quæ hac methodo præparantur, per annos complures minime alterari. Pag. 110.

In *Botanicis* nova genera plantarum cum floribus compoſitis condit *Vaillant*, & aliud *Isnardus*, quod *Monosperma-Althæa* ab ipſo appellatur.

In *Geometricis* problema Geometriæ practicæ ſeu ſtereometricum de inveſtiganda capacitate navis ſolvere tentant *Varignonius* atque *de Mairan*. Cum figura navis geometrica non ſit, ut ſoliditatem determinare poſſet *Varignonius*, navem ejus figuræ concipit, ut ſingulæ ſectiones, ſive horizontales, ſive verticales, ſint ellipſes. *De Mairan* ſub incudem revocat regulas uſitatas & eam ceteris præfert, qua partis ab onere impoſito ſubmerſæ duæ ſuperficies horizontales in unam ſummam colligi jubentur, hujus dimidio ulterius per altitudinem partis immerſæ multipli-



Digitized by Google

Aſt Erud. An. 1725. M. Mart.

cato. Neque enim niſi partis immerſæ ab onere impoſito ſoliditas quæri ſolet. Conſideratur autem ea in praxi communi inſtar pyramidis truncatæ, non attenta curvedine laterali, & ea æqualis ſumitur prisma1i ejusdem altitudinis, cujus baſis eſt medium arithmeticum inter baſes pyramidis truncatæ: quod in rigore Geometrico non eſſe verum, notiſſimum eſt. Tandem tamen largitur, has aliasque difficultates non eſſe tanti momenti, ut praxis illa admodum commoda ideo ſit rejicienda. Cum *Bouguerus* methodum *Varignonianam* & alteram a *Mairanio* probatam ad praxin transferret, illam $\frac{1}{71}$ hanc nonniſi $\frac{1}{104}$ a vero aberrare deprehendit.

In *Aſtronomicis* Venerem a Luna d. 31 Dec. A. 1720 eclipſatam obſervarunt *Caſſinus* atque *Maraldus*. Eclipſis erat centralis & Lunæ ætas nonniſi duorum dierum. Venus emergens arcui lucido in medio inſidebat, ut vulgus portentum judicaret. Contigit immerſio h. 3 18′ 17″ & emerſio h. 4 33′ 52″. Nullum ſeſe prodidit atmoſphæræ indicium. Cum eclipſis interdiu eſſet obſervanda, teleſcopium in Venerem directum ope machinæ parallacticæ a *Caſſino* ſeniori ad obſervationes ſtellarum diurnas inventæ, quæ cum a *Caſſino* juniore atque *Maraldo* fuerit perfecta, hic accurate deſcribitur. Idem *Caſſinus* theoriam parentis de motu librationis Lunæ uberius confirmat, quod is oriatur ex combinatione motus revolutionis circa Tellurem & motus vertiginis

Pag. 121. circa proprium axem, qui intervallo 27 dierum & 5 horarum abſolvatur, eodem ſcilicet tempore, quo Luna ad nodos reſtituitur. *De Louville* mutabilitatem eclipticæ, quam in his Actis operoſe adſtruxit, novis obſervationibus confirmat. Nimirum cum eam A. 1716 deprehendiſſet 23° 28′ 24″, in Solſtitio æſtivo anni 1721 eam 3 ſcrupulis ſecundis imminutam invenit. Ex ipſius enim hypotheſi intervallo unius ſeculi non niſi unico minuto mutatur. Quanta cum circumſpectione ac ſcrupuloſitate altitudines meridianas obſervarit, ut ne in ſcrupulis ſecundis a veritate aberraret, cum cura exponit. *Caſſinus* d. 24 Jul. A. 1721 præſente Rege obſervavit eclipſin Solis, ſed tempeſtate minus favente. Hor. 7 min. 22 eclipſis erat digiti dimidii; ſed min. 32 integri. *Deliſle* ſenior juſſu Regis compoſuit mappam Geographicam de expeditione Cyri, ut ipſi uſui eſſet in lectione *Xenophontis*, ubi ea deſcribitur. Multas reperit difficultates in contextu *Xenophontis*, quas enucleat. Inter eas notatu dignum eſt, quod ſtadia *Xenophontis* fere dimidia modernorum deprehenderit: reperit enim gradum cœleſtem fere 1100 ſtadiorum *Xenophontis*, cum moderna 600 eidem ſufficiant. Idem annotationes exhibet in mappam geographicam maris *Caſpii*, quam Ruſſorum Monarcha ad Academiam Scientiarum miſit.

In

In *Mechanicis*, menſuram virium vivarum *Leibnitianam* impugnat de *Louville*, quod *Wolfius* eandem in curſu Mathematico adoptaverit, ne ipſius autoritate vires novas acquirat. Notum Act. Erud. An. 1725. M. Mart. vero eſt, eandem quoque adoptaſſe *Joannem Bernoullium*, *Hermannum* & *Polenum*, ac nuperrime in eadem caſtra tranſiiſſe quoque *Graveſandium*, cum antea ſententiæ communi ſubſcripſiſſet. Neque vero *Bernoullius*, *Wolfius*, ceterique ex præjudicio autoritatis menſuram *Leibnitianam* receperunt. Etenim *Bernoullius* propriam invenit demonſtrationem, quam in Elementis Mechanicæ exhibuit *Wolfius*: integram de virium æſtimatione diſſertationem conſcripſit *Hermannus* & menſuram *Leibnitianam* ab objectionibus liberavit. *Polenus* per experimenta in veritatem theorematis *Leibnitiani* inquiſivit & *Wolfius* demonſtrationem invenit in motu æquabili, antequam ederet Elementa Matheſeos univerſæ, quam jam A. 1710 cum *Leibnitio*, illuſtri Comite de *Herberſtein*, *Haſio*, Profeſſore nunc Wittebergenſi, aliiſque communicavit, ſed quoniam eam ex genuinis Dynamicæ principiis dedu- Pag. 112. xerat, poſtea Elementis ſuis inſerere noluit, quod *Leibnitio* non commodum videretur, aliquam principiorum *Dynamicæ* partem ante in publicum proferri, quam ipſi ad *Dynamicam* condendam animum appellere liceret. Et ſane ex *Dynamicæ* principiis facillime reſpondetur ad argumentum, quo *de Louville* impugnavit theorema *Leibnitianum*. Reducit enim aſcenſum gravium, juxta notiſſimum *Galilæi* theorema, ad motum æquabilem, & in motu æquabili ſumit, vires eſſe ut ſpatia eodem tempore percurſa. Enimvero per principia *Dynamica* aſſumtum negatur. Licet enim vires ſint in aſcenſu gravium ut altitudines, ad quas gravia aſcendunt; in motu tamen æquabili ſunt ut celeritates ad ſpatia applicatæ, corpore exiſtente eodem. Alia enim eſt ratio virium, quæ ab effectu abſorbentur; alia virium purarum, ubi vires ab effectu non abſorbentur, ſed eædem perſiſtunt. In priori caſu demonſtrationem dederunt *Leibnitius* atque *Bernoullius*; in poſteriori eandem repererat *Wolfius*, qui impetus ſeu facta ex maſſa in celeritatem ad ſpatia eodem tempore deſcripta applicaverat, propterea quod effectus puri ſunt in ratione compoſita maſſarum & ſpatiorum, actiones autem in ratione compoſita effectuum & velocitatum. *Saulmon* in formulas generales motus corporum elaſticorum inquirit & inter alia poſtliminio revocat theorema *Carteſianum* de eadem motus quantitate in univerſo conſervata. Arbitratur enim, motum, qui in conflictu perditur quoad apparentiam, recipi a materia ſubtili elaſticitatis cauſa & in ea conſervari. Tractat etiam de theoria centri gravitatis communis duorum corporum in ſe mutuo impingentium. *De Reaumur* medelam deſcribit,

quam

Act. Erud. An. 1725. M. Mart.

quam rhedæ attulir, ut per vias ordinariis anguſtiores & in orbitis admodum profundis abſque difficultate vehi poſſet.

Mortuus eſt hoc anno *Marcus Renatus de Voyer de Paulmy d'Argenſon*, natus *Venetiis*, d. 4 Novembr. A. 1652, patre *Renato de Voyer de Paulmy* Comite *d'Argenſon*, qui Legati munere fungebatur. Patrono uſus Comite de *Pontchartrain*, rationum adverſarum Cenſore generali, ad dignitatem Magiſtri libellorum ſupplicum evectus & elapſo triennio ſumma Reip. in urbe *Pariſiorum* adminiſtratio A. 1697 curæ ipſius demandata. Muneri tam arduo maxima cum laude præfuit & præclaras animi dotes abunde prodidit. Cum A. 1709 & 1710 annonæ caritas exiſteret, plebs injuſta ira adverſus ipſum exarſit, etſi omni modo calamitati huic medelam afferre ſtuderet. Accidit itaque quodam die, ut in domo obſideretur, quam flammis feralibus tradere decreverat multitudo: at *Argenſonius* imperterritus, foribus apertis plebem male ſanam allocutus, turbas feliciter ſedavit. Meruit hoc facto, ut ad dignitatem Conſiliarii Status admitteretur. In incendiis ſemper primus adfuit, & quid fieri debeat, præcepit. Etſi publica urbis cura ipſi plurimum negotii faceſſeret, hoc tamen non obſtante Rex aliis quoque negotiis majoris momenti eum quam ſæpiſſime adhibuit. Quoniam ab ipſius imperio pendebant artifices & opifices, Academia, ſcientiarum, artium & opificiorum deſcriptionem molita, A. 1716 eum in numerum Sociorum honorariorum recepit. Mox regni Adminiſtrator eum negotiis maximi momenti admovit & tandem initio anni 1718 ſigillorum cuſtodem conſtituit & ærario regio ſumma cum poteſtate præfecit. Cum quædam ipſius conſilia de ære alieno ſtatus diminuendo non probarentur & alia iisdem præferrentur, initio An. 1720 ærarium dimiſit & menſe Junio ejuſdem anni conſultum duxit, ut etiam Sigilla ex cuſtodia ſua redderet, quamvis gratia Principis minime exciderit. Obiit d. 8 Maji A. 1721, duos relinquens filios, alterum ſucceſſorem in adminiſtranda re publica urbis, alterum vero Conſiliarium Status & Præfectum *Malbodenſem*, atque filiam unicam, nuptam *Colandio*, Mareſchallo campi & commendatori Ordinis S. *Ludovici*.

Pag. 113.

Act. Erud. An. 1725. M. Junii. Pag. 267.

# Hiſtoire de l'Academie Royale des Sciences, Année MDCCXXII.

h. e.

# HISTORIA ACADEMIÆ REGIÆ SCIENTIARUM Anni 1722, cum Commentariis Mathematicis & Phyſicis ejusdem Anni.

*Pariſiis, ex typographia Regia,* 1724, 4. *Alph.* 2. *Plag.* 19 *Tabb. æn.* 18.

IN *Phyſica generali Juſſieu* cornua *Ammonis* (quæ ſunt lapidum figuratorum ſpecies) cum nautilis comparat, atque oſtendit, illa non eſſe niſi nautilos petrefactos. Plures nautilorum ſunt ſpecies; plures etiam *Cornuum Ammonis*; trium ſimilitudinem evolvit *Juſſieu*. Nautili ſunt in numero teſtaceorum in mari Indiæ obviorum. Quamobrem cum cornua *Ammonis* magno numero in Gallia, Anglia, Helvetia & Germania reperiantur, *Fontenellius* inde concludit, quod olim mare Indiæ obtexerit totam Europam. *De Reaumur* deſcribit machinam *Greylianam*, qua incendium in conclavi ſubortum ſubito reſtinguitur, & experimentum Pariſiis factum, cui ipſemet interfuit. Ejus mentionem jam fecimus in Actis A. 1724 p. 408 & hoc Anno p. 181 ex conjectura *Thummigiana* atque ex deſcriptione præſenti apparet, *Thummigium* in conjectando non fuiſſe infelicem. *Deslandes* mira narrat de inundatione arenoſa in Britannia minori, quæ Galliæ provincia eſt. Etenim non procul a littoribus maris ab anno 1666 terra ad diſtantiam quatuor milliarium Gallicorum obtecta fuit ſabulo, ita ut incolæ, quorum nunc ædes ſepultæ ſunt, nonniſi turrium faſtigiis & fumariis hinc inde eminentibus, loca habitata relinquere fuerint coacti. Progreditur quotannis inundatio, & hodie nonniſi dimidii milliaris intervallo diſtat ab oppido *S. Pauli*, ſucceſſu temporis tandem evacuando. Arenam valde ſubtilem magna copia & ingenti celeritate ſecum vehit Solanus & arctapeliotes ex vado, ubi arena accumulata ultra ſuperficiem maris eminet. Idem *Deslandes* autor eſt, aquam dulcem, poſtquam putredine corrupta fuit

Edit. Act. Pag. 268.

Digitized by Google

 fuit, mortuis vermibus, iterum fieri bonam. Dum altera vice corrumpitur, alia in eadem generari inſecta; immo adhuc alia, ubi tertia corruptio accidit. Fieri autem poſſe, ut trium menſium intervallo aqua ter, immo quater corrumpatur. Impediri corruptionem & inſectorum generationem, ſi dolia halitu ſulphuris accenſi inficiantur, vel aquæ ſpiritus vitrioli exigua quantitas affundatur. Ceterum ut aqua marina ſalubris fiat, eam non a ſale, ſed amaritudine purgandam eſſe cenſet. *De Maitan* meminit novæ ceræ ſpeciei, quæ ex granis cujusdam arboris in India excoquitur. In terræ motu, de quo dictum Menſe Martio p. 109, & qui contigit noctu inter 7 & 8 Decembris A. 1720, nova inſula prodiit, quæ in diſtantia 7 vel 8 milliarium Gallicorum conſpicitur; ſed Menſe Martio A. 1722 jam inſigniter imminuta fuit. *De Malezieu* ſingulare prorſus vidit phænomenon trium Solium in eodem circulo verticali poſitorum & ſeſe mutuo contingentium d. 24 Octobris A. 1722 Unus occidit poſt alterum, cumque tertius ſolus reſtaret, inſtar veri luminoſus apparuit. Antequam occiderent, omnis terra circumjecta quaſi ardere viſa. *Maraldus* A. 1721 deprehendit quantitatem aquæ pluvialis 12 dig. $7\frac{1}{4}$ lin. Idem d. 16 Octobr. A. 1721 & d. 4 Jan. 1722 obſervavit declinationem acus magneticæ 13° verſus occidentem, ita ut intra biennium ſtationaria viſa fuerit.

In *Anatomicis* novam morbi ſpeciem deſcribit *Petitus* ſub nomine *carnificationis oſſium*, quam pluribus obſervationibus confirmat. Oſſa ſcilicet duritiem amittunt, fibris eorundem carneis propemodum aſſimilatis. Notatu vero dignum eſt, quod oſſa ſæpius abierint in carnem, immutata prorſus cartilaginum ſubſtantia. *Morandus* obſervationes nonnullas de oculorum ſuffuſione communicat. *Littre* caſum ſingularem recenſet, ubi uterus & difficultas reſpirandi eandem habuere cauſam. Vulgi opinione conſtat, ſoleas a carabis gigni. *Deslandes* cum inſignem caraborum multitudinem in labro ligneo aqua marina pleno aſſervaret; tresdecim diebus elapſis octo vel decem ſoleas exiguas deprehendit. Repetito ſæpius experimento, idem ſemper fuit eventus. Re tandem accuratius examinata, vidit ovula ſolearum inter pedes caraborum magno numero obvia, in quibus ope microſcopii embryonem diſtinguere licuit: ut adeo carabi excludant ovula ſolearum. *Godofredus* commemorat menſtrui ſanguinis anno ætatis 40 ob fœtum tubarium defectum, qui tandem in maſſam irregularem excrevit & anno decimo quinto mortem intulit matri. *Freſier*, Architectus militaris Regius in inſula S. *Dominici*, refert, natum ibidem fuiſſe vitulum, cui ſquamæ pilorum loco fuerint.

Pag. 269.

Fer-

Fertur eſſe effectus imaginationis vaccæ gravidæ metuentis ſibi a crocodilo vaccis infeſto. Denique *Lemery* autor eſt, virum Religioſum ſtato tempore per octo jam annos vomitus pati, materia excreta urinæ ſimili. A vomitu ingentem ſentire dicitur in renibus dolorem. Ceterum A. 1722 *Helvetius* edidit *Ideam generalem œconomiæ animalis & obſervationes de variolis*, cujus argumentum *Fontenellius* recenſet. In ſolis Commentariis extant duo ſchediaſmata *Petiti*, Chirurgi, alterum de luxatione cruris; alterum de ruptura tendinis, cui *chordæ Achillis* eſt nomen. Ibidem quoque reperies obſervationes *Morandi* de hydatidibus & obſervationes miſcellaneas *Winslovii*. Explicat hic ex principiis anatomicis, qui fieri potuerit, ut præſtigiator per nares clavos adigeret & vas aqua plenum fune mediante inde ſuſpenſum teneret. Deſcribit ſtructuram cranii ſingularem & alia ad oſteologiam ſpectantia. *Morandus* vero in cadavere militis reperit ſaccos membranoſos pluribus viſceribus infimi ventris annexos & hydatidibus innumeris plenos. Act. Erud. An. 1725. M. Junii.

In *Chymicis* vegetationes artificiales expendit *Petitus*, Medicus, eas præſertim, quæ nihil metallici continent, ſed tantum ex materiis ſalinis, ſulphureis ac terreis fiunt. Uſus eſt potiſſimum nitro depurato, cryſtallo minerali, ſale Armoniaco, ſale marino, ſale de duobus ſeu ſale ex capite mortuo aquæ fortis ex nitro & vitriolo paratæ extracto, & menſtruis, aqua communi, vino, aqua calcis, variis ſpiritibus, ſubinde cum oleo Tartari per deliquium commixtis. *Godofredus* de impoſturis Alchymiſtarum diſſerit, & *Fontenellius* omnem philoſophiam hermeticam rejicit, negans, unquam metallum imperfectum, nedum aurum arte fuiſſe productum, vel radicaliter ſolutum. Prodiit A. 1722 liber, quem *de Reaumur* conſcripſit, ſub titulo Artis convertendi ferrum cuſum in chalyben & artis emolliendi ferrum fuſum, cujus argumentum prolixe recenſet *Fontenellius*. Liber utiliſſimus, cum opera ex ferro longe minori ſumtu parare doceat, quam vulgo fieri ſolet. Pag. 270.

In *Botanicis* Florem terræ ſeu cœli, quem *Magnolius* & *Tournefortius* primi inter plantas retulerunt, deſcribit *de Reaumur*. *Godofredus* ſibi videbatur reperiſſe radices, ſed *de Reaumur* perſuaſus eſt, nullas dari. Hiſtoriam naturalem *Vagnillæ* exhibet *Juſſieu*, quam obtinuit a *Partietio* Conſule Gallo Gadibus in Hiſpania. Affertur enim ad nos ex America ab Hiſpanis, qui nomen indiderunt fructui. *Vaillantius* in condendis novis plantarum generibus pergit & ſtricturas quaſdam in methodum *Tournefortii* edit.

In *Algebraicis* comparet integer Tractatus, quem *de Lagny* modeſto

Act. Erud. An. 1725. M. Junii. deſto titulo de Progreſſionibus arithmeticis omnium graduum in infinitum inſcribit, cum in eodem agat de reſolutione æquationum determinatarum omnium graduum, quem adeo iſti in Hiſtoria ſubſtituit *Fontenellius*. Sumit autem *de Lagny* vocem progreſſionis arithmeticæ in latiori ſignificatu, ita ut per eam denotetur numerorum ſeries, quorum differentiæ vel primæ, vel ſecundæ, vel tertiæ, vel quartæ, vel quintæ &c. in infinitum ſunt æquales. Et ex harum ſerierum indole deducit methodum ſuam extrahendi radicem ex æquationibus determinatis cujuscunque gradus. Promittit autem, ſe calculum integralem ſeu ſummatorium harum ſerierum alio tempore daturum & ad Geometriam applicaturum. Promittit etiam methodi ſuæ applicationem ad æquationes intricatiſſimas & compendia operationum.

Pag. 271. In *Geometricis* ultimum ſchediaſma recenſetur, quod *Varignonius* exhibuit Academiæ Scientiarum & in quo reſpondet Religioſo cuidam Italo ante annos complures ipſum aggreſſo, quod cum recentioribus Geometris curvas inſtar polygonorum infinitorum laterum conſideraret. *Saurinus* difficultatem examinat, quam olim *Parentius* contra iſochroniſmum cycloidis movit & nuper *de Louville* renovavit. Nimirum 1 per principia Geometriæ recentioris arcus infinite parvus eſt chordæ æqualis & tempus mobilis per utramque viam æquale, & 2 arcus infinite parvus curvæ & circuli oſculatoris ſunt æquales & conſequenter idem quoque tempus deſcenſus per utrumque. 3 Secundum Galilæi ſyſtema tempus per diametrum circuli oſculatoris dimidiæ cycloidis eſt duplum temporis per diametrum circuli generatoris, & 4 tempus per chordam infinite parvam, qua terminatur ſemicirculus, eſt æquale tempori per diametrum circuli. Denique 5 ſecundum *Hugenium* tempus per ultimum arcum infinite parvum cycloidis eſt ad tempus per diametrum circuli generatoris ut ſemiperipheria circuli ad diametrum, h. e. fere ut 3 ad 2. Ex harum propoſitionum collatione difficultatem deduxere *Parent* & *de Louville*: inferunt enim ex 4 propoſitionibus prioribus, tempus per arcum infinite parvum cycloidis eſſe duplum temporis per diametrum circuli generatoris, quod per propoſitionem *Hugenianam* eſt ad hoc ut 3 ad 2. *Saurinus* admittit errorem aliquem, ſed qui nec a principiis pendet, unde *Galilæus* deduxit Chordarum circuli iſochroniſmum, nec ab iis principiis, quorum ope *Hugenius* detexit arcuum Cycloidis iſochroniſmum. Oſtendit nimirum, etſi in Geometria recentiori arcus infinite parvi cycloidis & circuli oſculatoris ſibi mutuo ſubſtitui poſſint, perinde ac arcus infinite parvus circuli oſculatoris ac ipſius chorda, tempus tamen per arcum infinite parvum

& ejus

Act. Erud. An. 1725. M. Junii.

& ejus chordam non eſſe idem. Etenim identitas arcus & chordæ infinite parvorum pendet inde, quod non differant niſi quantitate infinite parva ſecundi gradus, quæ reſpectu primi evaneſcit: quoniam vero vis verticalis, qua utrumque ſpatium percurritur, eſt quantitas infinite parva ſecundi gradus, ejus reſpectu Pag. 272. differentia ſpatiorum ſecundi gradus non evaneſcit, ut adeo temporibus inæqualibus percurrantur. Notandum vero, quod non chorda, ſed arcus minori tempore percurratur: id quod probare aggreſſus eſt *de Louville*, cum paradoxum videri poſſit ad curvam celerrimi deſcenſus non attendentibus.

In *Aſtronomicis* parallaxin Martis methodo *Caſſiniana* ſcrutatus eſt *Maraldus*, cum menſe Auguſto A. 1719 in oppoſitione cum Sole eſſet terræ proximus, non procul a Perihelio diſtans. Reperit autem parallaxin Martis 27 ſcrupulorum ſecundorum, unde ſequitur parallaxis Solis horizontalis 10 ſecundorum, qualem *Caſſinus* reperit A. 1672 & A. 1704, ubi eadem propemodum fuit Martis poſitio reſpectu terræ. Inveſtigavit quoque in commoda poſitione Veneris parallaxin, cujus a parallaxi Solis differentiam reperit eadem methodo 33 ſcrupulorum ſecundorum, quanta ex parallaxi Martis ante determinata per famoſam regulam *Kepleri* reſultat. Quoniam hodie multi ſpe præmii ampliſſimi obtinendi ducti arduum in re nautica problema de determinanda maris longitudine ſolvere tentant, qui nec ſatis intelligunt, quid quæratur, principiorum Geometriæ & Aſtronomiæ prorſus ignari, *Caſſinus* operæ pretium duxit de hoc problemate commentari. Argumentum ſcripti recenſet *Fontenellius*. *De Malezieu* egregium obſervavit Stampis Tabularum Solarium *Caſſini* cum cœlo conſenſum. Elevationem æquatoris in urbe iſta reperit 41° 34′ 30″ & A. 1720 d. 21 Junii declinationem Eclypticæ maximam 23° 28′ 42″. *Caſſinus* quædam monet de obſervationibus aſtronomicis, quas R. P. Feuillee, Mathematicus Regius, ad Academiam Regiam Scientiarum miſit. Cum A. 1720 d. 5 Martii Venus a Luna occultaretur, per limbum illuminatum h. 11 18′ 25″ eclipſari cœpta, ante occultationem tota ſuper diſco Lunæ apparuit, miro refractionis effectu. Eidem cauſæ tribuendum, quod ſubinde, vere præſertim & autumno, matutino & veſpertino tempore, montes *Corſicæ* inſulæ in tractu Genuenſi videantur, qui alio tempore quaſi undis ſubmerſi diſparent. Inſulæ hujus ſitum geographicum determinat *Maraldus*. Idem d. 28 Jun. 1722 obſervavit eclipſin lunarem. Penumbra attigit limbum Lunæ orientalem 12 h. 1 5; initium eclipſeos h. 12. 15′ erat adhuc dubium, ſed h. 12. 16′. 20″ certum. Pag. 273. Hor. 13. 22′ immerſio totalis erat dubia; at hor. 13. 24′. 20″ certa. Color erat ruber in obſcuratione totali: pars ſeptentrionalis pau-

Act. Erud. An 1725. M. Junii.

lo obſcurior erat meridionali. Hor. 14. 25′. 48″ emerſio erat dubia; at h. 14. 27′. 38″ initium emerſionis certum. Hor. 15. 36′. 45″ accidit finis totius eclipſeos. Duratio obſcurationis totalis ſeu mora Lunæ in umbra fuit 1 h. 3′. 18″; integræ vero eclipſeos 3. h. 20′ 25″. *Caſſinus* initium notavit h. 12. 16′. 37″, immerſionem totalem 13. h. 23′. 46″, emerſionis initium h. 14. 27′ 20″, finem h. 15. 35′ 41″. Iidem d. 8 Decembr. A. 1722, præſente Rege, Verſaliis obſervarunt eclipſin Solis. Initium accidit h. 1. 42′ 58″, maxima obſcuratio h. 2. 51′. 30″, quæ erat dig. 6′. 12″. Hor. 3. 44′ 30″ quantitas decreſcentis erat 2 dig. 44′. Mox cœlum nubibus tectum.

In *Mechanicis* de corporum reflexione tractat de *Mairan*: Prima parte diſſertationis ſuæ agit de reflexione corporum in planum immotum impingentium. Quodſi corpus latere deſtituatur, nullam fore reflexionem, ſed motum expirare debere, ſi directe impingat; mobile autem juxta planum, in quod impingit, progredi debet, ſi oblique impingat. Quodſi vero corpus fuerit elaſticum, tum demum locum eſſe reflexioni, cum in impactu comprimatur & mox iterum figuræ priſtinæ reſtituatur. Si elaſticum oblique impingit, tum motum obliquum more recepto reſolvit in duos ſimplices, quorum alter eſt verticalis, alter vero horizontalis. Horizontalem, cui planum ſeſe minime opponit, invariatum agnoſcit; verticalem vero mutari pro ratione impactus. Anguli incidentiæ & reflexionis æqualitatem pendere a duobus principiis, vi nempe horizontali conſtante & inalterabili, atque vi verticali per conflictum deſtructa & integra rurſus reſtituta. Quodſi iſta reſtitutio patiatur diminutionem vel augmentationem, rationem quoque anguli reflexionis ad angulum incidentiæ variari, atque adeo in natura rerum ob cauſas phyſicas vix unquam perfectam dari æqualitatem anguli incidentiæ & reflexionis. Differentiam omnem poſſibilem formulis algebraicis comprehendit *de Mairan*. Probat autem *Newtoni* placita, quod reflexio luminis a ſpeculo non fiat a particulis ſpeculi, ſed a particulis atmoſphæræ ipſum ambientis, quæ eſt eadem cum materia poros

Pag. 274.

minimos replente. *Bon*, horologiopæus, oſtendit Academiæ Scientiarum pendulum a ſe inventum, quod indicat tempus verum, diverſum ab eo, quod A. 1717 dedit *de la Hire*. Utitur ea fini curva in ſe redeunte, quæ juxta tabulam æquationis horologii conſtruitur, quotannis in Ephemeride juſſu Academiæ Scientiarum edita ſub titulo: *la Connoiſſance des temps* extantem.

Mortui ſunt hoc anno *Cupletus*, *Meryus* & *Varignonius*. Eorum primus *Claudius Antonius Couplet* natus eſt Pariſiis d. 20 Aprilis 1642, patre *Antonio Couplet*, cive Pariſienſi. Patre ſic volente, Juriſprudentiæ ſtudio ſeſe tradidit & in numerum Advoca-

voca-

vocatorum receptus fuit. Sed mox hujus vitæ generis pertæſus, opera *Buboti*, Coſmographi & Architecti militaris regii, in Matheſi profecit, cujus agnatam cum 24 annos natus A. 1665 in uxorem duxiſſet, ejusdem commendatione in Academiam Scientiarum A. 1666 fundatam receptus eſt, habitationem commodam in Obſervatorio regio cum cuſtodia machinarum nactus. A. 1670 Profeſſionem Matheſeos in equili majori regio a *Buboto* meruit, cumque illo tempore ſtupendi aquæductus fierent juſſu Regis, in arte libellandi, quæ novam prorſus formam induebat, multum profecit. Maximum, quod perfecit, opus fuit, quod in Burgundiæ oppidum *Coulanges la vineuſe*, fontibus deſtitutum, aquam ex fontibus ſcaturientem deduxerit A. 1705. Cum ex lacubus haurirent aquam, quibus exſiccatis, ejus tanta erat penuria, ut eam ex fonte, integro milliari Gallico ab oppido diſtante, arceſſere tenerentur, maximo in incendiis diſpendio, ad quæ reſtinguenda vinum flammæ ferali aliquando affundere coacti, & irrito prorſus ſucceſſu aquæ in vicinia ſæpiſſime fuiſſent quæſitæ; *Cupletus*, principiis ſuis confiſus, quod intra viſcera terræ ubivis ſint venæ aquam verſus declive deducentes, in ſolo ſabuloſo diſſipandam, in glareoſo & alio aquas ſiſtente colligendam, aquas repertas in oppidum feliciſſime deduxit, tanto incolarum gaudio, ut ad ejus adventum campanas fortiſſime pulſarent, maxima earum ob agitationem nimiam ſede ſua divulſa, & hymnum S. *Ambroſii* cantarent. Cupletus aliorum magis commodo, quam propriæ utilitati ſerviens, rationem aquarum inventarum candide exponebat, hanc inſcriptionem meritus:

*Non erat ante fluens populis ſitientibus unda,*
*Aſt dedit æternas arte Cupletus aquas.*

Anno ætatis 79 apoplexia ipſi infeſta & mox altera vice repetita paralyſin in lingua & œſophago cauſata eſt. Morbo biennali enervatus A. 1722 d. 25 Julii ætatis 81 vitam cum morte commutavit. Fuit Academiæ Scientiarum Theſaurarius, in qua functione ipſi ſucceſſit filius.

*Joannes Mery* natus eſt Vatani in Biturigum Provincia d. 6 Jan. A. 1645, patre *Joanne Mery*, Chirurgo. Cum ex ſtudio literarum parum voluptatis perciperet, ad Chirurgiam animum applicuit & anno ætatis 18 Pariſios venit, ut in noſocomio proficeret, ubi exercitiis diurnis minime contentus, clanculum cadavera noctu in lectum ſuum deportavit, ut ex eorum ſectione proficeret. A. 1681, cum *Lamius*, Medicinæ Doctor, ſecundam editionem libri de anima ſenſitiva meditaretur, ab eo rogatus, auris deſcriptionem appoſuit, mox Chirurgi Reginæ ſpartam nactus. A. 1683 *de Louvois* ipſum Chirurgum Superiorem militum invalidorum



Pag. 275.

 dorum conſtituit, & anno ſequente mittebatur a Rege Galliarum in Luſitaniam, Rege Luſitanorum Chirurgum petente, qui conjugi ægrotæ ſuccurreret: ſed antequam is advolaret, expiraverat Regina. Nullis vero precibus ſe adduci paſſus, ut vel in Luſitania, vel in Hiſpania ſedem ſuam figeret, in patriam mox rediit, ubi A. 1684 in Academiam Scientiarum receptus. A. 1692 juſſu Regis in Angliam abiit; ſed quænam fuerit itineris cauſa, nec conjux, nec liberi reſcivere. A. 1700 Chirurgus primarius noſocomii factus, obſervationes exactas curæ cordique habebat, neglectis ſyſtematibus; parum enim curabat, cur hæc ita ſint, non aliter. Muſæum habuit Anatomicum inſtructiſſimum. Fulget in eo ſceleton, ubi nervorum omnium ductus a primo fonte, usque ad extremitates comparent. Parum loquebatur de iis, quæ noverat, nec precibus exterorum adduci poterat, ut Anatomiam traderet. Varia ipſius ſchediasmata leguntur in Commentariis Academiæ Regiæ Scientiarum, de aere in pulmonibus, de iride oculi, de choroide, de nova nervi optici ſtructura, de generatione animalis absque coitu, & inprimis de circulatione ſanguinis in fœtu, ſeu de uſu foraminis ovalis, in quo univerſam Anatomicorum cohortem Pag. 276. ſibi contradicentem inſuper habuit. De hoc argumento A. 1700 peculiarem edidit Tractatum, cui ſubjunxit animadverſiones in novam artem ſecandi lapides. Quemadmodum difficillimus erat in admittendis placitis alienis, ita pertinaciter inhærebat ſuis & in diſputando non ſibi temperabat a fervore. Dicitur vidiſſe valvulam *Euſtachii* & glandulas *Cuperi* ante *Euſtachium* & *Cuperum*: enimvero, judice *Fontenellio*, inventa relinquenda ſunt iis, qui in publica poſſeſſione exiſtunt. Obiit d. 3 Novembr. A. 1722, ætatis 77, relictis liberis ſex. Per omnem vitam uſus eſt amico fideliſſimo *Varignonio*, & ultimos vitæ annos totos in exercitiis pietatis conſumſit.

*Petrus Varignonius* natus eſt Cadomi in Normannia A. 1654, patre Architecto, cui fortuna erat valde mediocris. Artem ruditer delineandi horologia Solaria a parente hauſerat, & ſtudio Theologico conſecratus, cum apud Jeſuitas Cadomenſes Philoſophiæ operam daret, forte fortuna in bibliopolio incidit in *Euclidem* & ejus lectionem antepoſuit Philoſophiæ ſcholaſticæ, æterna incertitudine, perplexitate Sophiſtica & inutili, immo affectata ſubinde obſcuritate laboranti. Geometriæ ſtudio ad *Carteſii* opera deducebatur, unde ipſi multum luminis affundebatur, improbantibus parentibus ſtudium, quod in iis evolvendis poneret, qui facile videbant, non eſſe libros ordinarios, quos tractarent commilitones. Ad Theologiam cum pedem promoviſſet, vetera ſtudia non deponebat, ſed ſæpiſſime in claſſibus Philoſophorum oppo-

nen-

nentis vice fungebatur. Commendabant opponentem argumentorum firmitas & vocis elatæ claritas. Firmam ea de cauſa amicitiam contraxit cum Abbate *S. Petri*, qui tunc in eodem collegio Philoſophiæ operam navabat, & qui ipſum contubernalem ſibi adſciſcebat, addito 300 librarum ſtipendio annuo. Uterque Pariſios venit A. *1686*. Abbas potiſſimum ad mores hominum & principia regnandi, *Varignonius* vero ad Matheſin cogitationem omnem convertebat. Ipſorum ſodalitio frequentiſſime fruebatur *Fontenellius* conterraneus. *Varignonius*, cum conſtitutione corporis eſſet robuſta, continuis laboribus tempus conſumebat, ita, ut lucubrationibus intentus ſæpe miratus fuerit, jam alteram a nocte media elapſam eſſe horam. A. 1687 in publicum emiſit Ideam novæ Mechanicæ, dedicatam Academiæ Scientiarum, de qua olim diximus in his Actis, cum applauſu a Mathematicis exceptam & mox A. 1688 Geometræ locum in Academia Scientiarum & Profeſſoris Matheſeos in Collegio *Mazariniano* obtinuit. A. 1690 prodiere ipſius Conjecturæ novæ de gravitate, & Commentariis Academiæ Regiæ inſerta ſunt, quæ de motu analytice meditatus. Quæ enim de hoc argumento hactenus meditati fuerant alii, *Varignonius* formulis admodum generalibus complexus eſt, calculo *Leibnitiano* feliciſſime uſus, quem plurimum excoluit. In Geometriæ hiſtoria valde verſatus erat. Studiorum intemperantia morbum pertinaciſſimum ſibi conſciverat, ita ut ſex menſium ſpatio vita periclitaretur & tribus annis integris languorem perennem perciperet. In ſymptomate febrili ſubinde ſibi viſus eſt ambulare in media ſylva, ubi omnia arborum folia calculis algebraicis obſita. Illo tempore *Wallisii* ſpatia plusquam infinita refellere ſtuduerat, quod ſcriptum ipſo inſcio in Commentariis evulgari curavit *Carré*. Omnibus exemplaribus Ideæ novæ Mechanicæ diſtractis, de amplo opere Mechanico edendo cogitabat; ſed tempus eidem perficiendo non ſuppetebat, cujus non exiguam partem fruſtrabat commercium literarium cum eruditis, & quod plurimi cum exteri, tum indigenæ eum quotidie accederent. Pacis quamvis eſſet ſtudioſiſſimus, Religioſus tamen Italus impugnabat principia, quibus more modernorum Geometrarum uſus fuerat in tangentibus & angulo contactus curvarum determinandis. Et ex ejus reſponſione, quæ ſcriptorum ultimum eſt, quod Academiæ Scientiarum obtulit, relationem contexuit *Fontenellius* in Hiſtoria anni 1722. Duobus ultimis vitæ annis difficultate reſpirandi laboravit, & cum d. 22 Decembris A. 1722 lectionibus in Collegio *Mazariniano* vacaſſet, nocte ſequente ſubita morte extinctus. Non vidit *Fontenellius* quenquam, qui conſcientiæ ſuæ magis rationem habuerit, quam *Varignonius*, ſeu exactius ſatis-

Act. Erud. An. 1725. M. Junii.

Pag. 277.

Digitized by Google

Act. Erud. An. 1725. M. Junii. ſatisfacere ſtuduerit judicio mentis interno. MScripta legavit *Varignonius* amico ſuo *Fontenellio*, qui Mechanicæ editionem & commercium literarium una cum relatione de ceteris publice promittit.

Pag. 278. Notandum denique, ſub finem Commentariorum comparere Scriptum a Societate Regia, quæ Monte peſſulano floret, ad Pariſienſem miſſa, in quo *Seneſius* continuat praxes Geometricas de ſoliditate fornicum determinanda, quarum pars prior ſubjuncta eſt Commentariis A. 1719.

Pag. 318.

## DEMONSTRATIO CONSTRUCTIONIS

*Editæ in Actis Lipſ. 1724 M. Jul. pro deſcribenda Trajectoria reciproca, quæ inter omnes algebraicas poſſibiles ſit ſimpliciſſima;*

Autore JOH. BERNOULLI.

COnſtructionem, de qua hic agitur, anagrammati involutam dedi exeunte anno 1722 in litteris privatis Anonymo Anglo eam a me exigenti. Anagramma ipſum brevi poſt comparuit in Actis Lipſ. 1723 M. Febr. ejusdemque Evolutio in iisdem Actis 1724 M. Jul. ubi Demonſtrationem Conſtructionis in peculiari Schediasmate me communicaturum promiſi; animus nunc eſt datam liberare fidem.

Tab. I. Fig. 1. Sit in hac adjecta Figura ſuper recta AL, Parabola cubicalis ſecunda ſemirectangula ABQ, cujus nempe abſciſſarum AO, AF, AL &c. quadrata ſint ut cubi applicatarum OM, FB, LC &c. cum abſciſſis angulos ſemirectos conſtituentium. Ducta per verticem Parabolæ A recta AT perpendiculari ad applicatas: vocetur parameter 27 $a$; ſumaturque in AT pars AE $= 2a$; per punctum E tranſiens applicata FB prolongetur ad P, ita ut BP ſit $=$ BE: per B & P agantur RS & PQ parallelæ ipſi AT, quarum PQ occurrat Parabolæ in Q. Dico Parabolam hanc circa RS converſam, ut in ſitum priori contrarium veniat, ſe ipſam intra parallelas AT, PQ ultro citroque motam ad angulos rectos ſecare.

*Demonſtr.* Accepta qualibet AG majori quam AE, quæ vocetur $(a+x)^3 : \frac{1}{2}aa$, aliaque AH minori quam AE, quæ dicatur $(a-x)^3 : \frac{1}{2}aa$, erunt ex Natura hujus Parabolæ (ob AL $=$ AG $+ z$,

Digitized by Google

$AG\sqrt{2}$, & $AO = AH\sqrt{2}$) $LC^3 = 2AG^2 \times 27a = AG^2 \times 54a$, & $OM^3 = 2AH^2 \times 27a = AH^2 \times 54a$; adeoque $LC = \left( \frac{(a+x)^6}{\frac{1}{4}a^4} \times 54a \right)^{\frac{1}{3}} = \left( \frac{(a+x)^6}{a^3} \times 216 \right)^{\frac{1}{3}} = \frac{(a+x)^2}{a} \times 6 = \frac{6aa + 12ax + 6xx}{a}$, & ob eandem rationem $OM = \frac{6aa - 12ax + 6xx}{a}$ Act. Erud. An. 1725. M. Julii. Pag. 319.

ſubductis GL & HO quæ ſunt æquales ipſis AG & AH, remanebunt $GC = \frac{4a^3 + 6aax - 2x^3}{aa}$ & $HM = \frac{4a^3 - 6aax + 2x^3}{aa}$; Si jam porro ſubtrahatur EB, quæ eſt $= 4a$, ex GC, item HM ex EB, reſtabunt (ductis CD & MN parallelis ipſi AT) BD & BN quarum utraque æqualis erit $\frac{6aax - 2x^3}{aa}$; adeoque ipſæ BD & BN inter ſe æquales. Dematur nunc AE ſeu $2a$ ex AG ſeu $\frac{2a^3 + 6aax + 6axx + 2x^3}{aa}$, ut & AH ſeu $\frac{2a^3 - 6aax + 6axx - 2x^3}{aa}$ ex AE ſeu $2a$, ut habeantur EG vel $DC = \frac{6aax + 6axx + 2x^3}{aa}$, & EH vel $NM = \frac{6aax - 6axx + 2x^3}{aa}$. Differentientur nunc BD vel BN, nec non EG & EH, ut prodeant $Dd$ vel $Nn$, hoc eſt, $Cb$ vel $Me = \frac{6aadx - 6xxdx}{aa}$, atque $be = \frac{6aadx + 12axdx + 6xxdx}{aa}$ & $em = \frac{6aadx - 12axdx + 6xxdx}{aa}$. Eſt autem $\frac{6aadx - 6xxdx}{aa}$ medium proportionale inter $\frac{6aadx + 12axdx + 6xxdx}{aa}$ & $\frac{6aadx - 12axdx + 6xxdx}{aa}$, nam liquet eſſe $aa + 2ax + xx . aa - xx :: a + x . a - x$, ſicut etiam $aa - xx . aa - 2ax + xx :: a + x . a - x$. Hinc $Cb \times Me$ ſeu $\square Cb = be \times em$, id quod eſt proprietas requiſita pro trajectoriis reciprocis, ceu docui in Actis 1722 pag. 212 §. 3. Ex quo ſequitur, Parabolam cubicalem ſecundam ſemirectangulam ABQ eandemque circa RS tranſpoſitam in ſitum inverſum atque intra parallelas AT, PQ hinc inde motam ſemetipſam ad angulos rectos conſtanter ſecare. Q. E. D.

Act. Erud. An. 1725. M. Julii. Pag. 320.

*Coroll. I.*

Sumtis tam BD quam BN $= 4a =$ BE; abeuntibus nimirum DC in PQ, & NM in EA: erit in puncto A angulus Mme rectus, ideoque ejus complementum *Ceb* evaneſcit in puncto Q; hoc eſt, ultima applicatarum DC quæ eſt PQ tangit curvam in puncto Q. Id quod ex eo quoque patet, quia ſi BD $\left(\frac{6aax - 2x^3}{aa}\right)$ ponatur $=$ *Maximo*, prodit $x = a$, quo valore ſubſtituto, habetur $\frac{6aax - 2x^3}{aa} = 4a =$ BE $=$ BP.

*Coroll. II.*

Si jam pariter in expreſſione ipſius EG vel DC quæ eſt $\frac{6aax + 6axx + 2x^3}{aa}$ ſcribatur $a$ pro $x$, habebitur ET vel PQ $= 14a$, ipſaque EH vel NM $\left(\frac{6aax - 6axx + 2x^3}{aa}\right)$ abit in ipſam E$a$ $= 2a$. Unde tota baſis AT $= 16a$, maximaque curvæ altitudo TQ $=$ EP $= 8a$, ita ut AT ſit dupla ipſius TQ.

*Scholium.*

Geometris notum eſt, Parabolam cubicalem ſecundam conſtare duobus ramis ſeu cruribus ſe invicem tangentibus in vertice qui proin eſt *punctum reverſionis*. Hinc noſtra ABQ quæ eſt ſemirectangula, habebit alterum ramum AX ſeſquirectangulum, cujus ſcilicet applicatæ YX cum abſciſſis AY angulum conſtituunt obtuſum AYX ſeſquirecto æqualem. Notetur autem, nonniſi arcum ABQ ex duobus contiguis BA, BQ conflatum in ſtrictiſſimo problematis ſenſu ſatisfacere quæſito, utpote qui ſolus in ſitu inverſo ſe ipſum ad angulos rectos decuſſat; continuata enim parabola verſus V, attendenti patebit neque arcum QV, neque ramum AX ea proprietate gaudere, ut uterque ſe ipſum in ſitu inverſo orthogonaliter trajiciat, ſed id tantum evenire, ut alter alterum, hoc eſt, arcus AX inverſus arcum QV, vel QV inverſus ipſum AX in recto ſecet angulo. Ob hanc rationem dixi, Parabolam cubicalem ſemirectangulam tantum reſpondere conditioni præſcriptæ, excluſo ramo altero AX ſeſquirectangulo, immo quoque excluſo arcu QV ultra Q quan-

Google

quantumvis protenſo. Quod ſi jam applicatæ ſingulæ LC, FB, Act. Erud.
OM &c. inflectantur circa puncta G, E, H, &c. ita tamen ut om- An. 1725.
nes inter ſe maneant parallelæ, puncta C, B, M, &c. erunt ad M. Julii.
aliam parabolam cubicalem ſecundam ABQ ſemper quidem acutan-
gulam quia angulus ALG ad baſin trianguli iſoſcelis AGL neceſ- Pag. 321.
ſario eſt acutus. Inſerviet vero tunc parabola ABQ pro quolibet interſectionis angulo obliquo, quippe qui conſtanter æqualis erit inflexionis angulo AGL ad arbitrium facto vel obtuſo vel acuto; ſicuti demonſtravi in Actis 1722 pag. 217.

## *Analyſis ad Conſtructionem præcedentem ducens.*

Dedi in Actis memoratis 1722 tres generaliſſimos ſolvendi modos, quibus inveniuntur Trajectoriæ reciprocæ infinitorum generum cum algebraicæ tum tranſcendentes, atque hæ ſive per quadraturas ſive per rectificationes curvarum algebraicarum conſtruendæ. Duo priores illorum modorum dextre adhibiti ſubminiſtrant inventionem ſimpliciſſimæ quam conſtruxi ac demonſtravi algebraicæ Trajectoriæ reciprocæ; id qua arte obtineatur per ambos illos modos, nunc quidem docebo.

*Modus I.* Ad primum quod attinet, conſiſtit ille in condendis formulis, quarum quædam exempla concinnavi pag. 212 & 213, quarumque naturam & fabricam ibidem expoſui; poſitis nimirum $x$ & $y$ pro coordinatis curvæ quæſitæ, aſſumtisque ipſius $x$ duabus quibuscumque functionibus A & B, ejus indolis ut mutatis ſignis poteſtatum imparium ipſius $x$, functiones ipſæ in ſe invicem convertantur, hoc eſt, ut A mutetur in B atque B in A, oſtendi æquationem $dy = \frac{A}{B}\,dx$ determinare aliquam ex curvis optatis. Cum vero difficile ſit, ut ibidem jam monui pag. 213, eas ex ejusmodi functionibus A & B eligere, quæ inde emergentem formulam $\frac{A}{B}\,dx$ reddant integrabilem, manifeſtum eſt curvam hac ratione determinatam plerumque, ſi non ſemper, evadere tranſcendentem. Quamobrem lubet hic indicare, quo pacto fieri poſſit, ut aſſumpta tertia quadam functione G, æquatio oriatur integrabilis, exhibens proin curvam algebraicam.

Sit itaque G functio ipſius $x$, ſed talis, ut contineat tantum poteſtates pares ejusdem; dico, ſi pro elementis coordinatarum ſumantur $G\,dx$ & $\frac{A \times G}{B}\,dx$, fore curvam quæ hinc naſcitur,

 etiam-

Act.Erud. An. 1725. M. Julii. Pag. 322.

etiamnum ex deſideratis unam, quod ſic paucis demonſtro. Quia enim mutato $x$ affirmativo in negativum & viciſſim mutabitur $\frac{A}{B}$ in $\frac{B}{A}$, ipſum vero G non mutabitur, quoniam non niſi dimenſiones pares continet ex aſſumtione; unde captis (vid. Fig. I. pag. 212) utrinque in partes oppoſitas abſciſſis OL & OM $= \int G dx$, applicata LB $= \int \frac{A \times G}{B} dx$; erit altera applicata MD $= \int \frac{B \times G}{A} dx$. Eſt autem $\frac{A \times G}{B} dx \times \frac{B \times G}{A} dx = G \times G dx^2$, hoc eſt, $cB \times nd = \square Ll$. Curva igitur ADBC, per ea quæ a me demonſtrata ſunt p. 212 §§. 2 & 3 ſatisfacit problemati. Q. E. D.

Hinc ut curva *ADBC* fiat algebraica, nihil aliud faciendum, quam ut aſſumatur G talis, quæ producat integrabiles tam $G dx$ quam $\frac{A \times G}{B} dx$; id quod aſſumta fractione $\frac{A}{B}$ rationali infinitis modis exequi licet. En hunc facillimum: Pone $G = A \times B$, habebit utique G conditionem ſuppoſitam, ſi nempe A & B ſuas habuerint, quemadmodum attendenti ſponte liquet; prodibit inde $G dx = A \times B \times dx$, & $\frac{A \times G}{B} dx = A \times A \times dx$ utrumque ſane integrabile ob A & B functiones rationales & integras. Quare ſi abſciſſa OL fiat æqualis $\int A \times B \times dx$, & applicata LB $= \int A \times A \times dx$, reſultabit curva ABC algebraica quæſito reſpondens. Nota, per $x$ & $-x$ intelligi quamlibet partem indeterminatam ab O verſus H, eandemque ab O verſus G capiendam, ex qua formentur functiones A & B, atque ex his coordinatæ OL, LB vel OM, MD.

His ita præmiſſis, ſi inveſtigare jam lubeat, quænam ex omnibus iſtis algebraicis ſit ſimpliciſſima & cujus ſit naturæ vel quam habeat æquationem coordinatis convenientem: eligatur ex formulis, quarum fabricam in Actis loco præmemorato docuimus, ea, quæ omnium eſt ſimpliciſſima, vel qua ſimplicior dari non poteſt; hæc autem, ceu patet, eſt ipſiſſima illa, quæ pag. 212 primum locum occupat $dy = \frac{a - x}{a + y} dx$, aut quod perinde eſt

Pag. 323.

$dy = \frac{a + x}{a - x} dx$; ubi igitur $A = a + x$, & $B = a - x$; adeoque G ſeu $A \times B = aa - xx$: unde OL $= \int A \times B \times dx = aax - \frac{1}{3}x^3$, & LB $= \int A \times A \times dx = aax + axx + \frac{1}{3}x^3 + c^3$; adjicio conſtantem $c^3$, ut moris

Act. Erud. An. 1725. M. Julii.

moris eſt in integrationibus, ad denotandam primam applicatam puncto O reſpondentem. Si vero magis arrideat, ut curva ABC tranſeat per O, negligi debet $c1$, & ſic accommodabitur ad figuram præſentem huic ſchediaſmati adjectam, in qua punctum B initium eſt abſciſſarum; abſciſſæ ipſæ hinc inde æquales BD & BN, applicatæ DC & NM. Habebimus itaque curvam ABC algebraicam, cujus hæc eſt indoles, ut ſumtis abſciſſis in utramque partem BD & BN $= aax - \frac{1}{3}x^3$, applicata DC ſit $= aax + axx + \frac{1}{3}x^3$, altera per conſequens NM $= aax - axx + \frac{1}{3}x^3$. Multiplicemus has quantitates per conſtantem $\frac{6}{aa}$, ut coordinatarum valores unius ſint dimenſionis, quo facto prodibit BD $=$ BN $= \frac{6aax - 2x^3}{aa}$, DC $= \frac{6aax + 6axx + 2x^3}{aa}$, & NM $= \frac{6aax - 6axx + 2x^3}{aa}$. Verum ſupra in Conſtructione demonſtravimus, hanc proprietatem competere Parabolæ cubicali ſecundæ: atque ita hæc Parabola analytice deducta eſt ex formularum in Actis a nobis expoſitarum ſimpliciſſima, quod qua ratione fiat, oſtendere hoc loco volebamus.

*Modus II.* Propero ad alteram Methodum ibidem p. 216 explicatam, ubi docui modum deſcribendi trajectorias reciprocas tranſcendentes & algebraicas per rectificationes curvarum GEH (vid. Fig. IV in eadem pagina) arcus hinc inde ſimiles & æquales ES, EM habentium. Oſtendere nunc animus eſt, etiam per hanc methodum maxime generalem perveniri ad noſtram parabolam cubicalem ſecundam, tanquam omnium trajectoriarum reciprocarum ſimpliciſſimam. Hunc in finem quæro ex omnibus curvis habentibus ab utroque axis EO latere ramos ESH, EMG ſimiles & æquales eam, quæ primo ſit algebraica & rectificabilis, ſecundo quæ ſit, quoad fieri poteſt, infimi ordinis vel dimenſionis reſpectu æquationis inter coordinatas, ac tandem tertio cujus arcus ES, EM cum abſciſſis correſpondentibus relationem habeant infima poſſibili æquatione expreſſam. Pag. 324.

Ut tria iſta requiſita obtineam, concipio in præfata Fig. IV. ductam eſſe applicatam SL perpendicularem ad axem EO, atque inter abſciſſam EL, quam voco $z$, & applicatam SL, quam voco $t$, haberi hanc æquationem $t = \frac{1}{2 - 2n} a^n z^{1-n} - \frac{1}{2 + 2n} a^{-n} z^{1+n}$ (ubi per $n$ intelligo quemcumque numerum fractum unitate minorem cujus numerator ſit impar & denominator par) dico,

Act. Erud. An. 1725. M. Julii.

co, curvam hanc algebraicam conſtare ramis utrinque ſimilibus & æqualibus, quod examinanti facile patet, ejus arcus eſſe rectificabiles, eosque habere ad abſciſſas relationem non magis compoſitam quam ipſæ applicatæ ad abſciſſas habent; erit enim ES vel EM $= \frac{1}{2 - 2n} a^n z^{1-n} + \frac{1}{2+2n} a^{-n} z^{1+n}$, quæ expreſſio ab ea qua applicata SL exprimitur non differt niſi ſigno quo afficitur ſecundus terminus. Ex omnibus igitur curvis ESH, hac æquatione determinatis, illa quæ ſimpliciſſima eſt reſpectu æquationis inter coordinatas, erit etiam ſimpliciſſima reſpectu relationis inter abſciſſas & arcus. Videndum adeoque eſt, quid pro $n$ ſumendum ſit, ut prodeat æquatio inter $t$ & $z$ infimæ poſſibilis dimenſionis; inferior autem dari non poteſt quam tertia, alias ſectio conica foret rectificabilis. Velis ergo tertia: Pone $n = \frac{1}{2}$, atque obtinebis $t = a^{\frac{1}{2}} z^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3} a^{-\frac{1}{2}} z^{\frac{3}{2}}$ ſeu $t = \sqrt{az} - \frac{1}{3}\sqrt{\frac{z^3}{a}}$, quæ reducta dat $9att = z^3 - 6azz + 9aaz$ pro curva tertii ordinis ESH, cujus arcus ES $= \sqrt{az} + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{z^3}{a}}$.

Ex hac ut eruas naturam Trajectoriæ reciprocæ AEC: ex puncto B demitte in axem EO perpendiculum BT; habebis abſciſſam ET $=$ EL $+$ LT $=$ EL $+$ SB $=$ EL $+$ ES $= z + \sqrt{az} + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{z^3}{a}}$, & applicatam BT $=$ SL $= t = \sqrt{az} - \frac{1}{3}\sqrt{\frac{z^3}{a}}$. Aſſume nunc quamlibet

Pag. 325.

indeterminatam $x$ atque fac, quod liberum eſt, $z = \frac{xx}{a}$; orientur coordinatæ per $x$ expreſſæ, ſcilicet abſciſſa ET $= \frac{xx}{a} + x + \frac{x^3}{3aa}$, & applicata BT $= x - \frac{x^3}{3aa}$, quibus in ordinem reductis, utriusque ſimul ſextuplum ſumendo, fit ET $= \frac{6aax + 6axx + 2x}{aa}$ & BT $= \frac{6aax - 2x^3}{a}$. Liquet ergo nunc iterum ex Conſtructione ſupra data & demonſtrata, Trajectoriam ſimpliciſſimam algebraicam per ſecundam noſtram methodum adinventam eſſe Parabolam Cubicalem ſecundam; nullo hic alio exiſtente diſcrimine, quam quod coordinatæ permutentur, dum quas ibi vocavimus abſciſſas, hic applicatarum nomine veniunt ac vice verſa.

Atque

Digitized by Google

Act. Erud. An. 1725. M. Julii.

Atque ſic omni ex parte ſatisfactum jam puto Anonimo Anglo, quando non tantum exhibui, ſed & demonſtravi, quod a me tum exhibendum tum demonſtrandum poſtulaverat. Vices nunc redditurus, permittente id talionis lege, quæro ab eo, ut det aliam Trajectoriam reciprocam algebraicam, quæ ſit inter omnes quas invenire poteſt in ordine ſimplicitatis ſecunda, utque exhibeat æquationem inter coordinatas naturam curvæ quæſitæ exprimentem.

# De Sublingualibus Salivæ ductibus

## *Anonimi Epiſtola ad Actorum Eruditorum, quæ Lipſiæ publicantur, Autores.*

Pag. 326.

TAbula III, quam vos adjunxiſtis Actis Eruditorum Menſ. Julii Anni ſuperioris MDCCXXIV oſtenſa mihi eſt ante aliquot hebdomadas a Juvenibus quibusdam noſtratibus, Anatomiæ Studioſis, ut ex ipſas novos, ut ipſi dicebant, Glandularum Sublingualium Rivos cognoſcerem. Quos cum in ea Tabula inſpexiſſem, reſpondi, eosdem mihi videri, quos Celeberrimus Patavin. Anatomicus Primarius Jo. Bapt. Morgagnus jampridem in ultima Animadverſione Adverſariorum Anat. VI deſcripſerit, ubi nimirum docuit, *multoties complura utrinque vaſcula*, & in hæc *ab exterioribus Sublingualium Glandularum lateribus* exeuntia, & *non magno a Glandulis intervallo Peculiari quodque oſculo biantia* tum ſe *conſpexiſſe*, tum *amicis præſertim Venetis oſtendiſſe*, & *ſæpius tenuiores ſetas* in ea oſcula *immiſiſſe*. Addidi: nullo alio Magiſtro, quam his ipſis, quæ memoriter retuleram, Morgagni verbis, rivos in illa tabula pictos, a me jampridem in lingua humana quæſitos, & ſatis ſuperque eſſe conſpectos. Verum Juvenes iidem, ut, quod mihi dixerant, tuerentur, Actorum nomioati M. Julii pag. 292 & 293 confeſtim monſtrarunt, ex quibus cognovi, a Tabulæ iſtius Autore totam illam Morgagni Animadverſionem in aliam omnino partem trahi. Ego autem, quamvis mihi viderer poſſe, imo debere ita omnia Cl. Morgagni verba explicare, ut primæ illi, atque obviæ interpretationi, qua ego ipſa ſemper acceperam, non repugnarent; tamen, ut inutiles verborum controverſias effugerem, tunc ſilui, præſertim cum viderem, aliam multo faciliorem, eandemque certiſſimam eſſe viam, hanc veritatem indagandi, quam miror alios non eſſe ſecutos.

Act.Erud. An. 1725. M. Julii. cutos. Scilicet ad Amicos, quos in Italia habeo, literas dedi, ut non jam ex ipſo Morgagno, ſed ex altero Anatomico Patavino præſertim vero etiam ex aliquo eorum *Venetorum*, quibus a Morgagno olim, ut ſupra dictum eſt, ſui ductus Sublinguales demonſtrati ſunt, quærerent, non modo quomodo ipſi Morgagni verba interpretarentur, verum etiam, idque præcipue, quænam revera ſolitus ſit Morgagnus vaſcula Sublingualium Glandularum oſtendere. Itaque intra breve tempus accepi duo Teſtimonia Celeberrimorum Virorum, quorum ut autographa apud me aſſervo, ita exempla fideliter exſcripta, eodem, quo ad meas manus venerunt, ordine ſubjungo, ut non tantum mihi, ſed etiam omnibus inſervire poſſint, qui in Hiſtoria Anatomiæ verum amant & ſcire cupiunt. Æquitatis enim veſtræ fore, non dubito, hæc in veſtris Actis edere eadem fide, & candore, quo alienam in- Pag. 399. terpretationem edidiſtis, ut ex utroque hoc, quod ſubdo, tam gravi, tam certo, tam claro, non opinationum, aut argumentorum, ſed factorum, atque autopſiæ Teſtimonio, ſublatis cunctis verborum & interpretationum tricis, planiſſime intelligere omnes queant, quis interpretando a vero aberraverit, & quod caput eſt, quis primus Veros Sublinguales Ductus non jam ſuppoſuerit, ſed demonſtraverit. Valete.

### *Teſtimonium primum.*

Cum ineunte Anno MDCCVII Venetiis eſſet Illuſtriſſimus D. Joan. Baptiſta Morgagnus, nunc in Patavino Gymnaſio Primarius Anatomes Profeſſor Celeberrimus, ac Præſes, jam tum in ædibus Cl. Joannis Antonii Benevoli, repetitis oſtenſionibus, in ipſa inferiore linguæ humanæ facie plures utrinque ductus, tenuioribus immiſſis ſetis, luculentiſſime demonſtravit ex intima Sublingualium Glandularum ſubſtantia vere prodeuntes. Quos ductus paulo poſt & in publico Theatro nos quoque oſtendimus, conjecta in ſingulos tenui ſeta, & ut rem certiſſimam ab illo usque tempore noſtri in Anatome Alumni cognovere. Neque ſuſpicati unquam ſumus, alios quam illos ipſos ductus deſcriptos eſſe a Præclariſſimo Morgagno Adverſ. Anatom. VI poſtrema Animadverſione verbis illis: *multoties complura utrinque vaſcula &c.* D. Venetiis XVII Kal. Aprilis MDCCXXV.

JOANNES DOMINICUS SANTORINI,
Magiſtratus Excellentiſs. Salutis Venetiarum
Proto-Medicus, & Publicus Anatom. Profeſſor.

*Teſti-*

Digitized by Google

*Teſtimonium ſecundum.* Act. Erud. An. 1725. M. Julii.

Ab Illuſtriſſimo & Sapientiſſimo Viro D. Joanne Baptiſta Morgagno, noſtræ hujus Inclytæ Academiæ Anatomico Primario, & Præſide, nunquam alia demonſtrari vidi Sublingualium homiois Glandularum vaſa excretoria, quam quæ a lateribus ipſarum exterois, id eſt, noo ab illis, quibus eæ Glandulæ ſeſe mutuo ſpectanr, ſed ab illis, quibus ſpectant gingivas, in contiguam linguæ inferiorem ſaciem exeunt, & recta verſus gingivas, ſed per eandem linguæ faciem tenduot ita, ut in eadem linguæ facie, non magno emenſo ſpatio, ſingula io oſculum deſinant, tenuiorem ſetam admittens. Nec mihi unquam, aut aliis, quod ſciam, apud nos venit in mentem aliter accipere verba illa ejuſdem Celeberrimi Autoris, quæ in fine VI Adverſariorum leguntur: *multoties complura utrinque &c.* D. Patavii X Kal. Aprilis MDCCXXV. Pag. 328.

JOANNES BAPTISTA VULPIUS,
in Patavina Univerſitate Ordinarius
Profeſſor Publicus Anatomiæ.

*Reſpondet apud nos alius Anonymus.*

Neque conſultori Italo adſtipulor, neque ad hac de re conſultos accedo, qui eosdem ſe reperiſſe ductus, quos *Steno* & *Verbeyenius*, & poſt hos doctiſſimus *Morgagnus* viderat, confidenter aſſerunt, de noſtri Autoris novis non ſolliciti. Sed quisquis eſt ille aliquot verborum Cl. Morgagni interpres, qui tam diverſa non diſcernit, vereor, ne eum quadratis rotunda confundat: injurios autem nos in æquitatem tuam, Lector, fore credimus, ſi pluribus clarum facere contendimus, quod non ignorare te, debebamus coofidere: de veris certe ſublingualibus ductibus, recens in Germania a ſe inventis, te Autor plenius docet in Exercitatione, qua inventionis laudem meruit; ſicut alii induſtriæ & in agendo dexteritatis teſtimonio non fraudandi erunt. Ductus autem ſuos ad latus verſus gingivas excurrentes, ab aliis hactenus non viſos, non admitti ante, quam clarius deſcripſerint, conſpiciendosque exhibuerint, eorum Autores non inique ferent.

Act. Erud. An. 1725. M. Aug. Pag. 363.

# DE MONUMENTO PROPERTII POETÆ,

## Ut creditur, Hiſpelli in Umbria reperto,

*Obſervatio critica* ***FRANCISCI CAROLI CONRADI.***

NOn nudius tertius demum variis Italiæ, ac præſertim Umbriæ locis reperiri cœperunt vetuſti lapides ad gentem Propertiam ſpectantes. Videas tales in *Gruteriano corpore p. DCCCXXV*, *9. p. CMLII*, 4. Videas plures a *Thaddæo Donnola* in *patria Propertii* §. *CXX* exhibitos. Sunt, quod ad oculum patet, iſti lapides libertorum libertarumque. Verum ipſius S. Aurelii Propertii, vatis illius teneri, blandi, facundi, Poetarum judicio, Romani Callimachi, quo ſe ipſe nomine appellat, ſepulcralis lapis ad noſtram hanc ætatem obrutus triſtibusque antiquitatis reliquiis ſepultus jacere debuit. Manſit ejus detegendi gloria literatiſſimam Principem elegantemque Poetriam, *Thereſiam Grilli*, *Pamphiliam*. Hæc enim tribus abhinc annis, nempe VII Idus Junii CIↃCCCXXII, in ædibus, quas Hiſpelli in Umbria poſſidet, auguſtioribus parietem funditus dirui juſſerat. Inter diruendum effoditur marmor quadratum, ſeſquipedalem longitudinem paulum excedens, ad ſummum XIV pollices latum. Formam ejus & figuras, quas præfert, e *Diario Literatorum Italiæ*, *Tomo XXXV*
Tab. I. Fig. 2. *anni* 1723, *artic.* X, repræſentat Tab. IV Fig. 1. Non Itali ſolum, laudato modo Diarii loco, brevi lapidis explicatione facta, eſſe, qui Propertium Hiſpello oriundum ex eo probare velint, indicarunt, ſed & ante jam docti *Trevoltienſes*, *Menſe Majo* 1723, præter luculentiorem hujus monumenti interpretationem, de patria Propertii, quaque probabilitate eam ex iſto marmore afferre liceret, erudite diſſeruerunt. Operæ pretium erit, in Germania quoque priſcum, quo Itali tantopere lætantur, monumentum ſub examen revocaſſe, liberumque de ejus valore tuliſſe judicium, quantum id fide aliena fieri poteſt, dum credendum eſt delineationis ab Italis datæ. Permultum intereſt ſane, num animo ab opinione affectuque vacuo ad hujusmodi antiquitatis reliquias noviter repertas judicandas acceſſeris. Certe Italus ille, Hiſpellus fortaſſe civis, a quo lapidis deſcriptionem primum ſe nactos Trevoltienſes ſcribunt, opinionem animo præſumtam manifeſto pro-

proditt, affirmando, *ex ipſa lapidis forma, ſtructura, ipſoque ſitu, quo poſitum invenerint, apparere, nemini alii, præterquam Propertio, eum olim ſtatutum fuiſſe.* Act Erud. An 1725. M. Aug.

*Credite, me folium vobis recitare Sibyllæ!*

Talia præfari, nec poſtea confirmare, ſed in probatione deficere, eſt infirmitatem opinionis ab argumentis deſtitutæ profiteri, atque idcirco lectorum ſenſus ſimulata cauſæ ſuæ fiducia occupandos aggredi. Quid enim, quæſo, forma lapidis ſtructuraque ſingulare, aut inſolitum, aut Poetæ proprium habet? Sexcentos ſimiles, quadratos, etiam triangulari fronte tectos, aut faſtigiatos deſcribunt, paſſim quoque conſpiciendos præbent monumentorum lapidumque veterum collectores. Neſcio vero, an juvenile comatumque, ſed imberbe caput, cui duplicis encarpi e floribus pomiſque ornamenta impendent, magis Poetam, ne dicam Propertium, quam alium quenpiam juvenem exprimere, credendum ſit. Nihil frequentius tali capitis humani figura, modo ipſum hominem lapide tectum, modo hominis Genium deſignante, inde mox virili, mox muliebri, perſæpe juvenili, aliquando ſenili, in monumentis ſepulcralibus occurrit. Nec mirum: *quippe, quod etiam in pluribus ſepulturis unum religioſum efficit locum, in quo tanquam principale conditum eſt, caput eſt, unde, cujus imago ſit, cognoſcimus*, ut Jureconſultus ait. Ornamenta floribus, frondibus, pomiſve contexta conſtipataque multo ampliora vel apud *Boiſſardum* unum in variæ conditionis hominum monumentis potes offendere. Laurus forſan, aut hederæ, *doctarum præmia frontium*, poſſent Poetam indicare, non tales encarpi, non etiam ſimplex roſæ, aut alius cujusvis floris ſpecies, lapidum frontiſpiciis mediis adjici vulgo ſolita. At ingenioſæ illæ, an potius informes, monſtri figuræ, utrinque flori inhiantes, haud temere appoſitæ videntur. Cuniculos ergo interpretatur Italus, eosque in caudas piſcium deſinentes. Scilicet has figuras ex Poetica fictione eſſe, inde Poetæ tumulum indicare, hariolari debes. Ipſe hariolarer, modo ne ſimiles, aut alias informes formas, rudi ſculptoris ingenio enatas, in antiquis lapidibus ſubinde animadvertiſſem, etiam, cum nihil, præterquam ſpatium explendi & ornandi intentionem, ſubeſſe intelligerem. Ipſe fortaſſis lapidarius ignarus fuit, quid monſtri fingeret, dum anaglypha iſta fecit. Adeo ignobile eſt artificium, ut & Hippocampos, vel aliud monſtrum marinum, & capricorni, ſive, ut *Manilius* alicubi vocat, *capripiſcis*, vulgarem apud antiquos effigiem ac in monumentis paſſim conſpicuam, poſſis credere. Facile enim Itali manus capitum formam ad ſpeciem cuniculorum Pag. 365.



Digitized by Google

 rum delineando paulum inflexit. Sed agnoſcamus etiam cuniculos. Nemo Poetarum eos in piſcem deſinentes finxit: nuſpiam Poetarum ſymbolum perhibentur. Neque novi, quid ſit illud, quod cuniculum Poetæ ſymbolum efficere poſſit, niſi forte, quod, ut *Martialis* ait,

*Gaudet in effoſſis habitare cuniculus antris*;

Poeta vero ſimiliter antra & ſolitudinem amat, quia

*Carmina ſeceſſum ſcribentis & otia quærunt.*

Aut, ſi mavis, rationem a cuniculorum nota fœcunditate arceſſam. Sed Poetarum fœcunda ingenia meliorem, quam ex leporum cognatis, imaginem volunt. Quandoquidem vero lapidis figuræ negligi potius, quam illuſtrari merentur, duplex magis inſcriptio, diverſo charactere efformata, curam intenſiorem provocat. Prior ſuperius inſculpta eſt literis Romanis, quadratis, Pag. 366. ſimplicioribus, &, niſi me omnia fallunt, antiquitatem tuentibus. Ut ſatis mirari nequeam, qua confidentia Italus potuerit inferiorem inſcriptionem illi tanquam vetuſtiorem anteferre. Enimvero dicit, *ſuperioris charactercs ſibi videri monſtroſos, nimis craſſos & informes; at inferiorem conſtare literis majuſculis, rotundis & ſabertimis, ut indicium præſtantis artificis & elegantis ſeculi præbeant*. Quæ quam docte, quamque vere pronuntiata eſſent, modo elegantes literarum ductus in lapidibus argumentum eſſent majoris vetuſtatis! Qui lapides ab ævo primorum Cæſarum ad noſtram ætatem extantes, ac ſubinde a doctis monumentorum veterum illuſtratoribus majori cum cura delineatos, qui nummos Auguſti, alioſve illius ſeculi inſpexerit, de literarum habitu teſtetur. At illis temporibus tumulatus Propertius: ut in ejus monumento non poſſis literas affabre inſculptas & ad recentiorem elegantiam accedentes omnino requirere. Adde, quod formam literarum quadratam oblonga multo antiquiorem eſſe, & præterea literas duobus fuleris, ſive lateribus conſtantes antiquitus utrinque craſſas efformari conſueviſſe, (ut in ſuperiori inſcriptione, quamvis minus fideliter fortaſſis delineata, id licet animadvertere,) nemini dubium ſit harum rerum paulum curioſo. Qui itaque potuit fieri, ut inſcriptionem literis oblongis, artificioſis, & uno latere, ut hodie ſolent, tenuioribus, exſcriptam Italus præferret alteri, quam tot argumenta vetuſtati aſſerunt? Nimirum ſuperior inſcriptio eſt:

L. COMINIVS. L. F. LEM

L. Cominii L. F. nomen plus ſemel in priſcis monumentis viſitur.

tur. In lapide theatri, Volſiniis in Hetruria, apud *Gruterum* *p. CLXVIII*, 8, Act.Erud. An. 1725. M. Aug.

L. COMINIVS. L. F. A. N C. CANVLEIVS. L. F
T. TVLLIVS. T. F. KARVS L. HIRRIVS. L. F. LATINVS
IIII. VIR
THEATRVM. ET. PROSCAENIVM. DE. SVA
PECVNIA. FACIVNDVM. COERAVERVNT

Apud eundem *p. CCCXCIV*, 8, in tabula marmorea Anagniæ in D. Angeli æde:

L. COMINIO. L. F. L. N. PAL Pag. 367.
FIRMO. PR Q. AER. ET. ALIM
OPPIAE. SEX. ET. Ↄ. L. EVNOEAE

Perantiqua Cominiorum gens a *Cominis*, Italiæ populo, nomen indepta, ex qua & Poſtumus Cominius Coſ. & L. Cominius Trib. militum apud *Livium*, C. Cominius Eques apud *Tacitum* memorantur. Nolim ergo credere, a recentioris ævi manu, & poſtquam Propertio jam factus eſſet lapis, Cominii nomen adſcriptum eſſe. Quin potius L. Cominio primum, imo vero unice, poſitum, & pervetuſtum monumentum ſepulcrale agnoſco. Poteſt is ipſe L. Cominius quatuorvir eſſe, quem in lapide theatri Volſinienſis modo vidimus, forſitan Hiſpelli ſepultus: ſed quod non affirmo. Poteſt L. Cominius ex tribu *Lemonia* fuiſſe, cui adſcriptos Hiſpellates novi, nec demum ex hoc, verum ex aliis lapidibus Hiſpellenſibus, ut, apud *Gruterum p. CCCLI*, 1,

ALFIVS. C. F. LEM. RVF. II. VIR. QVIN
COL. IVL. HISPELLI. ET. II. VIR
QVINQ. IN. MVNICIPIO. SVO. CASINI
C. ALFIVS. C. F. LEM. QVADRATVS. VIV
EQVO. PVBLICO. IN. HONORE. AED. EST. MORTVVS
ALFIA. C. F. MIMISIA. VXOR

& *p. CCCCLXXIV*, 6,

D. M.
C. TITIENO. C. F
LEM. FLACCO
SEVIRO. EQ. PVBL
AEDIL ------

Ergo mea quidem ſententia lapis noſter plane ſpectat ad L. Cominium, quisquis ille fuerit, nihil ad Propertium. Arguit id ipſa

Act.Erud. An 1725. M. Aug. ipſa inſcriptio altera, inferius, ut ſuſpicor, ab impoſtoris manu ſeculo ſuperiori adjecta. Sic enim habet:

SEXT. AUREL
PROPERT
SEX. F. LEM

Pag. 368. Ubi primum omnium prænomen Sexti admodum inſcite exprimitur, ut quod vel una litera S, vel tribus, SEX. antiquitus ſcribebatur, idque ex *Probo*, & ex innumeris marmoribus notum eſt. Nunquam ſcriptum eſt, ut hic. SEXT. enim Sextilem menſem, aut ſextum, adverbium, notat. Video idem hoc & Italum offendiſſe, qui ea cauſa illud conſuetum: *Sic*, in ichnographia lapidis ſuperſcripſit, quaſi notandum aliquid putet, quod non ſemper occurrat. Nec errore lapidarii, aut oſcitantia poſtremam literam abſurde additam exiſtimaverim. Vulgaris adeo prænominis ſcribendi nota vel inſcitiſſimis lapidariis obvia nimis uſitataque fuit, quam ut in ea labi facile potuerint. Magis credibile eſt, impoſtorem, qui priſco lapidi iſta incidi fecit, incautum fuiſſe, ſicut in characterum forma adhibenda, ita in prænomine ſculpendo. Illud quoque animadvertas, velim, nullum hic nomen integrum exſcriptum eſſe, cum nomen Cominii ſuperius integrum extet. Scilicet veritus eſt inflectere nomina, quo ipſe quivis lector vel *Propertius*, vel *Propertii*, vel *Propertio*, ut lubet, interpretari queat: nec auſus eſt ipſam inſcriptionem plane inſtruere velut teſtantem, quod Propertio poſitus eſſet lapis. Et hoc ipſo iterum parum feliciter imitatus eſt antiquitatem, quæ in ſepulcrorum titulis ſtudioſe cauſas exprimebat, quis poſuiſſet, & ob quod meritum, quove affectu; præcipue vero, cui poſitum eſſet monumentum, aperte deſignabat: unde titulus pro cauſa apud Latinos Autores & Jureconſultos ponitur, imo Græcis *αἰτία*, qui Latinis titulus, appellatur: quæ tralatitia ſunt. Jam cui probabile videatur, tumulo Poetæ tam inclyti, tam excellentis, cujus

*---- tumefacta ſuperbiit Umbria libris,*
*Umbria Romani patria Callimachi,*

ſimplex nomen ſine titulo, ſine elogio, ſine commemoratione Poetæ inſcriptum eſſe? Quis non credat, Hiſpellates potius nullum facturos fuiſſe monumentum, quam hoc tam incelebre, in quo nec Poetam, nec municipem ſuum, ſi is fuit, prædicarent! Iſtud vero: LEM. ſive tribu *Lemonia*, imitatione ſuperioris inſcriptionis, atque in primis hac fine, ut Propertius Hiſpello muni-

Digitized by Google

municeps vindicaretur, additum eſſe, quilibet odorabitur, qui non ſit naris obeſæ. Tuum jam, Lector, judicium eſto, quantum vel forma, vel figuræ, vel inſcriptiones lapidis ad aſſerendum Propertio lapidem faciant. Locum, ſitumve, quo repertus eſt, multum probare, ecquis admittat haud ignarus, quam alieno ſubinde loco antiqua monumenta hodie effodiantur, per tanta temporum intervalla, inter tot urbium operumque ac ædium ruinas loco mota, imo multa milliaria a curioſis & amatoribus transvecta? Erutus eſt lapis noſter in fundamentis parietis in palatio Monaldino, quod olim Urbani poſſediſſe perhibentur iidem, qui & villam tenuere Hiſpellenſem, in qua rudera ſunt vetuſtarum ædium, quas *domum Poetæ* Hiſpellates vulgo appellant: ut credibile ſit, lapidem ex iſtis ruderibus primo effoſſum ab Urbanis in palatium ſuum translatum eſſe. Sed conjectura eſt, incerta traditione ac vulgi opinione ſubnixa: & *ædes Poetæ*, fortaſſe ſuperiori proxime ætate alicujus vulgo appellatas, ſtatim *Propertianas* affirmare, nimium ac temerarium utique eſt. Cum iſta incerta incertæ vulgi opinioni adjecta noſcantur, non perſpicio, quid locus, ubi detectus lapis, ad ipſum Propertio vindicandum præſtare debeat. Non enim niſi infirma ſuſpicio eſt, de lapide ab Urbanis inter alios ex iſtis ruderibus lapides ad parietem in palatio exſtruendum forte translato: & ſi de induſtria e ruinis iisdem, ut pro monumento Propertiano agnitum, transportatum ponas, quis ſibi perſuadeat, eum in fundamentis parietis iterum defoſſum & abſconditum eſſe? Majorem veri ſpeciem habet, ignaros dominos lapidi, ab auctore futuræ fabulæ iſto loco clanculum defoſſo, parietem poſtea impoſuiſſe. Et apertius dicam, quid non ſine probabili ratione ſuſpicer. *Thaddæus Donnola*, ſupra memoratus, J. C. Hiſpellas, omni pæne eruditionis ſuæ apparatu, omni opera contendit Propertium Hiſpellatem efficere. Sub finem Diſſertationis *de patria Propertii* paucis agit de morte ac ſepulcro ejus: cumque Romæ tumulatum *Crinitus*, *Textor* & *Zwingerus*, neſcio unde, perhibeant, exin concludit: *Si igitur Propertii cineres in Urbe, teſte & ſepulcri monumentum. Verum*, ſubjicit, *quid ſi hic Hiſpelli mox aliæ de Propertio nanciſcantur inſcriptiones, aut eruta, vel effoſſa monumenta, excifa, aut illata proferantur, divulgentur?* Videtur hic aliquid ſubeſſe, nec temere talis de reperiendo forte monumento Propertii ſepulcrali apud Hiſpellates prædictio proferri. Non injurius ſim in manes Donnolæ, ſiquidem piæ fraudis, amore patriæ, & laborioſæ adeo ſuæ de patria Propertii commentationi autoritatem & confirmationem adjiciendi

Act.Erud. An. 1725. M. Aug. Pag. 369.

Pag. 370.

Act.Erud. An. 1725. M. Aug. di cupiditate, commiſſæ ſuſpectum habeo, ut ipſum priſci marmoris in Propertianum monumentum transformandi, opportunoque loco deſodiendi autorem, vel certe conſcium fuiſſe credam. Non hodie primum hæc luditur apud Italos fabula, quam famoſi olim falſarii, *Ingbiramus*, *Cicarellus*, *Pariſius de Graſſis*, *Ann. Viterbienſis*, *Pompon. Lætus*, aliique monumentorum veterum fabricatores præiverunt. Ceterum conjecturæ afferri poſſunt variæ, quæ certe dubium reddant, Propertium vel in patria ſua ædes villamve habuiſſe, vel in eam aliquando Roma reverſum diem ibi ſupremum obiiſſe. Italum quidem Antiquarium ſi velis audire, de villa Propertii Hiſpellenſi nullum eſt dubium. Nempe rudera illa *domus Poetæ*, quorum jam mentionem feci, & locum oleis conſitum, haud longe a ſumma Hiſpelli porta S. Barbaræ diſtantem, vulgo a Poeta, per antonomaſian a Propertio, judice *Donnola*, ad hæc usque tempora nuncupatum, eum inquam locum Italus, quocum mihi res eſt, ab ipſo Propertio *affabre depictum* autumat, verſu:

*Scandentiſque axis conſurgit vertice murus.*

Quaſi hæc ſit villæ, aut domus exacta deſcriptio. Sed jam notatus eſt ob tam commodam obſervationem ingenioſus homo doctis *Trevoltienſibus*. Quilibet enim, qui *Eleg. I. lib. IV* legerit, novit eo verſu patriam Propertii urbem deſcribi, nec ita quidem accurate, ut ab aliis Umbriæ locis dignoſci queat, aut, ut iſta deſcriptio uni Hiſpello conveniat. Atque eo ipſo loco Poeta non ſine animi mœrore ac lacrimis recordatur patriæ ſuæ, dum ſub *Hori* mathematici perſona bonorum paternorum proſcriptionem, inde ſuam a teneris egeſtatem conqueritur his verbis:

*Oſſaque legiſti, non illa ætate legenda,*
*Patris, & in tenues cogeris ipſe lares.*
*Nam tua cum multi verſarent rura juvenci,*
*Abſtulit excultas pertica triſtis opes.*

Quodſi bona Propertii nondum adoleſcentis, patre, qui partes L. Antonii adverſus Auguſtum ſecutus fuerat, interemto, proſcripta ſunt, ipſique inde egeſtas contracta eſt, quomodo potuit
Pag. 371. villam, aut domum in patria habere? niſi ab Auguſto reſtitutas Poetæ gratioſo, velis, quod tamen nulla prorſus conjectura ſuſtinetur: quis enim credat, tam ingratum, tam indignum tanta gratia, tanto munere Propertium extitiſse, ut ejus rei ne verbo quidem meminerit? Porro, cum dura, adeoque immitia fata ipſum patria exegiſsent, cum triſtis adeo & injucunda ſit ei patrii ſoli recordatio, non videtur rediiſse in patriam, aut ſedes ibi velut

Digitized by Google

velut poſtliminio poſuiſſe. Quod vero *Elegia XV. lib. II* de venatione ſcribit a ſe inſtituenda in finibus Umbriæ, Act. Erud. An. 1725. M. Aug.

*Qua formoſa ſuo Clitumnus flumina luco*
*Integit, & niveos abluit unda boves*,

id nihil in contrarium facit. Nam ruſticatum paulisper ab Urbe, ut ſolebant Romani, conceſſurus erat in amœniſſimum illum tractum, ut amicam ſequeretur. Sed parum de his latius deducendis in tanta obſcuritate, tantoque hiſtoriæ defectu laboraverim. Neque me immittam diſceptationi de patria Propertii, in qua nihil unquam definitum iri, ſentio, cum nimium ambiguitate laborent tria illa loca, quibus Poeta natalem urbem deſcribit tam vage ac incerte, ut variis ac diſparibus omnino oppidis iſta poſſint applicari. *Trevoltienſes* accedunt ſententiæ *Joſephi Scaligeri* & *Jani Douſæ*, Propertium *Ameriæ* vindicantium. Huic enim oppido egregie apta eſſe illa:

*Umbria te notis antiqua penatibus edit.*
*Mentior? an patriæ tangitur ora tuæ,*
*Qua nebuloſa cavo rorat Mevania campo,*
*Et lacus æſtivis intepet Umber aquis:*
*Scandentisque arcis conſurgit vertice murus,*
*Murus ab ingenio notior ille tuo?*

„ Nam *Ameriam* Mevaniæ vicinam & in colle ſitam eſſe: Mevaniam ipſam vero intelligi non poſſe, cum in valle procumbat, „ *latis projecta in campis*, ut eam *Silius Italicus* deſcribit: & „ Propertium ſatis clare de alia urbe, Mevaniæ campis contigua, „ & cujus muri in colle aſcendant, loqui. „ Verum locus is diverſas explicationes admittit, & in ſingulis verſibus fluctuat lectio. Itaque quantumvis hæc incerta ſint, id omnino certum eſt, monumento iſto Hiſpellenſi, etiamſi indubitate pro genuino Propertii monumento ſepulcrali agnoſcendum foret, nihil ulterius Pag. 372. confirmari poſſe, quam eum Hiſpelli tumulatum eſſe; ad patriam vero probandam eundem lapidem nihil profecto conducere. Quid igitur probabit, tot argumentis ei fidem derogantibus?



Digitized by Google

Act.Erud. An. 1725. M. Aug. Pag. 379.

# OBSERVATIO MAGNÆ SOLIS ECLIPSEOS,

Quæ Ann. 1724 die Lunæ 22 Maji poſt mer. contigit,

*Inſtituta Hildburghuſæ a JO. WILH. WAGNER, in Patria ibidem nunc Profeſſore, Regiæ Soc. Scient. Berolin. Membro, & olim Aſtronomo.*

| Denominatio Phaſium Eclipticarum. | Tempora automati incorrecta. | Tempora ad Solem correcta. | Quantitas Phaſium Eclipticarum. |
|---|---|---|---|
| A - - a | 6 hor. 23′ | 6 hor. 20′ | Initium |
| BB - - b | - - 25½ | - - - 22½ | ½ Digit. |
| CC - - c | - - 27 | - - - 24 | 1 Dig. |
| DD - - d | - - 32 | - - - 29 | 2 Digg. |
| EE - - e | - - 37 | - - - 34 | 3 & paulo plus |
| FF - - f | - - 40 | - - - 37 | 4 Digg. |
| GG - - g | - - 45½ | - - - 42½ | 5 - - - |
| HH - - h | - - 50 | - - - 47 | 6 - - - |
| KK - - k | - - 55 | - - - 52 | 7 - - - |
| LL - - l | 6 hor. 59 | - - - 56 | 8 - - - |
| MM - - m | 7 hor. 2 | 6 hor. 59 | 9 - - - |
| NN - - n | - - 8 | 7 hor. 5 | 10 - - - |
| OO - - o | - - 11 | - - - 8 | 10½ - - - |
| PP - - p | - - 14 | - - - 11 | 11 Digg. |
| QQ - - q | - - 15½ | - - - 12½ | 11 & paulo plus |
| RR - - r | - - 24 | - - - 21 | 10 Digg. |
| SS - - s | tempore per | in curiam neglecto | 8½ |
| TT - - t | 7 hor. 35 | 7 hor. 32 | 8 vel paulo minus |
| | 39 | circiter | 7 Digg. |
| | 7 hor. 50 | circiter | Sol occidit. |

Pag. 380. Tab. I. Fig. 3. Schema Phaſium Eclipſeos ⊙ creſcentium usque ad Q, & deinde aliquot decreſcentium, vide in Figura 3. Ex pluribus Phaſibus,

ſibus, Diametri Lunæ ad Diametrum Solis ratio invenitur, ut 147 ad 140, ex paucis contra ut 143, & ut 150 ad 140. Illa, quippe media & frequentiori, & hinc fortaſſe accuratiori, hoc in Schemate uſus ſum. Maxima in obſcuratione aer colorem ſimulabat cineritium, & magis, ac ante & poſt, erat frigidiusculus, lux autem diei ſuperſtes crepera, pallida vel glauca, legendæ tamen adhuc ſcripturæ, & rebus procul mediocriter diſcernendis ſufficiens. Stellæ, præter Venerem ſeu Heſperum, nullæ apparebant, licet ſpectatores, viſu quorum plurimi pollebant, in cœlum hinc inde oculorum aciem direxerint; ros non cadebat; hirundines in volatu quidem ſuo, ſed ad terram magis demiſſæ, perſeverabant. Circa phaſes decreſcentes notandum, quod lucida reſidui Solis imago deſcripto in charta (qua, longe a Tubo optico, in camera obſcura excipiebatur) diſco, porro ſe non accommodaret, ſed a circulo abhorrens, ſuperius & inferius circa cornua (Lunulæ Solaris) ſe contraheret, quia Sol Horizonti appropinquans refractione, uti ſolet, ellipticam induere figuram cogebatur, quo & tandem vaporum ſtriis implicato, neque Phaſes amplius, neque ipſe occaſus notari poterat. Huic obſervationi tempeſtas ſat favit, nubibus plane pulſis, & cœlo admodum ſereno. Ad determinanda Phaſium momenta automato uſus ſum portatili, quod tempus ſolare tribus minutis anticipabat. In hujus Eclipſeos obſervatione, quæ in arce, coram Sereniſſimis Juventutis Principibus quidem & pluribus perſonis aulæ illuſtribus & civitatis clariſſimis facta eſt; a nemine tamen adjutus, ſed mihi ſoli, qui hæc tractare ſciebam, relictus, plures circumſtantias, e. g. altitudines Solis & azimutha, Mercurii ſpiritusque vini in Tubulis Torricellianis aſcenſum & deſcenſum & alia annotare non poteram, quæ vel Phyſicis vel Aſtronomis quomodocumque uſui eſſe poſſent, nonniſi digitali quantitatis Phaſium obſcuratarum determinationi, & juſtæ arcus vel circumferentiæ umbræ ſive Lunæ deſignationi, machinæque ſimul meæ, ne, quem ab initio monſtrabat, verticalem mutaret, intentus. Quare cum angulus viæ Solis & Lunæ cum verticali continuo variet, & hinc non idem ſemper Solis, neque Lunæ punctum verticem reſpiciat, uti in chartæ diſco, qui in eodem ſitu conſervatur, punctum verticale idem permanet, fit, ut via Lunæ, quæ recta alias forte linea foret, vel parum ab ea recederet, in Schemate tamen in aliquam curvam degeneret.

Act.Erud. An. 1725. M. Aug.

Pag. 381.



Digitized by Google

* * *

Act. Erud. An. 1725. M. Octob. Pag. 469.

*Etſi ſupra Menſe Martio bujus Anni p.* 114. *Cl.* Danielis Bernoulli *Explanationem notationum ſuarum Supplementis inſerere conſtitueramus, attamen, cum illa in Sect. I Tom. IX Supplem. nuper edita locum invenire non potuerit, & altera Sectio diutius forte nobis differenda ſit, operæ pretium nos facturos putavimus, ſi eam hoc loco Lectori exhiberemus.*

Pag. 470.

# DANIELIS BERNOULLI

## Explanatio Notationum ſuarum,

### *Quæ exſtant Supplem. Tom. VIII Sect. II.*

PRimum, quod obiter notavi in Riccatianis Animadverſionibus, verſatur circa æquationes (B) ac (D), quas æquali fere facilitate integrari obſervaveram, ac propterea vix conciliari poſſe verba Cl. Riccati, quibus poſterioris integrationem *majus artificium poſtulare*, prioris vero *nullo negotio* abſolvi aſſerit, atque hoc pacto fieri transmutationem formulæ (B) in alteram (D) quodammodo inutilem, utpote quam non alio inſtituit fine, quam ut poſterioris integratio fieret magis ardua: utque annotationem meam ſuffulcirem, oſtendi, quam facile ſit æquationem differentialem ſecundi ordinis (D) ad ſimpliciter differentialem reducere. Quid vero in iſta reductione deſiderandum ſit, prorſus ignoro, nec adeoque video, quo titulo, me actum egiſſe, dicere queat Doctiſſimus Riccatus in ſua appendice. Quod ſi ipſe inſignis Vir loco formulæ (D) aliam dediſſet, ſui integrationem denſiori velo occultantem, non ſolum extra memoratam ſe poſiturus fuiſſet cenſuram, ſed & ſimul melius ingenioſiſſimæ ſuæ methodi æquationum reducendarum præſtantiam manifeſtaturus, hocque unicum fuit, quod deſideravi, dum dicerem, *recte quidem aſſerit Ill. Riccatus, ſæpiſſime difficulter methodo, quam vocant* a priori, *integrari, cujus integratio* a poſteriori *nullo negotio exhiberi poteſt: ſed exemplum, quo illud probare contendit, ſcopo, quem babet, non ſat bene reſpondere videtur*: quæ verba non ita interpretanda velim, ut fecit Cl. Riccatus, quaſi nimirum credidiſſem, ſcopum primarium ipſi fuiſſe, exemplo monſtrare, quam difficile ſit *a priori* integrare formulas, quarum integratio *a poſteriori* conſtat; facile enim quilibet perſpicere poteſt, Virum Acutiſſimum in animo habuiſſe,

buiſſe, oſtendere, quomodo dignoſci ab invicem queant æquatio- Act. Erud.
nes differentiales ſecundi gradus, quæ pro ſua reductione conſtan- An. 1725.
tis poſitione opus habeant vel non habeant; optimeque inſtituto M. Octob.
ſuo præcipuo defunctus eſt. Attamen hoc non impedit, quin digreſſionem illam, qua æquationi (B) aliam inducit formam, vi-
deatur eo fine feciſſe, ut novam exhiberet formulam, veluti (D) Pag. 471.
majus integrationis artificium poſtulantem & cujus ſimul integratio *a poſteriori* pateret: nec male hic applicantur verba ipſiſſima Clariſs. Riccati: *dum ſyntheticæ viæ inſiſtimus, eæ difficultates, de quibus ſermo erit, vix occurrunt, quæ tamen evitari nequeunt, ſi problema aliquod proponatur ſecunda elementa involvens & analytica methodo procedendum ſit*.

Non credidiſſem, hanc meam in Riccatianas Animadverſiones annotationem, ipſum Riccatum parum vel nihil offendentem, tanta explicatione indigere, nec illam dignam exiſtimaſſem, de qua vel verbulo mentionem moverem, niſi magnam partem Doct. Riccati appendicis in ipſius refutationem collineare vidiſſem.

Secunda mea notatio indicat errorem, quem ex inadvertentia in animadverſiones Riccatianas irrepſiſſe, atque corrigi poſſe, dixi, ſi pro *1v* ſcribatur *nv*, ubi per *n* intelligitur numerus, cujus logarithmus eſt unitas. Hic conqueritur Cl. Riccatus in appendice ſua de mea ſincera agendi ratione, inquiens, tales errores corrigendos eſſe, non notandos. Mihi ſane videor id ipſum feciſſe, quod deſiderat; correxi enim errorem eundemque indicavi, non notavi, expreſſis innuens verbis, errorem irrepſiſſe *ex inadvertentia*; melius meo quidem judicio feciſſet confitendo talem *inadvertentiam*, nec ſummis Viris ignominioſam, quam errorem attribuendo oſcitantiæ in exſcribendo; vix enim veriſimile eſt, in eundem calami errorem bis incidere, atque dum ſe ab inadvertentia purgare conatur, obſcuritatis ſe accuſat: nam ſi loco unitatis ſcripſiſſet litteram *c*, definiendum fuiſſet, quid intellectum velit per litteram illam a novo introductam & mox aliam ſignificationem accepturam, in ſequentibus enim per *c* intelligit quantitatem quamcumque conſtantem.

Tertia mea in Doctiſſimi Riccati animadverſiones notatio pertinet ad ipſius demonſtrationem, qua oſtendere ſibi propoſuit, formulam $-ddy = dy^2$ logarithmicam repræſentare. Nemini certe demonſtrationem illam perlegenti ſuſpicionem non movebit Cl. Riccatus, ſe in illa idipſum ſuppoſuiſſe, quod oſtendere ſibi propoſuerat: unde mihi videor non abſque ratione indicaſſe, latere petitionem principii in demonſtratione Riccatiana.

Verum ipſa demonſtrationis verba ſecundum Autoris men- Pag. 472.
tem correcta tranſcribam; *remanet*, inquit Cl. Riccatus, $-ddy = dy^2$,

Act. Erud. An. 1725. M. Octob. $= dy^2$, *vel* $-ddy$; $dy = dy$, *& integrando log.* $dx : dy = y$, *vel* $dx : dy = c^y$, *hoc eſt* $dx = c^y\, dy$, *& tandem* $dx : x = dy$, *quæ æquatio dat Logarithmicam vulgarem.*

In hujusmodi demonſtrationibus, ni fallor, quælibet æquatio ita ex præcedenti deduci debet, ut deductionis principium ſit ſimplex & omnibus obvium: hoc ipſum in memorata demonſtratione egregie obſervatur; ubique enim talis inter duas proximas æquationes eluceſcit connexio, ut transformationis fundamentum ſimpliciſſimum ſit atque vel primis tyronibus obvium. Quis itaque non eodem modo comparatas judicet duas ultimas æquationes $dx = c^y\, dy$ & $dx : x = dy$, atque credat, unica opus eſſe per ſe clara ſubſtitutione, ut ex priore habeatur formula poſterior? Hoc autem ſi ſit, neceſſario transformationis fundamentum eſt ſuppoſitio æqualitatis inter $x$ & $c^y$; etenim diviſo primo æquationis penultimæ membro per $x$ & altero per $c^y$ obtinetur æquatio poſterior, unde manifeſte ponitur $x = c^y$, quæ æquatio Logarithmicam repræſentat, adeo ut in Riccatiana demonſtratione ad ipſum ſupponatur, quod eſt in quæſtione.

Expoſitam meam notationem ut eluderet Riccatus, quærit, *quomodo hariolari potuerim, ſe ad deductionem proceſſiſſe non niſi ſubrogando x pro* $c^y$? Hariolatione ſane opus non eſt, ubi ſola contemplatio demonſtrationis ſufficit: niſi enim longam multarum ſubſtitutionum concatenationem inſtituere velit, nunquam formulam $dx = c^y\, dy$ tranſire faciet in alteram $dx : x = dy$ absque petitione principii; talem vero transformationum ſeriem, ſi tanquam notam & obviam ponere velit tota demonſtratione ſuperſedere potuiſſet: nam longe magis obviam puto tranſitionem primæ formulæ in penultimam, quam hujus in ultimam. Vitio itaque petitionis principii ſi libera eſſet demonſtratio, inſigni defectu laboraret. Sed huic ſive vitio ſive defectui optime medetur Vir Eruditiſſimus in appendice ſua, ubi demonſtrat *identitatem* inter æquationes $dx = c^y\, dy$ & $dx : x = dy$, quam equidem demonſtrationis partem male ante omiſſam eſſe (ſi modo, ut dicit, conſulto omiſit) ex eo conſtare poteſt, quod il-
Pag. 473. la ſola multum excedat reliquum demonſtrationis. Quod ſi forſan nimium & intempeſtivum brevitatis ſtudium omiſſionis illius cauſa fuerit, potuiſſet eadem brevitate & iisdem fere verbis totam demonſtrationem abſolvere (niſi forſan Paternorum ſcriptorum allegationem faſtidiſſet) hoc modo: *remanet* $-ddy = dy^2$, *vel* $-ddy : dy = dy$, *& integrando log.* $dx : dy = y$, *vel* $dx : dy = c^y$, *hoc eſt* $dx = c^y\, dy$, *& rurſus integrando* $x = c^y$, (*eſt enim* $c^y\, dy = dc^y$, *vid. Act. Lipſ. 1697 p. 291.*) *quæ æquatio dat Logarithmicam ordinariam; vid. Act. cit. p. 294.*

Sed

Sed relictis his cum nimis trivialibus, tum parum ad analyſis perfectionem contribuentibus, propero ad ſolutionem elegantiſſimi problematis Riccatiani, quam in Act. Lipſ. promiſi. Act. Erud. An. 1725. M. Octob.

# SOLUTIO PROBLEMATIS RICCATIANI

*Propoſiti in Act. Lipſ. Suppl. Tom. VIII. p. 371.*

PRoblema a Cl. Com. Jac. Riccato propoſitum paucis immutatum ad hanc ſimpliciorem formulam reduci poteſt (A) $ax^{n}dx + uudx = bdu$, in qua valores exponentis $n$ determinandi ſunt, ut ſuccedat indeterminatarum ſeparatio, & æquationis conſtructio per ſolas quadraturas. Solutioni ſequentia duo Lemmata præmitto.

Lemma primum. Si formula (A) ſeparationem indeterminatarum admittit in caſu ($n = m$), admittet quoque in caſu ($n = -m : \overline{m+1}$).

Demonſt. Poſita $u = y^{1}$ & $du = -y^{-2}dy$, tranſit formula (A) in hanc aliam $ax^{n}dx + y^{-2}dx = -by^{-2}dy$, qua multiplicata per $yy$ atque tranſpoſitis duobus primis terminis habetur $dx + ax^{n}yydx = -bdy$ in qua ultima formula ponatur $x = s^{\overline{1:n+1}}$ & $dx = \frac{1}{n+1}s^{\overline{-n:n+1}}ds$ & habebitur $\frac{1}{n+1}s^{\overline{-n:n+1}}ds + \frac{a}{n+1}yyds = -bdy$, quæ formula cum ſimilis ſit formulæ (A) atque ex hac originem duxerit, manifeſtum eſt, quod ſi caſus ($n = m$) reddat formulam (A) ſeparabilem, alterum caſum ($-n : \overline{n+1} = m$) ſeu ($n = -m : \overline{m+1}$) idem eſſe præſtiturum. Q. E. D.

Lemma ſecundum. Si formula (A) ſeparationem indeterminatarum admittit in caſu ($n = m$), admittet quoque in caſu ($n = -m - 4$). Pag. 374.

Demonſtr. Poſita $u = -bx^{-1} + x^{-2}y$, & $du = bx^{-2}dx - 2x^{-3}ydx + x^{-2}dy$, tranſit formula (A) in hanc aliam $ax^{n}dx + bbx^{-2}dx - 2bx^{-3}ydx + x^{-4}yydx = bbx^{-2}dx - 2dx^{-3}ydx + bx^{-2}dy$, ſeu $ax^{n}dx + x^{-4}yydx = bx^{-2}dy$, in qua, ſi multiplicetur quilibet terminus per $xx$, habetur $ax^{n+2}dx + x^{-2}yydx = bdy$; In hac poſteriori formula ponatur $x = s^{-1}$ & $dx = -s^{-2}ds$, ut habeatur $-as^{-n-4}ds - yyds = bds$, quæ formula cum rurſus ſimilis ſit formulæ (A), ſimulque hæc in illam tranſire poſſit, palam eſt, quod ſi formula (A)

ſepa-

Act. Erud. An. 1725. M. Octob.

ſeparationem indeterminatarum admittit in caſu ($n=m$), eandem quoque ſeparabilem fore in caſu ($-n-4=m$) ſeu ($n=-m-4$) Q.E.D.

Præmiſſis hiſce duobus Lemmatibus nullo negotio jam ipſa problematis ſolutio obtinetur. Conſidero hunc in finem, quod exiſtente in formula (A) $n=o$, ſeparatio indeterminatarum ſuccedat dividendo tantum formulam per $a+uu$; primus itaque ſeparabilitatis caſus eſt ($n=o$) qui per Lemma ſecundum alium ſeparabilitatis caſum dat ($n=-4$), cujus ope per Lemma primum obtinetur iterum novus caſus ($n=-\frac{4}{3}$), qui rurſus per Lemm. ſec. convertitur in ($n=-\frac{8}{5}$), & ſic alternando applicationem Lemmatum duorum in infinitum ſemper novi deteguntur valores pro exponente $n$, qui omnes continentur in formula catholica $n=\frac{-4c}{2c\pm 1}$, ubi $c$ ſignificare poteſt quemcumque numerum integrum ſive affirmativum, ſive negativum. Q. E. I.

Apparet ex his, præſens problema Riccatianum eſſe curioſiſſimum, idemque habere præ reliquis quæſtionibus in difficillima hac materia proponi ſolitis particularem elegantiam ſimul ac utilitatem; mirari proin ſubit, nullam hucusque in Act. Lipſ. ſolutionem hujus problematis comparuiſſe. Interim in ſolutione noſtra quædam notanda veniunt.

Infinitos ſeparabilitatis caſus continet formula (A), nec tamen generalem ſuarum indeterminatarum ſeparationem admittit, imo vix poſſibile reputo vel unum caſum in formula noſtra catholica non contentum eruere; ſi vero talis inveniri particulari
Pag. 475. quadam methodo poſſet, ille ſolus infinitos alios ſuppeditaret, non ſecus ac primus caſus ($n=o$) infinitorum origo fuit.

Omnes ſeparabilitatis caſus a nobis determinati negativi ſunt, atque anguſtos habent cancellos $o$ & $-4$, quos numquam transgrediuntur; aſſumto autem numero $c$ infinito, fit $n=-2$, adeo ut hiſce veſtigiis inſiſtendo non niſi per infinitas ſubſtitutiones in formula (A) indeterminatas ſeparare liceat, poſita in illa $n=-2$, ſed aliis methodis facillime id obtinetur. Si enim in formula $ax^{-2}dx+uudx=bdu$, ponatur $u=y^{-1}$ (ut in Lemm. 1) fit $ax^{-2}dx+y^{-2}dx=-by^{-2}dy$, in qua conſtat indeterminatas ſeparationem admittere eo, quod in ſingulis terminis indeterminatæ eandem habent exponentium ſummam: imo caſum ($n=-2$) reddere formulam (A) non ſolum ſeparabilem, ſed & integrabilem, Mathematicorum neminem fugit: altioris vero indaginis puto, integrationis methodum in reliquis ſeparabilitatis caſibus exhibere, quod problema ſolutionem admittere vix crediſſem, niſi prius ex Fratre meo Nicolao intellexiſſem, ſe illius ſolutio-

nis

nis compotem eſſe: excipiendus tamen eſt caſus ($n=o$), in quo Act. Erud.
æquationis conſtructio dependet a quadratura circuli. Solutio- An 1725.
nem meam poſterioris hujus problematis alia occaſione commu- M.Octob.
nicabo, ne ipſi Cl. Riccato ultimam hanc problemati ſuo perfectionem dandi anſam & deſiderium præripiam.

# SARCOCELES,

M. Nov. Pag. 492.

Seu totius membri genitalis tumoris vaſti rariſſimique in cadavere, Menſe Junio 1725 ſecto, exemplum;

*E Theatro Anatomico Lipſienſi communicavit* D. AUGUSTINUS FRIDERICUS WALTHERUS, *Anatomiæ & Chirurgiæ Prof. Publ. h. t. Acad. Rector.*

RAriſſimum eſt, tumere ſcrotum, & ſimul reliquum genitale membrum craſſum & ingens fieri, ut, paribus veluti paſſibus aucta, in enormem & vitioſam ponderis molem magnitudinemque vaſtam excreſcant, ſicuti in exemplo, quod mox commemorabimus, contigit. Omnium externa facies, & quæ intus comprehenduntur, nos in admirationem rapiunt. Etenim non inſolitus eſt ſcroti tumor, qui oboritur, quoties, aut inteſtina decidunt, aut teſtis alteruter, durior majorque factus, vel ejus tumidiora vaſa, illud grandius reddunt, aut caro fungoſa in ſcroto ſubnaſcitur, aut ipſum aqua diſtenditur. Nonnunquam etiam flatu repletum fuiſſe, vel pinguedine intumuiſſe ſcrotum, alii animadverterunt. Quos tumores nomine pluribus communi ramices vel hernias vocamus; quarum eæ ſimplices dicuntur, ubi iſtorum ſingula, quæ protulimus, ſcrotum occupant: compoſitas vero appellare licet, ſi malo graviore, aut neglecto, aut diutius protracto, plura ac diverſa hic congeruntur. Quorum exempla ex variis auctoribus collegit retulitque noſter in concinnandis his Actis Collega a multis annis diligentiſſimus *D. Michael Erneſtus Ettmullerus*, Prof. Publ. programmate anno 1723 in Dni Steinfeldi promotione edito; cujus occaſione ſarcocelen ob vaſtam tam ſcroti quam penis magnitudinem, longeque plura, commemoratione dignum tumorem recenſuit. Homo eo tempore ægrotavit, cujus poſtea, menſe Junio hujus anni demortui cadaver, ut pars male affecta publice demonſtraretur, ad noſtrum

Act. Erud. ſtrum Theatrum Anatomicum allatum fuit. Deſcriptionem ille
An. 1725. ſequentem dedit: „ Chriſtianus Kettnig, ætatis 4[illegible] annorum,
M. Nov. „ menſe Julio ſuperioris anni in Noſocomio Lipſienſi recipieba-
„ tur, manuum opera hactenus panem lucratus, nunc ad quem-
„ piam ſuſtinendum laborem ob pravam corporis diſpoſitionem,
„ ineptus. Scrotum hic habet ſecundum omnes dimenſiones ma-
Pag. 493. „ gnum ad genua usque propendens, coloris naturalis, ubi vero
„ femoribus adjacet, glabrum atque rubicundum, indolens in-
„ terim atque durum. Teſticuli ad latera in ſuperiori parte la-
„ tent, qui contrectati aut compreſſi doloris ſenſum excitant.
„ Membrum virile ex medio loco ſcroti emergit itidem elonga-
„ tum, durum atque tumidum. Tota diſtantia ab inguine ad præ-
„ putii extremitatem unius ulnæ eſt, cum octava parte. Inguina
„ naturaliter ſe habent, nullo tumore conſpicua. Femora & pe-
„ des ſunt tumida, dura & circa genua & talos in rugas & ſulcos
„ complicata. Ceteroquin ſanus degit omni dolore expers, opti-
„ mo ciborum appetitu præditus, dum vero mingit, difficulter
„ lotium profluit. „ Omnium formam, quæ ab illo tempore ad
Tab. II. uſque mortem aliquantum commutata fuit, Fig. 1 ſiſtit. Nam-
Fig. 1. que hoc temporis intervallo amplius intumuere pedes, & tam
ſcroti, quam tumidi penis involucri ſarcoma, majorem ambi-
tum acquiſivit, ipſum ſcrotum jam quinque digitis longius fa-
ctum prominuit. Integri ſcroti ambitus maximus ulnæ cum tri-
bus quartis in cadavere, at arte deterſi, ſiccatique, duarum ul-
narum, cum duobus digitis, magnitudo fuit. Ejus tumoris ex-
tremum a pubis oſſe remotum ulna diſtabat cum ſeptem digitis.
Superiori parte durior deprehendebatur; qua parte verſus ſi-
niſtram ſuram porrigebatur, foveæ, cum digito premeretur,
diu non ſubſiſtebant. Eadem inferiore parte notabatur moles
hæc tribus inciſionibus, quarum una profundior, pro aliquo ſe-
pti retracti veſtigio accipi poterat, cujus tamen nulla ſupererat
nota; ceterum vero plures inæqualitates, & minores rugæ,
partesque a lotio eſeſæ & corruptæ hinc inde patebant. Neque
vero teſticuli, tumore ſubmerſi & abſconditi, manibus contre-
ctari poterant. Jam ingens ſpectari genitale membrum, plane
dignum fuit. Namque hoc ſubjacente ſcroto haud mollius, lon-
gitudinem retulit pedis, & duorum digitorum, & quinque digi-
tis extremis incurvum, & verſus ſcrotum reflexum, tumens
erat, præputium ultra modum expanſum, rubens, ac inverſum
quaſi viſum eſt. Eminuere tubercula ſulcis diſtincta, denſiſſi-
misque ſeriebus poſita, aſperiora, rubicundo fœdoque adſpectu
Pag. 494. turgida, quo rugoſum galli Indici caput imitabatur penis pars
anterior. Ad hæc reliquus ambitus ſcabritie, fere ſicut ſcroti ſu-
per-

Digitized by Google

perficies, conſpurcabatur. Hoc penis involucrum ubi craſſiſſimum erat, in ambitu tredecim digitos confecit, quo ſenſim, aliqualiter tamen minore reddito, tandem in extremitate juglandis craſſitiem habebat. Sub hac extremitate retracta, & velut freno ſuffulta, revulſaque, involucro reſimo conſpiciebatur foramen Fig. 1 A, quod minimum digitum admittebat, & catheterem intromiſſum ad urethram veſicamque ducebat. Act.Erud. An. 1725. M. Nov.

Sed amplius hæc, incidendo monſtrum, obſervata ſunt. Animadvertimus cutim triplo craſſiorem naturali factam, inerti carnis moli adnatam, quæ pro varia mollitudine, quam in externo tumore notavimus, compacta duraque apparuit, inſuper compoſita ex innumerabilibus cellulis loculiſque, quibus, velut intra totidem ſacculos membranaceos, ſpiſſus & gelatinoſus continebatur humor; qualem etiam in tumore pedum, cute hinc inde inciſa, obſervavimus. Proinde hoc tenace latice totum ſcrotum, & penis involucrum repletum deprehendimus, nec alias cavitates in iſto invenimus, niſi eas, quibus teſtes, naturalibus multo majores, concluderentur, quos mole carnea a priore producta, non ordinato ſepto, diſtinctos vidimus. Vaſa, quæ ſanguinem & ſemen ad ſingulos vehunt, Fig. 2 A, & quæ muſculo Cremaſtere B, ab iſtis hic ſeparato, involvi ſolent, longitudinem naturalem parum ſuperarunt; ſaltem paulo magis tumida ea viſa fuerunt. Dexter teſticulus poſt detractam tunicam vaginalem, ove anſerino vix minor, & tribus partibus compoſitus apparuit, quarum ſuperiorem maximamque capſa C efficiebat, quam albuginea teſticuli tunica, quippe naturali craſſior & tendineæ firmitudinis, formaverat, & ipſa humore plena erat livido, intra loculos contento, quales in malo citri corrupto putridoque conſpiciuntur. Alteram hujus teſticuli partem tophus D confecit, niſi ſuperius cavus, & juglandi magnitudine haud impar fuit. Idem inter primam partem tertiamque E medius habebatur, infimam vero molliorem que morboſi teſticuli partem, extrema paraſtatæ portio, & inſigniter tumens conſtituebat, & intra hanc condebatur aliqua minorque capſa, intra quam perexiguum, quod de teſticulo ſupererat, continebatur. Quam partem, & tubulos ſpermaticos evolutos, Fig. 3 A oſtendit. Neque vero hæc exilis cavitas cum ſuperiore inſignioreque commune habuit; ſed albuginea tunica juxta ſuperficiem tophi intermedii eo deducta, teneriorque, ſe paraſtatæ inſinuaverat, & corpus hoc efformaverat. Huic ſuper incumbens veluti vaſculoſus paraſtatæ cortex B, cum arteria ſpermatica aere impleretur, protinus intumuit & vaſcula ſeminalia, cum incideretur, ſe prodiderunt. Cum ſiniſtro autem teſticulo ſaccum, fundo ejus appen-

Tab. II. Fig. 2.

Pag. 495. Fig. 3.



Digitized by Google

Act.Erud. A. 1725. M. Nov.

appenſum, membranaceum, & pellucentem extraximus, quem tunica vaginalis effecerat, hic duas libras ſeri, parum tincti, intra ſinum ſuum receperat, capſæ adhærebat, ſicut in dextro teſticulo, formatæ; quæ hinc inde non nihil exeſa humorem priori ſimilem, loculosque perpaucos, tophum denique minorem ſcutiformem, & duobus foraminibus inſtructum, comprehendit. De cetero tubulorum ſpermaticorum, ſive ſubſtantiæ teſticuli, hic nullum ſuperfuit veſtigium, & paraſtatæ extremitas, hoc loco planior facta, topho adhærebat: vaſa autem ſanguifera aerem, per tubulum immiſſum, ad cavum, quod albuginea paraverat tunica, attulerunt. Hujus lateris veſicula ſeminalis ſemine corrupto, fuſco, & viſcoſo replebatur, nec aerem admiſit, qui per vas deferens eo pellebatur, nec in experimento facto, prope caput gallinaginis, oſtium apparuit, per quod erumperet. At dextra ſeminalis veſicula hanc viam exitumque, cum ſimilia tentaremus, monſtravit, & tota flatu prompte intumuit. Tandem cum contemplaremur penem, naturalem ille retulit longitudinem, & glandis extremitas intra penis involucrum, tribus digitis altius recondita, ipſum involucrum reſimum fecerat. Ad hæc penem ſolito tenuiorem obſervavimus, nec corpora nerveo ſpongioſa, ea facilitate, ſicut in aliis fieri ſolet, inflari potuerunt. Ad reliqua quod attinet viſcera, partes & cavitates, quæ in cadavere explorabantur, omnia illæſa videbantur, præter renem dextrum, qui gangrænæ notas, fortaſſis acceleratæ mortis cauſas, retulit.

Pag. 496.

Narravit homo, cum in vivis eſſet, & ægrotaret; malum ab eryſipelate, has partes pedesque ſæpius infeſtante, originem traxiſſe. Quæ, etſi non plane tophorum intra teſticulos genitorum & reliquorum indicet rationem modumque; & quanquam nec nobis, quibus ignota hominis conditio, ex variis Medicorum hypotheſibus, de rebus hic congeſtis, pluribus differere placet; organi tamen totius, externique, ad contrahendum Sarcoma aptitudinem, ſaltem declarare, & quæ nobis, anatomen exercentibus, de præputio uſu venerunt, adjicere licebit. Ut adeo ad magnitudinem ſupra deſcriptam, pondusque librarum quadraginta, omnium tumor accederet, id tunicæ, quæ dartos audit, deberi profitemur, quæ celluloſa, laxa, flaccidaque eſt, & quaſi luxuriat, nec ſolum in ſcroto ſubſiſtit, ſed in utroque ſcroti latere veluti duplicata aſſurgit, ſeptumque, quod ſutura externa indicat, conſtituit, ſicut *Rawius* oſtendit. Hujus ſepti antica & ſuperior pars penem amplectitur, & inde aliqua ejus fit productio, quæ inter ipſum ac involucrum progreditur. Cui proinde ſtructuræ adſcribendum eſſe putamus, quod data

occa-

Digitized by Google

occaſione, ſimilique, quam noſter olim narravit, plures hic congerantur, aſſerventurque humores; ex quorum angulo & in aliis partibus locisque fieri tumores, quotidie experimur. Admirationem vero maximam in noſtro cadavere promeruit præputii tumor: qui etſi admodum frequens in hydrope, phymoſi, paraphymoſi, aliisque vitiisque occurrat; tamen qui hic deſcriptus fuit, tam tetro fœdoque aſpectu formaque, quam intus contentorum indole, ni fallimur, omnes hujus generis ſuperabat, quos alii commemoraverunt. Hinc de ſanorum præputio monere integrum ducimus, ipſum ad acquirendos tumores præ ceteris locis diſponi. Etenim hoc glandis velum, tanquam cutis reflexa, interiore ſua ſuperficie lævius eſt, & ſub corona glandi adnaſcitur. Ipſum, ubi ſic duplicatum proſtat, intra ſe continet peculiarem mollemque, & inſtar compreſſæ lanuginis, elaſticam albidamque ſubſtantiam, quæ cum tunica celluloſa, quæ penem circumdat, equidem continua eſt, pluribus tamen modis ab ea differt. Hanc ita in adultorum cadaveribus demonſtrare ſolemus, cum, juxta glandis coronam, præputium ſeparamus, & poſtquam ex involucro penis extractus fuit, iſtam vaginam anteriori parte filo conſtringimus, aereque ex adverſa parte immiſſo, eam implemus, ac tandem ſiccamus. Quæ hic notatur ſubſtantia, pollicem lata eſt, & præ ſui copia totum replet præputium. Hinc ſicut recens intra præputium in vivis ea reperitur, ſua mollitudine egregie fovet glandem, affricatque coronam, & ut ita augeatur in congreſſu voluptas, apte locata prodeſt. Quæ proinde ſubſtantia & tegminis utilioris loco habetur, & ſicut reliqua penis celluloſa tunica pinguedinis eſt expers, cujus nec ſcroti dartos eſt immunis. Interim aere inflata, alia apparet, quam tunica celluloſa, quæ etiam cum cute eo defertur, penemque inveſtit; quam delineavit *Ruyſchius* in Reſponſ. ad Epiſt. Anat. 15. Qua occaſione monere expedit, quod hujus figura 4 Tab. XIX, pro amplitudine celluloſi contextus ab eo delineata, equidem cum præputio, minime vero cum reliquo penis ambitu conveniat. In hoc enim tunica, quam diximus, longe tenuior eſt iſta portione, quæ intra duplicatum præputium hæret, & in priore multo laxius compoſitæ cernuntur cellulæ, cum flatu intumeſcunt, ac replentur. Naſcitur talis & uberior, in ipſo præputio, & magis compacta, inſtar tomenti, e fibris elaſticis congeſti, ſe habet: cui ſimilem nec in reliquo pudendo, nec in aliis corporis partibus arte anatomica præparare licet.

Act. Erud. An. 1725. M. Nov.

Pag. 497.

Expli-

Digitized by Google

## *Explicatio Figurarum.*

*Figura* 1 ſcrotum, membrum virile, rugas & ſulcos circa genua & talos repræſentat.

A. Orificium Urethræ.

B. B. B. Membri Virilis involucrum reſimum.

C. C. C. C. Rugæ & ſulci circa genua & talos.

D. Scrotum.

E. E. E. E. Tuberculorum verrucoſorum ſeries.

*Figura* 2 Teſticulum dextrum exhibet.

A. Vaſa ſpermatica, a muſculo cremaſtere ſeparata, ad ſiniſtrum teſticulum tendentia.

B. Vaſa ſpermatica muſculo cremaſtere involuta ad dextrum teſticulum decurrentia.

C. C. Capſula ſuperior teſticuli dextri humore livido plena.

D. Tophus.

E. Capſa inferior in Paraſtata.

Pag. 498. *Figura* 3 infimam teſticuli dextri portionem ſiſtit.

A. Vaſa ſpermatica evoluta.

B. Extrema paraſtatæ portio.

EXCER-

Digitized by Google

# EXCERPTA
## EX ACTIS ERUDITORUM
## LIPSIENSIBUS
## ANNI 1726.

---

## EXCERPTA EX LITERIS
## D. GEORGII FRANCI A FRANCKNEAU

P. P. Haſnia Ann. 1725 d. 9 Octobris

*Ad D. MICHAELEM ERNESTUM ETTMULLERUM P. P. datis.*

NOvam invenit machinam Johannes Heinricus Heſs, Chirurgus & Lithotomus apud nos ſamigeratiſſimus, pro calculo ex veſica tenaculorum loco extrahendo, quæ nullam veſicæ vim infert. Experimentum ejus factum eſt die 26 Septembris, me, alioque Medico, & quinque Chirurgis Provincialibus præſentibus, felici cum ſucceſſu in juvene 28 annorum, qui bene quidem nunc degit, multum tamen materiæ fabuloſæ ex re- Act. Erud. An. 1726. M. Jan. Pag. 41.

nibus

Digitized by Google

Act.Erud. An. 1726. M. Jan. nibus deſcendentis per veſicam quotidie excernit. Mitto hic iconem recens inventæ hujus machinæ, & calculi extracti, ut publico illa innoteſcat, & a peritis atque curioſis forſan emendetur & perfectior reddatur.

## *Explicatio Figurarum.*

Tab. I. Fig. 1. Figura 1 machinam ipſam exhibet.
aa. veſica tenuis, quam undique ambit
bbbb. faſciola, per cujus
dddd. medium trajectus eſt
cc. bacillus ex ſpina ceti fabricatus.
Fig. 2. Figura 2 calculum extractum ſiſtit.

M. April. Pag. 149.

# SIGEBERTI HAVERCAMPI

DISSERTATIONES de Alexandri M. Numiſmate, quo quatuor ſumma Orbis terrarum Imperia continentur:

*Ut & de Nummis contorniatis.*

Lugduni Batavor. apud Janſſonios van der Aa, 1722, 4. Alph. 1 Tabb. æn. 22.

NON dubitamus has diſſertationes, qua argumenti dignitate, qua externo nitore, tabularumque inſertarum artificio commendabiles, licet aliquando ſerius, in ſcenam producere, quippe ad id genus literarum ſpectantes, quod novitatis
Pag. 150. gratiam cito, amœnitatem vero vix unquam ſolet perdere. Excitavit diligentiſſimum Virum munificentia Illuſtriſſimorum Academiæ Lugduno-Batavæ Curatorum, propter luculentam honorarii acceſſionem, ut in grati animi monumentum ederet doctas has lucubrationes. *Prior* explicat numiſma illud abſtruſum, quod præſtantiſſimus antiquitatum & nummorum interpres *Carolus Patinus* ipſe olim pro ænigmate agnovit, ejusque explicationem tanta aviditate exoptavit, ut ipſis antiquis nummis, quamvis maximi pretii, eandem fuerit compenſaturus, id quod profitetur in *Theſauro Numiſmatum, pag.* 100 *edit. Amſtelod.* Nos illud

illud numiſma, quod *A.* 1684 in Actis noſtris *p.* 37. jam conſpiciendum dedimus, cum diſquiſitionem ſuper eodem per epiſtolas inter Celeb. *Patinum* & Cl. *Eggelingium* agitatam, recenſeremus, nunc iterum repræſentamus, divinationes doctiſſimi *Havercampi*, ſingula nummi myſteria aperta planaque ſiſtentis, enarraturi. Toto igitur ſchemate ænigma exhibetur, ſummi iſtius in terris Imperii, per rapaces homines in quatuor illis decantatis Monarchiis violentiſſime quondam exerciti. *Nullum* ait Noſter, *in hoc Numiſmate vel punctum eſt, quod non examuſſim in formidabilem iſtam quadret poteſtatem*. Ecce! in adverſa nummi facie duo capita plane inſolito habitu cum quatuor conjunctis pone cornibus, immanique oris hiatu, ad horrorem compoſita, Imperia duplicis orbis deſignant: Orientis quidem, caput dextro, velut honoratiore loco, poſitum, cum Chaldæorum & Perſarum imperium ſit antiquius: Occidentis vero & Europæorum Imperiorum ſymbolum eſt caput ſiniſtro loco conſpicuum, nudo capillo & ad frontem denſo utrumque Græcæ & Romanæ Monarchiæ autorem referens: hac enim capilli forma & Alexander & Pompejus obveniunt. Similiter pileus iſte, quo prius caput exornatum eſt, barbaricus, vetuſtiſſimum Aſiæ populorum geſtamen, Attidis & Ganymedis Phrygiorum, Regumque Parthicorum inſigne noſcitur. Diſtenti belluarum in morem prædam appetentium rictus docent, cuncta ab his Imperiis abſorpta ac devorata fuiſſe: quatuor cornua vero ecquid aliud ſignificant, quam quatuor ſumma Imperia ſub tali ſpecie jam olim Prophetæ Danieli per viſionem divinitus oſtenſa? In averſa numiſmatis parte IV Monarchiæ adhuc manifeſtius portendi Noſtro videntur, maxime propter quatuor animalia; cum totidem monſtra, & alis inſtructa, & Monarchias pariter referentia, in Ezechielis atque Danielis vaticiniis deſcribantur, quamvis hæc ipſa vultuum & corporum ſpecie diverſa fuerint. Etenim nec ſine magna ratione ſculptor hic ſingulis animalibus eandem Sphingis formam dedit, primo, ut ænigma hoc tractantium ſpectantiumque exerceret ingenia, deinde, ut indicaretur, Monarchias iſtas cuncta viribus ſuis inferiora comminuiſſe, haud ſecus ac Sphingis crudele monſtrum infelices, ad ænigmata qui acceſſerint, conjectores unguibus dilaniaſſe fertur. Porro fluvii duo in alga procumbentes violentam regnorum, velut vi fluminis abreptorum, occupationem ab utriusque orbis poteſtate factam; aræ utrinque poſitæ divinos honores a Monarchis quæſitos indicant. Figura virilis, conſpicua paludamento, lorica, clypeo, bipenni, ac potiſſimum galea pellicea, lupinum rictum (qui tamen apud Patinum in typo nummi

Act. Erud. An. 1720. M. April.

Tab. II. Fig. 1.

Pag. 151.

haud extat ) præferente, galea quidem iterum deſignat rapacitatem Monarcharum, toto vero habitu ſuo belli artes, robur laboremque exprimit ; dum e contra muliebris figura ſtans, ac præter haſtæ inſigne prorſus inermis, lauream ſedentis mulieris capiti imponens, Conſtantiam & pacis artes denotat, quibus præſertim Roma ſibi Orbis terrarum imperium armis partum retinuit. Denique in ipſa figura muliebri ſedente, qualis ſubinde Roma, atque imprimis Nova, in nummis exhibetur, ſummi Imperii ſummæque poteſtatis perfecta imago conſpicitur. Haſta enim potentiæ, imo & divinitatis ſymbolum, paludamentum Imperii, modius in capite ( quem Patinus pro turri agnoverat ) Serapidis ornamentum, abundantiæ rerum omnium, gemmæ atque uniones in pectore & balteo, gloriæ divitiarumque inſigne, quæ omnia ac ſingula in iſta ſumma orbis imperia confluxere. Simillimum ad unguem huic numiſmati eſt alterum, quantum ad partem averſam, namque in adverſa caput Alexandri M. viſitur. Idque ad quatuor Monarchias itidem pertinere, autumat Noſter & vultum Alexandri, tanquam inter
Pag. 152. omnes orbis Monarchas longe illuſtriſſimi, merito præferre. In hoc nummo ſignum illud PE quod in nummis contorniatis compluribus occurrit, atque in hoc juxta frontem Alexandri eſt, explicatu alias difficillimum, promtius explicari non poſſe, ait, quam ſi pro inclito Conſtantini M. Monogrammate ☧ accipiatur, ut deſignetur regnum Chriſti, quod omnes iſtas Monarchias loco deturbavit. Verum non diſſimulat, interpretationi tali obeſſe, quod conſtans ubique numiſmatum delineatio & rei nummariæ peritorum teſtimonium aliam dant Monogrammatis formam: quare potius judicat, eo aut exprimi fauſtam illam & ſolemnem Populi Romani acclamationem, præcipue theatris & ludis conſuetam : FELICITER & ΕΙΣ ΑΙΩΝΑΣ, quæ exprimatur in his nummis voce PERPETUO, cujus literæ initiales ſint in iſto Monogrammate ; aut artificis notam eſſe, conjectatur. Subjicit his quinque adhuc numiſmata, in quorum priori antica caput Alexandrinum cum diademate, poſtica raptum Sabinarum ; in ſecundo, pars una Alexandri caput exuviis leonis indutum, altera Alexandri Bucephalum domantis, & Philippi Macedonis ac Olympiadis, parentum admirantium, figuras ; in tertio averſa ſolis quadrigas, cum inſcriptione : SOLI INVICTO ; in quarto adverſa faciem Alexandri, averſa STEPHANUM, ſeu STEPHANAM Athletam victrici in curru ſtantem cum laurea pal-

Digitized by Google

palmaque nobili, exhibent. In quinto demum Noſter iterum ſe Oedipum præſtat. Conſpicitur juvenis alatus rupi inſidens, dextra uvam tenens, læva colligens veſtem, quæ pectus tegit, ſed poſt nates expanſa eſt, inferioribus corporis omnino denudatis. Scilicet uva, & ſublata, detecto inguine, veſtis duo inſigniora Alexandri M. vitia, ebrietatem & amoris intemperantiam, alæ vero, *Alexandrum volare potuiſſe*, (vid. Curt. *Lib. VII cap.* 11) commonſtrant, eſtque hæc effigies vel, ut Imperatores de magna fortuna æquabiliter ferenda, vel, ut Athletæ de fugienda ebrietate & Venere admonerentur, exſculpta. Aut etiam ab Alexandro Severo, Macedonis æmulo, in ære perenni expreſſum eſt, quod idem, teſte *Lampridio*, in Alexandro condemnare fuit ſolitus. Cum vero omnia iſta Alexandri Magni Numiſmata ſint ex genere contorniatorum, hinc ſubnata Noſtro *de nummis contorniatis* diſſerendi occaſio. Docet vero, non a civitate *Crotone*, ut quibusdam videtur, ſed a circulo artificioſo circuitum ambiente, appellatos eſſe; eum enim *tornum* eſſe dictum poſterioribus temporibus, quemadmodum hodie *Contorno* Itali, *contour* Galli vocant. (vid. *Patin. Introduct. ad hiſtor. numiſm. cap.* 18.) Recte Cl. *Morellius* in *ſpecim. univ. rei nummar. ant.* maximi moduli nummos, qui additum habent circulum, plerumque ex metallo flavo a contorniatis diſcernendos eſſe. Hi tortilem atque contractiorem circulum, illi latiſſimum habent atque planum, ex diverſo quandoque metallo. Contorniatis omnibus, poſtquam percuſſi eſſent, demum circulus eſt additus; & ſuperſunt nonnulli, quibus deeſt tornus. Tempus & cauſam percuſſorum hujus generis nummorum, ſilentibus vetuſtis Scriptoribus, per conjecturas ſolum aſſequi licet. Videntur maximam partem ſub iisdem Imperatoribus percuſſi, quorum vultus referunt. In uſum Athleticum inventos fuiſſe, typi plerorumque, nomina & imagines Athletarum & equorum fere comprobant. Peculiaris eorum eſt fabrica; neque in ullo S.C. nota comparet. Barbaram quodammodo fabricam *Morellius* haud merito dixit, cum in quibusdam perfectius artificium noſcatur. Idem, ob magnam omnium ſimilitudinem, putat uno tempore conflatos omnes: male: dantur enim quam plurimi in poſtica nummi vix inter ſe diſcernendi, quos tamen diverſo tempore percuſſos nemo dubitat. Nota iſta ℞ ac ejus loco quandoque ramuſculus, aut aliud ſignum, argenteis laminulis artificioſe repleta, in plerisque occurrunt, eaque ſigna poſtea in memoriam Victoriæ ab ipſis Athletis impreſſa eo credideris, quod ſatis multi ſunt, in quibus nihil ejusmodi peculiaris notæ cernitur.

Pag. 153.

 Operæ pretium duxit Noſter, *Patini* maxime judicio commotus, in unum faſcem colligere omnes contorniatos a præſtantioribus rei nummariæ Autoribus evulgatos, ſimul etiam nondum editos, qui ipſi obvenerunt, eorumque ænigmata ſingulari commentario illuſtrare, quem complectitur *Diſſertatio altera*. Incipit a contorniatis *Neronis Imperat.* cujus ævo primum nata videntur ejus generis numiſmata, ut qui Princeps ludorum feſtivitati & aurigandi ſtudio ad inſaniam deditus fuiſſe traditur. Et complures ſequentium Imperatorum contorniati typos Neronianis exacte reſpondentes habent. Inter *octodecim* iſtius Imperatoris contorniatos Noſter exhibet *tres* ad ipſa archetypa diligenter delineatos, quos tamen ob rudius artificium Conſtantini Magni tempore cuſos & revocatos judicat, cum olim ſub Nerone ſimiles eſſent percuſſi. *Veſpaſiani* contorniatus *unus* cum venatione ſiſtitur inter *Neronianos*, ob ſimilitudinem cum alio nummo ibi repræſentato. Sequuntur contorniati *Trajani viginti atque unus*, ex quibus notabiles imprimis, qui inſcriptionem habent: DIVO NERVÆ TRAJANO. Videntur enim in ſpectaculorum eorum memoriam cuſi, quæ teſte *Xiphilino lib. XV pag. 256*, *Parthica nominabantur*, & *Trajani oſſibus in columna ipſius ſepultis, per multos annos, quaſi ſpectante eo, celebrata ſunt*. *Antonini Baſſiani ſex* numiſmata excipiunt *tria Alexandri Severi*, leonis ſpoliis Herculis in morem in nummis conſpicui: is enim ornatus Principi famæ & virtutum Alexandri Macedonis æmulo convenire videbatur, cum & Herculem Alexander generis ſui autorem ſecutus eſſet. Jam *Conſtantini Magni duo*, *Honorii tres* contorniati producuntur, ac demum *Placidii Valentiniani duo*, quorum *alter* qua magnitudine, qua figuris, qua inſcriptionibus longe ſingularis atque eximius apparet. In adverſa parte eſt caput *Placidii Valentiniani*, peculiari diademate cinctum, ad pectus cum ſtola; a ſiniſtris palmæ ramus, cum inſcriptione: DN. PLA. VALENTINIANUS SPE. AVG. *Spectabilem Auguſtum* ſignari putat Noſter, niſi forte literæ SPE. male pro conſueto illo P.E expreſſæ ſint. Averſa pars ſiſtit organum hydraulicum majus, in cujus uſum aquam hauriunt miniſtri duo, hinc inde ſtantes; a ſiniſtris Terminum Solis radiatum appoſitum dixit Cl. *Bandurius*, ſed Noſter follem exiſtimat, qui arculæ organi ventum immittat; inſcriptio: PLACEA S. PETRI, ipſi ſuſpecta videtur, & conjicit legendum eſſe: PETRONI PLACEAS, prout in alio numiſmate *Salluſtii*, organum hydraulicum referente, inſcriptum eſt. Sed poſt recenſitos Imperatorum nummos *ſpicilegium* facit Noſter additque numiſmata *Neronis quatuor* alia, ut videtur, *reno-*

Marginal notes: Pag. 154. (at "ſtivitati & aurigandi"); Tab. II. Fig. 2. (at "tria Alexandri Severi"); Fig. 3. (at "qua inſcriptionibus")

Digitized by Google

*renovata* ; *Severi duo* ; *Alexandri Severi unum* ; *Trajani quinque* ; *Gordiani* , *Magnentii* , *Deſiderii*, ſingulorum *unum* . Agmen claudunt nummi contorniati, in quibus *memoriæ & effigies Virorum doctorum* , *ſive Autorum veterum* exſtant . Repræſentantur hic, Princeps Poetarum, *Homerus* , 2 *Socrates* , 3 *Salluſtius* , 4 *Terentius* , 5 iterum *Salluſtius* ſatis barbare barbatus , cujus nummi averſa præfert perſonas togatas tres , quarum media organon, ut videtur, hydraulicum tenet, ad dextram ſtante tibicina, ad lævam viro ſe comiter inclinante. Putat ergo Noſter, aut Clariſſimum *Petronium Maximum* exprimi , qui *Placidio Valentiniano Aug.* offerat inſigne hoc munus, aut eſſe artificem , qui *Petronio* inventum ſuum dedicet , tibicina artem ſuam damnante . Inſcriptio eſt : PETRONI PLACEAS. 6 *Horatius* vultu juvenili decorus addito palmæ ramuſculo & floris , ſeu ſtellæ ſigno , e Muſeo Noſtri prodit . 7 *Idem Poeta* ætate provectior, nec ſine ruga ſenili, 8 *Apulejus*, 9 *Apollonius Tyaneus* delineati viſuntur . Denique Noſter de uſu contorniatorum numiſmatum & de tempore , quo percuſſa ſunt, paucis addit , ea, non in uſum monetæ , ſed in memoriam ludorum Circenſium facta eſſe. Circulum ſeu tornum , qui pleraque ambit , ad circum alludere , temporibus vero Conſtantinorum maximam partem illa, quæ hodie ſuperſunt, procuſa , vel revocata exiſtimat. Conjecturas has diverſis quidem nummis confirmat , de quibus plura dicere ſuperſedemus. Enimvero, quæ ſupra e Diſſertatione priori de IV Monarchiarum ænigmate, adeo ingenioſe detecto, indieavimus, ad judicium de inſolita prorſus doctiſſimi *Havercampi* vi divinatrice formandum, affatim ſufficere lectoribus noſtris poterunt.

Act.Erud. An 1726. M. April. Pag. 155.

Tab. II. Fig. 4.

Fig. 5.

D. F.

Digitized by Google

Act. Erud.
An. 1726.
M. April.

# D. F. C. C. ANNOTATA QUÆDAM

## Ad eaſdem Cl. HAVERCAMPI Diſſertationes,

### *Ac de numiſmate Alexandrino abſtruſiore & de nummis quibuſdam contorniatis aliis Conjecturæ.*

Pag. 156. NOn equidem invideo, miror magis divinationes a Cl. *Havercampo*, tum de abſtruſo illo Alexandri numiſmate, tum de aliis nummis contorniatis, adeo ingenioſe prolatas. Nolim ego me explicandis his ænigmatibus Oedipum offerre, nec tamen facile inducar ad credendum, quantumvis perplexa ſint iſta antiquitatis monumenta, latere in ipſis ejus generis myſteria, qualia quidem Vir doctus credidit. Sunt enim, ſi quid judico, a Romanorum ingeniis moreque, quem in nummorum figuris tenuere, prorſus aliena. Symbola quidem Romanis nummis familiaria & hieroglyphica nonnulla ſatis novi, eaque maximam partem in præſtantiſſimo opere *de uſu & præſtantia numiſmatum* excellentiſſimus harum rerum interpres & judex, *Ezech. Spanbemius*, ſigillatim enarravit: ſed ænigmata vero adeo recondita, &, quod maximum, res ipſis Romanis olim ignoratas, velut quatuor orbis terrarum Monarchias earumque ſymbola ſacra, figuris parum convenientibus obvolventia, nunquam ego auſim nummis Romanis affingere. Pleraque in nummis & inſcriptionibus antiquis ænigmata nobis videntur, quæ ſuo quidem ævo aperta planaque fuerunt omnibus, nobis vero propter defectum hiſtoriæ, rituumque quorundam veterum cognitionem nondum ſatis excultam, admodum difficilia explicatu ſunt atque exercendis conjectando ingeniis materiam præbent. Verum in conjecturis capiendis ſectari oportet ingenium Romanis proprium moremque populi, quem in momentis rerum ſuarum publicis ſervavit, illam gravitatem priſcam, & ſingularem antiquitatis obſervantiam, quæ figuras, formas, ſymbola, formulas, inſcriptiones ſive patriis, ſive peregrinis ſacris, magiſtratibus, officiis, rebus geſtis, virtutibus, artibus, fœderibus, paci, bello, ſingulis denique rebus æterna celebritate dignis antiquitus aſſignatas cuſtodite retinuit, nec Ægyptiacam rationem, ea, quæ ad doctrinam morum humanorum, aut ad artium diſciplinas, vel ad hiſtoriam mundi ſpectant, hieroglyphicis exprimendi, maxime in nummis, unquam adſcivit. Et quamvis nummorum, quos *contorniatos*

vo-

Digitized by Google

vocant, ea ſit conditio, ut maximam partem ſeculo in barbariem Act Erud.
jam inclinato cuſi, aut revocati, & ignobilius artificium & in- An. 1726.
ſolitas præ aliis Romanorum figuras multi referant: ego tamen M. April.
& in his imitationem moris priſci ac ſæpenumero publicorum Pag. 157.
nummorum repetitos typos invenio, ac in plerisque nihil abſtruſi
eſſe, niſi ſtudio quæratur. In obſcuris veterum monumentorum
igitur multa circumſpectione, varia ſedulaque contemplatione
opus eſt, atque figuræ, vel inſcriptiones revocandæ ſunt prius
& examinandæ ad ritus nobis cognitos, ex quibus aliquid lumi-
nis nanciſci poſſe videntur, antequam ad incognita provolemus,
ipſique divinemus animo, quæ veteribus in mentem unquam
veniſſe, poſthac aliis ægre perſuadere valeamus. Quodſi nulla
antiquitatis cognitio ad monumentum aliquod lucem præſtare
videatur, deſperato ſucceſſu, ſatius crediderim divinationes
antiquitatum & hiſtoriæ ſuffragio deſtitutas ſupprimere, ſuam-
que in conjectando tenuitatem profiteri, quod nec *Patinus* eru-
buit, quam harum literarum intelligentibus ſeſe deridendum
dare. Jam olim clariſſimus reique nummariæ peritus Vir, *Job.
Henr. Eggelingius*, ad explicanda numiſmata illa Alexandri M.
ut *Havercampus* vocat, *Patini* deſiderio excitatus acceſſerat, da-
tisque ad ſummum hunc Antiquarium literis nummos eos retu-
lerat ad Neronem Imperatorem, cujus & figuram, & mores,
& quævis huic Principi apprime familiaria obſcuris iſtis adeo
formis expreſſa credidit: quas quidem ſuſpiciones a *Patino*
erudite ſolicitatas alia epiſtola tueri ac ulterius adſtruere, &
omnem diſquiſitionem per epiſtolas agitatam poſtea evulgare
nullus dubitavit. Et fateor ſane quantumcunque dubiorum *Eg-
gelingianis* ſuſpicionibus obſtet, ac licet numiſmatibus illis rectius
inſpectis parum conveniant, eas tamen ex antiquitate ac hiſtoria
Romana depromtas eoque nomine non omnino improbandas
eſſe. Luculenter de iisdem dictum eſt in Actis his A. 1684 p. 38,
adjectis Celeberrimi *Felleri* olim noſtri doctiſſimis conjecturis,
quas hic loci repetere non vacat. Id e re erit memoraſſe, nu-
miſmata hæc Alexandrina jam a B. *Fellero* tributa eſſe vel Cara-
callæ, vel Alexandro Severo, inclytis apud Hiſtoriæ Auguſtæ
ſcriptores Magni Macedonis imitatoribus. Credo enim, ad
alterutrum optima ratione hæc numiſmata referri. Alexandrum
Severum *Lampridius* diſerte teſtatur, *Alexandri figura nummos
plurimos figuraſſe, & quidem electreos aliquantos, plurimos vero* Pag. 158.
*aureos*. Et quid vetat ſuſpiciones, poſt variam antiquitatis Ro-
manæ penſitationem horumque numiſmatum cum aliis colla-
tionem, meo ingenio ſubnatas exponere? etſi nolim tam arro-
gans videri, ut meliora ſim doctiorum virorum conjectationi-

bus

 bus in medium allaturus. En! *patet ingeniis campus*. Et quod *Havercampo* licuit, mihi quoque integrum fore, puto. In nummi Alexandrini prioris adverſa parte certo ſatis mihi videor perſonas duas Scenicas (quales & *Eggelingius*, licet admodum dubitanter, agnovit,) conſpicari, unam virilem, alteram muliebrem. Nihil certe in his figuris, quod non perſonis Scenicorum Romanis exacte reſpondeat. Ora dum adſpicis hiantia, recordare notiſſimi loci, quo *Lucianus* Tragœdum deſcribit: *Tragœdus eſt homo, altis calceis, ſeu cothurnis incedens, larva ſuper caput, vel frontem extante, ore biante, non ſecus, ac ſi ſpectatores devorare vellet*. Hinc apud *Juvenalem*:

*- - - - - perſonæ pallentis hiatum*
*In gremio matris palleſcit ruſticus infans.*

Et *Martialis* de perſona Germanica:

*Sum figuli luſus, Rufi perſona Batavi,*
*Quæ tu derides, hæc timet ora puer.*

Cumque frontem animadvertis gibberam & prominentem, præſertim in perſona virili, memineris apud *Nonium* extare verba *Varronis*: *Item, Tragici prodeunt capite gibbero, cum antiqua lege ad frontis ſuperficies*. Quo reſpiciens & *Lucianus* larvam *ſuper frontem* in Tragœdo *extare* dixit. In perſona muliebri maxime conſpicuus eſt ille capillamenti ornatus, altius ſuper caput eminens, quem ὄγκον appellatum, & literæ Λ figuram habuiſſe, *Julius Pollux* ſcribit: ὄγκον δὲ ἔςι τό ὑπὲρ τό πρόσωπον ἀνέχον εἰς ὕψος Λαμβδοειδὲς τῷ σχήματι. Certe figura iſtius faſtigii clarius, quam in hoc nummo, exprimi vix potuiſſet, cui prorſus ſimilem in inclyto marmore Apotheoſeos Homericæ Tragœdia ſuſtinet. Sed & ſpiras crinium contortas atque in altum exſtructas ſatis diſtinctim licet agnoſcere; nec magis obſcuræ ſunt quatuor plectæ, pone larvam muliebrem prominentes, itemque coma infra genas diffluens. Is vero perſonæ muliebris ornatus non a theatro ſolum, ſed e conſueta

Pag. 159. prorſus feminarum comam in ſublime ſtruentium conſuetudine apud Romanos deſumtus eſt, qua de *Juvenalis*:

*- - - - - tot adhuc compagibus altum*
*Ædificat caput.*

Alibi *ſuggeſtum comæ* vocat. De eodem more *Apulejus* Met. II: *Quid cum frequenti ſubole cumulat verticem, vel prolixa ſerie porrectus dorſa permanat?* Et *Tertullianus* de cultu feminar. *cap. 7*: *Affigitis neſcio quas enormitates ſutilium capillamentorum, nunc in* galeri *modum, quaſi in* vaginam capitis & operculum verticis, *nunc in cervicem retro ſuggeſtum*. Quodſi perſonas *Terentianas* a literatiſſima Daceria e vetuſtis membranis repræſentatas

tas cum hoc numiſmate comparare velis, dic ſodes, quid eſt in figuris adverſæ partis, quod non exacte larvis iſtis theatralibus reſpondeat? invenies ibi & capillos fronti perſonæ virilis aſſutos, & oculos factitios, & reliqua, quæ modo deſcripſi. Apage igitur cum ænigmatibus horribilium Manducorum, Orientalis illius atque Occidentalis; apage cum quatuor cornibus, cum pileo Orientalium populorum geſtamine! Vides enim genuinum perſonarum Romanis uſitatarum habitum ornatumque. Sed, inquis, perſonæ quid in numiſmate? Et ſane miror, præclariſſimam *Spanhemii* induſtriam fugiſſe nummos, in quibus apparent perſonæ, qui licet numero ſint exigui, obſervationem tamen & lucem merebantur. Sit impræſentiarum ſatis adduxiſſe nummum Neronis, in quo adverſa caput Imperatoris laureatum, averſa hominem præſert, qui perſonam barbatam, mole ſatis enormem, ambabus manibus in altum extollit, quam Panos larvam eſſe, ac in nummo propter Lupercalia huic Deo ſacra, Nerone præſide celebrata, extare conjectat *Pedruſius*. Talis & Sileni perſona cornuta barbataque in Catinenſium nummis apud *Parutam*. Item nummus Panſæ a *Fulvio Urſino* & *Laur. Begero* aliisque exhibetur, in quo perſona eſt, ſignificans ludos ſcenicos a Panſa datos. Multiplex perſonarum apud Romanos uſus, quo de ſatis conſtat, in triumphis, in ludis ſolemnibus, facit, ut neque in aliis nummis, neque in contorniatis, ludorum memoriæ cauſa percuſſis, ſignatas larvas demirer. Quid vero ſi peculiarem cauſam perſonarum in hoc numiſmate comparentium forte inveniamus? Contemplemur modo averſam nummi faciem. Eam vero vix quiſquam antiquitatum peritus paulo diligentius inſpexerit, quin illico in figura media ſedente muliebri agnoſcat Reginam Iſin. Eſt in capite modius, ſolitum ejus Deæ ornamentum, abundantiæ & fœcunditatis ſymbolum; habitu comparet ſtolata, ipſi certe proprio, quo ejus, tanquam Lunæ, quacum idem credebatur Numen, occultatio, dum Solem, ſequeretur, indicata fuit; ſceptrum, quod læva gerit, ſublataque dextra imperium ejus in ſidera resque ſublunares denotat. Idem plane habitus Iſidis noſcitur in nummo Smyrnæorum, qui ad hunc Menſem Tab. II fig. 10 ſpectantium oculis ſubjicitur, excepto, quod in hoc ſtans dextraque ſceptrum gerens exhibetur. Sphinges autem quid quaſo inſoliti præferant, Deam origine Ægyptiam ſuſtinentes, & quæ ſub ſtatua Iſidis ſedentis quoque viſuntur apud *Boiſſartum* T. III n. 57? Et Iſidem curru vectam a Sphingibus duabus nummus Juliani Imp. repræſentat apud *Patinum* Numm. Imp. ær. med. *p.* 482. Ad ſiniſtram Reginæ cernitur figura muliebris capite turrito, haſtam læva tenens, dextra lauream imponens capiti Deæ.

Act. Erud. An. 1726. M. April.

Pag. 160.

Tab. II. Fig. 10.

Optime quidem laurea convenit Numini DOMINÆ VICTRICIS, ISIDIS VICTRICIS & TRIUMPHALIS, qualis in marmoribus antiquis paſſim celebratur. In Smyrnæorum nummo ei lauream porrigit Victoria. Sed noſtro in numiſmate Victoriam e muliere turrigera anguſtioris formæ ego non effingam. Magis probabile, Deam Romam, aut Genium Urbis eſſe, Reginæ Iſidi honores conſecrantem. Ad dextram adſtat figura virilis bipennem, Smyrnæorum inſigne, quod & Patinus, & alii agnovere, & de quo tot ex nummis res certa eſt, gerens, eoque ſatis manifeſto Iſidis apud Smyrnæos cultum deſignans. Facile jam de aris utrinque poſitis affirmaverim, iis Romanum & Smyrnenſem Deæ cultum indicari, & fluviorum in alga inferius procumbentium ſimulacra, alterum ad Tyberim, alterum vero ad Meletem fluvium Smyrnæorum, variis nummis, ut Homeri, apud *Patin.* Num. Imp. ær. med. *pag.* 9, & Neronis, apud *eund. pag.* 119, percelebrem, referri debere. De ſacris vero Iſidis Romam deportatis res notiſſima eſt, Pag. 161. eaque & præcedentibus Imperatoribus Romanis, teſte *Suetonio* in Domit. *cap.* 12, & *Lampridio* in Commodo, *cap.* 9, & maxime omnium Caracallæ cordi fuerunt, quem majori longe celebritate, quam antea factum erat, & reverentia Deæ cultus auxiſſe, adeo quidem, ut ſacra Iſidis prorſus Romam detuliſſe & videretur, & diceretur, *Spartianus* ſcribit in Caracalla, *cap.* 9. Quid ergo mirum, in hoc Alexandri Severi, aut fortaſſe ipſius Caracallæ numiſmate communia Romanis cum Smyrnæis facta Iſidis ſacra conſpici? cujus communicationis & honoris eo nomine Smyrnæis in publico monumento deſignati cauſa, præter alia ejus urbis in populum Romanum officia, inſigne meritum fuit Smyrnæorum, qui primi inter Aſiæ populos templum *Urbis Romæ* erexerant, ideoque omnibus Aſiæ civitatibus prælati templum Tiberii ſtatuendum olim impetraverant: *Tacitus* An. *IV*, 56. Jam id memoria repetendum, in honorem Iſidis primos ludos ſcenicos, celebres illos Megalenſes, factos ſemperque continuatos eſſe, imo vero poſteris temporibus pompam tanta ſchematum & perſonarum diverſitate inſtitui ſolitam fuiſſe, ut vix alia in ſolemni feſtivitate plura ſimulacra & commenta larvarum conſpecta ſint. Meretur hanc in rem ſcriptor ejusdem ætatis, cujus forte hic nummus, exaudiri, *Apulejus*, Met. *XI. Ecce*, inquit, *pompæ magnæ paullatim procedunt anteludia, votivis cujusque ſtudiis exornata pulcherrime. Hic incinctus baltheo militem gerebat; illum ſuccinctum chlamyde copides & venabula venatorem fecerant; alius ſociis ſubauratis, indutus ſerica veſte, mundoque pretioſo, & adtextis capiti crinibus, inceſſu perfluo feminam mentiebatur: porro alium*

*alium ocreis, ſcuto, galea, ferroque inſignem e ludo putares gladiatorio procedere. Nec ille deerat, qui magiſtratum faſcibus purpuraque luderet: nec qui pallio, baculoque, & baxeis, & hircino barbitio philoſophum fingeret: nec qui diverſis arundinibus alter aucupem cum viſco, alter piſcatorem cum hamo induceret.* Ex his probabilem ſatis perſonarum in hactenus deſcripto numiſmate expreſſarum occaſionem dilucere puto: quorum vero hominum vultus iisdem repræſententur, ut ego definiam, exigi nullo jure poteſt. Quodſi tamen perſonas Alexandri & Olympiadis, quorum capita ſimili poſitu in gemmis obveniunt, & quos in ſcenicis ludorum apparatibus iſti Principes Alexandri Macedonis æmuli dubio procul non ſine oblectamento ſingulari produxerunt, velis agnoſcere, non intercedo. Neque obeſt deformitas illa & truculentia quædam in larvis his conſpicua, cum ea vultuum forma in perſonis ſcenicis omnino uſitata ac propter morem ſcenicum plane adhibenda fuerit. In altero numiſmate adverſo perſonarum loco extat caput Alexandri, in quo Princeps ejus admirator fortaſſis ipſe ſuos vultus effigurari voluit.

Act.Erud. An. 1726. M. April.

Pag. 162.

Signum autem illud RE, & huic alteri nummo Alexandrino & aliis contorniatis adjectum, interpretor notam RESTITUTIONIS, ex literis R & E more artificum ita conjunctam, ut ſuperior linea transverſa literæ E fulcrum poſterius in litera R omiſſum ſuppleat. Renovatos enim pleroſque contorniatos eſſe, qui hodie ſuperſunt, & artificium, quo procuſi ſunt, recentius ſatis manifeſto prodit, & nummariæ rei periti teſtantur omnes, qui & *revocatos* fere eosdem appellare ſolent, quos alias *contorniatos* vocant. Novi quidem, aliam eſſe reſtitutionis notam in nummis per Trajanum aliosque Principes reſtitutis: ſed in recentiori hoc numiſmatum genere eoque ſingulari facile novi quidquam & inuſitati vel in hac etiam nota factum eſſe potuit. Nunc pergam, cum pace doctiſſimi *Havercampi*, ad alias ejus de nummis quibusdam contorniatis obſcurioribus conjecturas, nec tamen omnes attingam, ſed extantiores, & de quibus monere operæ pretium erit. Quam ob cauſam malit Vir Cl. *pag.39* in nummo ſeptimo Alexandrino, qui averſus juvenem alatum rupi inſidentem, uvam tenentem manu, veſte ad pectus reducta, exhibet, ænigma quærere & ſymbolum vitiorum, quibus Macedo gloriam rerum geſtarum obſcuravit, tandem ibi deprehendere, quam Daciæ Genium in rupibus ſuis ſedentem atque inſigne alterum DACIÆ FRUGIFERÆ uvam dextra præferentem agnoſcere, ego quidem non perſpicio: alæ enim & veſtis pectori juvenis addita, quæ in aliis Daciæ Genio ſignatis

 nummis haud obſervantur, formam Genii habitumque parum immutant. Inter numiſmata Neronis occurrit unum, in quo ſerpens eſt in gyros ſuos arrectus juxta arborem ad aram incen-
Pag. 163. ſam accedens, qui prorſus ſimilia duo inter Neronis & Trajani numiſmata ſunt, niſi quod in ara ignis loco noſcuntur in his poſtremis fruges. Neque in ullo eorum aliud mihi ſuſpicari licet ſymbolum, præterquam Æſculapii, cujus ſacra hic repræſentantur, addita lauru, qua & ipſe coronatus effingi ſolebat, & quæ ipſum, tanquam ejus Patri ſacra, optime decet: laurus vero in ſecundo Neroniano ſatis diſtincte expreſſa eſt. Quid quæſo horum numiſmatum figuris cum angue Neronis fabuloſo, ad quem *Havercampus* applicat? & quid, ſi hoc foret, idem typus in contorniato Trajani ac in nummo alio Alexandri Severi, ubi ſerpenti addita inſcriptio: ΕΠΙΔΑΤΡΙΟΝ, quem
Tab. II. Fig. 4. illuſtrat *Spanhemius*, Diſſert. III. *oper. min. pag.* 183. Inter nummos Trajani eſt, in cujus averſa Trajanum deſignari credit ſpecie Numinis marini, tanquam Neptunum Regem, indicio ſceptri, quod geſtet, & Delphini ad latus ei ludentis, itemque Tritonum, quos nudas iſtas figuras ſemiexſtantes ex aquis eſſe exiſtimat. Videtur ipſi Princeps Romanæ Reip. puppim, referentem ſe in mare, a ſcopulis longe impellere; tresque viros, qui in ipſa conſpiciuntur navi, putat indicare triplicem Reip. ordinem, Senatorium, Militarem, Plebejum, qui omnes Trajanum ut Deum venerentur, maxime unus ad pronam navis ſeſe devote inclinans. Hem! ego quidem virorum in navi renitentium geſtus & vim a figura proram arripienti intentatam repellere conantium habitum facilius, (quippe & medius telum attollit,) quam venerabundorum geſtus poſſum animadvertere. Equidem & ipſe Vir doctus mutavit ſententiam, poſtquam integriorem iſtius typi delineationem opportune nactus fuit, in *addendis* exhibitam, ubi expreſſiſſima imago Scyllæ, extante
Fig. 2. utero fœdatæ, *latrantibus inguina monſtris*, navim manu trahentis, cui egregie aptatur deſcriptio *Virgiliana* Æneid. III v. 424:

*At Scyllam cæcis cohibet ſpelunca latebris,*
*Ora exertantem & naves in ſaxa trahentem,*
*Prima hominis facies & pulchro corpore virgo,*
*Pube tenus, poſtrema immani corpore Piſtrix,*
*Delphinum caudas utero commiſſa luporum.*

Pag. 164. In hoc typo nemo non deprehendet manifeſta naufragii imminentis indicia, tabulas hominesque navi excuſſos in fluctibus jam natantes, viros autem in puppi proraque adhuc ſtantes, aver-

avertendo fatali diſcrimini totis viribus intentos atque occupatos. Adverſa alium Principem præfert, Alexandrum Severum. Quid vero ſentiendum de ratione hujus typi ad ludos Circenſes ſpectantis reddita: *ſicut periti nautæ eſſet flectere & circumagitare ratem, ne ſcopulis Scyllæ & Charybdis illuderetur, ita & aurigæ exercitati fuiſſe bene flectere, ne metam impingeret currus & ipſe volveretur cum maximo periculo in terram, præmio, & quandoque membris & ipſa vita orbatus?* Certe figura Scyllæ non in ſolis contorniatis, ſed & in aliis Romanorum nummis obvia eſt, ut in illo Sexti Pompeii, in quo *Maronianæ* deſcriptioni adeo conſentanea viſitur, ut illius nummi circa eadem tempora percuſſi interpres divinus Poeta extitiſſe videatur *Spanhemio* Diſſ. III *op. min. pag.* 228. Et *Triſtanus* quoque ſingularem nummum Tarſenſium eodem monſtro ſignatum evulgavit. Elegans & ſpectabilis eſt nummus, in cujus averſa Bacchi triumphum, tot veterum monumentis inclytum, dilucidiorem ſpectare licet, quam in aliis contorniatis Trajani & Neronis. Quæ in area nummi inferiore ſunt capita, quorum in medio uvæ botrus, ſe reſpicientia, *Havercampo* deſignant aut Orientem & Occidentem, ob uvarum nobile inventum a Baccho utrique Orbi ſubminiſtratum, aut æternitatem Imperii Romani, aut ludos ſcenicos, ut larvæ dicendæ ſint, non capita. Verum Occidens & Oriens non ſe adſpicerent, quin occipitium potius obverterent; magis probabile, larvas eſſe, quæ ad Bacchi ſacra & inſignia pertinent, atque hinc uvæ rectiſſime apponuntur. Notum enim, in Bacchi celebritate larvas eſſe geſtatas, quæ Penthei ſtragem ſignificarent, & Baccho a ſcenicis jam emeritis ſuſpenſas fuiſſe perſonas. Omnino hic nummus comparari meretur cum elegantiſſimo ſarcophago Hortano, in quo & perſonæ illæ, & alia in Orgiis Bacchicis celebria viſuntur, cujus figuras & illuſtrationem dedimus in Actis Anni ſuperioris *pag. 63*, ex Celeb. *Fontanini* Antiquitatibus Hortanis. Maximi moduli numiſma Placidii Valentiniani dignum eſt longiori commentatione, quam qualem hæ paginæ admittunt. Bene ſe habet ad illam *Havercampi* ſuſpicio, fortaſſis male ſcriptum eſſe in titulo Auguſti: SPE pro conſueto P. F. id eſt, *Placidiæ Filius*: ſed & nomen *ſpectabilis* recte convenit Valentiniano, ut forma ſpecioſa & venuſto membrorum habitu imprimis *ſpectabili* dicto. In averſa poſſes legere PLATEA S. PETRI, ut *Camelus* exhibet in nummis Reginæ Chriſtinæ. Conſtat, quam frequens ſit in nummis & marmoribus literarum C & T permutatio. Nec organon hydraulicum tam accurate expreſſum eſt, ut puteus cancellis munitus, juſſu Valentiniani Romæ fortaſſis in illa platea erectus, non poſſit videri. Certe non tibiæ, ſed cancelli vi-

Act. Erud: An. 1726. M. April.

Tab. II. Fig. 6.

Fig. 3.

Pag. 165.

den-

Digitized by Google

 dentur puteo circumdati, & aqua proſiliens melius puteo convenit, quam inſtrumento hydraulico, & homines cum perticis utrinque adſtantes magis aquam exantlantibus, quam organon agitantibus ſimiles apparent. In antlias publicas condemnatorum mentio fit apud *Suetonium* Tiber. *cap.* 51, & apud *Artemidorum I, cap.* 50. Terminus cum capite radiato vel Solis terminus, vel ſtatua alicujus Sancti probabilius dicetur, quam follis: ecquid enim hydraulicæ machinæ, cui ventum aquæ miniſtrant, cum follibus? Salluſtii nummus vultum Criſpi barbatum typo prorſus abſurdo exprimit, triſti morientium literarum indicio: averſa ejus pars adeo quidem abſtruſa eſt, ut *Patinus*, qui ipſum olim poſſidebat, *explicare hunc, quam emiſſe durius eſſe*, faſſus ſit, Theſ. numism. Ill. *Mauroceni pag.* 89, quo loco ſimilem prorſus Criſpi effigiem barbaram in contorniato ſiſtit cum averſa, in qua SOL ORIENS in quadriga veluti triumphans cernitur. Minus hic auſim ego, quam in ſuperioribus. Quodſi tamen libere profitendum ſit, quid ſuſpicer, vix puto, quidquam hujus nummi ad Petronium Maximum ſpectare. Neque enim ulla, præterquam ex nomine Petronii, conjectura eſt, ea ætate cuſum fuiſſe, nec aliquid iſti viro Conſulari aptum ex epigraphe poſſis exſculpere, niſi *Havercampianam* explicationem velis amplecti & Imperatori, eximium munus, organon hydraulicon, acceptanti, affingere verba: PETRONI PLACEAS, quaſi dicat: *Jucundus mibi ſis, meritoque placeas, Petroni, muneris oblati nomine: Du magſt mir ein Ehren-Mann ſeyn ⁊c.* Bellulam, bellatulam inventionem! Mihi videtur inſcriptio hæc plane ſimilis eſſe illis: URSE VINCAS, EUTYMI VINCAS, quæ in Conſtantini M. & in Honorii contorniatis leguntur: & credo, fuiſſe Athletam quendam nobilem, nomine Petronium, quem voto & gratulatione proſequitur nummus, ut propter obtentam victoriam & in præſens & in poſterum placeat. Quicquid illud rei eſt, quod figura media tenet, id autumo præmium eſſe, victori deſtinatum, atque tibicinem Circenſem adſtare laudes honorati ebuccinaturum, quem etiam in Trajani nummo agnoſco velut gratulantem Athletæ, qui ibi nudus laurea palmaque nobili geſtiens, ſeque magnifice efferens, comitatus alia perſona togata, plane ut in Salluſtiano nummo, exprimitur. (Vid. apud *Havercampum* in *addendis p.* 142 indigna ſatis ejus interpretatio.) Verum temperandum eſt ingenio calamoque, ne, dum ad duas annoto, tertia de contorniatis diſſertatio evadat, cui certe non ſpicilegium, ſed meſſem relictam ſentio. Permulta enim elegantia & interpretem provocantia ejus generis numiſmata *Patinus* protulit in Theſauro Numiſm. Ill. *Mauroceni*, quorum ibi parca illuſtratione & brevi perfunctus eſt, quem librum

Tab. II. Fig. 4. Pag. 166.

librum certe *Havercampus* non inſpexit. Et quam præſtantes eosque numero haud paucos contorniatos aſſervat Sereniſſimi Ducis Saxo-Gothani FRIDERICI I. nummophilacium incomparabile! quos theſauros auſpiciis Sapientiſſimi Principis ſibi recludendos incredibili aviditate pridem exoptat orbis literatus. Ceterum de origine & uſu numiſmatum contorniatorum eorumque forma diverſa mallem dicta eſſe a Cl. *Havercampo*, non vulgaria iſta, ſed propiora magisque luculenta, qualia *Patinus* paſſim annotavit, quæque ſtimulum addunt, ut ipſi fortaſſis aliquando periclitemur ingenii vires, ſi Deus ad hæc magis otia fecerit. Act.Erud. An. 1726. M. April.

# PARELII DUO

M. Maji. Pag. 213.

## Cum parte Halonis Iridem inverſam repræſentantis,

### *Die 7 Febr. Gieſſæ Haſſorum obſervati a D. JO. MELCHIORE VERDRIES, Med. & Phyſic. P. P. O.*

DIE ſeptimo Februarii, hujus anni, acerrimum frigus, quod ante aliquot dies cœperat, magno rigore perdurabat: cœlum mane, oriente Sole, erat, ad ſenſum, ſerenum & illime, ventus borealis, mercurius in barometro eo altitudinis conſtitutus, ut cœlum ſerenum ſignificaret & promitteret. Poſt horam nonam, cum negotiis gravioribus diſtrictus mutatum aliquo modo cœli ſtatum non perciperem, ab amico nuntium accipio, conſpici in cœlo iridem. Mirabar nuntium & vix poſſibile credebam, eo cœli ſtatu, qui adhuc videbatur ſerenus, in conſpectum venire iridem. Interea actutum in locum me confero, ubi liberius proſpicere cœlumque tueri poſſem, accurrit ſimul dictus modo amicus, & ſtatim oculis noſtris ſe ſiſtit ſegmentum quoddam halonis iridis coloribus elegantibus atque ſatis diſtinctis conſpicuum: crura verſus regionem verticalem protendebantur, ut iris inverſa videretur. Cœlum ea parte erat ſerenum, rariori tamen vapore albicante pellucido, ut videbatur, obductum. Cum vero eo loci proceſſiſſem, ubi orientalem cœli plagam Solemque ipſum conſpicere dabatur, elegantiſſimum oculis occurrebat phænomenon. Sol jam ad 17 gradus ſupra horizon- Tab. II. Fig. 2.

Act. Erud. An. 1726. M. Maji. zontem poſitus extraordinario & admirando fulgore mirum in modum exſplendeſceba , magnaque & pulchre ex flavo albicante corona cinctus comparebat. Ad latera Solis, in ipſa illa corona, apparebat utrinque Parelius pulchre albicans & radians, ita ut corona in illo loco, ubi Parelii conſpiciebantur, ab alia quaſi ſecari videretur, quamvis circulum magnum horizonti parallelum, qui alias cum ejusmodi phænomenis obſervari ſolet, licet ſolicite & ſtudioſe quæſitum, obſervare non potuerim. Cœlum utcunque adbuc erat ſerenum, magnoque ſplendore oculorum aciem præſtringente illisque officiente repletum, vapor tamen aut nebula rarior per aerem univerſum diſperſa videbatur, quæ ſub ipſa obſervatione, in forma lamellarum aut foliorum oblongorum, inſtar nivis, confeſtim decidebat, ut terra quaſi nive vel pruina contegeretur, urgente ſimul frigore penetrantiſſimo. Cumque Solis radii liberius adhuc tranſirent & omnia colluſtrarent, totus aeris tractus, pulcherrimo ſpectaculo, non tantum mirum in modum illuminatus, ſed innumeris radiantibus quaſi Pag. 224. ſpeculis refertus lumen intendebat & diſpergebat. Cum poſtea locum altiorem conſcenderem, ipſa phænomena adhuc conſtanter comparebant: obſervabam tamen vapores & nebulas per ventum Euro-Notum, qui vento Boreali, mane adhuc flanti, ſucceſſerat, magna copia advehi totumque hemiſphærium iisdem, inprimis circa horizontem, jam repletum, ut omnia circumcirca optica denſitate valde obſcurata apparerent: ſicut & mercurius in Barometro jam ad decem fere lineas deſcenderat. Cum per aliquod temporis ſpatium phænomena intuerer, aerem, advectis ſucceſſive denſioribus vaporibus & nebulis, magis obſcurari videbam, ita ut & Soles ſpurii, cumprimis circa limbum, rubicundum colorem exhiberent, corona vero ſegmentum halonis magis magisque diluerentur, donec poſt horam decimam, cœlo jam albicante nubium tractu obducto, omnia diſparerent.

Ipſa phænomena, prout illa cum amicis aliisque pluribus concurrentibus hominibus conſpexi atque delineavi, adjecta figura exhibet. Diametrum coronæ Solem cingentis 45 grad. deprehendi, unde Sole 17 grad. ſupra horizontem elevato, pars hujus coronæ inferior ſub horizonte ortivo latebat. Supra coronam, ut figura commonſtrat, halonis ſegmentum, iridis coloribus pulchre radians, in oculos incurrebat, ea plane tum magnitudinis tum diſtantiæ proportione, quam figura oſtendit, ſicut & ordo colorum iridis primariæ colorum ordinem imitabatur. Interior erat purpureo-cœruleus, hunc ſequebatur viridis & hunc flavo-rubicundus.

Ex

Digitized by Google

Ex enarratis hiſce, quæ hæc phænomena circumſtabant conditionibus ſatis ſuperque perſpicitur, aerem tum temporis vaporibus & particulis glacialibus fuiſſe refertum; cum lamellæ & foliola glaciei per aerem volitantia & decidentia potuerint conſpici. Illos vapores fuiſſe rariores, quamdiu ſcilicet phænomena conſpici poterant, neque alte ſuper invicem coacervatos; cum lucem copioſe & abundanter transmiſerint, ſerenitatem non interceperint & cœli colorem oculis non eripuerint. Fuiſſe quoque terræ propiores, cum nebulæ inſtar deciderint atque horizontem obſcuraverint. De modo, quo ſecundum leges opticas illa phænomena fuerint producta, cuilibet judicium liberum eſto. Act Erud. An. 1726. M. Maji.

# PROBLEMA ARITHMO-TECHNICUM, Pag. 225.

Arithmophilis ad dijudicandum, utrum illud pro poſſibili an impoſſibili ſolutu habendum ſit,

*Propoſitum a JOH. WILHELMO THEOD. LEICHNERO, Erffurtenſi, Ph. M. & Dicaſt. Electoral. Erffurtenſ. Adv. Ord.*

*SEx invenire numeros tales, ut ſi eorundem primo quicunque numerus integer pro lubitu aſſumitur; ſecundo autem dicti numeri pro lubitu aſſumti quadratum; tertio ejusdem cubus; quarto ejusdem biquadratum; quinto ejusdem ſurde-ſolidus & ſexto tandem ejusdem Quadrati-Cubus multiplicetur, hisque productis in unam ſummam collectis illius pro lubitu aſſumti numeri Biſurdeſolidus addatur, hæc poſterior ſumma ſemper per 5040 ſit diviſibilis.* Seu: *Invenire ſex coefficientes numeros, qui in ſequenti quantitate Algebraica:* $x^7 + ax^6 + bx^5 + cx^4 + dx^3 + ex^2 + fx$ *pro a, b, c, d, e, f ſubſtituti producant ſemper numerum per 5040 diviſibilem, quemcunque numerum (ubique tamen eundem) pro x ſubſtituas.*

Cum nullus dubitem, pleroſque & tantum non omnes, ipſos etiam Arithmo-technites hoc problema pro impoſſibili ſolutu eſſe habituros, operæ pretium duxi, idem publice proponere, certioresque Arithmophilos inſuper facere, eſſe quendam qui non ſolum pro ſolutu poſſibili reputat, ſed & ipſam ſolutionem intra non longum temporis ſpatium invenire ſpondet, ſi ii qui ejus impoſſibilitatem ſibi nimium perſuadent, præmium centum nummorum uncialium viciſſim ſpondeant, quemadmodum

reciproce ipſe centum aureos Hungaricos iisdem ſe ſoluturum ſancte promittit, ſi dictum problema ſtipulandum intra tempus ſolutum dare nequiverit. Rogatos igitur vult Arithmo-Dædalos, ut quam proxime mentem ſuam hoc ſuper problemate declarare haud dedignentur, quod vel per literas privatas, enata occaſione ad me ſupra nominatum deferendas, vel etiam, ſi ita lubet, publicas, his Actis inſerendas, fieri poterit. Si autem forte an etiam alii nonnulli ſolutionem dare in ſe ſuſcepturi ſint, eos ſe dicti præmii ex æquo participes redditurum promittit, hac tamen conditione, ut ſi in ſolvendo problemate deficiat aliquis eorum, tantam mulctam, inter ſolventes ex æquo itidem dividendam, ſolvat, quantam pecuniæ partem alioquin accepturus fuiſſet. Quod ſi etiam impoſſibilitatis perſuaſi plus pecuniæ in caſum ſolutionis offerant, ſemper duplum oblatæ pecuniæ in caſu ſuccumbentiæ rependendum in ſe recipit. Poterunt autem ſat commode quamplures, qui impoſſibilitatis ſunt perſuaſi, conjunctim ad ſolvendum in caſu ſoluti problematis prædictum præmium ſe obſtringere; uni enim vel duobus, tribus &c. nimium procul dubio id videbitur.

*Act. Erud. An. 1726. M. Maji.* *Pag. 226.*

# C. A. HAUSEN MATH. P. P.

## *Solutio problematis, modo propoſiti.*

IN caſu propoſito eſt $a=21$, $b=175$, $c=735$, $d=1624$, $=1764$ $f=720$; ſit $x=2$ & $x^7+ax^6$ &c. fit $40320=5040\times 8$. Sed etiam generaliter $x^m+ax^{m-1}+bx^{m-2}+cx^{m-3}.....+qx$ admittit coefficientes ejusmodi, ut ſumma dividi poſſit per $1\times 2\times 3\times 4...x^m$; Sit enim $m-1=A$, $m-2=B$, $m-3=C$, $m-4=D$. &c. & erit

$a=A+B+C+D$ &c.
$b=AB+AC+AD+BC+BD+CD$ &c.
$c=ABC+ABD+ACD+BCD$ &c.
$d=ABCD+$&c. &c.

Quibus valoribus ſubſtitutis diviſio procedet. Sed hujusmodi problemata hodie nihil habent difficultatis, unde & demonſtrationem omitto.

DE

Act. Erud. An. 1726. M. Junii. Pag. 275.

# DE LUMINIS REFRACTIONE

## Diſſertatio Anti-Bernoulliana, qua luminis refracti Natura explicatur,

*Autore* ***JOH. RIZZETO.***

CUm docuiſſet experientia, quod in tranſitu luminis ex uno in aliud diverſæ reſiſtentiæ medium ſinus angulorum incidentiæ & refractionis ſibi invicem in ratione conſtante reſpondeat, hunc Naturæ effectum plures Mathematici explicare ac demonſtrare conati ſunt. Nimirum ex una parte Carteſius, Herigonius & P. de Chales, ac ex altera Robervalius, Hugenius ac Newtonus. At ſummus Geometra, Joh. Bernoullius, ſingulorum explicationibus impugnatis, in Actis Lipſ. Anni 1701 confidenter aſſeruit, *neminem illorum univerſalem applauſum obtinuiſſe*. His acceſſere Fermatius, Snellius ac Leibnitius, qui poſitis ſinibus dictorum angulorum inverſe ut reſiſtentiis mediorum, radium invenerunt ex puncto radiante ad punctum illuſtrandum via facillima pervenire. At vitio cauſarum finalium in hac quoque explicatione notato, denique Bernoullius concluſit, *nullum adbuc exiſtere, qui demonſtrationem dederit* Pag. 276. *puram ac nullis objectionibus obnoxiam*. Cauſa finali facillime agendi rejecta, is tamen Canonem ſumpſit, quo dicebatur ipſorum angulorum ſinus eſſe reciproce inter ſe ut reſiſtentias mediorum, & hunc utique demonſtraturus, *noſtram*, inquit, *dabimus explicationem, qua rigido Phyſico non minus quam accurato Mathematico ſatisfactum iri ſperamus*.

Cum autem notaſſem, quod in tranſitu luminis ex aere in aquam ſinus angulorum incidentiæ & refractionis, juxta obſervationes vulgo receptas, ſunt inter ſe ut 4, 3, & per conſequens reſiſtentiæ aeris & aquæ, juxta Canonem Bernoullianum, ut 3, 4; faſtidium faciebat, quod pendulis in aere & aqua oſcillantibus Newtonus elicuit in Princ. Math. reſiſtentias aeris & aquæ eſſe inter ſe ut 1 ad 800 vel 900. Quare neſciebam, quomodo poſſet (ut Autor ſperavit) rigido Phyſico ſatisfacere, quod eſſet proportio inter reſiſtentias aeris & aquæ, ut 3, 4, tam diverſa nimirum ab illa, quæ ex Newtonianis experimentis eliciebatur. Hinc ſuſpicatus ſum, Clariſſ. Autorem erraſſe; & quoniam is dicitur Canon principio Mechanico demonſtra-



Digitized by Google

Act. Erud. An. 1726. M. Junii. tus, rem accuratius examinavi; cumque invenirem difficultatem, hanc in medium fero, ut, ſi confirmanda eſt, alia explicatio, quæ melius ad intentum faciat, ſublato præjudicio, innoteſcat.

*Sint duo media* ( ita Bernoullius ait ) *diverſæ conſiſtentiæ* ADC, BCD (Fig. 12), *punctum radians* A, *punctum illuſtrandum* B, *ad quod radius* Ae *pervenire debet per refractum* eB. *Quandoquidem radius* eB *tanta vi* ( *ob legem actionis & reactionis* ) *a reſiſtentia medii* BCD *repellitur* aB *verſus* e, *quanta radius reſiſtentiam eandem ſuperare conatur*; *Similiter radius* Ae *pari vi a reſiſtentia medii* ABC *retunditur ab* e *verſus* A, *quanta ipſi opus eſt ad eandem reſiſtentiam ſuperandam*, *ſcilicet ab* A *verſus* e; *Hinc in puncto* e *fit conflictus ſecundum directiones* Be, Ae *duarum virium inæqualium & mediorum reſiſtentiis proportionalium*.

Tab. II. Fig. 12.

*Cum autem conſtet, duas vires inæquales in ſe mutuo libere agentes ad eum ſitum ſe componere, in quo earum momenta fiant æqualia, ut hoc modo provocetur æquilibrium; hoc itaque punctum* e *ita ſitum eſſe debet, ut vires illæ inæquales ad æqualitatem momentorum, nempe ad æquilibrium reducantur.*

Pag. 277.

*Concipit ergo* CD *ut virgam rigidam, quæ inſtar axis admittat verticillum* e, *ſed ita tamen, ut lubriciſſime fluat: huic verticillo duos fingit funiculos alligatos* eAm, eBn *trochleas* A, B *ſuperambientes, inque ſuis extremitatibus ſuſpenſa ſuſtinentes duo pondera inæqualia* m, n, *ut ita verticillus* e *ſimul ſollicitetur a duabus potentiis ſecundum directiones* eA, eB, *eodem plane modo, quo radios opticos punctum incidentiæ* e *viribus inæqualibus urgere dicit: hoc tantum diſcrimine, quod ibi potentiæ agant ſecundum directiones* Ae, Be *premendo, hic vero ſecundum contrarias* eA, eB *trahendo.*

*Patet autem, perinde eſſe, ſive prematur, ſive trahatur, nam ſemper verum eſt, ſi duæ potentiæ æquilibrium inter ſe conſtituentes, ſingulæ prioribus ſuis directionibus in contrarias partes dirigantur, eas etiam poſtea equilibrium ſervare. Dicit itaque, verticillum* e *ad eum locum pertractum iri in virga* CD, *in quo ducta normali* IR *ſinus anguli* AeR *repræſentantis angulum incidentiæ ſit ad ſinum anguli* BeI, *referentis angulum refractionis, in reciproca ratione potentiarum trahentium, quæ diaphanorum reſiſtentias exprimunt.*

Pag. 278.

Si duæ potentiæ ſollicitant verticillum *e* ſecundum directiones *e*A, *e*B trahendo, vel ſecundum contrarias A*e*, B*e* premendo; quod verticillus *e* in virga CD ( ut æquilibrium procuretur ) ad eum locum pertrahendus ſit, in quo ſinus anguli A*e*R

ſit

ſit ad ſinum anguli B*e*I in reciproca ratione potentiarum trahentium, vel prementium, hoc utique veritati conſentire percepi; quare didici, quærendam non eſse in principio mechanico, ſed in ejus applicatione, difficultatem. Act.Erud. An. 1726. M. Junii.

Ut hæc e latebris eruatur, propagetur radius in æthere, & ingreſsus in aerem, ex hoc tranſeat in aquam, ex medio nempe rariore in denſius, & in hoc tranſitu refractionem ſubeat. Quum tranſit radius A*e* per medium rarius ADC, ab hujus reſiſtentia retunditur ab *e* verſus A: perſpicuum eſt autem, quod is agitur tranſitus, quia ineſt radio vis *f*, quæ impenditur in ſuperanda ipſius medii reſiſtentia, ac etiam perſpicuum eſt, quod hæc vis *f* dirigitur ab A verſus *e*, & ob legem actionis & reactionis æquatur reſiſtentiæ ipſius medii ADC. Quare colligitur, hanc vim *f* illam eſse, quæ ab Autore indicatur his verbis: *ſimiliter radius* A e *pari vi a reſiſtentia medii* ADC *retunditur ab* e *verſus* A, *quanta ipſi opus eſt ad eandem reſiſtentiam ſuperandam, ſcilicet ab* A *verſus* e.

Quum radius pervenit ad punctum *e*, aliam invenit vim, quæ magis repellit illam *a* B verſus *e*, majorem nempe reſiſtentiam medii denſioris DCB. Ut igitur radius hanc majorem reſiſtentiam ſuperet, opus eſt illi vim majorem impendere, quæ proinde vocari poteſt *f*+F. Hoc poſito patet hanc dirigi ab *e* verſus B, & ob legem actionis & reactionis ipſam æquari reſiſtentiæ ejus medii denſioris, DCB, referri ſcilicet vim *f* ad illam partem reſiſtentiæ ejus medii denſioris, quæ æqualis eſt reſiſtentiæ medii rarioris, & vim F ad exceſsum, quo reſiſtentia medii denſioris ſuperat illam rarioris. Cum igitur manifeſtum ſit, eam agere in ſenſu quoque contrario, ſcilicet *a* B verſus *e*, concluditur itaque, eandem vim *f*+F illam eſse, quæ ab Autore ſignificatur his aliis verbis: *Quandoquidem radius* e B *tanta vi a reſiſtentia medii* BCD *repellitur* a B *verſus* e, *quanta radius reſiſtentiam eandem ſuperare conatur*. Pag. 279.

His præmiſſis quærendum eſt, an vera conſequentia ſit, quam elicit Autor dicendo: *Hinc in puncto* e *fit conflictus ſecundum directiones* Ae, Be, *duarum virium inæqualium & mediorum reſiſtentiis proportionalium*. Vires inæquales, & mediorum reſiſtentiis proportionales, juxta mentem Autoris, procul dubio ſunt *f*, *f*+F; videndum eſt igitur, an iſtæ ſint, quarum conflictus fiat in puncto *e*, ſecundum directiones A*e*, B*e*. Si vis *f*, quæ impenditur in ſuperanda reſiſtentia medii rarioris ADC, eſset tota illa vis *a*, qua radius propagatur in æthere, propagatio fieret in medio rariore usque ad punctum *e*, non autem in denſiore ultra ipſum punctum *e*. Nam vis, cui propagatio

Act. Erud. An. 1726. M. Junii.

pagatio tribuenda foret, inveniretur in caſu medii rarioris, non autem in caſu denſioris. Si igitur radius in hoc etiam medio denſiore propagatur, oportet, ut ſuperata reſiſtentia medii rarioris, pars tanta ſuperſit ex vi *a*, quanta ſaltem ſufficiat pro ſuperanda quoque reſiſtentia medii denſioris. Hinc ſequitur, quod illa vis (qua radio obnitendum eſt in puncto *e*, ut ſuperet reſiſtentiam hujus medii denſioris) non eſt vis *f*, hoc enim illi opus eſt ad reſiſtentiam medii rarioris ſuperandam, ſed vis *a-f*, ea nempe reſidua, quæ ſupereſt illi poſt reſiſtentiam ipſius medii rarioris ſuperatam. Quoniam hæc igitur vis *a-f* agit ea quoque ab A verſus *e*; ex duabus igitur viribus, quarum conflictus fit in puncto *e*, ſecundum directiones A*e*, B*e*, illa, quæ agit ab A verſus *e*, videtur eſſe non vis *f*, ſed vis *a f*. Iterum cauſa, qua refrangitur radius in tranſitu ex medio rariore in denſius, procul dubio eſt exceſſus, quo reſiſtentia medii denſioris ſuperat reſiſtentiam rarioris, nam ea refractio eſt major, vel minor, vel nulla; prout major, vel minor, vel nullus eſt quoque hujusmodi exceſſus. Hinc ſequitur, quod illa vis, qua medio denſiori obnitendum eſt in puncto *e* contra vim *a-f*, non eſt tota vis *f*+F, quæ refertur ad totam ipſius medii denſioris reſiſtentiam; ſed ſola vix F relata ad exceſſum, quo reſiſtentia medii denſioris ſuperat reſiſtentiam rarioris. Quoniam igitur hæc ipſa vis F agit *a*B verſus *e*, ex duabus igitur viribus, quarum conflictus fit in puncto *e* ſecundum directiones A*e*, B*e*, altera, quæ agit *a*B verſus *e*, videtur non eſſe tota vis *f*+F, ſed ſola vis F.

Pag. 280.

Si igitur in refractione, quam patitur radius tranſiens ex aere in aquam, elicitur ex Canone Bernoulliano proportio inter reſiſtentias aeris & aquæ ut 3, 4, tam diverſa nimirum ab illa (ut 1 ad 800 vel 900,) quam Newtonus docet, hujus diverſitatis ratio videtur manifeſtari. Nam in tranſitu radii ex aere in aquam Autor ex lege actionis & reactionis elicuit reſiſtentias aeris & aquæ eſſe directe proportionales viribus, quibus radio opus eſt ad eas reſiſtentias ſuperandas. Et quoniam ſtatuit, has vires in puncto incidentiæ obniti, ex ſuo mechanico principio collegit, easdem vires, & per conſequens reſiſtentias aeris & aquæ ſinibus angulorum incidentiæ ac refractionis reciproce reſpondere. At quia videntur in puncto incidentiæ obniti ex una parte illa vis, quæ ſupereſt radio poſt aeris reſiſtentiam ſuperatam, & ex altera parte illa vis, quæ refertur ad exceſſum, quo reſiſtentia aquæ ſuperat reſiſtentiam aeris; non autem obniti vires, quibus radio opus eſt ad ſuperandas reſiſtentias aeris & aquæ; has vires & per conſequens horum mediorum reſiſtentias ſinibus illorum

Digitized by Google

rum angulorum reciproce reſpondere, perperam Autor (ni fallor) Act. Erud.
ex mechanico ſuo principio collegit. An 1726.
Explicatione refractionis Bernoulliana nutante, illæ quoque M. Junii.
Fermatii, Snellii, & Leibnitii laborant; nam ex omnibus ſequitur, ſinus angulorum incidentiæ & refractionis reſiſtentiis mediorum reciproce reſpondere; quod experientiæ adverſatur, cum in tranſitu radii ex aere in aquam ratio inverſa inter ſinus angulorum incidentiæ & refractionis ſit ut 3, 4, diverſa nimirum ab illa (ut 1 ad 800 vel 900) in qua ſunt reſiſtentiæ mediorum. Reliquas omnes explicationes Bernoullius arguit falſitatis vel dubii, nec immerito illas Carteſii, Herigonii, ac Robervallii, elicitur enim ex duabus primis, refractionem in tranſitu radii ex rariore in denſius faciendam eſſe non ad perpendicu- Pag. 281.
larem, ſed a perpendiculari, & ex tertia colligitur eſſe in ratione conſtante non Sinus, ſed Tangentes angulorum incidentiæ & refractionis, quæ omnia experientiæ repugnant. Nec arguit immerito illas etiam Hugenii & Newtoni; nam prima diſplicet illis, qui lumen in inſtanti propagari contendunt, ac ſecunda innititur vi attractivæ, quæ non exponitur, ſed ſupponitur. Quod autem is omnia quoque condemnet, quæ leguntur in Mundo Mathematico P. de Chales, *quia videntur unice experientiæ accommodata, ita ut ſi de ea nondum conſtaret, pariter nihil certi ex illis a priori concludere liceret*, hoc nequeo quidem ſubſcribere, nam potius aliqua ex iis ad propoſitum noſtrum arbitror eſſe excolenda. Demonſtrante laudato Autore, vel potius ea referente, quæ demonſtrata fuerunt a P. Maignan, nempe in tranſitu radii ex uno in aliud medium ſinus angulorum incidentiæ & refractionis eſse inter ſe ut velocitates radii in mediis inæqualiter reſiſtentibus, aliquid utique in demonſtratione deſideratur, at ex illa tamen explicatio refractionis videtur eſse petenda.

Ut omnia recte procedant, ab omni Hypotheſi in primis abſtinendum eſse, & illud tantum, quod pro certo habetur, aſsumendum puto. Si corpus opacum corpori luminoſo propius vel longius objicitur, lumen in objecto corpore apparet; quare patet, undique propagari luminoſi corporis lumen, quo totum circumfuſum ſpatium impletur. Si rurſus fila Amiantina in foco Lentis Sereniſs. Ducis Aurelianenſis verticali poſitione ſolaribus radiis expoſita a luminis ictu dejiciuntur (Regia Academia Pariſiorum in Hiſtoria Anni 1708 teſtante) inde colligitur, vim lumini in actu propagationis ineſse. Si denique lumen tranſiens ex medio rariore in denſius in actu propagationis eam ſubit, quam appellamus refractionem, certum eſt illud in hoc tran-

Act.Erud. An. 1726. M. Junii. tranſitu pati, medio denſiore majorem difficultatem faciente; quam rariore: niſi enim hæc difficultas in cauſa foret, ratio non eſſet, qua foret ipſum de recto tramite deflectendum. Licet igitur ignoramus, qua lumen vi propagetur, an emanationis, an impulſus, an aliusmodi, pro certo tamen habemus, luminis propagationem fieri in mediis rarioribus faciliorem, & in Pag. 282. denſioribus difficiliorem. Quare, ſi nomen diſplicet velocitatis, qua dicitur lumen per media reſiſtentia ferri, illud utique repudiari non poteſt facilitatis, qua lumen per eadem media dicatur propagari. His poſitis Lex, quæ ſequitur, demonſtranda eſt, ex hac enim omnes refracti luminis proprietates fluere videntur.

*Lumine ex medio variore in aliud denſius transeunte, ſinus angulorum incidentiæ & refractionis ſibi invicem directe reſpondent, ut facilitates, quibus lumen in iisdem mediis propagatur.*

## DEMONSTRATIO.

Tab. II. Fig. 13. Pag. 283. Ponatur (Fig. 13) radii cujuscunque ſectio per Axem ABCD, cujus extrema linea BC: manifeſtum eſt, puncta extrema B, C pari facilitate propagari in medio rariore per rectas AB, DC. Dum autem ipſa linea BC incidit oblique ex rariore in ſuperficiem CG medii denſioris, huic primum occurrit, ac primum inſinuatur punctum C, dum adhuc punctum B per medium rarius propagatur. Cum igitur majorem difficultatem offendat punctum C, quam punctum B, neceſſe eſt, ut ea puncta B, C propagentur per curvas BG, CF, dum enim punctum B propagatur facilius in medio rariore per arcum majorem BG, oportet, ut punctum C propagetur ægrius in medio denſiore per arcum minorem CF. Cum tandem tota linea BC medium denſius penetraverit, & acquiſiverit poſitionem GF, manifeſte patet, iterum pari facilitate propagari puncta extrema G, F per alias rectas GM, FO. His poſitis arcus BG, CF circulares eſſe P. de Chales affirmat, non autem demonſtrat, & ideo, quæ deeſt, demonſtratio adjungenda eſt.

Tempore infiniteſimo acquirat linea BC poſitionem *ab*: ſi producatur recta BC ad partes *e*, hæc eſt normalis utrique curvæ, B*a*, C*b*; nam puncta extrema B, C propagantur in medio rariore per rectas AB, DC, quæ tangunt arcus B*a*, C*b* in punctis B, C, & quæ proinde normaliter inſiſtunt rectæ B*e*. Iterum linea *ab* ea pariter producta ad partes *e* perpendicularis eſt ipſis curvis B*a*, C*b*; nam ſi medium rarius in ſpatio a *f*G, ſicut alterum denſius, reſiſteret, puncta extrema *a*, *b* per rectas propagarentur, quæ tangerent arcus B*a*, C*b* in punctis *a*, *b*, &

quæ

quæ proinde normaliter inſiſterent rectæ *ae*; quare patet, rectas *e*B, *ea* radios eſſe oſculatores arcuum B*a*, C*b*. Act. Erud. An. 1726. M. Junii.

Si altero tempore infiniteſimo, quod ſit primo tempori æquale, acquirit linea *ab* poſitionem GF, hanc quoque rectam GF productam ad partes *e* ſimili modo oſtendetur eſſe radium oſculatorem arcuum *a*G, *b*F, quorum alter radius oſculator eſt pariter ipſa recta *ae*.

Huic rectæ *ae* ulterius productæ ad partes *e* occurrat, ſi poſſibile eſt, recta GF (ipſa quoque producta) in altero puncto *g*: quoniam lumen propagatur tempore æquali in medio rariore per arcus B*a*, *a*G, & in denſiore per arcus C*b*, *b*F, erit itaque B*a*, C*b* :: *a*G, *b*F. Sed *ag*, *bg* :: *a*G, *b*F, ob ſimilitudinem ſectorum *ga*G, *gb*F; ergo B*a*, C*b* :: *ag*, *bg*. Sed iterum B*a*, *cb* :: *ae*, *be*, ob ſimilitudinem aliorum ſectorum *e*B*a*, *ecb*; ergo *ag*, *bg* :: *ae*, *be*; & per conſequens *ag*·*bg* (*ab*), *bg* :: *ae*·*be* (*ab*) *be*. Ex quo patet, eſſe *bg*, *be* inter ſe æquales. Cum igitur tres rectæ BC, *ab*, GF ulterius productæ concurrant in unum & idem punctum *e*, Mathematicis patet, eſſe BG, CF arcus circulorum, quorum ſemidiametri *e*B, *e*C. Pag. [illegible]

Ut his cognitis reliqua expediantur, ſatis eſt, demonſtrationem P. de Chales ad ſimplicitatem excolere. Centro C, intervallo CG, deſcripto arcu GK, ac centro G, eodem intervallo GC, deſcripto arcu CL, ſint rectæ GH, CI ſinus ipſorum arcuum GK, CL, vel angulorum KCG, CGL. At ex punctis C, G ductis CN, GO perpendicularibus ſuperficiei refringenti CG, cum anguli NCG, KCD ſint recti, dempto communi angulo NCK, reſiduus angulus KCG eſt æqualis alteri NCD, qui eſt angulus incidentiæ: Et cum anguli MGL, OGC ſint pariter recti, dempto communi angulo OGL, remanet angulus CGL æqualis alteri MGO, qui eſt angulus refractionis; quare rectæ GH, CI ſinus angulorum incidentiæ & refractionis exponunt. At iſtæ rectæ inter ſe ſunt, ut ſemidiametri *e*G (*e*B), *e*C ob ſimilitudinem triangulorum *e*GH, *e*CI; ac iſtæ ſemidiametri *e*B, *e*C ſunt inter ſe ut arcus GB, CF, ob ſimilitudinem ſectorum *e*BG, *e*CF, & tandem ſe habent iſti arcus GB, CF ut facilitates, quibus lumen in mediis inæqualiter reſiſtentibus propagatur; his itaque facilitatibus proportionales ſunt illi ſinus. Quod erat demonſtrandum.

Dum radii extrema linea BC in tranſitu ex medio rariore in denſius propagatur intra circulares arcus BG, CF, quamvis mutetur ipſa linea BC, hoc eſt, diameter radii, conſtans attamen eſt ratio ipſorum arcuum BG, CF, nam ipſi ſunt ut facilitates, quibus lumen in mediis inæqualiter reſiſtentibus propagatur. At ſinus angulorum incidentiæ & refractionis in eadem

Act.Erud. A. 1726. M. Junii. Pag. 285. proportione ſunt; quamvis igitur diameter radii cujuscunque magnitudinis ſit, finitæ vel infiniteſimæ, in tranſitu tamen ex rariore in denſius eidem angulo incidentiæ ſemper idem debet refractionis angulus convenire. Si quis igitur ſuſpicatur, legem propoſitam (lumine ex uno in aliud medium tranſeunte) alterari a tremitu, vel a quolibet alio elemento, quod in colliſionibus locum invenit; is conſideret, eſſe talem diametrum radii, ut tanquam infinite parva, niſi mathematice, ſaltem phyſice ſumi queat; & tamen ea omnia, quæ ſuperius demonſtrata ſunt, conſtanter manere; non autem idem contingere aliis elementis, quæ in colliſionibus locum inveniunt, facile enim percipiet, hæc omnia elementa in quantitatibus infiniteſimis evaneſcere. Quare ſuſpicione remota eam legem intelliget in caſu propoſito confirmari.

Denique addendum eſt, quod ſi in tranſitu ex medio rariore in denſius mutatur facilitas, qua lumen propagatur in rariore; ob legem actionis & reactionis in eadem proportione mutatur etiam medii denſioris reſiſtentia, ac ita quoque mutatur facilitas, quam in ſuperando medio denſiore lumen amittit. Sumantur itaque datæ facilitates, nimirum F, qua propagatur lumen in rariore, & G qua propagatio fit in denſiore: ſi facilitas F mutatur in quamlibet aliam $f$, ac quæratur eventus alterius facilitatis G, fingatur, hanc aliam mutari in alteram $g$. Quibus poſitis erit F, $f$ :: F-G, $f$-$g$; ex qua deducitur F, G :: $f$, $g$, conſtans nimirum ratio, quam habet facilitas propagationis in denſiore ad alteram facilitatem propagationis in rariore. Quælibet igitur ſit finita vel infinita facilitas, qua propagatur lumen in rariore, ſequitur, hanc ſemper eſſe diverſam ab illa, qua propagatur in denſiore, & huic diverſitati ſinus angulorum incidentiæ & refractionis juxta legem propoſitam reſpondere.

Cum igitur Bernoullius doceat, quod in tranſitu luminis ex uno in aliud medium ſinus angulorum incidentiæ & refractionis ſint reciproce inter ſe ut reſiſtentiæ mediorum; nos autem, quod ipſorum angulorum ſinus ſint inter ſe directe ut facilitates, quibus lumen in mediis inæqualiter reſiſtentibus propagatur; ſi demonſtrationes conſideramus, videtur illa Canonis Bernoulliani deficere, illa noſtri inconcuſſa manere. Si vero in explicandis Phænomenis periculum facimus, videtur etiam Bernoullianus Canon ita a propoſito diſcrepare, ut nullibi admitti poſſit,
Pag. 286. noſter autem ita ad intentum facere, ut nil ultra deſiderandum ipſe relinquat.

*Quæ his ſubjecit Ill. Autor Phænomena, latius explicata, Supplem. T. IX. Sect. III. inſeremus.*

CON-

Act. Erud. An. 1726. M. Aug. Pag. 361.

# CONSTRUCTIO LINEARUM ISOCHRONARUM

## In medio quocunque reſiſtente,

*Auctore* LEONHARDO EULERO, *Baſileenſi*.

NOtum eſt inter Geometras cycloidem ordinariam eſſe in medio non reſiſtente iſochronam ſeu tautochronam, vi gravitatis uniformiter verſus centrum infinite diſtans tendente. In medio quoque pro ſimplici celeritatum ratione reſiſtente, iſochronam eſſe eandem cycloidem, oſtendit Vir ſummus, Newtonus in principiis ſuis Philoſophiæ Naturalis Lib. II. Prop. 26. Oppido autem miror, neminem adhuc quicquam de iſochronis in aliis medii reſiſtentis hypotheſibus, non imaginariis, quemadmodum ſunt hæ duæ dictæ, meditatum fuiſſe; cum tamen hæc egregia materia bene mereatur, quæ in ſcientiæ de motu corporum in medio reſiſtente augmentum profundius examinetur. Ego, quæ hac in re inveni, quasque feliciter detexi curvas tautochronas in medio quomodocunque reſiſtente, centro virium infinite diſtante & uniformiter attrahente, hic cum publico communicabo, ut orbi literario anſam præbeam, hanc materiam penitius perſcrutandi. Pag. 362.

Ut igitur modum generaliſſimum hujusmodi lineas iſochronas conſtruendi tradam: reſiſtat medium in ratione cujusvis functionis celeritatis, & pro hac ampliſſima hypotheſi, ſic conſtruo iſochronam.

Sit AB linea verticalis, ſeu normalis in planum horizontis; ſuper hac, tanquam axe, deſcribatur curva AND talis, ut, dictis abſciſſa AP $x$, huic applicata normali PN, $z$, & ipſius $z$ functione quadam, Z, quæ eandem ad $z$ habeat rationem, quam habet illa functio celeritatis, ſecundum quam fit reſiſtentia, ad ipſam celeritatem, ut inquam ſit $dx = zdz + Zdz$. Hac curva facta, conſtruatur alia AMC, ſuper eodem axe AB, ut, producta NP in M, ſit portio curvæ AM æqualis applicatæ PN. Erit hæc curva CMA iſochrona, corpus ſcilicet ſuper ea, ſolo gravitatis niſu, deſcendens, in quocunque ejus puncto M deſcenſum adorſum fuerit, ſemper æquali tempore ad punctum A perveniet. Tab. III. Fig. 1.

Ex hac conſtructione conſequitur, curvas haſce habere alicubi in C cuſpidem, & reverti in plagam, ex qua venerant, id quod accidere debet, ubi elementum applicatæ PM evaneſcit, elementum vero hoc æquatur $\sqrt{dz^2 - dx^2}$, ob AM = PN = $z$ ſed quia $dx =$

Act. Erud. An. 1726. M. Aug. $zdz + Zdz$, erit $\sqrt{dz^2 - dx^2} = dz\sqrt{1-(z+Z)^2}$ quod debet æquari ziphræ, erit ergo $z + Z = 1$, ibi ergo eſt cuſpis, ubi ſumma $z + Z$ æquatur unitati.

Hæc ergo curva eandem cum Cycloide habebit formam, habebit enim infinitos cuſpides, & portiones cuſpides conſtituentes omnes inter ſe ſimiles & æquales, nam producta PM in *m* erit lege continuitatis PN = AMC — C*m*, ſed PN = AM ergo C*m* = CM partes ergo AMC, F*m*C cuſpidem C conſtituentes æquales erunt & ſimiles. Proin ex conſtructione puncto F, puncto A reſpondenti, adnectetur portio ſimilis, æqualis & ſimiliter poſita cum AMC. Sic quoque, curva CMA continuata, erit AB diameter, eandem ergo plane cum cycloide ordinaria habebit formam.

Ut applicemus hanc generalem conſtructionem ad hypotheſes ſpeciales; ponatur reſiſtentia nulla, erit $Z = o$ ergo $dx = zdz$, i. e.
Pag. 363. $2x = zz$, unde curva AND erit parabola Apolloniana. Erit ergo iſochrona AMC cyclois ordinaria, uti Hugenius jam demonſtravit.

Ponamus reſiſtentiam celeritati proportionalem, erit $Z = z$, unde $dx = 2zdz$, i. e. $x = zz$, curva ergo AND erit denuo parabola, & conſequenter iſochrona rurſus cyclois, quemadmodum Newtonus loco citato demonſtravit.

Sit Reſiſtentia ut quadratum celeritatis, quæ hypotheſis locum habet in aere, aqua, omnibusque fere fluidis, erit $Z = azz$, unde $dx = zdz + azzdz$ ergo $x = \frac{1}{2}zz + \frac{1}{3}az^3$, ex qua curva, ut ſupra docui, conſtrui poterit iſochtona. Quantitas, *a*, eo major eſt accipienda, quo reſiſtentia major eſt, ſemper nimirum proportionalis aſſumi debet quantitati reſiſtentiæ.

Et hac ratione pro quavis hypotheſi reſiſtentiarum excogitabili iſochrona, methodo hac generali, facile deduci poterit, gravitate uniformiter agente. Pro aliis autem gravitatis hypotheſibus, in medio quoque utcunque reſiſtente, etiam poſſideo methodum conſtruendi iſochronas, quam autem, ut & eorum, quæ hic propoſui, analyſin ſeu demonſtrationem, in aliud opportunum tempus differo; proponens interim cultoribus ſcientiæ hujus de motu corporum in mediis reſiſtentibus problema ſequens, quod ab hac materia haud multum abludit.

Invenire lineam celerrimi deſcenſus, ſeu brachyſtochronam in medio quomodocunque reſiſtente, ſaltem in hypotheſi gravitatis uniformi.

P. S. Non poſſum, quin indicem Anonymo illi Anglo, cui jam per aliquantum temporis cum Celeb. Johanne Bernoulli circa trajectorias reciprocas res eſt, me adinveniſſe methodum ex quolibet linearum ordine, excepto ſecundo, ad minimum

nimum unam determinandi curvam problemati illi de trajectoriis reciprocis ſatisfacientem, quam, uno elapſo anno, revelaturus ero; quo Anglo illi non deſit tempus trajectoriam reciprocam, quam inveniendam ipſi propoſuit Cel. Bernoulli, ſimpliciſſimam poſt illam tertii ordinis, quam invenire potuerit, publice indicandi. Act. Erud. An. 1726. M. Aug.

# ANDREÆ GÆRTNERI, Pag. 364

## In Aula Regis Polon. & Elect. Sax. Mechanici & modulorum Magiſtri,

### *Organum Aſtrodicticum globo cœleſti applicandum.*

NObilis Mechanicus, nullique ſui ordinis ingenio ſecundus, organum, de quo hic agitur, invenit ante plures annos; nobiſcum vero figuras ejus communicavit, ad quarum ductum facilem totius negotii ideam dabimus. Sit HB globi, cui inſtrumentum applicandum, quadrans, & ad H & B concipiantur Tangentes maximum globi circulum, HI, IB, ſibi in I ad rectos occurſuræ. Tab. III. Fig. 2. Ad quamvis diſtantiam IK a recta HI ſit regula NO ipſi HI parallela. Huic regulæ affigatur arcus GB, quadrans FSL, cum fulcro arcuato DE & reliquis firmamentis, quæ in utraque figura comparent; ſic ut compages tota ſuperficiei globi commode poſſit imponi. Sit globus ad poli altitudinem, & temporis, quo utimur inſtrumento, momentum compoſitus; ipſique imponatur inſtrumentum, ſicut regula NO dirigatur ad Stellam quamvis, & NOB ſit in plano verticali; id quod perpendiculum imminens peripheriæ in medio cavi limbi quadrantis inciſæ, oſtendet; & facile patet ex elementis, angulum X, quem perpendiculum facit, cum quadrantis radio FS, ſeu arcum ejus menſuram, id eſt, altitudinem ſideris horizontalem æqualem fore ipſi BZ in Figura 3. Fig. 3. Unde conſequens eſt, extremum B ſtellam contingere in globi ſuperficie, ad quam regula NO dirigebatur; eademque ratione, ſi extremitas B applicetur ſtellæ in globo datæ, & inſtrumentum circa B in globi ſuperficie moveatur, donec perpendiculum immineat mediæ quadrantis cavitati, regulam NO directam iri ad ſtellam B, quæ proinde in cœlo a reliquis diſtinguetur. Fig. 2. 3.

Dum globum ad cœli ſitum pro temporis momento componit Inventor, ipſum movet circa unicum polum V; ne alter inhemis-

Act.Erud. An. 1726. M. Aug. miſphærio ſuperiore uſui inſtrumenti obſtet. Unde neceſſum habet globum Horizonti arcto immittere, quo fulciatur; cum fulcrum ad G, cui libere innititur, (quodque pro axe in globum inſerto in Fig.2.3. non habendum) nequeat omnem in latera inclinationem Sphæræ impedire. Rogatus de Semicirculo CT cum regula mobili AQ, reſpondit, hæc ſe non alio fine adjicere, quam ut earum ſtellarum, quas in Semicirculi plano tempore obſervationis hærere contingit, diſtantias metiatur; neque adeo ad Aſtrodicticum proprie pertinere. Hoc inſtrumentum, ut quilibet videt, inſervire poteſt curioſis, quibus animus eſt proprio Marte ſidera dignoſcere in cœlo ſtellato, eoque nomine commendandum eſt. Ad uſum autem Aſtronomicum machinæ parallacticæ faciunt. Pag. 365.

## OBSERVATIONES HABITÆ ULYSSIPONE,

### Circa Primum Jovis Satellitem;

### *Auctore DOMINICO CAPASSO, Neapol. Soc. Jeſ.*

Anno 1725.

| Immers. | Temp. ver. corr. Mor. | Min. | Sec. |
|---|---|---|---|
| Julii die 28 viſus eſt mergi in umbra vera ♃ Teleſcopio ſatis perfecto, cujus longitudo palm. 30 Rom. | 12 | 12 | 26. |
| Emers. | | | |
| Sept. die 12 viſus eſt ab eadem umbra emergere, fortaſſe non ſatis exacte ob proximam ♃ cum ⊙ ☌, quæ ſeptem ante diebus contigerat. | 15 | 0 | 10. |
| die 14 paulo clarius, & exactius. - | 9 | 28 | 7. |
| die 21 ſatis clare - - | 11 | 24 | 55. |
| Octob. die 23 - - - - | 8 | 11 | 10. |
| Novemb. die 8 nonnihil incerta, ſaltem quoad ſecunda ob aeris ex vento trepidationem | 6 | 30 | 4. |
| die 15 exacte - - | 8 | 24 | 50. |
| Decemb. die 8 - - - | 8 | 32 | 40. |
| 1726. | | | |
| Jan. die 9 non ſatis certa ob nimiam aeris claritatem a crepuſc. - - | 4 | 58 | 50. |
| die 16 ſatis clare - - | 6 | 51 | 10. |

OBSER-

Digitized by Google

Act.Erud. An. 1726. M. Aug.

# OBSERVATIONES ASTRONOMICÆ

## Ad elevationem Poli Ulyſſipone inquirendam,

*Eodem Auctore.*

Hic tantum appono obſervationes habitas circa Solem Quadrante Aſtronomico, ac Sextante trium pedum Pariſinorum. Poſtmodum mittam alias habitas Quadrante murali quinque pedum, tum circa Solem, tum etiam circa reliqua aſtra. Pag. 366.

Anno 1715.

Die 24 Novemb.

| | ° | ′ | ″ |
|---|---|---|---|
| Altitudo Limbi ſuper. ☉ in Meridie Quadrante Aſtronomico obſervata. - - | 30 | 56 | 20. |
| Refractio propria hujus altitudinis ex tabulis Cl. V. D. Edmundi Halleji. - - - | 0 | 1 | 28. |
| Altitudo correcta ejusdem Limbi - - | 30 | 54 | 52. |
| Parallaxis ☉ - - - | 0 | 0 | 4. |
| Altitudo vera Limbi Superioris ☉ - - | 30 | 54 | 56. |
| Semidiameter apparens ☉ - - | 0 | 16 | 18. |
| Altitudo vera Centri ☉ - - | 30 | 38 | 38. |
| Declinatio ☉ Auſtralis - - | 20 | 38 | 59. |
| Altitudo Æquatoris - - | 51 | 17 | 37. |
| Complementum, ſeu Elevatio Poli - | 38 | 42 | 23. |

Die 5 Decemb.

| | ° | ′ | ″ |
|---|---|---|---|
| Altitudo Limbi ſuper. ☉ in Meridiano per Sextantem - - | 29 | 8 | 10. |
| Refractio ex iisdem Tabulis - - | 0 | 1 | 35. |
| Altitudo ejusdem Limbi correcta - | 29 | 6 | 35. |
| Parallaxis ☉ - - - | 0 | 0 | 4. |
| Altitudo vera Limbi Super. ☉ - | 29 | 6 | 39. |
| Semidiameter ☉ - - | 0 | 16 | 20. |
| Altitudo vera Centri ☉ - - | 28 | 50 | 19. |
| Declinatio ☉ Auſtralis - - | 22 | 27 | 7. |
| Altitudo Æquatoris. - - | 51 | 17 | 26. |
| Complementum, ſeu Elevatio Poli | 38 | 24 | 34. |

Die

Die 6 Decemb.

| | ° | ′ | ″ |
|---|---|---|---|
| Altitudo Limbi ſuper. ☉ in Meridie per Sextantem | 29 | 1 | 0. |
| Refractio | 0 | 1 | 36. |
| Altitudo correcta ejusdem Limbi | 28 | 59 | 24. |
| Parallaxis | 0 | 0 | 4. |
| Altitudo vera Limbi Super. ☉ | 28 | 59 | 28. |
| Semidiameter ☉ | 0 | 16 | 21. |
| Pag. 367. Altitudo vera Centri ☉ | 28 | 43 | 07. |
| Declinatio ☉ Auſtralis | 22 | 34 | 24. |
| Altitudo Æquatoris | 51 | 17 | 31. |
| Complementum, ſeu Elevatio Poli. | 38 | 42 | 29. |

Die 29 Decemb.

| | ° | ′ | ″ |
|---|---|---|---|
| Altitudo viſa Limbi Super. ☉ Quadrante | 28 | 20 | 22. |
| Refractio | 0 | 1 | 39. |
| Altitudo correcta ejusdem Limbi | 28 | 18 | 43. |
| Parallaxis ☉ | 0 | 0 | 4. |
| Altitudo vera Limbi Super. ☉ | 28 | 18 | 47. |
| Semidiam. ☉ | 0 | 16 | 21. |
| Altitudo vera Centri ☉ | 28 | 2 | 26. |
| Declinatio ☉ Auſtralis | 23 | 14 | 57. |
| Altitudo Æquatoris | 51 | 17 | 23. |
| Complementum, ſeu Elevatio Poli | 38 | 42 | 37. |

1726.

Die 8 Januar.

| | ° | ′ | ″ |
|---|---|---|---|
| Altitudo viſa Limbi infer. ☉ in Meridie | 28 | 47 | 10. |
| Refractio | 0 | 1 | 37. |
| Altitudo correcta ejusdem Limbi | 28 | 45 | 33. |
| Parallaxis ☉ | 0 | 0 | 4. |
| Altitudo vera Limbi inferior. ☉ | 28 | 45 | 37. |
| Semidiam. ☉ | 0 | 16 | 21. |
| Altitudo vera Centri ☉ | 29 | 1 | 58. |
| Declinatio Auſtralis | 22 | 15 | 42. |
| Altitudo Æquatoris | 51 | 17 | 40. |
| Compl. ſeu Elevatio Poli | 38 | 42 | 20. |

Die

Die 9 Januarii duas Solis altitudines ante Meridiem, totidem- Act. Erud.
que poſt Meridiem accuratiſſime deprehendimus, addita Sextanti An. 1726.
vel exigua differentia, quæ ex diverſa declinatione Solis refundi M. Aug.
debuerat in ipſas pomeridianas altitudines ejusdem Solis, quo ſem-
per in verticalibus a Meridiano æquidiſtantibus deprehenderetur, Pag. 368.
ſimulque differentia horologii Oſcillatorii a Meridie vero, collatis utriſque inter ſe obſervationibus, dignoſceretur; in ſingulis enim diligenter adnotavimus momenta temporis ab eodem horologio indicata. Utræque vero obſervationes adeo conſenſere in eadem prædicti horologii differentia a tempore vero definienda, ut vix unæ ab alteris in unico ſecundo diſcreparint. Emendatis igitur obſervationum momentis juxta inventam differentiam, ſupputare licuit calculis Trigonometricis Elevationem Poli his tribus datis.

| | ° | ′ | ″ |
|---|---|---|---|
| Altitudo vera Centri ☉ - - | 20 | 36 | 18. |
| Ejusdem declinatio Auſtralis ex Tab. Hirianis | 22 | 8 | 11. |
| Tempus verum obſervatæ altitudinis - | 9ʰ | 37′ | 26″. |
| Quibus cognitis ope trianguli obliquanguli, in quo dantur duo latera, & angulus iisdem comprehenſus, invenitur Poli Elevatio - | 38 | 42 | 24. |
| Ex ſecunda obſervatione matutina hæc tria quoque fiebant cognita. | | | |
| Altitudo vera Centri ☉ - - | 23 | 25 | 47. |
| Declinatio ☉ ex Tabulis Hirianis - | 22 | 8 | 10. |
| Tempus verum obſervatæ altitudinis - | 10ʰ | 4′ | 41″. |
| Quibus cognitis ope ejusdem trianguli, invenitur Altitudo Poli Ulyſſip. - - | 38 | 42 | 25. |

Ex duabus obſervationibus pomeridianis, cum eadem pene eſſet altitudo Solis, declinatio, & angulus circuli horarii cum Meridiano, eadem quoque reſultare debuiſſet Altitudo Poli; ac proinde non opus erat novos calculos inſtituere.

Jam vero ex omnium obſervationum complexu inferre hactenus licet, Ulyſſiponenſis Urbis Latitudinem in Obſervatorio Regii Palatii, vel Collegii D. Antonii Magni, a quo non longe diſtat, eſſe 38° gr. 42′ min. pene 30″ ſecund. Secundorum enim certus numerus ab innumeris ac ſubtilioribus pendet experimen-
tis; ſiquidem facile variantur vel ab inæqualibus refractionibus, Pag. 369.
quas experimur, aere diverſimode affecto; vel etiam ab exiguo quantumvis Inſtrumentorum vitio, quod nec peritiſſimi Artificum in illis conſtruendis vitare omnino poſſunt.

Act. Erud. An. 1726. M. Nov. Pag. 517.

# RARI,
## ac prope inauditi ex utero Morbi Hiſtoria

Una cum neceſſariis Medicis animadverſionibus, a PETRO ANTONIO MICHELOTTO

*Venetiis quarto Kalend. Quinctil. 1726 perſcripta.*

EX Utero potiſſimum fœminis diverſa vehementiaque mala naſci, & experientia notum, & a Græciæ principe Medico Hippocrate animadverſum eſt. Per diuturnæ & haud vulgaris nervorum in Splendidiſſima Muliere diſtenſionis Obſervatio-
Pag. 518. nem cum Luca Schrockio, Celeberrimo hoc tempore Auguſtæ Vindelicorum Medico, & A. N. C. meritiſſimo Præſide, hos ante quatuor annos communicavi. Impræſentiarum inſolitæ, pene incredibilis, & niſi me amor negotii ſuſcepti fallit, in omni Medicinæ parentum cum Græcorum, tum Arabum memoria inauditæ ex Vulva ægritudinis hiſtoriam legentibus ſiſto.

Judæa virgo duos & viginti annos nata, cui Riccam parentes Caravalci cognominati dixere nomen, hos ante quinque & viginti menſes in morbum incidit ſuppreſſæ ex triſtibus animi affectionibus menſtruæ purgationis: inde primum angina, tum, interpoſito aliquo tempore, rheumatiſmo; deinde ſiniſtri lateris dolore per hyemem correpta, ſanguinis ex brachiis pedibusque detractione, aliisque idoneis medicamentis, a ſpectato, qui aſſidebat, Medico, Moyſe Codeno, præſcriptis, curatur. Manente vitio menſium ſuppreſſionis cum vehementi ventris inflatione mœroreque, crebro difficilique ſpiritu, concitatarum arteriarum pulſibus, continuisque muſculorum ad brachia pertinentium ſed exiguis tremoribus, medicamenta mulieribus hyſterico morbo fere exanimatis præberi ſolita, & nominatim remedium, cui uterino elixiri nomen autor Crollius impoſuit, data. Sub eo auxilio ſingultus, & cujuslibet generis, ſive ſolidorum ſive fluidorum alimentorum, vomitus exortus eſt: adverſus quem medicamentorum tum opiatorum, tum ſtomachicorum uſus cum fruſtraneus eſſet, quem modo laudabam, Medicus diffiſus reliquis præſidiis, ad gelidas ex aqua, in qua modo ſubacidorum ceraſorum, modo fragorum, modo Limoniorum malorum ſuccus cum modica ſachari portione ſolutus erat, potiones prudenter confu-

git:

git: quibus in ſtomachi reſolutione, vomitum, neque calidis, neque anodynis remediis cedentem, conjunctum habente, a me quoque proſpero ſucceſſu non ſemel adhibitis, conſecutus quidem eſt, ut Ægra & retinere & coquere cibos poſſet, non tamen ut reliqua mala remitterent: ad quæ ineunte autumno anni MDCCXXIV rerum omnium, ſive cibi, ſive potus, ſive medicamenti ſpeciem obtinentium, inſigne faſtidium, urinæ ſuppreſſio, inexpugnabilisque alvi adſtrictio acceſſere. Eo tempore emollientia olea aliaque medicamenta ducendæ alvi cauſa in anum per clyſterem infundebantur, quæ quum repellerentur, deſperatis pene rebus, nutrientia quoque juſcula ex capo, gallinaceis pullis & recentium ovorum vitellis in ultima inteſtina (ex quibus etiam lactea vaſa oriri, non eſſe negandum, ſummus noſtræ ætatis Profeſſor J. B. Morgagnus apprime animadvertit) ſemel atque iterum de die injicere, tentatum eſt. Verum enim vero, ſive poſtremo Coli tractu, & fortaſſe continuati etiam Recti magna parte, ob incluſorum flatuum copiam reliqua inteſtina comprimente, & peritonæum vehementius diſtendente (quod veroſimilius hoc in caſu mihi videtur) ad dextrum ſiniſtrumve infimi ventris latus compulſis, atque ad id arcte appreſſis: ſive illis ipſis inteſtinorum partibus ob valentiſſimas nervorum, ad thoracis ac ventris viſcera pertinentium, quibus Ægra impræſentiarum quoque vexatur, diſtenſiones maximopere contractis renitentibusque: neque reficientia, quæ dicebam, clyſmata admitti poterant. Ita affectam, ita conflictatam nulla edendi aut bibendi, nulla mejendi, nulla dejiciendi cupido cepit: Sorbilia, calida tepentiave juſcula, cujusvis generis vinum, gelidæ potiones etiam ex cioccolata, lac miſtum cum ſacharo vel frigidiſſimum: hæc, inquam, atque horum ſimilia, aut ex toto in faſtidio erant, aut reficiendarum virium cauſa, non ex appetitu, interdum aſſumpta, protinus reddebantur. Anni tempore verno acutiſſimo ſiniſtri lateris dolore prehenditur: alii Medici ad conſilium adhibiti ſanguinem, ad eum levandum, pondo circiter unciarum trium ex reſpondente pede, jacenti, morbo longiſſimaque abſtinentia confectæ mittere, non verentur: ipſo dolore per iſtiusmodi anceps auxilii genus, ſub quo vires haud multum admodum labefactari viſæ ſunt, ſublato ſanguinis paulum tuſſi ejicitur. Poſt hæc ſingultus, ſeu potius quidam vomendi conatus, per quem humor, colore ſubobſcuro odoreque urinæ ad longum tempus in iſchuria retentæ perſimilis, ſæpius evomebatur, ſubortus eſt; qui ſine medicamentis brevi poſtea ceſſavit. Subſequente æſtate, ſive raptim mutatione morbi aliqua ex parte in contrarium facta, ſive blandis aſſidentis Matris, alia atque alia pro cibo & potione offe-

Act. Erud. An. 1726. M. Nov.

Pag. 519.

Act. Erud. An. 1726. M. Junii. Pag. 520. offerentis, monitis ſollicitationibusque, tandem decumbens Filia commota, modo tenuem ex citreis malis aquam, modo liquorem ex ſubacidorum ceraſorum cum melle ac vini ſpiritu, fermentato ſucco (*Wiſna* vulgo hic appellatur) ad cochlearia aliquot haurire cœpit: atque cum his quidem liquoribus continuavit, donec ad medium circiter Octobrem anni proxime exacti, quo, conſtrictorio ventriculi motu ſurſum verſus cum atri fere humoris vomitu reverſo, nec cibos, nec potiones, nec remedia aſſumere poterat, perventum eſſet. Quum eam tum una cum curante Medico viderem, ut memoratum ventriculi motum remedio liquidi Helmontiani Laudani ex ſtillatitia citrei mali aqua ad ſeptem octove guttas exhibere, & pergelidam ex capi ſucco, citrei mali corticis odore imbuto, certaque ratione cum ſacharo miſto, ſorbitionem pro cibo offerre tentarent, ſuaſi. Sed ne hæc quidem retinuit. Nihilominus tamen intra octo dies, quibus, mente jam turbata, brachia & crura inæqualiter diſpergens, ſeque huc illuc violenter interdum convertens, modo obdormire, modo triſtibus veluti exterrita imaginibus ejulare videbatur, ventriculus ex toto conquievit: atque ita quidem, ut & aquam, & liquorem, de quibus mentionem feci, continere octavo die poſſet: poſt quod tempus mentis quoque turbatio ac terrores remoti ſunt, & ventris diſtenſio, tametſi interim neque fæces, neque urina emitterentur, paululum imminui viſa eſt. Silentio hic præterire non decet, duobus circiter menſibus, antequam admirandi hujus morbi hiſtoriam perſcribere inciperem, Ægram & eodem lateris dolore denuo prehenſam & ab eo, ſanguine ad duas treſve uncias ex brachio dolenti lateri reſpondente extracto, cito liberatam eſſe. Verum hoc illud eſt præcipue ſcitu neceſſarium, ipſius Ægræ, quæ a Septembri menſe MDCCXXIV in præſens tempus vitam ſine omni quidem cibo, & menſes decem ſine omni fere potu tranſegit, corpus neque ex toto languere, nec notabiliter emarceſcere: quanquam inſignis ſeri ſanguine tincti copia tum ex pede, tum ex brachio, ſummæ quoque cutis lymphæ ductibus, ſcalpello in ſanguine mittendo laceratis, cicatriculiſque (quarum ea in lævo brachio in profundum ulcus verſa eſt) tardiſſime, forſitan ob malum corporis habitum, conſolidatis, quotidie per longiſſimum tempus manaverit.

Facies impræſentiarum quoque colore eſt quidem fere natu-Pag. 521. rali prædita eſt; at vero eam cum reliquo corpore neque in modum, quemadmodum ante hos tres menſes videbatur (diſtendente ſcilicet tunc aere, ex omnium pene corporis capillarium arteriarum cruore, animalium ſpirituum cuneolis, quam ſanis hominibus eſſe debent, acutioribus pulſo, atque muſcularium fibrarum

Digitized by Google

rum interſtitiis, inviſibilibusque cutis foraminibus interclufo) naturaliter ali, cutis cum ſubjectis muſculis ubique locorum, præterquam in abdomine, quæ aliquantum collapſa exiſtit, clare oſtendit: cuncti ſenſus, ſi unum tactum, qui una cum motu in dextro fœmore & crure hebes eſt, excipias, vigent; vigor animi nequaquam obtuſus; ſupinum corpus ſemper, viribus muſculorum proſtratis, jacet; ventriculus præcordiaque cum reliqui imi ventris magna parte, & vehementer extenſa ſunt, & ad tactum leviter ſonant; perſiſtit quidem menſtruorum, & urinæ ſuppreſſio, verum tamen nulla omnino urinariæ veſicæ intumeſcentia manu percipitur; venter ne ſpiritum quidem per inferiores partes reddit; neque cibi, neque potus cupiditas ne nunc quidem adeſt; attamen cremoris ex contuſis dulcibus amygdalis cum aqua ex citreo malo expreſſi paulum ſic affectam, a Matre aſſidue rogitatam, ſollicitatamque ante hos undecim menſes per diem noctemque, deguſtare cœpiſse, idque nunc quoque continuare, certiſſimum eſt: nullus quidem ſudor, præterquam in palmis manuum pedumque plantis, neque interdiu, neque noctu oritur: verumtamen oleagineam quandam materiam ex ſebaceis univerſæ ferme cutis glandulis excerni, cum ex totius pene corporis graveolentia, tum præcipue ex unctuoſa illa ſorditie, quam ſuis induſiis inhæreſcere, Ægra hactenus ſe obſervaſse, mihi retulit, certo conſtat: nullus fere ex naribus mucus; nulla pene ex ore ſaliva emittitur; difficillimus ſomnus eſt; corripit interdum quidam frigoris ſenſus; ſæpe ventriculi, ſæpius capitis dolor torquet; brachiorum, manuumque muſculi in dextra præcipue parte continuo contremiſcunt; crebra, difficiliſque reſpiratio eſt: coagitantur ſemper cum corde arteriæ; triſtitia ſæpe quidem infeſtat; interdum tamen hilaritas adeſt; nutrientia autem clysmata in rectum inteſtinum injecta, ut protinus repelluntur, ſic cujuſcunque generis & alimenta & medicamenta vi deglutita ex templo etiamnum redduntur. Veruntamen illud ignorare non oportet, acidulæ aquæ ex Fonte Lælio Recobarii apportatæ cyathum unum alterumve, menſe circiter, antequam huic hiſtoriæ finem imponerem, potui datum, ventriculum retinuiſse, eoque tempore Ægram urinam obſcuri coloris exigua (quod tamen & proxime præterito anno, quo ne guttam quidem illius mineralis aquæ aſsumpſit, non ſemel accidit) quantitate reddidiſse.

Act.Erud. An. 1726. M. Nov.

Pag. 252.

Quod genus, quæ natura hujus morbi & per quas cauſas hic factus & auctus ſit, ad ea, quæ hactenus retuli, acriter attendentibus animum haud difficulter admodum, ut opinor, innoteſcet. Lotii eorum, quæ per alvum ſanis excedere conſuerunt, ſudoris, menſtruarumque purgationum ſuppreſſio, na-

rium

Digitized by Google

 rium muci, ſalivæ inſigniter imminuta ſecretio, hæc, inquam, omnia in eorum morborum numerum, qui a fluidorum in noſtro corpore, aut ex toto deficientibus, aut notabiliter decreſcentibus cooriuntur ſeparationibus, referendum eſſe, clare demonſtrant; cœpiſſe vero a triſtitia, & ſuppreſſis menſibus; artuum tremores, agitationes arteriarum, crebram difficilemque reſpirationem, diſtenſionem ventris, inſolitam abſtinentiam, mentis motionem ejuſcemodi malis acceſſiſſe; exanimari interdum Ægram, inde ad ſe redire; odoribus cum ſuavibus, tum fœdis lædi; conqueri modo de corde, modo de ventriculo, ſæpe de capite; modo triſtem, modo hilarem eſſe; interdum ſopore premi, plerumque vigilare; dextro femore, dextroque crure reſolutam interdum videri, inde ſe dextrorſum ſiniſtrorſumque violenter convertere; varios appoſitos cibos potionesque ſummo faſtidio habere; hæc, inquam, atque his ſimilia, Virginem noſtram vehementiſſime ex Vulva laborare, haud obſcure indicant. Quod ad abditas continentesque iſtiusmodi morbi cauſas attinet: inviſibilis fluidi ex cerebro ac cerebello euntis redeuntisque particulas in vehementes diſſonosque motus a primordiis morbi, una cum nervis, tum ad exteriora, tum ad viſcera, & ad uterum præcipue, finitimasque partes decurrentibus, repente actas eſſe, conjecerim. Increſcente deinde paulatim morbo, continuantibusque nerveorum filamentorum, per thoracem ac ventrem diſcurrentium, contractionibus, ſeparationum excretionumque naturales leges ire cœpiſſe præcipites, donec ad omnium pene, qui in noſtro corpore ſunt, humorum ſuppreſſiones imminutasve ſecretiones perventum ſit. Ad hæc ingenti aerearum particularum copia, animalium ſpirituum impetu, acredineque (quæ longam abſtinentiam ſequi conſuevit) ex evaneſcentium arteriarum, ad ventriculum, inteſtina, jecur, ſplenem, uterum, peritonæum ſpectantium, arteriis reliqui corporis ob vehementes, in quas jam a morbi usque primordiis continenter aguntur, diſtractiones forſitan laxiorum: ex harum, inquam, arteriarum ſanguine expulſo, inque earum partium ſinus ac cavitates nequaquam reſiſtentes compulſo, univerſum pene ventrem vehementer diſtenſum, & ventriculum ad eam diſtenſionem redactum eſſe, ut motiones ad famem excitandam, retinendos concoquendosque cibos perneceſſarias, jam obire non poſſit. Porro ut ex memoratorum ſpirituum in cor, arterias, thoracis aliarumque partium muſculos influxibus, quam naturaliter eſſe debent, celerioribus, velociores cordis & arteriarum motus, crebram difficilemque reſpirationem, muſculorum tremores, continuasque pene vigilias enatas crediderim: ſic inæquales vehementesque membrorum, quas

(Pag. 523. in margin beside "leges ire cœpiſſe præcipites")

Digitized by Google

quas una cum temporariis mentis commotionibus Ægram non ſemel hoc in morbo excepiſſe, ante retuli, agitationes ex diſſimilibus præcipitibusque illorum ipſorum ſpirituum motibus exortas eſſe, exiſtimarim. Sed illud potiſſimum objici mihi videor, qui fieri queat, ut juvenis hæc tam diu ſine ullo omnino alimento vixerit, & ſolo liquoris, de quo ſupra memoratum eſt, potu vitam tot menſes traxerit, ac etiamnum conſervet. Quibus pro ingenii mei modulo reſpondeo; eam non multo ſecus ac viperas, in vitreis vaſculis, vere, æſtate atque autumno incluſas, ſeu potius terreſtres cochleas, partem autumni totamque hyemem in teſtaceis operculis ſine omni plane eſca viventes vitam trahere, veriſimillimum eſſe. Namque & continuo jacet in lectulo, & viſibilium humorum pene nihil excernit. Emanare vero exigua corpuſcula tum per inviſibilia cutis foramina, tum per os ex pulmonibus, ut omnino negare non auſim, ſic eorum corpuſculorum, ſpeciem vaporum habentium, haud multum admodum hoc in morbo extra corpus ferri, ex ſummæ tabis & ſudoris in univerſa ferme cute abſentia maxime probabile cenſeo. Quandoquidem itaque jacens haud inſigniter extenuatur, paulalum admodum movetur, & viſibilium quidem fluidorum fere nihil, inviſibilium vero pauxillum reddit, manifeſtum eſt, nec ſanguinem, nec humores maximopere abſumi: ac propterea ex villis, membranas, nervos, ſanguinis aliorumque liquorum ductus muſculosque conſtituentibus, mobilium particularum parum exhalare, atque per aera diſpergi. Atqui aſſumendi cibi neceſſitas in univerſis animantium generibus ex villorum, memoratas partes compingentium, continua inanitione, notabilive continuo decedentium particularum naturales operationes, ſive animales motus ſubſequi ſolita excretione dependet, Juvenem ergo, de qua hactenus retuli, in qua fortaſſe oleaginei quoque humoris in ſebaceis univerſæ cutis glandulis, Celeberrimo animadvertente Morgagno, ſeparari ſoliti aucta præter naturam craſſities inſenſibilem (quemadmodum Medici loquuntur) tranſpirationem inſigniter minuit, & jejunium ſeptem amplius menſes ſuſtuliſſe, & pauco fluido alimento etiamnum ſuſtineri, ſine aliquo commento prodigii ediſſeri poteſt.

Act. Erud. An. 1726. M. Nov.

Pag. 524.

Ratione haud multum admodum diſſimili, quemadmodum Præſtantiſſima Virgo ex Patritia gente Foſcarena, Patavii impræſentiarum in cœnobio D. Marci commorans, per triennium ferme (quod a Viris Ampliſſimis ejus Conſanguineis accepi) tulerit abſtinentiam: aliæque Virgines, quæ referentibus Fr Citeſio eruditiſſimoque Fortunio Liceto, plures annos nihil plane aſſumpſere, vitam traxerint, per rationes mechanicis ſimiles exponi,

Digitized by Google

Act. Erud. An. 1726. M. Nov. poni, nedum enodate explicari poſse complurium dierum menſiumve abſtinentiæ, a Joſ. Quercetano, R. Dodonæo, Valeſio Tarantano, Henrico Sampſonio aliisque obſervatæ, cauſas mihi videtur.

Ex propoſita hiſtoria, aliisque conſimilibus, a modo allegatis Rei Medicæ Scriptoribus perſcriptis, primum omnium conſtat: haud eſſe fabulam, homines interdum, mulieresque præſertim, quas uterus diutius male habet, a cujusque generis cibis & potionibus vi adverſæ valetudinis abſtinentes, non duos tantummodo, tres, pluresve dies, quemadmodum credebat Hippocrates
Pag. 525. Lib. de flatibus, verum etiam complures menſes, annosque vitam ducere poſſe. Ex hoc illud deinde colligitur, noſtræ Ægræ corpus (mirum dictu) pro ratione longitudinis abſtinentiæ haudquaquam eſſe extenuatum: ſecus ac in Puellis a Citeſio, Quercetano, & Sampſonio in Ephem. A. N. C. Decur. I. An. III, & a Fort. Liceto in libr. de iis, qui diu vivunt ſine alimento, productis, in quibus flacceſcens abdomen cum areſcentibus incluſis viſceribus longiſſimo jejunio extenuatum & ad ſpinam collapſum obſervabatur. Veruntamen de Virgine quadam Patavina, noſtræ, quod ad abſtinentiæ tempus aliaque morbi ſymptomata ſpectat, haud multum admodum diſſimili, ex Alexandro Vigontia Medico narrans ante laudatus Licetus, nequaquam eam tabidam, ſed vivido colore præditam extitiſſe, ait.

EXCER-

Digitized by Google

# EXCERPTA
## EX ACTIS ERUDITORUM
## LIPSIENSIBUS
### ANNI 1727.

## OBSERVATIO PARELII SINGULARIS

Facta die 28 Auguſti 1722 Germendorffii prope Berolinum

*A GEORG. WILH. WEGNERO, Paſtore ejus loci.*

LEcta nuper in Actis Eruditorum Cel. Verdrieſii duorum pareliorum obſervatio in mentem mihi revocavit phænomenon ſingulare, quod parelium etiam dixeris, quamvis a pareliis hactenus obſervatis plurimum differat. Act. Erud. An. 1727. M. Jan. Pag. 38.

Dies 28 Auguſti A. 1722 erat pro ratione temporis calidus, cœlum ſerenum & nubeculis quibusdam albidis interſperſum. Ventus flabat Borapeliotes. Hora circiter quinta veſpertina atra quædam nubes (quæ in figura lit. A ſignata eſt) ab occidente oriebatur, quæ ſe tamen magis ſeptentrionem quam auſtrum verſus extendebat, & auſtrum verſus in longam ſed tenuem li- Tab. I. Fig. 1.

neam B deſinebat, quæ etiam atri erat coloris. Hæc atra nubes tandem Solem jam inclinantem obtegebat. In via eram, & ab oriente verſus occidentem domum properabam. Circa horam ſextam tertia fere poſt quintam quadrante prope tenuem lineam atræ nubis B conſpiciebatur alia nubes coloris albi C, quæ movebatur a Borea verſus Africum, dum atra nubes ſtare & quieſcere videbatur. In hac alba nube C imaginem Solis conſpiciebam, ipſo Sole ab atra nube tecto. Motus autem albæ nubis erat celerrimus, & antequam imago Solis in ea evaneſcebat, jam ultra atram lineam proceſſerat, & quidem ita, ut curſus ejus eſſet ſupra atram lineam; quod exinde facile colligebam, quia imago Solis in nube ab inferiori atra nube ſenſim tegebatur, & ſenſim iterum apparebat. Imago Solis D erat rotunda, ſed ipſum Solem magnitudine præter propter ſuperabat dimidia. Colorata erat inſtar iridis.

Circumferentia exterior rubrum colorem oſtendebat, quem flavus excipiebat, ceteri colores interiores haud facile dignoſcebantur, quamvis a flavo diſtincti erant. Nubes alba C, cujus figura equidem irregularis antea erat, ſicut in ſchemate deſcripta eſt, ſenſim ſe dilatabat verſus Boream & Africum & tenuior evadebat, donec formam lineæ cujusdam aliquam latitudinem habentis indueret, vid. lit. E. Pro mutatione nubeculæ imago etiam Solis mutabatur. Figura rotunda mutabatur in Ellipticam, cujus axis brevior ſemper magis magisque decreſcebat, longior autem augebatur, donec etiam in lineam deſinebat, quæ tamen ab ipſa nube per aliquales colores adhuc di-
Pag. 39. ſtingui poterat. Nubecula alba in alias multas minores diſperſa, imago etiam Solis diſparuit, poſtquam phænomenon per horæ circiter quadrantem obſervaveram. Atra nubes A, quæ pluviam minari videbatur, circa veſperam demum etiam diſperſa eſt. Elevatio ejus maxima ſupra horizontem hora ſexta erat 20. grad. Circuli Horizontalis. Coronarum & arcuum, quæ alias conſpiciuntur, nulla mihi apparuere veſtigia, quamvis anxie quæſita: ſed & apparere non potuiſſe, deinceps facile colligebam, quia conditio aeris & circumſtantiarum id non ferebat.

PHI-

Digitized by Google

Act. Erud. An. 1727. M. Febr. Pag. 78.

# PHILOSOPHIÆ NATURALIS

## Principia Mathematica,

## Auctore ISAACO NEWTONO,

## *Eq. Aur. Editio tertia aucta & emendata.*

*Londini, apud Guil. & Joh. Innys*, 1726, 4, *chart. aug. Alph.* 3 *plag.* 2.

DE nova hac editione operis ſine pari, quam curavit *Henricus Pemberton* M. D. Vir, ipſo *Newtono* judice, harum rerum peritiſſimus, ita præfatur Illuſtris Autor: *Nonnulla*, inquit, *in Libro ſecundo de reſiſtentia mediorum paulo fuſius explicantur quam antea, & adduntur experimenta nova de reſiſtentia gravium, quæ cadunt in aere. In Libro tertio argumentum, quo lunam in orbe ſuo per gravitatem retineri probatur, paulo fuſius exponitur, & novæ adduntur obſervationes de proportione diametrorum Jovis ad invicem a* D. Poundio *factæ. Adduntur etiam obſervationes aliquot Cometæ illius, qui anno* 1680 *apparuit, a* D. Kirchio *menſe Novembri in Germania habitæ, quæ nuper ad manus noſtras venerunt & quarum ope conſtat, quam prope orbes parabolici motibus Cometarum reſpondent. Et orbita Cometæ illius, computante* Hallejo, *paulo accuratius determinatur quam antea, idque in ellipſi. Et oſtenditur, Cometam in hac orbita elliptica per novem cœlorum ſigna non minus accurate curſum peregiſſe, quam ſolent planetæ in orbitis ellipticis per aſtronomiam definitis moveri. Orbis etiam Cometæ, qui anno* 1723 *apparuit, a* D. Bradlejo *Aſtronomiæ apud* Oxonienſes *Profeſſore computatus, adjicitur*. Quoniam ſingula, quæ a *Newtono* veniunt, attentionem eruditorum primi ordinis merentur; noſtrarum partium eſſe exiſtimavimus tertiæ quoque editionis memoriam conſervare in his Actis, uti de prima ſatis dictum ſit in Actis A. 1688 p. 25 ſeqq. & de ſecunda in Actis A. 1714 p. 225 & ſeqq. quæ in Batavia recuſa fuit una cum Viri ſummi Analyſi per quantitatum ſeries, fluxiones ac differentias, quam a *Gulielmo Jonesio* in lucem publicam protractam commendavimus in Actis A. 1712 p. 81 & ſeqq. Monet Vir perſpicaciſſimus, reſiſtentiam corporum ſphæricorum in

 flui-

Digitized by Google

Act. Erud. An. 1727. M. Febr. Pag. 74.

fluidis oriri partim ex tenacitate, partim ex frictione, partim ex denſitate medii: illam, quæ oritur ex medii denſitate, eſſe in duplicata ratione celeritatis, alteram, quæ oritur ex tenacitate fluidi, eſſe ut momentum temporis. Quamobrem cum ipſe tantummodo prioris reſiſtentiæ ex medii denſitate ortæ rationem habuerit, aliis, quibus ulterius progredi libuerit ad motum corporum, quibus reſiſtitur partim vi uniformi ſeu in ratione momentorum temporis, & partim in ratione duplicata velocitatis, immo ad motum quoque corporum, quibus reſiſtitur partim uniformiter, partim in ratione velocitatis, & partim in ratione duplicata velocitatis, propoſitiones indicat, per quas aditum ad hanc ſpeculationem patefecit, & quomodo iisdem ſit utendum ad iſtum ſcopum, innuit. Experimenta nova de reſiſtentia gravium, quæ cadunt in aere, A. 1719 menſe Julio Cel. *Deſagulierius* cepit, formando veſicas porcorum in orbem ſphæricum ope ſphæræ ligneæ concavæ ambientis, quam madefactæ implere cogebantur inflando aerem, & arefactas demittendo ab altiore loco in templi S. Pauli turri rotunda fornicata, nempe ab altitudine pedum 272, globo plumbeo duarum circiter librarum Romanarum una demiſſo & aliis in ſuprema parte templi tempora tota cadendi, aliis in terra differentiam temporum inter caſum globi plumbei & caſum veſicæ pendulorum ad dimidia minuta ſecunda oſcillantium ope notantibus. Globus plumbeus cadebat tempore minutorum ſecundorum quatuor cum quadrante. Tempora, quibus veſicæ quinque poſt caſum globi plumbei prima vice ceciderunt, erant $14\frac{3}{4}$, $12\frac{3}{4}$, $14\frac{5}{8}$, $17\frac{3}{4}$, $16\frac{7}{8}$ ſer. ſec. & ſecunda vice $14\frac{1}{2}$, $14\frac{1}{4}$, 14, 19 & $16\frac{3}{4}$. Tempora autem in ſummitate templi notata erant prima vice $19\frac{3}{8}$, $17\frac{1}{4}$, $18\frac{3}{4}$, $22\frac{1}{8}$ & $21\frac{5}{8}$, & ſecunda vice 19, $18\frac{3}{8}$, $18\frac{3}{8}$, 24 & $21\frac{1}{4}$ ſer. ſec. Veſicæ non ſemper recta cadebant, ſed nonnunquam volitabant & hinc inde oſcillabantur inter cadendum. Cadebant autem rectius veſica ſecunda & quarta prima vice & prima ac tertia ſecunda vice. Veſica quinta rugoſa erat & per rugas ſuas nonnihil retardabatur. Demonſtrat autem Vir ſummus egregium horum experimentorum cum theoria ſua conſenſum. Scholion iſtud, quod *Leibnitium* tangit & cujus in Actis anni 1714 p. 226 mentio fit, nunc omittitur & ejus loco aliud comparet, in quo Autor exhibet excerptum ex epiſtola d. 10 Dec.

Pag. 75.

1672. ad *Collinium* data, quo eidem ſignificavit, ſe habere methodum generalem, quæ ſe citra moleſtum ullum calculum extendat non modo ad ducendum tangentes ad quasvis curvas ſive geometricas, ſive mechanicas, vel quomodocunque rectas

lineas

lineas aliasve curvas reſpicientes, verum etiam ad reſolvendum alia abſtruſiora problemata de curvitatibus, areis, longitudinibus, centris gravitatis curvarum &c. neque ad ſolas reſtringatur æquationes illas, quæ quantitatibus ſurdis ſunt immunes, & ſe hanc methodum intertexuiſſe alteri iſti, quæ æquationum exegeſin inſtituit, reducendo eas ad ſeries infinitas. Regulis ſic dictis philoſophandi quartam adjicit, qua præcipitur, in philoſophia experimentali propoſitiones ex phænomenis per inductionem collectas, non obſtantibus contrariis hypotheſibus, pro veris aut accurate, aut quam proxime haberi debere, donec alia occurrerint phænomena, per quæ aut accuratiores reddantur, aut exceptionibus obnoxiæ, addita ratione, ne argumentum inductionis tollatur per hypotheſes. Elongationes ſatellitum Jovis & diametrum ejus Cl. ***Pound*** per micrometra ita determinavit. Elongatio maxima heliocentrica ſatellitis quarti in mediocri Jovis a terra diſtantia eſt 8′ 16″ circiter tertii 4′ 42″; ſecundi 2′ 56″ 47‴; primi 1′ 51″ 6‴. Diameter Jovis micrometro in teleſcopio 123 pedes longo ſæpius capta ſemper minor prodiit quam 40″, nunquam minor quam 38″, ſæpius 39″. Eadem diameter per tranſitum primi Satellitis per corpus Jovis in ejus mediocri a terra diſtantia $37\frac{1}{8}$, per tranſitum tertii $37\frac{1}{4}$ ſec. ex tempore, quo umbra primi per illud tranſiit, 37″ circiter. Elongatio maxima Satellitis quarti Saturnini in teleſcopio *Hugeniano* 123 pedum prodiit ſemidiametrorum $8\frac{7}{10}$; Saturni diameter erat ad diametrum annuli ut 3 ad 7 & diameter annuli d. 28 & 29 Maji 1719 erat 43″, adeoque in mediocri Saturni a terra diſtantia diameter annuli 42″, diameter Saturni 18″. Monet, luce omni erratica rejecta, diametrum Saturni manere haud majorem quam 16″. Pondera corporum in diverſos planetas ex recentiſſimis obſervationibus aliter definit, quam in editione ſecunda, eadem nempe in ſuperficiebus Solis, Jovis, Saturni ac terræ eſſe afferit ut 10000, 943, 529, 435: atque hinc aliæ quoque prodeunt denſitates planetarum, quam in editione altera. Oſtendit, ſi aſcendatur ad altitudinem milliarium ducentorum ſupra terram, aerem ibi rariorem fore quam ad ſuperficiem terræ in ratione 75000000000000 ad 1 circiter, atque hinc concludit, Jovem in medio ejusdem denſitatis tempore annorum 1000000 ex reſiſtentia medii non amittere motus ſui partem decimam centeſimam milleſimam. Ceterum non mirum, quod in ſequentibus quoque propoſitionibus mutationem ſubierint numeri, cum ex antecedentibus deducantur ſequentia. Motum vertiginis Lunæ ſtatuit dierum 27 hor. 7 43′, ac inde deducit libra-



Pag. 76.

Digitized by Google

librationem in longitudinem, libratione in latitudinem a latitudine Lunæ & inclinatione axis ejus ad planum eclipticæ. Monet, *Mercatorem* in Aſtronomia ſua initio anni 1676 edita hanc librationis lunaris theoriam expoſuiſſe ex literis, quas ad ipſum dederit Noſter. Rationes adducit, ob quas Satellites extimi Saturni atque Jovis ſimili motu circa axem ſuum revolvi videantur. Altitudinem terræ ad æquatorem nunc definit 19658600 pedum circiter & ad polos 19573000 pedum. *Poundus* teleſcopio 123 pedum & micrometro A. 1719 diametros Jovis ad invicem deprehendit d. 28 Jan. h. 6 ut 12 ad 11, d. 6 Mart. h. 7 ut $13\frac{1}{4}$ ad $12\frac{3}{4}$, d. 9 Mart. h. 7 ut $12\frac{2}{3}$ ad $11\frac{2}{3}$, d. 9 April. h. 9 ut $14\frac{1}{2}$ ad $13\frac{1}{2}$. Pondera quoque corporum in terræ regionibus diverſis una cum quantitate gradus unius in Meridiano nunc paulo aliter determinat. Motum nodorum *J. Machin* Aſtron. Prof. Gresham. & *Henr. Pemberton* M. D. ſeorſim invenere alia ratione, quam *Newtonus*. Chartas prioris Principiis ſuis inſeruit, concordes cum chartis alterius. Numeri in theoria Lunæ ſubinde quoque ſubierunt aliquam mutationem. Motus Cometæ annorum 1680 & 1681 a *Flamſtedio* obſervatus, ex obſervationibus *Flamſtedianis* correctus, ab *Hallejo* ſiſtitur. Mittimus ea, quæ jam ſupra ipſis *Newtoni* verbis commemoravimus. Ceterum hæc editio anterioribus palmam præripit, non modo ob nitorem typorum & figurarum, verum etiam quod præter novas acceſſiones cum contextus, tum figuræ paſſim expertæ fuerint limam. Præfigitur quoque eidem effigies elegans Senis venerandi & tam eminentibus in Rempub. literariam meritis illuſtris.

JOAN-

Digitized by Google

Act. Erud. An. 1727. M. Martii. Pag. 136.

## JOANNIS CHRISTOPHORI HARENBERGI R. G.

### *Obſervationes quædam Phyſicæ de Generatione lapidum figuratorum.*

### §. I.

SI varietatem lapidum intuemur, merito admiramur vaſtiſſi-
mum Dei conditoris intellectum ac ſapientiam, nam nume-
rum fere omnem ſuperant & nunquam non ſignis ſat evidentibus
inter ſeſe differunt, adeo ut ob imminutionem in tantillas & tam
innumerabiles particulas, quæ tamen prima ipſorum elementa
nondum conſtituunt, totidem quaſi mundos & pulcritudinis di-
vinæ luculentiſſima veſtigia præbeant. Ante ætatem noſtram eru-
diti de quibusvis lapidibus non adeo fuere ſoliciti. Tandem vero
Scheuchzeri, Roſini, Bruggemanni, Schroteri aliique prima Li-
thologias lineamenta duxerunt. De eo inter omnes conſtat, la-
pides alios eſſe informes, alios formam vel exprimentes vel æ-
mulantes. Informes illi, exceptis ſilice & maximis aeri expoſitis
petris, hodieque ex maſſa argilloſa, limoſave pultiformi, adju-
vante aqua & lento igne concreſcunt, eorumque geneſin induſtria
humana in fabricandis tegulis æmulatur. Lapis ſpecularis, *Ma-
rienglas*, *Fraueneis*, de quo Lipſius ac Harduinus dubitant, an
hodie notus ſit, noſtra quoque ætate creſcit & lento calore ple-
nius lucidiusque elaboratur intra terræ cavernas. Eſt in vicinia
mea pagus *Ericbshauſen*, circiter mille paſſus ad meridiem diſtans,
infra quem in colle quodam fodina lapidis ſpecularis reperitur. Pag. 137.
Reperi ipſemet inibi lapides ſpeculares albos & repercuſſu lucis
ſplendidos, in tenuiſſimas laminas fiſſiles, atque omnino ei de-
ſcriptioni reſpondentes, quam Strabo, Plinius, Matthias Sylvati-
cus, Seneca, Olearius aliique tradiderunt. Præcipue memoratu
dignum mihi viſum eſt, quod in cavernæ remotiſſimo receſſu
materiam illam ſpecularem tam tenuem, furvi coloris, deprehen-
di, ut compreſſu digitorum dividere ac friare eam potuerim. Ad
ora collis valida bipenni lapidum quorundam moles curavi ex-
ſcindendas, eosque, qui introrſum poſiti erant, minus lucentes
magisque furvos eſſe animadverti. Anno tandem interjecto eo-
dem redii, & eosdem furvos, ſigno a me notatos, candicantes &
ſplendidos vidi. Ubi vero ex materia illa, quæ friari poterat,
partem in conclavi tepido poſui, eam ſenſim dureſcere & colo-

rem

Digitized by Google

rem illum minus furvum induere obſervavi, ut adeo de generatione lapidum ſpecularium nullum ſupereſſe dubium videatur. Ad pagum comitatus Winzenburgenſis *Memerhauſen*, qui hinc (a *Gandersheim*) 4000 paſſus ad occaſum ſitus eſt, præclari inveniuntur lapides ſpeculares, collisque eis obſitus ſatis eſt magnus. Jam diu eſt, quum Vir generoſus *de Konig* gypſum inde format, id ipſum affirmans, lapidem illum ſenſim generari. In lapide, unde calcem coquunt, eandem fieri formationem ac indurationem, ſatis in propatulo eſt. Nam ſunt putei & fontes, qui reddunt aquas, in quibus igne excoctis inferius particulæ cinericeæ ac albicantes ſubſidunt, quæ invicem impoſitæ & copioſius aggregatæ in conclavi tepido ſenſim in grumos concreſcunt, quibus multum calcis, parum nitri ineſt. Vidi inter Walkenridum ad Nord-huſam & oppidulum *die Saxe*, haud procul a ruderibus arcis priſcæ *Sachſenſtein*, multos fornices minores ac majores, continenter ſibi appoſitos, ex lapide calcis arcuatos, qui ibi frequentiſſimus eſt. Siquid ego judicando adſequi valeo, igni ſubterraneo ac terræ motu fornices illi in ſublime expulſi ſunt, ita ut alicubi fornix in ſublimi medius diſruptus appareat, alibi vero alter ſemicirculus in humum relapſus ſit. Niſi lapides illi effectum iſtum adjuviſſent, alibi quoque in viciniæ ſolo alius naturæ idem caſus appareret, id quod tamen ſecus apparet. Quare indubie lapides illi largiter humectati, condenſatione aeris ignem illis inſitum nimis coarctante, ignem excitarunt quendam ſubterraneum, unde elater aeris auctus cruſtam ſuperiorem levavit ac diſrupit, ſolumque ipſum, mutuo fulcro & obſtaculo renitente, in fornicum modum conſtitiſſe videtur. Incolæ vocant *Zwerchlöcher*, *antra nanorum*, uti quidem explicant. Mihi tamen ſit veri-
Pag. 138. ſimile, ſubeſſe æquivocationem, ſiquidem Germanis *Zwerch* ſeu *Zwerg* notat & *nanum* & *transverſum*.

§. II. De lapidum figuratorum generatione dicturus, nil, niſi quod ipſe vidi, teneo & examinavi, proferam, tanta quidem fide, quanta a quoquam expeti poteſt. Nec dubito, fore multos, qui & eadem & plura in poſterum obſervaturi ſint, ne dicam, fortaſſis eſſe nonullos, qui hiſce conſentanea dudum deprehenderunt. Nam multæ mortalium obſervationes pereunt, ob vilitatem obſervatoris, qui ſua pro more litteratis conſueto cum aliis communicare non poteſt, vel ipſe ea negligit, quæ obſervavit, quia inde nullam utilitatem redundantem perſpicit. At quum nulla veritas eſt inutilis in ſeſe, ſiquidem Deus ejus fons eſt & origo, lithologia uſu ſuo non eſt privanda. Is uſus huc usque pleriſque viſus eſt eſſe palmarius, quod ita copioſiſſimis documentis univerſalitatem & veritatem diluvii Noachitici compro-

probare poſſent. At niſi e divinioribus litteris illam veritatem antea habuiſſent cognitam, nunquam ex figuratis lapidibus *unicam*, & *univerſalem* eluvionem terræ collegiſſent. Nam qui commentitias exuſtiones & eluviones Stoicorum, theoriam quorundam Aſtronomorum Anglicorum de tellure, vel ſententiam de diluvio non univerſali amplectuntur, illi demonſtrationem illam pro ſolida reputare nequeunt. Ego quidem, quin diluvium Noachiticum fuerit univerſale, nullus dubito. At præterea nullas alias particulares eluviones, terrarum diſruptiones, abraſiones, & alluviones exſtitiſſe, infitiari non audeo. Viget diluvium Noachiticum ſua veritate, licet nulla præterea ex lapidibus terræ acceſſerit comprobatio. Nam non eſt committendum, ut ex eis, quæ in utramque partem diſputari queunt, vel longe ſecus, ac fingitur, ſeſe habent, firma pro veritate divina petantur præſidia. Mihi certe nunquam probabile viſum eſt, omnes figuratos lapides eſſe diluvii Noachitici reliquias, licet me nunquam viris doctiſſimis æquiparaverim, ſed tenuiter ſatis de mea imbecillitate ſentiam. Nam veriſimile mihi apparuit, ſapientiam Dei præcipue ex mutationibus terræ exſplendeſcere, qui optime humanam fragilitatem habet cognitam, intime gnarus, quotidiana, licet maxima & potentiſſima, niſi nova ſcenæ varietas acceſſerit, exiſtant, ſenſim in animis hominum evileſcere. Eandem ſapientiam divinam in variis ſcenæ variegandæ adminiculis ſupra terram tantum non quotidie deprehendimus. Humanum genus quotidie novas recipit proles, & recens nati defunctorum ſupplent vicem. In animalium, arborum & fruticum genere, immo in ipſa maris abyſſo, patercam Deus voluit negotioſam & ad varietates & novitates tendentem. Undenam igitur in ipſo regno minerali exularent generationes & formationes novæ, in ipſis lapidibus figuratis? Quis enim ignorat, margaritas, ſpongiam, & lapidem ſpongiæ ac alia hodieque generari? Appuli igitur animum ad lapides figuratos, ac in multis, quod ita eſſe ſuſpicabar, generationem hodieque ſolitam ſatis ſuperque obſervavi.

§. III. Præcipue id mihi curæ fuit, ut ejuſmodi ſigna animo præciperem, quæ nonniſi generationem illam deſignare poterant. Quare ita mecum ſtatui, illud omne generari, quod in matrice ſua informe adhuc, puſillum, molliſſimum & facile in quasvis particulas dividuum deprehenditur, cinctum in vicinia ejuſdem generis lapidibus cujusque magnitudinis, aliis aliqua parte nondum ſatis evolutis, aliis ad perfectiorem ſpeciem, quamvis molles adhuc & conteri non neſcii eidem ſint, pergentibus, ſat induratis & cohærentibus. Certius illud ipſum fore putavi, ſi mi-

Act.Erud. An. 1727. M.Martii.

Pag. 139.

Act. Erud. An. 1727. M. Junii.

ſi minimos ejusmodi lapillos ſuæ matrici adhuc incluſos in loco natali vel alibi poſitos obſervarem grandeſcere ſenſim, ac pleniorem longitudinem ac craſſitudinem induere. Hoc enim judicium *intuitivo* par eſſe ſuccurrebat. Tertium facile prævidi, me ægre tam fortunatum fore, ut multos ejusmodi lapides in matrice ſua inſertos & puellos vel puſiones adhuc teneros animadverterem: judicavi igitur, ineſſe aliquid poſſe figuræ, unde elucceret, an lapidis ejusmodi, an terræ circumſtantis durities fuiſſet prior. Quidquid igitur fuit ante diluvium Noachiticum corpus durum, oſſeum, corneum & firmiter compactum, illud ipſum a circumſtante ſolo limoſo ac molli nequit diſtorqueri, dimidiari, imminui vel in figuram anomalam componi. At contra, ubi trochitæ, conchitæ, trochlitæ aliique in terra molliori latent, ſimulque ſunt diſtorti, heic vel illic a figura ſua dejecti, mutilati, fractique, adeo ut ipſi terræ circumſtanti figuram cavitatis omnino impreſſiſſe ſentiantur, omnino tum innoteſcit, corpus lapidis ipſum continere ejus viciſſitudinis rationem. Quartum addidi ſignum, videlicet inde depromtum, ut obſervare intenderem, an lapis lapidem ita tranſiret & perforaret, ut nonniſi ita creviſſe intelligeretur. Erat animus ad lapidum diſſolutionem ac abraſiones ex attritu ſolitas obſervare, &, ubi de generatione conſtaret, in ſtamina prima ac ſemina eorum inquirere.

§. IV. Cornuum Ammonis heic circa Gandeſiam mira eſt copia, at non unius generis. Species ad minimum triginta intra biennium collegi, pluresque ſupereſſe nondum mihi viſas, haud invitus credo. Ex una tamen certæ ſpeciei geneſi proventus re-

Pag. 140.

liquorum & origo pateſcit. Incidi igitur, ab alio monitus rei ipſius ejusque ſtudii imperito, in rivum, qui ab ortu Solis ad occaſum ſeptentrionalem e monte ſatis alto citra præfecturam *Wiezenburg*, ad 4000 admodum paſſus a me diſtantem, per varios anfractus labitur. Unda ejus cornua Ammonis, belemnitas, cochlitas, elaitas (*Olivenſteine*,) lignum petrificatum & lapides rotunde longos pertuſos propellit. Examinavi eam ipſam, cum fere exſiccatus eſſet amnis æſtivo tempore, ad lancem pharmaceuticam & cubum ex lamellis metallicis compoſitum, graviorемque deprehendi, quam fluentes alias aquas. Cauſſa gravitatis indubie variat pro multitudine aquarum, ſiquidem ferri particulæ inſunt aquæ, qua ideo fabri ferrarii pro durando ferro libentius utuntur. Inveni inibi globos terreos ſatis duros, qui, lapidibus aliis confracti, ferri venas oſtenderunt. Cornua quoque Ammonis recens ibi nata plerumque in cruſta extima ſplendent in modum orichalci, at materia illa eis tam tenuis inhæret, ut facillime poſſit abradi, nec in majoribus durioribusque cornibus deprehendatur.

Digitized by Google

tur. Reperi in undis ipſis partem ligni, quæ ſecuris impulſu ex arbore decidit, uti aſpectus cuivis facile prodit, ſatis gravem, in qua pori expleti ſunt materia ejusmodi ſplendente ferrea, in ſignum ſatis certum, gravitatem illam & cum lapide ſimilitudinem ortam eſſe ex particulis ſucci cujuſdam Martialis ac ferrei. Cum hinc & inde ripam, gurgitem, vada, arenas pertentarem, in ripa & alicubi in ipſo aquæ fundo inveni maſſam molliorem, cœruleam, ac pinguem, horizontaliter multo magis fiſſilem, ubi aliquanto tenacior ac lentior erat, quam ad verticem ac perpendiculum. Inibi inveni mirificam ſegetem illorum cornuum cujusque ætatis & molis. Nonnulla nonniſi curatiſſimo obtutu vel appoſito microſcopio videri poterant. Omnia in molli ſolo ſunt mire mollia, & ſua ſponte ſæpius in multa fragmina conlabuntur. Extrinſecus albicant, isque color ſignum eſt, cornu adeſſe minutiſſimum, ſi præter albicans ejusmodi punctum nil videris. In maſſa digitum longa & lata ſæpius triginta cornua minima inſunt. Inveni ibidem maſſam duram ſubrubicundam vix digito æquantem, minorisque craſſitiei, in qua quatuordecim matrices cornuum ejusmodi & ultra decem cornua eminent, ac indubie alia incluſa tenentur. Eminet in eadem maſſa conchites cœruleus valde exiguus, ſatis tamen conſpicuus, adhærens reliquis figuris. Sunt mihi etiam cornua, quorum alterum per alterius medium vel partem transadactum eſt, manifeſtiſſimo indicio, cornua illa generari. Selegi eadem mente locum in ripa, eumque probe pertentavi, diametros ſingulorum cornuum exiguorum determinatas inſcripſi ſecundum ordinem ſitus chartæ, ac deinde eum poſt trimeſtre ſpatium reviſens diametros inveni majores, ut quisque animadvertere idem poſſet. Minima quoque ac molliſſima cornua aperui, ac in non uno, ſed multis obſervavi eandem ſoli cœruleam ac pinguem materiam, qua ripa conſtat, quibus illa ſcindendi veſtigia deerant, ſimulque animadvertere erat pronum, cornua, quo magis ad centrum in arctum coeant, nondum eſſe facta & expleta, ſi fuerint minima, ideoque ad centrum abeſſe gyri figuram & curatiorem evolutionem. Quo vero majora ſunt illa cornua, eo elaboratiora ad centrum apparent. Sunt multa maxime exigua, in quibus partes illæ centro contiguæ adhuc deſunt. Maſſæ partem ſatis magnam aliquando afferendam curavi, eamque incluſi vitro arctæ cervicis obturato, immiſta aquæ Martiæ particula, ex ratione paullo ante allata, uti incrementum coram intuerer. Nec illa ſpes me vano ſucceſſu eluſit, ſed ita contigit eventus, uti illum antea ſuſpicatus eram, & quidem intra quatuor menſes. Operæ quoque pretium illud addidiſſe fuerit, aquam nive ſoluta exuberantem ripam pulſare multasque

Act. Erud. An. 1727. M. Martii.

Pag. 141.

Act. Erud. An. 1727. M. Martii. dimovere cornuum particulas a reliquo corpore, ſiquidem pleraque in ſua matrice conſtituta tam ſunt mollia & diſſipationi prona, ut ægre aliquod retineas integrum. Hæc eſt cauſa, cur multa cornuum vulgo inveniantur fragmenta. Mirabile viſu eſt, *ſenes* horum lapidum juncturas ſenſim arcuatas laxare, uti ſpinam dorſi & inde divergentes utrinque coſtas facile pervidere poſſis. Multa quoque cornua guttis pluvialibus excavata & partim laxata teneo. Multa heic quoque in agris & fodinis terræ profundiſſimis inveniuntur, quæ multis olim revolutionibus fuere admodum lævigata, licet ſint duriſſima. Malim heic corollarium meum diſſimulare, quam ea proferre, quæ nonnullis non probantur. Præſtat enim alicubi ſilere quam ſuperſtitioni anſam criminandi præbere. Sufficit in præſens, generationem & interitum cornuum Ammonis ſatis fuiſſe evictam. Poſthac plenius in ſtamen & ſemen ipſum inquiram, ubi beneficio valentiorum microſcopii exquiſitiſſimi uſu fuero inſtructus. Gradus incrementi & compoſitionis rationem magna ex parte jam perquiſivi, ſed ea quidem longiora & pluribus obſervationibus elimanda ſunt.

§. V. Ea vero cornua, quæ circa Gandeſiam inveniuntur, præcipue juxta cœnobium Brunshauſen, pagos Gremsheim & Alten Gandersheim ſunt triplo majora, coloris plerumque candidi, nullis punctulis in lateribus conſpicua eminentibus, qualia in multis Winzenburgenſibus, non tamen omnibus, deprehendo: nullis ramentis ferreis in extimo inſignia: nec tam elatis & arctis ſtriis eximia. Facile igitur patet, longe aliam horum eſſe ſedem, quam tamen, ſtudioſiſſime ſciſcitatus, detegere non potui. Pag. 142. Inducor etiam facile, ut ſuſpicer, quia cornua illa albicantia maxima per multa heic milliaria ſparſim inveniuntur eluvionem quandam majorem in cauſa ejus diſperſionis eſſe ponendam, ſiquidem abraſiones antea dictæ idem ſatis oſtendunt. Proxime cornua omnia, quæ collegit SERENISSIMA ABBATISSA, PRINCEPS MEA CLEMENTISSIMA, & quæ ipſemet in promtu habeo, in certas claſſes referam.

§. VI. In eisdem aquis Winzenburgenſibus inveni concham inter cornua enatam, uti facile patet; nam alias quoque, quæ facile ſtilo in partes ſubtiliſſimas ſolvuntur ex eodem ſolo pingui fiſſili cœruleo reperi. Eſt locus ad Hildeſiam dictus pagus Monachorum, ſeu potius *Monachorum campus*, haud procul a Pontificio Hanoveranæ jurisdictionis cœnobio *Marienrode*, ubi ſolum eſt ex limo flavo & arenis mixtis concoloribus compoſitum. Inibi inveniuntur pulcherrimæ conchæ & ſtriatæ & læves, ſimplices & quoque duarum valvarum, quaſi concha conchæ coi-

tus

tus cauſa inſideret. Habeo nonullas illarum, in quibus concha concham ſecat & per mediam tranſit, aliasque, quibus obſtans lapillus plenius incrementum & viam evolutionis denegavit, ut inde plane appareant irregulares. Aliquas ſolvi ſpiritu acriori in ſolum illud flavum, unde conſtant, certiſſimo indicio, conchas illas fuiſſe natas ex illo ſolo. Idem claro obtutu in lævibus conchis patet cuivis. Ad cœnobium Brunshauſen in lapidicinis obviæ ſunt ſimiles, ſed cinericii & albentis coloris pro ſimilitudine ſoli, quarum multæ ob impedimentum ſaxi appoſiti ſunt admodum irregulares & ſtriis vel extremitatibus alicubi coarctatis. Molles igitur fuerunt, nec tam duræ, ut lapis oppoſitus, ſimulque, eas fuiſſe generatas, apparet. Os in minimis illis conchis pars prima eſt, quæ clare apparet, ceteræ vero partes alicubi apparent imperfectæ, mutilæ & mancæ. Caput igitur ibi eſt punctum ſaliens, uti in cornibus Ammonis pars extrema. Act. Erud. An. 1727. M. Martii.

§. VII. Ita quoque ſtellæ marinæ ad ripas fluvii Leinæ procreſcunt, uti ex eisdem indiciis colligo. Cochlitæ vero in buxi inferiori puncto creſcere incipiunt. Partem limi flavi in examen hujus rei curate perſpexi, & in eo, qualis ad Gandeſiam obvius eſt, multos cochlitas deprehendi cujusque magnitudinis trium generum, exiguis nudum oculum fugientibus. Nonniſi in limi parte extima & Solis calori expoſita proveniunt. Quare partem in eo loco exteriorem removi, ubi cochlitæ nulli apparebant, & elapſis duobus menſibus punctula alba prodierunt, quæ ſenſim facta ſunt majora. Alios cochlitas cinericii coloris, ubi adhuc erant molles, reſolvi in ſoli, quod eos habet, particulas & colorem. Cochleæ lane vivæ domicilium ſibi non formant, ſed ejus involutio in ovi teſta jam latet, in qua ea pars, quæ dein aperitur, ſenſim in excluſione concidit, extremitas vero quædam ſenſim apparet pro fundo ac centro domicilii, quod quotannis duabus ſtriis ex lento humore cutis beſtiæ confirmato prolongatur, uti ſuperiori æſtate obſervavi. Sapientia Dei clariorem omnino in nobis ſpargeret lucem, ſi in his protrahendis & obſervandis eſſemus diligentiores. Pag. 143.

§. VIII. Belemnitæ & elaitæ creſcunt quoque in aqua Winzenburgenſi illa ex eodem cœruleo ſolo, eosque tam molles deprehendi in ejus ripa, ut præter figuram nil intereſſet. Belemnitæ Brunshuſani non ſunt cœrulei, ſed gilvi ex furvo & ſplendido aliquid trahentes. Sunt mihi, in quibus novus & junior in medio jacet belemnita, ut inde facile colligam, belemnitam alterum generari in altero. Alicubi confricti odorem exhalant & contuſi præbentur vaccis contra morbum, quem vocant *den Alp*, unde etiam *Alpeſteine* dicuntur. Si Brunshuſanis applica-

tur

Digitized by Google

Act.Erud. An. 1727. M.Martii. tur lingua, tum retinetur & adſtringitur, contuſi vero præcipitantis ſunt virtutis, uti in aceto inde mitigato obſervavi. Sunt qui contuſum pulverem febri medicari aſſerunt, quia ſcilicet acorem præcipitant lentum, ſed ejus rei experimentum haud feci.

§. IX. Trochitæ ſuperſunt, quorum in lapicidinis Brunshuſanis mira ſcatet copia. Novam plane de eis theoriam teneo. Nam lilia lapidea tria invenimus, affabre ſtructa, quorum figuram proxime dabo, quorum extremitates exeunt ſuperiori ex parte in trochitas & additas adſtringentes claviculas acutas pro ſolo perforando. Inventionem primi & tertii debemus *VIRO ILLUSTRI, JOANNI ANTONIO KROL DE FREYEN*, quæ mihi anſam ſuppeditavit audacter quærendi, & feliciter illam intortam & alicubi coarctatam inveniendi. Roſinus in Tract. de *Stella marina* vocat *roſam*, quam lilium voco, videturque omnino receptaculum ejus & inſidentes aculeos non animadvertiſſe. In multis trochitis eadem acumina deprehendi. Calore Solis vel terræ accedente trochitæ illi ſolvuntur in confinio rotarum, ſed, ſi fuerint molles, frangi nequeunt, ut rotæ ſeparentur, tam arcte dentes inſerti compaginationi. Multa ſane eorum ſunt genera. Aliquot obſervavi dentes ſolviſſe, ex ea Pag. 144. parte, qua radii Solis inciderant, parte oppoſita firmiter concluſa. Unde vero illa lilia naſcantur, rimari ob paucitatem & duritiem nondum potui. Unum tamen eorum mire a lapide circumſtanti preſſum eſt & in irregularitatem abiit, ut facile arbitrer, olim ea fuiſſe mollia ac diſſipationi non cedentia. Sunt mihi complures lapides figurati, ſed, quia illorum generationem ipſe nec obſervavi nec fingere audeo, de eis heic tacere non inſulſum erit. Id tamen dicendum eſt, in lapidum exteriorum cruſtis enatas eſſe lineas atras, ob pluviam incidentem, quæ arbuſta & arbores repræſentant. Sed omnia ibi pendent a caſu, quem luſum naturæ vocare poſſumus, qui in cauſa eſt, ut radii hoc alioque modo repercutiantur & inde color ille ater prodeat. Spero tamen fore, ut in hæc quoque ſenſim arcana, Optice in ſubſidium vocata, penetrem. Poſt hac dabo plura, ubi animadvertero, alios quoque obſervationes ſuas eſſe additturos & lithologiam adjuturos. Heic enim multa a cujusque patria & domicilio vel itineribus dependent.

Act.Erud. An. 1727. M.Martii.

# DE VETERI LAPIDE PORPHYRIO,

## *Notis Hieroglyphicis decorato.*

EXhibemus Tibi, Lector, porphyrium lapidem duriſſimum, eadem, qua conſtat, forma repræſentatum, qui nunc in manibus eſt Viri illuſtris, *Caſparis Sigismundi a Berbisdorff*, Domini in Kunheyde & Ruckertswvalda, Potentiſſimo Regi Poloniæ & Electori Saxoniæ a Conſiliis Provocationum, & Canonici Numbergenſis. In ejus altera facie, quæ plana, inſculptæ ſunt difficili labore notæ hieroglyphicæ, quas eruditis Antiquariis evolvendas proponimus, in altera, quæ convexa, nihil comparet præter circulos ex ingenio forte additos, ejusdem tamen cum notis illis antiquitatis. Nos de eo nihil addimus, niſi quod notamus, lapidem hunc ante paucos annos in Misnia noſtra, prope ipſam urbem Miſenam, ſub muro veteris monaſterii in pago Seidliz, cavitati cuidam inſertum, probeque conſervatum, fuiſſe inventum. Quodſi quis paulo ſagacior ejus explicationem nobiscum communicaverit, eam Actis noſtris quam primum inſerere haud gravabimur.

Tab. I. Fig. 2. 3.

DANU-

Digitized by Google

Act. Erud. A. 1727. M. Julii. Pag. 289.

# DANUBIUS PANNONICO-MYSICUS,

Obſervationibus Geographicis, Aſtronomicis, Hydrographicis, Hiſtoricis, Phyſicis, perluſtratus,

*Et in SEX TOMOS digeſtus, ab ALOYSIO FERD. COM. MARSILI, Socio Regiarum Societatum Pariſienſis, Londinenſis, Monſpelienſis.*

*Hagæ Com.* apud P. Goſſe, R. Chr. Alberts, P. de Hondt.

*Amſtelod.* apud Herm. Vytwerf & Franc. Changuion.

Ex Typographia & Iconographia Rutg. Chriſt. Alberts, 1726.

In forma maxima, conſt. 407 foliis & 288 tabb. æneis majoribus.

Opus hoc loco exhibemus oppido magnificum atque excellens,
Edit. Act. cujus quidem Prodromum jam in Actis A. 1701 p. 84. recenſuimus; & quamvis ab Illuſtriſs. Autore, propter adverſa fata, quibus jam diu conflictatus, & tantum non oppreſſus eſt, prorſus ex voto perfici atque expoliri minime potuerit, tot tamen ac tam egregias res complectitur, ut univerſo orbi litterato rem factam gratiſſimam eſſe nihil dubitemus, quod tandem eo ſe adduci paſſus eſt Vir ſummus, ut illud e pulvere ac tenebris, in quibus plusquam viginti annos jacuit, extractum publicæ nunc luci exponeret. Cum jam alia ſingularis ejus ingenii & incredibilis ſolertiæ monumenta, quæ maximo cum applauſu ab eruditis ſunt excepta, in Actis noſtris recenſuerimus, longiori in præſentia prooemio facile ſuperſedere, ſtatimque nos accingere ad tradendam laudatiſſimi operis œconomiam licet. Diſtributum illud eſt in *Tomos ſex*; quorum primus *tribus Parti-*
Pag. 290. *bus* abſolvitur, Geographica, Aſtronomica, & Hydrographica. In *parte Geographica* primo quidem Tabulæ ſive Mappæ viginti occurrunt; quarum una totum Danubium, cum fluviis, qui in eum ſe exonerant, complectitur: alia partem integram hujus amnis ſiſtit, quæ inter montem Cætium ſive *Kalenberg*, paullo ſupra Viennam, & inter Jantram fluvium, infra Nicopolim in Bulgaria, interjacet (hanc enim ſibi potiſſimum illuſtrandam

ſumſit

Digitized by Google

ſumſit Excellentiſſimus Comes noſter: ) reliquæ eandem partem, Act. Erud.
in minores tractus diviſam quam diſtinctiſſime exhibent. Succin- An. 1727.
cta deinde addita eſt totius Hungariæ, ejusque originis, provin- M. Julii.
ciarum, limitum, & regiminis deſcriptio, cum Topographia Danubii, in qua de Danubii etymo, de Cætio monte, de regionibus & locis eum inſignioribus tum etiam minus inſignibus, circa partem hujus fluvii commemoratam ſitis, de nationibus denique & inſulis, in tractu iſto reperiundis, accurate diſſeritur. In *Parte Aſtronomica* obſervationes nonnullæ extant altitudinis fixarum & Solis meridianæ, Satellitum Jovis, Mercurii ſolem transeuntis, & phaſium lunarium. Quas cum in lucem proferre Comes illuſtriſſimus identidem dubitaſſet, inter caſtrorum quippe ſtrepitus & militaria incommoda peractas, celeberrimus tamen *Caſſinus* Senior, a quo ſe habitum loco filii commemorat, ipſi conſtanter autor fuit, eas ut haudquaquam aboleret, ſed, etiamſi Danubiale opus typis non committeretur, ſeparatim ederet, eum, quod nunquam conſtet, habitas in Pannonia fuiſſe hujusmodi obſervationes, tum, quod a milite, rebus omnibus ad earum perfectionem neceſſariis deſtituto, tantum expectari nequeat, quantum ab aliis majori commoditate gaudentibus. Rem non ingratam lectoribus nos facturos arbitramur, ſi ipſas obſervationes circa altitudines ſtellarum meridianas exhibeamus.

Et *VIENNÆ* quidem, die 17 April. A. 1696, cœlo ſereno, obſervata eſt altitudo meridiana *Lucidæ in dorſo Leonis* (Bayero δ) 63 g. 58 min. *caudæ Leonis* (Bayero β) 48°,4′: die 20 ejusdem menſis, aere ſereno ſed flatibus irrequieto, altitudo merid. *Lucidæ in dorſo* ♌ 63°, 59′, *caudæ* ♌ 58°,4′: eodem die altitudo merid. minima ſtellæ *Polaris* (Bayero α) 45°, 53′: die 21, cœlo puro, flante Zephyro, altitudo merid. *Lucidæ in dorſo* ♌ 63°, 58′, Pag. 291.
*caudæ* ♌ 58°, 6′, *Polaris* 45°, 53′.

*BUDÆ*, die 27 Maji ejusdem anni, aere diſperſis hinc inde nubeculis maculato, reperta altitudo merid. *ſpicæ virginis* (Bayero α) 33°, 2′; *Arcturi* (Bayero *Bootis* α) 36°, 26′; ſtellæ *Polaris* 45°, 6′. Ibidem, d. 27 Aug. anni commemorati, cœlo ſereniſſimo, altitudo merid. *ultimæ in cauda ſerpentis* (Bayero θ) fuit 46°, 29′; *Lucidæ in cauda Aquilæ* (Bayero ζ) 56°, 4′; *Lucidæ in ſcapulis Aquilæ* (Bayero α) 50°, 43′. Die 28 ejusdem menſis, cœlo iterum ſereno, *ult. in cauda ſerp.* 46°, 28′; *Lucida in cauda aquilæ* 56°, 5′. Die 29, aere etiamnum ſereno, *ult. in cauda ſerp.* 46°, 29′; *Lucid. in cauda Aqu.* 56°, 0′; *Lucid. in ſcap. Aqu.* 50°, 44′.

*BAIÆ*, die 2 Jun. cœlo admodum ſereno, fuit altitudo merid. *Arcturi* 64°, 40′; *Lancis libræ Auſtr.* (Bayero α) 29°, 9′; *Humeri Urſæ min.* (Bayero β) 60°, 44′. Die 6 ejusdem menſis, cœ-

Act.Erud. An. 1727. M. Julii.

lo ſereno, fuit altitudo mer. *Arcturi* 64°, 38′; *Lancis libræ Auſtr.* 29°, 6′; *Humeri Urſæ min.* 60°, 45′.

Ad *CONFLUENTES DANUBII ET DRAVII*, die 12. Jun. aere defæcatiſſimo, inventa fuit alt. merid. *Arcturi* 65°, 13′; *Humeri Urſæ min.* 60°, 11′; *manus ſiniſtræ Ophiuchi Bor.* (Bayero *Serpentarii* δ) 41°, 35′; *Lucidæ in collo ſerpentis* (Bayero α) 51°, 50′. Die 13 ejusdem menſis, aere ventoſo & pluvioſis nubibus inquinato, fuit alt. merid. *humeri Urſæ min.* 60°, 9′; *Lucid. in collo ſerp.* 51°, 49′. Die denique 14, cœlo nubibus maximam partem obvoluto, fuit alt. mer. *Arcturi* 65°, 13′.

*SEGEDINI*, d. 15 Jun. ejusdem anni, cœlo ſereniſſimo, deprehenſa fuit altitudo merid. *capitis Herculis* (Bayero α) 58°, 31′; *capitis Ophiuchi*, (Bayero *Serpentarii* α) 56°, 36′; *cordis Scorpii* (Bayero α) 18°, 7′. Die 4 Jul. cœlo itidem ſereniſſimo, altitudo *capitis Herc.* 58°, 26′; *capitis Ophiuchi* 56°, 34′. die 9 ejusdem menſis, cœlo ſereno, flante Circio, altitudo *cordis* ♏ 18°, 9′; *capitis Hercul.* 58°, 31′; *cap. Ophiuchi* 56°, 38′. Die 11, cœlo puriſſimo, flante Circio, *cap. Herc.* 58°, 33′; *cap. Ophiuchi* 56°, 34′. Die 12, cœlo puriſſimo, ſilentibus ventis, *cap. Oph.* 56°, 36′. Denique d. 13, cœlo pulcherrimo, ſpirante leniter Nothapeliote, *cap. Herc.* 58°, 33′; *cap. Oph.* 56°, 35′.

Pag. 292.

In *Caſtris*, prope *TITUL*, in angulo confluxus Danubii & Tibiſci citeriori poſitis, d. 18 Jul. cœlo ſereno, obſervata eſt altitudo merid. *capitis Herc.* 59°, 27′, *capitis Ophiuchi* 57°, 29′. Die 20, aere ex heſterna pluvia impuritatis aliquid fovente, *cap. Herc.* 59°, 31′; *cap. Oph.* 57°, 32′; *manus Ophiuchi Auſtr.* (Bayero μ) 35°, 1′. Die 21, cœlo ſereniſſimo, *cap. Herc.* 59°, 27′; *cap. Oph.* 57°, 31′; *Serpentis caudæ penult.* (Bayero κ) 41°, 46′.

*SOLNOCI*, d. 9 Aug. cœlo ſereno, inventa fuit alt. mer. *Lucidæ in cauda aquilæ* 56°, 19′. Die 10, nubibus undique diſperſis, alt. mer. ejusdem ſtellæ iterum fuit 56°, 19′. Die 11, nubibus poſt imbrem largiſſimum relictis, altitudo ejusdem ſtellæ denuo reperta fuit 56°, 19′; *Lucid. in ſcap. Aquilæ* 50°, 58′.

*AGRIÆ* ſive *Erlæ*, d. 18 Aug. cœlo nubiloſo, altitudo *ultimæ in cauda ſerp.* definita fuit 45°, 56′; *Lucid. in cauda Aquilæ* 55°, 28′; *ſtellæ in extremitate alæ aquilæ ſiniſtræ* (Bayero δ) 44°, 39′. Die 19, aere nubibus non plane vacuo, flante valide zephyro, *ult. in cauda ſerp.* 45°, 53′; *Lucid. in cauda aquilæ* 55°, 30′. Die 20, aere puro, *ult. in cauda ſerp.* 45°, 53′; *Lucid. in cauda aquilæ* 55°, 28′.

Ex collatione harum obſervationum, aſſumtis fixarum declinationibus ex Hevelio, ſupputavit Ill. Autor. *latitudinem* ſive *Elevationem Poli VIENNÆ* 48°, 14′; *BUDÆ* 47°, 29′; *BAJÆ* 46°,

46°, 10'; ad *CONFL. DANUB. & DRAV.* 45°, 36'; *SEGE-DINI* 46°, 16'; in *Caſtris* 54°, 20'; *SOLNOCI* 47°, 9'; *A-GRIÆ* 48°, 0'. Act.Erud. An. 1727. M. Julii

Obſervatas altitudines merid. Solis ſequens oſtendit Tabula: Pag. 293.

| Nomina locorum. | Menſes & dies. | Alt. merid. Gr. min. | Nomina locorum. | Menſes & dies. | Alt. merid. Gr. min. |
|---|---|---|---|---|---|
| VIENNÆ | 1696, Maji 10 | 59 42 | SEGEDINI. | 1696, Jul. 4 | 66 23 |
| | 15 | 60 54 | IN CASTRIS. | 5 | 66 17 |
| | 16 | 61. 6 | | 13 | 65. 27 |
| | 1697, Febr. 7 | 26. 46 | | 19 | 65. 20 |
| | 23 | 32. 21 | | 20 | 65. 13 |
| | 28 | 34. 14 | | 21 | 6[illegible]. 0 |
| | Martii 1 | 34. 30 | | 22 | 64 4[illegible] |
| BAIÆ. | 1696, Jun. 3 | 66. 18 | SOLNOCI. | 25 | 64. 10 |
| AD CONFLUX. | 13 | 67. 4[illegible] | | Aug. 10 | 58. 10 |
| | 14 | 67. 4[illegible] | | 11 | 57. 48 |
| SEGEDINI. | 23 | 67. 10 | | 12 | 57. [illegible] |
| | 24 | 67. 9 | AGRIÆ. | 13 | 57 14 |
| | 25 | 67. 8 | | 20 | 54. 11 |
| | 26 | 67. 4 | | 21 | 53. 52 |
| | 27 | 67. 0 | BUDÆ. | 28 | 52. 0 |
| | 29 | 66. 54 | | 29 | 51. 39 |

Situm ſatellitum Jovis & diſtantias eorundem a Jove, quas diverſis in locis iterum ac ſæpius obſervavit, & Schematiſmis etiam expreſſit Autor, itemque phaſes Lunares, quoad marginem potiſſimum, quo tunc creſcebat vel decreſcebat Luna, eleganter depictas, ne longi ſimus, prætereundas arbitramur. Obſervatio vero Mercurii Solem tranſeuntis, quam Viennæ, 1697, die 3 Novemb. ſt. n. mane, cœlo ſereno, habuit Illuſtr. Comes noſter, quamque jam alibi in peculiari deſcriptione latius expoſitam brevi ſaltim tabula hoc loco & ſchemate exhibet, omittenda non videtur. Ea eſt hujusmodi: Tab. II. Fig. 1.

Act. Erud. An. 1727. M. Julii. Pag. 294.

| Series Obſervationum. | Altitudo Solis, ſubtracta refractione juxta Ricciolum. Gr. | Min. | Tempora ex altitudinibus ſupputata. Hor. | Min. | Sec. | Intervalla Temporum. Min.Sec. | Diſtantiæ ☿ a limbo ☉, in partibus, quarum radius eſt 10000. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 8 | 49 | 8 | 12. | 24 | 8—36 | 3070 |
| 2 | 9 | 58 | 8 | 21. | 0 | 9—8 | 2625 |
| 3 | 11 | 11 | 8 | 30. | 8 | 9—20 | 2300 |
| 4 | 12 | 23 | 8 | 39. | 28 | 6—32 | 1850 |
| 5 | 13 | 1 | 8 | 46. | 0 | 5—20 | 1550 |
| 6 | 13 | 50 | 8 | 51. | 20 | 5—20 | 1350 |
| 7 | 14 | 20 | 8 | 56. | 40 | 7—40 | 1100 |
| 8 | 15 | 22 | 9 | 4. | 20 | 2—20 | 700 |
| 9 | 15 | 39 | 9 | 6. | 40 | 12—16 | 550 |
| 10 | 17 | 0 | 9 | 18. | 56 | | Exitus. |

*Igitur ex conſequentia tabulæ:*

| | Hor. | Min. | Sec. |
|---|---|---|---|
| 1 Mercurius ſuperatis vaporibus notanter in oculos incurrens in Sole morabatur, | 1. | 6. | 32 |
| acto autem calculo ab ortu Solis, | 2. | 8. | 53 |
| 2 Tota in diſco ſolari mora erat | 4. | 44. | 26 |
| 3 Egreſſus vero totalis contingebat | 9. | 18. | 56 |

Et quidem

4 Circa gradum peripheriæ 77, numerando a Nadir.

Meminit quidem Ill. Autor, in præfatione huic Parti præmiſſa, tabulæ declinationum quatuor diverſarum acuum magneticarum, in diverſis locis obſervatarum, quam addere in fine hujus ipſius Partis voluiſſe videtur; ſed ea deeſt. Neque etiam ſatis nobis conſtat, an inter obſervationes hactenus commemoratas illæ omnes comprehendantur, quas ſtatim poſt jacturam Belgradi, A. 1690, ſe aggredi conſtituiſſe aſſerit, miſſo ea re exercitato in his ſtudiis Juvene, *Jo. Mullero*, cum Quadrante Aſtronomico orichalceo (cujus radius erat 2½ ped. Noric.) in loca varia inſigniora, ut ibi fixarum altitudines meridianas dime-

Pag. 295.

Digitized by Google

metiretur. Sed nunc quidem ad *Partem tertiam*, ſive *Hydrographicam*, nobis progrediendum eſt. Act. Erud. An 1727. M. Julii.

Hic primum locum occupat Mappa Potamographica, in qua fluvii ac fluvioli nominatiores fere omnes, qui in Monarchia Hungariæ ad Danubium, ſive immediate ſive mediate, confluunt, lacus item ac paludes, idea generali repræſentantur. In hac mappa, quatuor lineis rectis, a montibus auſtralibus ad ſeptentrionales transverſim ductis, totidem reſpondent in ſequenti tabula ſectiones ſive *Profila* integrarum regionum, quibus oſtenditur, quanta depreſſione Danubius aliique inſigniores quidam fluvii, reſpectu unius lineæ horizontalis terrarumque & montium circumjacentium, alveo ſuo decurrant. Addita etiam eſt tabula ſynoptica fluviorum, qui a monte Cætio ad Jantram fl. in Danubium illabuntur, cum provinciis & locis oſtiorum atque originum, itemque magnitudine eorundem. Sequitur de alveo Danubii, de diverſis ejus ſolis ac ripis, nec non de variis ſecundum latitudinem hujus & aliorum majorum fluminum ſectionibus; porro de diverſis horizontibus in ſuperficie aquarum Danubii, de conſtitutione paludum Danubialium, harumque cum paludibus Tibiſci ſubterranea communicatione; denique de variis motibus, incrementis, decrementis, vorticibus, qualitatibus & miſturis aquarum Danubii, de fontibus ad metalliſodinas, & iis quæ ſulphureovenenatæ creduntur, deque aquis thermalibus & balneorum circa Budam. Exempli gratia hoc loco tabulam exhibemus, Tab. II. varias declivitates ſuperficiei Danubii, inter oppidum *Columbaz* & *Banul* Inſ. repræſentantem, ac duabus potiſſimum conſtantem partibus; quarum altera, ſive ſuperior, oſtendit, quomodo aqua Pag. 296. a tribus cataractis ſuſtentata & de iisdem præcipitata, in majorem ſemper, reſpectu lineæ horizontalis AA, declivitatem delabatur; altera, ſive inferior, ipſum Danubium, cum flexibus ejus naturalibus, & claudentes ac coarctantes eum montes; lineæ vero BBB, cataractarum in Danubio loca demonſtrant. Ubi notandum, hanc noſtram tabulam ex pluribus tabulis Illuſtr. Autoris contractam eſſe, ſcilicet ut uno obtutu aſpici poſſint, quæ circa hæc Danubii loca imprimis notatu digna videntur.

Exprimendam etiam curavimus, in adjecta figura ſecunda, ſe- Tab. II. ctionem aliquam Danubii, tempore depreſſionis aquarum, ut Fig. 2. conſtitutio paludum intelligi exinde queat. In hac figura litterarum adjectarum ſequens eſt explicatio:

A. Horizon Danubii in magna excreſcentia.

B. Elevatio ambarum riparum, nempe unius penes vivum decurſus fluminis, alterius habentis paludem quæ eam ſeparat a Danubio.

C. Al-

C. Altitudo aquarum Danubii, tempore ipſarum depreſſionis.
D. Arundines paluſtres in ſolo, quod primum exſiccatur.
E. Foramina cancrorum. F. Terra nigra fœtida.
G. Terra cretacea mollis, per quam tranſeunt aquæ ad Danubium, per lacrimationes &
H. Canales, dictos *Focb.*
I. notandum eſt pari modo eas lacrimationes fieri per planities, ad replendas paludes in iis exiſtentes.
L. Terra cœrulea humida, per quam tranſit alter
M. Canalis major, qui defluit a lacu N.

Si aqua Danubii decreſceret plusquam ſit altitudo C, denuo alter canalis *Focb* fieret, & ſic usque ad finem profunditatis lacus, magnaque copia piſcium periret, cum univerſali aeris infectione. Ceterum hujusmodi paludes, quippe ſatis amplæ, profundæ & frequentes, in cauſa ſunt, tum ut illuvies Danubii in provinciis inferioribus non ſtatim perſentiſci queant, ( replendæ enim antea ſunt paludes ; ) tum ut amnis iſte non adeo ſubitum aquarum decrementum patiatur, deficientibus nivibus ac pluviis; reſtituunt enim, quod abſtulerant aquarum, paludes.

Pag. 297. Jam quod attinet ad velocitatem Danubii, ea variis locis, in ſuperficie, in medio, & prope fundum, examinata eſt, idque ope quadrantis, in extremitate navis collocati & aquæ imminentis, ex cujus centro funem cum bolide demiſſum a vario undarum impetu varie propelli atque inclinari neceſſe fuit. Deprehenſum autem eſt hac ratione, tam quoad profunditatem, *undas, quo viciniores ſint fundo, eo agi velocius*, quam quoad diverſas ſtationes ( quibus, eadem fluminis latitudine, eædem obſervationes repetitæ ſunt ) *aquas, quo litoribus ſint propiores, eo tardiori motu, citatiſſimo autem in media fluminis latitudine, defluere:* id quod clarius patet ex ipſis tabulis harum obſervationum, quæ in *Tomo ſexto* reperiuntur.

Ex iis, quæ circa incrementum & decrementum Danubii experiri licuit, concludit Autor, *fontes ordinarium quoddam alimentum, ſive per circulationes Oceani, ſive aliunde per vias ſubterraneas, de grandi illa maſſa elementi aquæ habere, illasque reſervationes nivium ac pluviarum, quæ per occultos meatus inter ſaxa montium decurrant, alimentum illud augere potius quam dare.*

Et hactenus de *primo Tomo* magni hujus operis. *Altero* de Antiquitatibus Romanorum, in Pannonia, Dacia, Miſia, & imprimis ad ripas Danubii, ſatis frequentibus copioſe atque eruditiſſime tractatur. Harum Antiquitatum pleræque, judicio Illuſtriſs. Autoris noſtri, de Romanorum olim prudentia, tam in debellandis hoſtibus, & imperii ſui limitibus proferendis, quam

his

Digitized by Google

his ipſis, circumſpecta admodum & ſollicita muniminum diſpo- Act. Erud.
ſitione, contra illos defendendis, clariſſime teſtantur. *Is*, inquit, An. 1727.
*cui militiæ artibus inſtructo de his judicium ferre fas eſt, haud fieri poteſt* M. Julii.
*quin hæc videns demiretur ſummopere. Nec aſſerere refugiam, Cæſareos*
*exercitus in iis habere quod addiſcant, quod imitentur. Nec enim in hac*
*parte Antiquitatem ita rudem ac ſimplicem exiſtimemus, quin utplurimum*
*non modo ad eum, ad quem ſeculi noſtri prudentia extollitur, apicem per-*
*venerit, ſed etiam frequenter altius aſſurrexerit, & huic quodammodo fa-*
*cem prætulerit. Propria id nos docuit experientia, quandoquidem haud ra-*
*ro evenit, ut curæ noſtræ faciendum aliquid extruendumque commiſſum fue-* Pag. 298.
*rit, quod idem a Romanis olim fuiſſe præſtitum, fidem veſtigia faciebant.*
Hæc Noſter; qui deinceps, ut antiquitates illas recte a ſe Romanis adſcribi doceat, id partim ex adjunctis inſcriptionibus, partim ex conditis in illis locis numismatibus Romanis, ex ipſo etiam ordine & conſtructione operum, aliisque argumentis demonſtrat. Diviſus autem eſt hic *Tomus* in *Partes duas*; quarum altera Antiquitates militares, altera miſcellaneas complectitur. In priori Fortalitia, Valla, Aggeres, Caſtrametationes, & alia quæ huc referri poſſunt; in poſteriori Inſcriptiones, monumenta, ornamenta, lateres hieroglyphicis inſcriptos, Metas, Scapos columnarum, & horum ſimilia, reperire licet. Priorem partem ita rurſus diviſit Illuſtriſs. Autor, ut primo, ad modum itinerarii, ea commemoret, quæ ad utramque ripam Danubii exiſtunt, ipſique proxime adjacent; deinde mediterranea, quæ in continenti longius diſtant, tum cis Danubium tum etiam ultra. Inter hæc primas merentur, agger ille altiſſimus longiſſimusque, qui a Danubio ad Tibiſcum ultra ſex milliaria integra excurrens, angulum ab utriusque fluminis confluxu factum includit, *die Ræmer-Schantz* a militibus Cæſareis vulgo appellatus; & celeberrimæ Trajani pontis ruinæ, quæ ſecundum omnes circumſtantias depictæ, & luculenta deſcriptione illuſtratæ exhibentur; nec non veſtigia pontis lignei, a Conſtantino, multa milliaria infra pontem Trajani, conſtructi. Ultimum inter has antiquitates locum occupant diverſa genera viarum, per deſcriptas provincias olim ſtratarum; de quibus, tum quod ad formam, tum etiam quod ad materiam pertinet, erudite ab Illuſtriſs. Autore differitur.

Pergimus ad *Tomum Tertium Mineralogicum*, qui *octo Partes* habet. In *prima* de arenis, maxime Danubialibus, quæ partim pro limatura lapidum, partim etiam pro petrificationis quibusdam inchoamentis habentur, de variis earum generibus, de magnitudine cum naturali tum per microſcopium viſa, de figura, colore, ſapore, & proportione ad commixtum lutum; deinde

de

Act.Erud. An. 1727. M. Julii. Pag. 299.

de ipſis quoque lapidibus, tam nobilioribus & quaſi pretioſis, quam minus nobilibus atque arenoſis, in hoc fluvio & prope illum obviis, deque eorum forma, duritie, & anatomia, exponitur. In *altera* tabulæ mineralographicæ ac metallographicæ, fodinas fere omnes Hungariæ, variasque earum ſectiones luculentiſſime exhibentes, cum ſuccinctis deſcriptionibus afferuntur. *Pars tertia* de organica montium ſtructura, de cortice terreo, ſuperpoſitis ſtratis, interſtitiisque cum glutine illo humido atque arenoſo, (dicto *Kluffs*) nec non de venis & lineis metallicis, harumque rerum ſitu & figura tractat. *Pars quarta*, quæ eſt de mineralibus mediis, tribus ſectionibus abſolvitur. Harum una de ſale foſſili communi agit; ubi ſub finem annexa eſt deſcriptio aquæ ſalſæ amaræ, quæ ſcaturit in Tranſilvania, ad pedes collium vitibus refertorum. Neque vero ſalſedo & amaritudo hujus aquæ tantum affert admirationis, quantum alia ejus proprietas, ardendi, igne admoto. Hi mirabiles fontes ſunt in ſede Saxona, aut diſtrictu *Megyes*, inter utrumque fluvium *Cocul* majorem & minorem. Diſtant $1\frac{1}{2}$ hora a territorio *Baſtra*, ſuntque principium rivuli fluentis per vallem. Solum collium & vallium vitibus & frumentis fertile; collibus textura de marmore, nec ſine Gypſo: aqua nuncupatur a Saxonibus *Saltz-Waſſer*, a Wallachis *aqua ardens*. Fons conſtat duobus receptaculis, majore & minore, per quæ exit aqua, quæ curſu 400 paſſuum immiſcetur duobus aliis rivulis, qui ſcaturiunt a vivo ſilice. Receptaculum majus habet diametrum palmorum $3\frac{1}{2}$, & ſua majori profunditate 6 palmos æquat: minus & diametro & profunditate palmos $1\frac{1}{2}$ æquat. Minori unum, majori duo ſunt orificia, per quæ ſine interruptione fit ebullitio, quæ perpendiculariter a fundo ad ſuperficiem, cum ſtridore aſcendit. Aqua limpida & tactu frigida eſt, ſed nihil obſtante univerſali gelu non erat conglaciata per tota receptacula, ſed confluens deinde in rivulum ſuccubuit vi glaciei. Dimidia hujus aquæ amphora, poſt evaporationem, in fundo vaſis depoſuit ſal craſſum amarum, quod projectum in accenſos carbones nequaquam arſit. Affuſo ſpiritu vitrioli nihil fermentationis obſervatum; per oleum Tartari vero exigua quædam detecta fuit conturbatio in aqua, unde orta eſt præcipitatio coloris albi: ex quo colligere licuit, acido potius quam alcalico accedere. Parvam facem e palea compoſuit Illuſtriſs. Comes noſter, qua accenſa & ſuperficiei fontis impoſita, poſt aliquot momenta plures elevatæ fuerunt flammæ, æquantes longitudine digitum & crepitantes ad inſtar pulveris projecti in accenſos carbones: poſt 4 aut 5 alias vibrationes eva-

Pag. 300.

nue-

nuerunt & paullò poſt in conſpectum rediere. In minori receptaculo experimentum promtius & facilius fuit, dum fax aquæ admota, atque etiam palmo uno cum dimidio diſtans, in cauſa fuit, ut ſurgerent deſcriptæ flammæ, quæ ſpatio 60 pulſus vibrationum perſtiterunt, & admota rurſus face pariter aſſurrexerunt. Experimenta hæc molitus fuit Autor menſe Januario, magno frigore & multa nive rigente; qui cum tractaret facem paleæ, decideretque forte in terram modica palea accenſa, continuo flamma ſurrexit & elevata fuit ultra digitum unum cum dimidio, perſtititque 120 vibrationibus. Quo loco, remota diligenter nive, novum perexiguum in ſolo receptaculum detectum eſt. Quod cum ad latitudinem duarum unciarum per quadratum eſſet productum, ita ut aqua cum impetu ebulliens atque effluens appareret, tum igne rurſus admoto, flamma quidem exorta, ſed non diutius quam 40 vibrationibus perſtitit. Quo experimento intellectum eſt, latitudinem receptaculi contrariam eſſe vi flammæ. Ceterum aqua, tempore deſcriptarum flammarum, nec augetur nec imminuitur, nec mutat naturalem frigoris gradum, nec colorem; niſi quod interdum ſpuma prope effluxum obſervata fuit, præſertim in majori receptaculo, cum ignis admoveretur. Flamma in aqua coloris eſt ſimilis colori paleæ, & naturæ conſiſtentis, quandoquidem & ipſa accendit alia corpora, quæ ei admoventur. Denique aqua extracta e ſuo receptaculo confeſtim ardendi virtute deſtituitur. Deſcriptionem fontis non diſſimilis, in Polonia reperti, vide in Actis noſtris A. 1684. Menſ. Jul. p. 238. Sectio altera *Partis* hujus *quartæ* de corporibus agit petrefactis, atque imprimis de radicibus arborum prope ripas fluminis *Unnæ* in Croatia; quas radices cruſta lapidea, ex granulis conſtante nonnihil mollibus, albis ac friabilibus, obductas ferme omnes, quin & ipſas arbores penitus aridas, fractisque earum nonnullis, ſubſtantiam ligneam abſumtam notavit Autor, relicto duntaxat pulvere in tubulis petrificatis: id quod ex eo fieri arbitratur, quod undæ hujus fluminis, quantumvis aſpectu limpidæ, multas minutiores arenulas, a ſaxis mollioribus, per quæ fluant, abraſas, ad arbores illas earumque radices & poros continuo deferre conſueverint. Omiſſa ſectione tertia de vitriolo, ad *quintam* hujus Tomi *Partem* progredimur, quæ rurſus in Sectiones quatuor diviſa eſt. In prima tractatur de lapidibus minus pretioſis majoribus mollibusque, Gypſo, Amiantho, Talco; in altera de minoribus ac duris, Magnete, lapide Lazuli, Aetite, Saponario; in tertia de lapide pretioſo majore, Cryſtallo, qui nihil eſſe aliud

Act. Erud. An. 1727. M. Julii.

Pag. 301.



Digitized by Google

Act.Erud. An.1717. M. Julii. docetur, quam ramificatio ſeu propagatio duriſſimi ſilicis *Quartz*, cujus puriores ac tenuiores partes, ubi interius in ipſo ſilice aliquid vacui ſortitæ ſint, ibi tanquam in proprio nido concreſcere, atque adeo in angulosas illas & acuminatas cryſtallos ſeſe explicare ſoleant, ſicut in adjecto ſchemate oſtenſum eſt,
Tab. II. ubi AAA exteriorem rudioremque ſilicis corticem deſignat,
Fig. 3. BBB interiorem ac magis candicantem, intra quem dum vacuum, ſive ſpatium aliquod CCC nanciſcitur ſilex, ibi vegetat cryſtallus, in angulosos apices DDD deſinens, quam comitantur nonnunquam & ambiunt, tanquam tenerioris muſci filamenta, fibræ purioris argenti EEE. In *quarta* denique ſectione de lapidibus pretioſis minoribus, ſive gemmis, de Granato, Hyacintho, Turcoide, Opalo, diſſerit Illuſtr. Autor; quos quidem lapides, perinde ut cryſtallos, ex ſilice *Quartz* oriri, atque inde aquarum alluvionibus, vel etiam aliter divelli, coloribus autem diverſis ab halitibus cinnabaris, vitrioli, & forſan auripigmenti, imbui exiſtimat. *Pars ſexta* ſectiones habet duas: quarum altera eſt de metallis veris atque perfectis, auro & argento; altera de imperfectis, ære ſive cupro & ferro. Aurum non modo in fodinis, ſed & extra eas in fluminibus inter arenas, & annulorum ſpecie circa arbuſta & culmos triticeos, imo in acinis uvarum aliquando reperitur. De cupro notabile eſt, quod ferrum in illud transmutari videtur, ope aquæ, a magiſtris fodinarum *Cimens* nuncupatæ. Scaturit hæc aqua a certis fontibus, originem & curſum per cuprifodinas *Gerrn-Grund* vel *Neuſol* habentibus. Purum ineſt vitriolum, ex quo alias notum, totam fere ſuam ſubſtantiam trahere cuprum. Colligi in fodinis aqua illa magno ſtudio in receptacula quædam aſſervatoria ſolet, non alio fine, niſi ut laminæ ferreæ ipſis immerſæ haud quidem patiantur ridendam illam vulgo
Pag. 302. creditam transmutationem unius metalli in alterum, puta ferri in cuprum, ſed ut ferri ſaltim auxilio (quod eſt cupri veluti magnes) habeatur ſegregatio particularum cuprearum, una cum aquis defluentium, & quæ facile ibi cum ferro ſocietatem ineuns ipſique affiguntur. Porro in hac naturæ operatione ſequentia obſervavit Illuſtr. Autor: laminæ ferreæ rubra aut lutea pellicula operiuntur, quæ 3, 4, vel etiam plurium hebdomadum ſpatio conſolidatur, conſtans granulis ſubrotundis, & figuram illius ferri quod inveſtit aſſumens; idcirco ſolent identidem artifices ferrum figuratum illi aquæ immergere ad curioſorum oblectamentum. Perfecta dicti corticis conſolidatio non fit, donec ferrum fuerit penitus conſumtum; etenim aqua iſta, inſtar aquæ regiæ, permeat ferri fibras, & ferrum penitus ſolvit: qua fermentatione ſeu

ſolu-

Digitized by Google

ſolutione durante, incaſſum ſolida coagulatio expectatur: durat vero ea longius vel brevius, juxta majorem minoremve ferri diſſolvendi craſſitiem; nec lamina craſſitiem unius digiti æquans minus quam 6 vel 8 hebdomadas requirit. Porro obſervatum eſt, tacta illa cuticula, cum adhuc ferrum cum aquis iſtis fermentesceret, eam ſtatim diſſiluiſſe, inſtar pulveris diſperſam, totumque opus perturbatum fuiſſe. Affuſo fluido alcalico ſuborta fermentatio in aqua; qua durante, quædam fruſtula concreverunt, & ſe ad fundum præcipitarunt: verum aqua ipſa, poſt demiſſum ſedimentum, alba evaſit, cujus etiam moles plus aut minus intumeſcebat, prout plus vel minus aciditatis ſortiebatur. Denique nec artificialem hujus humoris compoſitionem pertentare intermiſit Illuſtr. Comes. Aquam quippe ſimplicem in vaſe vitreo cum ferro ſociavit, & cum vitriolo e fodinis extracto, ubi aqua *cimenti* defluit: quo facto obſervavit, floccos ſeu metallicam lanuginem ferro adhæſiſſe, quoad analogiam atque effectus omnes antea expreſſos ſimilem. Aquarum hujuſce generis copia fluit etiam intra viſcera fodinarum *Deſelmnitz*, in Sepuſienſi Comitatu, quæ ferro affuſæ ſimiliter particulas cupreas deponunt: imo ibi major aquarum ubertas, viribus tamen minus potentium: id quod Autor tribuit negligentiæ tegendi locum illum, ubi eſt receptaculum aſſervatorium pro ferro immergendo, quandoquidem ſpirituoſiores Vitrioli particulæ aquis immiſtæ, uberius ac facilius evolant. Hinc quod in Newſoll tribus quatuorve hebdomadis, id hic loci non niſi trimeſtri ſpatio perficitur. De cetero nec iſtud prætermittendum, quod, ubi ferri aliqua pars non fuerit aquis illis obtecta, tunc cortex puri vitrioli, albi coloris, eam ſuperius involvere obſervatur, quia ſcilicet tenuiſſimi ac defæcatiores halitus vitriolici copioſe per ambientem aerem eo loco diſſeminati, dum in partem ferri aquis non obtectam impingunt, facile illi adhærent, & ſimul in formam cruſtæ colliguntur.

Act. Erud. An 1717. M. Julii.

Pag. 303.

*Pars ſeptima* hujus Tomi de metallis agit improprie ſic dictis ſive ſpuriis, de Bismuto ſeu Marchaſita argentea, Antimonio, & Minio ſeu Cinnabari nativa; de Mercurio item & plumbo, quod quidem in Hungaria invenitur, ſed propter mineræ paupertatem non effoditur. *Parte* denique *poſtrema* de ſeminio ac generatione metallorum ad hunc fere modum philoſophatur Excellentiſſimus Comes Marſili: Halitus, inquit, ſeu metallici ſpiritus, in montibus non tam facile perviis irretiti ſiſtuntur, in metallum progreſſu temporis coagulandi; quod fit auxiliante humore, argilloſæ terræ inſito, & magna ex parte communicato a



Digitized by Google

pluviis, nec non ab aere vaporoſo, poros terræ *Kluffi* jugiter ſubeunte: quo ſane humore, ope hujusmodi terræ aliquatenus præparato, indeque in lapides montium, retinentes metallicum ſpiritum, ſe inſinuante, tandem halitus ac ſpiritus illi ita digeruntur atque coagulantur, ut metallum ipſum reſultet. Et paullo poſt, quod vero halitus, inquit, ſeu metallicus ſpiritus in metallum denique digeratur, hoc valde comprobat aurum, metallorum omnium puriſſimum; ſiquidem hoc vel in puncta ſeu granula, vel in ſtrata, ibi ſolum ordinaria naturæ lege coagulari cernimus, ubi duriſſimus habitat lapis, metallorum foſſoribus *Q a z* appellatus; quoniam inſignis volatilitas partium tenuiſſimarum, ad compagem auri neceſſariarum, ſatis retineri ac denſari non potuiſſet, niſi denſiſſimo hujusmodi ſilice terram iſtam, *Kluffi* dictam, circumambiente, & ita ſpiritui metallico apta vincula injiciente. Confirmationem dictis ſuggerit mons Juniperinus, prope civitatem *Alt-Sol*, ubi aurum non intra montem, ſed ſupra terram, circa triticeos culmos atque arbuſta interdum coagulatur in craſſiuscula filamenta, ſpiralis aut parum abſimi-

Pag. 304. lis figuræ; idque ob defectum, (ut Autor judicat) duriorum lapidum montem ipſum componentium, cum mons tantummodo lapidibus conſtet arenoſis maximeque poroſis, quemadmodum diſcere licuit ex fodina ab incolis aperta, ſpe inveniendi ingentes auri theſauros, qui radix eſſent aureorum corpuſculorum ſupra terram ſe elevantium; veruntamen ſpe infeliciter fruſtrati non niſi purum vitriolum cum ferri fruſtulis ac talco invenerunt. Ceterum veriſimile putat Vir illuſtriſſimus, in ipſo aere, ſuperficiem hujus montis ambiente, licet nullum ibi ſit *Quarz*, ſpiritus metallicos ſiſtens, latere tamen aliquid, quod idem efficere valeat. Id autem quale ſit, aliis inquirendum relinquit.

Nunc ad ***quartum*** & ***quintum Tomum*** hujus operis progrediendum eſſet, ubi piſces atque aves, in aquis Danubii, & circa eas, viventes ſiſtuntur. Sed ne longi ſimus, lectores qui his rebus delectantur, ad ipſum incomparabilem Autorem ablegare, ſtatimque ad ***poſtremum Tomum*** accedere conſtituimus. Comprehenduntur eo obſervationes miſcellaneæ, quæ partim circa priora magis illuſtranda, partim etiam circa res plane novas verſantur; quarum ſingulas ſi fuſius tractaſſet Excellentiſſimus Comes noſter, quod ipſe quidem tot curis negotiisque vetantibus facere non potuit, compluribus adhuc Tomis augendum opus fuiſſet. Et primo quidem loco de veris Danubii fontibus disquirit, quos perperam vulgo in *Daneſchinga* arce, paullo infra *Vil-*

*lin-*

*lingen*, aſſignari docet; quippe multo altius, prope *Brukelrein*, in ſummitate montis *Abnobæ*, nunc *Schwvartz Wald* dicti, a ſe ipſo repertos. Ceterum præter tabulas, quibus hanc rem luculenter ante oculos ponit, etiam aliam adjecit mappam, qua *Æni* fluminis origo, ſimul cum duplici illa Danubii origine (falſa ſcilicet ſeu Doneſchingiana, & vera) exhibetur, ut ex utriusque comparatione cuilibet proclive ſit judicare, *annon forte Ænus, qui ſatis longum decurſus ſui ſpatium emenſus, tandem Danubio, æquali circiter cum hoc aquarum copia auctus, miſcetur, fontes vero multo altiores habet* (nempe in excelſo illo Helvetiæ monte *Septimo*) *jure magis naturali pro ipſo Danubio reputari poſſit*; ut adeo ſummitas montium totius Europæ maxima, omnes etiam maximos Europæ fluvios emitteret. Sequuntur Obſervationes quædam Anatomicæ, in Aquila potiſſimum, Onocrotalo, Huſone & Lutra factæ, tabulisque æneis accurate atque elegantiſſime expreſſæ. Porro experimenta afferuntur, quibus velocitas Danubii ad pontem Petrowaradini, itemque velocitas Tibiſci ad pagum *Sabbia* atque ad pontem *Betz*, ope Quadrantis, de quo ſupra dictum, explorata fuit. In majori profunditate Danubii, quæ loco commemorato 7 orgyas æquavit, deprehenſa eſt velocitas ſuperior 12, media 26, inferior 30 graduum; unde colligitur, tanti fluminis velocitatem paullo minus triplo majorem eſſe in inferiori quam ſuperiori parte. In Tibiſco, ad pontem *Betz*, ubi major profunditas ſex orgyas æquavit, velocitas inferior ſuperiorem ſexies ſuperare inventa eſt. Poſthæc de varietate aquarum fluentium, ſtagnantium, putealium, mineralium, glacialium, pluvialium, thermalium, quæ multoties Danubio immiſcentur, ea ratione agit Illuſtr. Autor noſter, ut primo quidem experimenta ipſa compluribus tabulis exhibeat, ac deinde annotationes quaſdam & concluſiones ſubnectat. In tabulis experimentorum, præter loca & tempora habitarum obſervationum, colores, ſapores, odores, fermentationes, mutationesque poſt decoctionem, evaporationem ac deſtillationem, itemque pondera iſtarum aquarum quam curioſiſſime definit. Ex obſervationibus circa aquas fluviatiles factas colligit:

Act. Erud. An. 1727. M. Julii.

Pag. 305.

1. Nullam eſſe pejorem aqua Tibiſci circa Segedinum, in ripa Septentrionali, utpote quæ odorem valde terreum reddebat, & ſaporem vitroſum, obſcurique erat coloris: contra nullam meliorem eſſe aqua fluminis Maruſii, circa *Makort*, in ripa quoque Septentrionali, utpote coloris clari columbini, nullius odoris, ſaporis optimi:

2. Advertit, aquas ripæ Septentrionalis (excepta illa Maruſii cir-

Digitized by Google

 circa *Makort* ) eſſe impuriores ac deteriores meridionalibus. Meridionales autem & ſeptentrionales nuncupantur aquæ fluviorum, reſpectu Danubii.

3. Annotat, nullas aquarum illarum, tam ripæ meridionalis quam Borealis fermentationem feciſſe, affuſo ipſis vel Alkali Tartari vel Acido Vitrioli, exceptis ſolum aquis ipſius Danubii circa Viennam & Briam; quarum illa, ſaporis pinguiter amari, cum acido vitrioli viſa eſt excitare parvulos globulos, hæc, ſaporis itidem pinguiter amari & terrei, cum Alkali Tartari excitavit quid ſimile albidæ nubi.

Pag. 306.

4. Obſervat, nullum dictarum aquarum ſedimentum, evaporato humore, paſſum eſſe accenſionem, ob inopiam fortaſſe particularum ſulphurearum, vel quia hæ nimis a terreſtribus obrutæ.

Ex præmiſſis circa aquas puteales experimentis concludit:

1. Eas, utpote omnes coloris clari, nulliusodoris, ſaporis vero dulcis, longe meliores eſſe ac defæcatiores, quam vel aquas fluviatiles vel ſtagnantes ad ripas Danubii.

2. Obſervat, nullam iſtarum aquarum, affuſo acido vitrioli, paſſam fuiſſe fermentationem ſenſibilem, at vero omnes, affuſo Alkali Tartari, excitaſſe nubeculas albas, ad fundum deſcendentes, quod indicare videtur, particulas ſalium acidorum teneriores, ſeu ſpirituum hujus generis, deliteſcentes in ipſis.

3. Annotat, ſedimentum hujusmodi aquarum, poſt evaporationem, nullam ſenſibilem flammam concipere, at fumare tamen, ſtridere, & pinguedinem ex ſe præbere. Quoad ſaporem vero, tametſi aqua putei ad Arborem viridem Budæ ſit dulciſſima, & dulcis etiam ad molendinum Bajæ, nihilominus prioris ſedimentum ſaporem habet valde nitroſum, poſterioris autem ſapor quoque nitroſus eſt, ſed non adeo intenſus.

Ex obſervationibus circa aquam nivalem, ad ripas Danubii habitis, colligit:

1. Eam habere ſaporem acrem, linguam mordicantem (ſedimento erat ſapor cinerum) forſan a particulis nitro-ſalinis excitatum, quæ prius coagulationem nivis genuerunt.

2. Tam ipſam aquam, quam ejus ſedimentum odorem nullum præbere; quod refundi poſſit in particularum ſulphurearum defectum; quamvis ſedimentum ſuſciperet accenſionem ſine fumo, forſan quia non niſi particulas ſalino-nitroſas ſuggerebat.

3. Aquam illam, affuſo ſive Alkali Tartari, ſive Acido Vitrioli, nullam excitaſſe fermentationem.

Cir-

Circa aquam glacialem Danubii obſervat, eam in multis quidem convenire cum aqua nivali, ceterum diſcrepare tum ſapore, qui in aqua glaciali terreus Alkalicus vel americans fuit, tum quoad ſedimentum, quod tentata accenſione fumum ex ſe ſtatim dedit, odoremque vini habuit. Porro ut aqua nivalis levior aqua pluvia, ſic glacialis levior aquis omnibus reperta eſt. Act. Erud. An. 1727. M. Julii. Pag. 307.

Poſt obſervationes hactenus commemoratas ſequitur catalogus ſatis copioſus plantarum, quæ circa Danubium, in nemoribus, inſulis, collibus, aliisque finitimis locis ſponte proveniunt, quasque, pro temporum ac graviorum munerum conditione, obſervare potuit Illuſtr. noſter Marſilius. Hunc catalogum excipit brevis tractatio de Quadrupedibus ad ripas Danubii. Proximæ ſunt obſervationes habitæ cum Barometris & Thermometris. Ubi primo quidem tabulæ exhibentur, quæ qualitatum aeris variationes, a menſe Decembr. 1696 ad Auguſtum 1697, quam luculentiſſime repræſentant; ac deinde annotationes quædam ſubjiciuntur, minime profecto negligendæ: exempli cauſa, quod Mercurius in barometro meridionali, tota hyeme, & magna veris parte, nempe a menſe Decemb. ad d. 8 Maji, ſemper altior, contra ſub finem veris, & æſtatis progreſſu, ſemper depreſſior fuit, quam in barometro ſeptentrionali; quod, non quidem ſemper, at ſæpius tamen accidit, ut Mercurius in uno atque eodem barometro plures attingeret gradus ante, quam poſt meridiem; quod identidem evenit, ut, creſcentibus ante meridiem, & decreſcentibus poſt meridiem graduum particulis, in barometro meridionali, eodem die in barometro ſeptentrionali, plane contrario modo, particulæ iſtæ ante meridiem decreſcerent, & creſcerent poſt meridiem; quod barometrum ſingulis diebus, licet inter ſe aeris conditione ſimilibus, hoc eſt, quibus ſingulis Sol ſplendebat, vel cœlum erat nubilum, vel ningebat &c. quod, inquam, barometrum, diebus illis ſimilibus, ſimilem altitudinem graduum minime ſervavit; quod interdum cœlo ſereno altitudo barometri major fuit quam nubilo, & cadente nive, interdum plane contra; quod cum frigore intenſiſſimo ac remiſſo non ſemper conjuncta fuit diverſa altitudo Mercurii in barometro; quod in Thermometro orientali altitudo graduum ſemper major fuit quam in occidentali, habita in utroque eadem hora obſervatione; quod in thermometro meridionali, a die 23 Jan. ad diem 23 Martii, conſtanter altitudo graduum major obſervata fuit quam in ſeptentrionali, cum poſtea contrarium uſu veniret, atque altitudo illa major reperiretur in thermometro ſeptentrionali quam meridionali; quod frigus inten- Pag. 308.

Digitized by Google

tenſiſſimum nec pendere a peculiari vento, nec abſolute ab ullo vento compertum eſt, quanquam flante Africo fere ſemper in aere aut nullum frigus aut exiguum fuit; quod neque ſerenitas aut nubes, nec calor ipſe in aere ambiente connexionem ſervavit cum particulari vento, imo nec abſolute cum vento; ut alias hujus generis annotationes nunc prætereamus.

Sed & judicium nonnunquam ſuum interponit Excellentiſſimus Autor noſter, de cauſis obſervationum commemoratarum. Verbi gratia, de contraria exceſſuum altitudinis permutatione in Barometro meridionali ac ſeptentrionali, ad hunc modum ſententiam ſuam exponit: Cuinam cauſæ, inquit, ſit tribuenda iſta mutatio, mihi non videtur tam promtum ſtatuere, niſi forſan variationi ortus Solis, in diurnis circumlationibus, quæ ſcilicet hyeme & poſt veris initia fiunt propius plagam meridionalem; unde hæc magis forſan a Sole alteratur, tuncque major eſt altitudo in Barometro meridionali, reſpectu ſeptentrionalis; at vero appropinquante veris fine, & ſuccedente æſtivo tempore, tunc Solis exortus, diurna circulatione, fiunt magis prope plagam Borealem; unde hæc magis forſan a Sole alteratur, tuncque major evadit altitudo in ſeptentrionali Barometro, reſpectu Meridionalis. Veruntamen admodum hæſitanter ſint dicta; oportet enim animadvertere, an cetera bene conſentiant.

Poſtremus in egregio hoc opere locus tributus eſt inſectis; quorum alia ſunt terreſtria, quæ ad ripas Danubii & Tibiſci reperiuntur, alia circa aquas vagantia, alia denique in ipſis aquis degentia. Horum omnium variæ ſpecies oculis exhibentur; nonnulla etiam, prout per microſcopia apparuerunt, ſunt delineata. Atque ex his univerſis ſatis ſuperque conſtare arbitramur, quanta induſtria, eruditione, atque ingenio, quanto etiam ad poſteritatem fructu, Illuſtriſſ. Autor res propoſitas pertractaverit.

J. C. S.

Digitized by Google

Act.Erud. An. 1727. M. Julii.

# J. C. S. EXPLANATIO INSCRIPTIONIS

*cujuſdam veteris.*

NOta eſt Inſcriptio illa Bononienſis:

D. M.
ÆLIA LÆLIA CRISPIS
NEC VIR, NEC MULIER,
NEC ANDROGINA,
NEC PUELLA, NEC JUVENIS,
NEC ANUS,
NEC CASTA, NEC MERETRIX,
NEC PUDICA,
SED OMNIA,
SUBLATA
NEQUE FAME, NEQUE FERRO,
NEQUE VENENO, Pag. 333
SED OMNIBUS.
NEC COELO, NEC TERRIS,
NEC AQUIS,
SED UBIQUE IACET.
LUCIUS AGATHO PRISCIUS,
NEC MARITUS, NEC AMATOR,
NEC NECESSARIUS,
NEQUE MOERENS, NEQUE GAUDENS,
NEQUE FLENS,
HANC
NEC MOLEM, NEC PYRAMIDEM,
NEC SEPULCHRUM,
SED OMNIA,
SCIT, ET NESCIT, CUI POSUERIT.

II. Satis celebres ſunt interpretationes Richardi Witii, Joannis Turrii, Franciſci Scoti, Nicolai Barnaldi, Andreæ Neſmondii, Joannis Caſperii Gevartii, Octavii Boldonii, Marci Zoerii Bockshornii, Fortunii Liceti, Ovidii Montalbani, Aldrovandi, Achillis Voltæ, Zachariæ Pontini, Caroli Cæſaris Malvaſiæ, Heumanni, Franciſci Maſtrii, & multorum aliorum. Sed nihi-



Digitized by Google

Act. Erud. nihilominus novæ conjecturæ erit locus. III. Nos quidem nihil
An. 1727. addubitamus, quin *Ælia Lælia Criſpis* ſit Eccleſia, qualis fere his
M. Julii. in terris eſſe ſolet. Nam cœtus Chriſti, qui uno capite a Deo eſt
ornatus & corporis Chriſti nomine honeſtatur, de ſententia ipſius
Pauli *nec vir eſt*, *nec mulier*, Galat. III, 28, ſed ex viris tamen &
mulieribus & puellis & juvenibus conjunctus. IV. Auctor inſcri-
ptionis fœminæ nomen dedit Eccleſiæ, quia ſponſa Chriſti eſt Ec-
cleſia. Caſta tamen non eſt, nec pudica hæc ſponſa, ſi veterem
ejus conditionem ſpectes, & eam identidem propter imbecillita-
tem humanam a ſponſo deſciſcere memineris. Meretrix tamen non
eſt, quia ſponſo reconciliata per ejus exuperantiam caſtitatis &
honeſtatis condecoratur, ut ipſa quoque caſtiſſima eſſe videatur.
V. Cœtus hujus membra alia aliis ſuppliciis excruciata occide-
runt, & poſt mortem alia alibi ſuum ſortita ſunt locum. Nul-
lum quidem mortis genus eſt, quod non alios Chriſtianos alibi
Pag. 334. ſuſtulerit. Eorum autem corpora cum miſere fuerint dilacerata
& diſperſa: *ubique* jacere vere dicuntur. VI. *Lucius Agatho
Priſcius* Autor hujus inſcriptionis exiſtimandus eſt, ſive verum
hoc ejus nomen fuit, ſive commentitium. Dicitur autem nec
*maritus* eſſe, nec *amator*. Maritum quidem eccleſiæ nemo ſe di-
xerit ſanus. Neque magis amatorem ſe quiſquam appellaverit.
Cum enim eccleſiæ his in terris degentis membra multa ſæpe ſint
peccatis contaminata, peccatis autem nemo non recte ſit offenſus
& infeſtus: amatorem talium perſonarum nemo ſe temere profi-
tebitur. VII. Idem Priſcius nec *mœrere* nec *gaudere* nec *flere* di-
citur. Cum enim ſingula cœtus Chriſtiani membra vitæ rationi-
bus mirifice diſcrepent: profecto nec amoris nec gaudii nec mœ-
roris materia queunt eſſe promiſcue. VIII. Monumentum autem
quod cœtui illi Chriſtiano poſuerat autor, moles fuit pyramidis
ſpeciem quoquo modo imitata, quæ ſepeliendi, item ut pyrami-
des Ægyptiæ, locum daret. Magnifica quidem moles illa non fuit,
ſi artem ſpectares: magnifica tamen ſatis, ſi ſitum ac naturam
loci. Moles autem de operibus artis potiore quodam jure vul-
go dici putatur. Multa quidem loca & opera ex alio atque alio
loco conſiderata vel moles vel pyramides videantur, quæ ipſa ta-
men per ſe & aliis rurſus e locis ſpectata nihil molis nec pyrami-
dis habere videntur. IX. Et quia monumentum idem, cum hæc
inſcriptio confingebatur, nondum cadavera hominum ſepulta
continebat, & aliis item uſibus ſacratum erat, uti templa noſtra
fere ſacrata ſunt: fidenter ſepulcrum eſſe negatur, quamvis etiam
ſepulcrum eſſet, & eſſe deberet. X. Sed Priſcius cum neſciret, qui
tandem forent ii, qui huc inferrentur aut mole illa uterentur,
quan-

Digitized by Google

quanquam hominum uſum facile prævidere poterat & eum ipſe Act.Erud.
ſpectaverat: belle ait ſe & *ſcire* & *neſcire*, *cui monumentum iſtud* An. 1727.
*poſuerit*. Scienter quidem loquitur tam inſcienter, uti inſcienter M. Julii.
fecerat monumentum illud & ſcienter. XI. Neque vero quenquam offendi velim literis *D. M.* quæ gentilium monumenta tam crebro inſigniunt. Certum eſt enim ex libris Fabretti, Gruteri & aliorum qui inſcriptiones collegerunt, easdem a monumentis Chriſtianorum non magis abeſſe ſolere. Et quoniam illæ *Deum Magnum* ſignare poſſunt, ſaltem in Chriſtianorum monumentis
cum unum ſignare debent, propterea quod religio illorum præter Pag. 335.
unum Deum nihil auguſti nec ſummo honore digni agnoſcit: non poterunt eæ hic certe in aliam ſententiam detorqueri. XII. Nam quod caput cauſæ noſtræ eſt, inſcriptio hæc a Chriſtianis profecta eſt, & eo quidem tempore proponi cœpit, cum jam dudum orbis terræ & præſertim etiam Italia religioni ſibi duxiſſet, religionis non eſſe Chriſtianæ. Inſculpta eſt quoque templo, cui convenientiſſima erat & jure ſuo debita. Et quia *eccleſiæ* nomen jam eo tempore ad *templa* quoque adhæſerat: Autori Inſcriptionis utraque vocabuli hujus vis ante oculos obverſata videtur. XIII. Ita igitur conſilium quoque ſcriptoris perſpectum nobis eſt & exploratum. Quando ergo nihil eſt totius inſcriptionis, ad quod non quadret noſtra interpretatio: eruditi judicent, ſatisne fecerimus operæ pretium.

Kkkk 2 J.C.S.

Digitized by Google

Act Erud. An. 1727. M. Aug. Pag. 379.

# J. C. S. INTERPRETATIO NUMMI

*Cujusdam veteris.*

I. VAillantius in Numiſmatibus æreis Imperatorum, quæ in coloniis cuſa ſunt, Tomo I pag. 5 habet nummum, qui caput Julii Cæſaris oſtentat, circumſcriptis hiſce literis: C. ARRI. A. F. C. AQ. C. JUL. T. ANC. In altera ejusdem nummi parte conſpicitur aratrum circumfuſis literis illis: II VIR. QUINQ. EX. D. D.

II Has literas Vir literatiſſimus ita interpretatus eſt: *Caio Arrio, Auli filio, Caio Aquilio, Caio Julio, Tito Anchario, Duumviris quinquennalibus ex decreto Decurionum.*

II. Porro fatetur Vir eruditiſſimus, ſe neſcire, cui tandem Coloniæ nummum hunc attribuat. Neque animadvertit, ſe peccare in eo, quod cum nummus Duumviros prædicet, ipſe quatuor nobis obtrudat nomina, &, quod ei conſequens eſt, quatuor viros.

III. Nos, bona literatorum venia, utramque nummi partem conjunctim ita legi malimus: *Caio Arrio, Auli filio, Caio Aquilio Duumviris quinquennalibus ex decreto Decurionum. Colonia Julia Togata Ancona.*

IV. Nam Anconam coloniæ nomine inſignitam fuiſſe, diſerte memoriæ prodidit Plinius Hiſtor. Natur. lib. III cap. XIII.

V. Plura quæ ad nummi hujus interpretationem pertinent, propoſuimus in *Monumentis ingeniorum* Tomo II p. 65.

LEON-

Digitized by Google

Act. Erud. An. 1727. M. Sept. Pag. 408.

# LEONHARDI EULERI,

## *A. L. M. Methodus inveniendi Trajectorias reciprocas Algebraicas.*

QUum temporis ſpatium, quod Anonymo illi Anglo ad aperiendam, quam invenire potuerit, trajectoriam algebraicam illam tertii ordinis ſequentem, conceſſeram, elapſum ſit, meam hujus quæſtionis ſolutionem, una cum aliis inſuper ad algebraicas trajectorias reciprocas pertinentibus inventis cum publico communicare conſtitui. Cum primum iſtud problema examinare atque de ſolutione ejus meditari animum ſubiit, præcipue eam, quam commendavit Celeb. D. Joh. Bernoullius, Præceptor meus hiſce in rebus atque Patronus ſumme colendus, ſelegi viam per rectificationes curvarum; & ſtrenuam, quantam potui, navavi operam in indagatione ejusmodi curvarum algebraicarum, quæ rectificari poſſent, ut exinde æquationes algebraicas pro trajectoriis reciprocis eruerem. Hoc in negotio occupatus, in iſtam incidi æquationem, $yy + \frac{2}{3}aa = a\sqrt[3]{axx}$, quæ eſt ad curvam, diametro & vertice in diametrum normali gaudentem, ac inſuper rectificabilem. Ut itaque ex iſta æquatio algebraica pro trajectoria reciproca inveniri poſſit, ſit (Fig. 1) MBM Tab. III.
iſta curva, ABP diameter & A initium abſciſſarum, ut ſcilicet Fig. 1.
AB ſit, $a\sqrt{\frac{8}{27}}$, atque eſt $AP = x$. $PM = y$. Sit curva $BM = s$. & ex M ducatur diametro parallela MQ, occurrens lineæ AQ normali in diametrum in Q, aſſumaturque in ea $MN = BM$ erit N in trajectoria quæſita. Sit $AQ = t = y$, & $QN = z = x - s$.

Pag. 409.

Eſt autem per æquationem $x = \frac{(yy + \frac{2}{3}aa)^{\frac{3}{2}}}{aa}$ ideoque $dx = \frac{3ydy\sqrt{yy + \frac{2}{3}aa}}{aa}$, ergo $ds^2 = dx^2 + dy^2 = \frac{9y^4dy^2 + 6aayydy^2 + a^4dy^2}{a^4}$, ergo $ds = \frac{3yydy + aady}{aa}$, conſequenter $s = \frac{y^3}{aa} + y$ poſito loco $y$, $t$, invenietur ſubſtituendo in iſta æquatione $z = x - s$, pro $x$ & $s$ valores inventos, habebitur $z =$

(ii

Act. Erud. An. 1727. M. Sept. $\frac{(tt+\frac{2}{3}aa)^{\frac{1}{2}}}{aa} - t - \frac{t3}{aa}$. Ergo $aaz+aat+t3=(tt+\frac{2}{3}aa)^{\frac{3}{2}}$ & reducendo ad rationalitatem reperietur iſta æquatio pro trajectoria reciproca, $a^4zz+2a^4tz+2aat^3z=\frac{1}{3}a^4tt+\frac{8}{27}a^6$; quæ dividendo per $aa$ reducitur ad hanc $aazz+2aatz+2t^3z=\frac{1}{3}aatt+\frac{8}{27}a^4$, ſeu ponendo $aa=\frac{3}{2}bb$, ad hanc, $12t^3z+18bbtz+9bbzz-3bbtt-4b^4=0$). Quæ eſt æquatio ad quarti ordinis curvam. Ad iſtam ergo æquationem perventum eſt ope rectificationis curvæ, quæ ſolutio proinde ſoli fortunæ eſſet adſcribenda, niſi comperta mihi fuiſſet peculiaris methodus inveniendi curvas algebraicas rectificabiles, unde & æquatio illa, quam ad conſtructionem iſtius trajectoriæ reciprocæ ſelegeram, promanavit.

Poſtmodum vero problema iſtud inveniendarum trajectoriarum algebraicarum reciprocarum, ex immediata earum natura diſcutiens, in iſtam incidi æquationem, (Fig. 2) appellando
Tab. III. Fig. 2. AQ, $x$; QN, $y$. $dy=dx(x+\sqrt{xx+1})^n$ denotante, $n$, numero quocunque. Quæ æquatio, ut facile patet, eſt ad trajectoriam reciprocam, ponendo enim in expreſſione ipſius $dy$. pro $x$, $-x$. invenietur $dy=-dx(-x+\sqrt{xx+1})^n$. quæ duæ æquationes reſpective invicem ductæ dant $dy^2=-dx^2$, id quod eſt de eſſentia trajectoriarum reciprocarum. Eſt autem iſta æquatio $dy=dx(x+\sqrt{xx+1})^n$ generaliter integrabilis, exceptis duobus caſibus, ubi $n$ eſt vel 1 vel $-1$, quibus in caſibus integratio dependet a logarithmis. Antequam vero integretur iſta æqua-
Pag. 410. tio, monendum eſt, ſive, $n$, ſit affirmativum ſive negativum, æquationem ad eandem eſſe curvam, una quippe obtinet, cum abſciſſæ AQ cis axem converſonis AB ſumuntur, altera cum illæ trans AB accipiuntur. Conveniens ſcilicet deprehendetur hæc æquatio, $dy=dx(x+\sqrt{xx+1})^{-n}$ cum iſta $dy=dx(-x+\sqrt{xx+1})^n$. Ideo vero iſtud præmoneo, ne quis ſubſtituendo pro, $n$, valores negativos, ſe problematis ſolutionem ulterius promoviſſe exiſtimet. Integretur jam æquatio iſta $dy=dx(x+\sqrt{xx+1})^n$ id quod facile fieri poterit ponendo $x+\sqrt{xx+1}=t$ ut habeatur $x=\frac{tt-1}{2t}$ & $dx=\frac{dt}{2}+\frac{dt}{2tt}$ ut adeo eſſet $2dy=t^n dt+t^{n-2}dt$. Quocirca erit $2y=\frac{1}{n+1}t^{n+1}+\frac{1}{n-1}t^{n-1}$

=

Act.Erud. An. 1727. M. Sept.

$= \frac{1}{n+1}(x+\sqrt{xx+1})^{n+1} + \frac{1}{n-1}(x+\sqrt{xx+1})^{n-1}$. Quæ æquatio generalis pro trajectoriis reciprocis ad caſus ſpeciales applicata ſuppeditat ex quolibet curvarum ordine, exceptis ſecundo & tertio, ad minimum unam trajectoriam reciprocam. Si enim pro $n$ ponatur, Q. reperietur hæc quarti ordinis æquatio, conveniens cum jam inventa $12yx^3 + 18xy - 9yy + 3xx + 4 = 0$. Si ſubſtituatur loco $n$, 3, reperietur iſta quinti ordinis trajectoria reciproca, $128\, yx^4 + 192\, yxx + 48y - 64yy - 8xx - 9 = 0$. Sit $n = 4$, reperietur iſta ſexti ordinis $720\, yx^5 + 1200yx^3 + 450yx - 225yy + 15xx + 16 = 0$. Si $n = 5$, reperietur æquatio ſeptimi ordinis, & in genere quicunque numerus loco $n$ ſubſtituatur curva inde generata erit ordinis $n+2$, ſi $n$ ſit numerus integer, ſin vero ſit fractus, $n+2$, reducitur ad fractionem in minimis terminis, & indicabit numerator fractionis ordinem curvæ inde natæ. Ex. gr. ſit $n = \frac{1}{2}$ invenietur iſta ordinis 5, cum ſit $\frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}$. $72yyx^3 - 81y^4 + 144x^4 - 216\, yyx - 96xx + 16 = 0$. Hinc itaque colligi poteſt, quot, beneficio iſtius æquationis generalis, ex quovis ordine trajectoriæ reciprocæ inveniri queant. Scilicet ex 4 unam, ex 5 duas, ex ſexto unam, ex 7 tres, ex 8 duas, &c. Supereſt mihi præterea alia methodus inveniendi trajectorias reciprocas algebraicas, ex qua quidem difficilius æquationes pro illis eruuntur, verum hoc ea ſe commendare poteſt, quod ſit univerſalis, & omnes, quotquot exiſtunt, curvas ſatisfacientes algebraicas ſuppeditare queat. Eſt illa quidem affinis methodo per rectificationes, a Celeb. D. Joh. Bernoullio detectæ, & non difficulter exinde elicitur. Dependet ſcilicet ea ab inventione curvarum diametro & cuſpide in vertice gaudentibus; quas curvas poſſibiles omnes cujusvis ordinis cum invenire in promtu ſit, omnes trajectoriæ reciprocæ algebraicæ poſſibiles inde elicientur. Cum enim omnes trajectoriæ algebraicæ inveniri queant, ex curvis rectificabilibus diametro & vertice in diametrum perpendiculari præditis, ejusmodi vero curvæ omnes ſint evolutæ totidem curvarum algebraicarum cuſpidatarum & diametro inſtructarum, hinc quoque trajectoriæ reciprocæ reperientur, hoc nempe modo. (Fig. 3) Sit CAM curva ejusmodi cuſpidata, AB ejus diameter, ducatur AQ eidem normalis, & ſumtæ pro lubitu abſciſſæ AP ducatur reſpondens applicata PM, ducatur radius MS circuli oſculantis curvam in M, erit punctum S in evoluta AS, eritque MS = curvæ AS. Si itaque radius MS circa centrum S moveatur in SN ita

Pag. 411.

Tab. III. Fig. 3.

Digitized by Google

Act. Erud. An. 1727. M. Sept.

ita ut fiat diametro AB parallelus, erit punctum N in trajectoria reciprocæ, cujus axis converſionis erit linea AB. Sequenti vero modo æquatio pro ea reperietur, data æquatione ad curvam AM. Dicantur AP, $x$. PM, $y$. AQ, $t$, & QN, $z$. Sit brevitatis gratia $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}$, invenietur inſtituto calculo, poſito elemento $dy$. conſtante, quod ſit AQ, $t = x + \frac{ds^2}{ddx}$ & QN, $z = y + \frac{ds^2 . \overline{ds - dx}}{dyddx}$ unde data relatione $y$ ad $x$, reperiri poterit æquatio inter $t$ & $z$, ſeu coordinatas trajectoriæ reciprocæ.

Sunt autem æquationes ad curvas ejusmodi cuſpidatas ex quovis ordine ſequentes. I. Ex ordine tertio, $\overline{a + by} . xx = y^3 + cy^2$. II. Ex ordine quarto, $ax^4 + \overline{b + cy + eyy} . xx = y4 + fy^3 + gy^2$. Sunt ſcilicet in æquationibus generaliſſimis ad cujus-

Pag. 412. vis ordinis curvas omittendi ſequentes termini. Primo illi termini in quibus continentur potentiæ ipſius $x$ imparium exponentium. Secundo terminus in quo meræ conſtantes, & tertio terminus in quo $y$ unius tantum eſt dimenſionis. Cum autem ex iſtis æquationibus difficulter ad æquationes pro trajectoriis reciprocis perveniatur, etiamſi eæ admodum faciles atque ſimplices reperiantur, operæ pretium eſſet, ſi quis ad ulteriorem rei analyticæ promotionem, perpendat, quomodo minori negotio æquationes pro trajectoriis reciprocis, determinatis $t$ & $z$ in $x$ & $y$, dataque inſuper relatione inter $x$ & $z$, erui poſſent, quomodo exterminata alterutra $x$ vel $y$, altera quoque exterminanda ſit, atque æquatio, quam nonniſi $t$ & $z$ una cum conſtantibus ingrediantur, inde elici poſſit.

ADDI-

# ADDITAMENTA AD OBSERVATIONES

Act. Erud. An. 1727. M. Octob. Pag. 472.

## De ductibus ſalivalibus ſublingualium Glandularum,

### Exercitatione de Lingua Humana, & in his Actis Menſ. Jul. A. 1724 traditas;

*Auctore AUGUSTINO FRIDERICO WALTHERO, Archiatro Regio, Anatomes & Chirurgiæ Profeſſore Publico Lipſienſi.*

IRrigant os atque linguam ductus, quos Exercitatione peculiari ſic expoſuimus, ut canalibus, qui ante innotuerunt, adjiceremus plures, quos ſublinguales promunt glandulæ, quosve olim deteximus, cum deſcribere plenius & enumerare ſuſcepimus. Laborem inter inveniendum abbreviare ſolet eorundem orificiorum in tractu ſub lingua poſitus, quem Exercitatione annotavimus; ac ipſa natura varias glandulas, variosque excretorios ductus impertivit, & nonnunquam omnes, aut ſaltem plurimi ſine tædio temporisque diſpendio inveſtigantur; nec ægre mediocrem ſtylum aliquando admittunt. Quare ad obſervationes, quas de ductibus ſublingualibus antehac conſcripſimus, nunc addere liceat, quod ſectionum uſu & exercitio porro deprehendimus ac confirmavimus. Ab illo enim tempore permultorum publice ſectorum cadaverum humanorum, pluriumque privatim inſpectorum, ac linguarum quidem glandularumque connexarum examine cognovimus, admodum frequenter ex una glandula ſublinguali quatuor provenire excretorios ductus, nec pauciores haberi: tamen interdum, & maxime in amplis ac elatis in ore glandulis ſingulis, eorum numerum uno alteroque augeri; quod ubi accidit, tum non poſitu, ſed amplitudine ac longitudine plurimum variare ductus ſolent. Naturæ minime conſuetum eſt, ad alterutrum & laterale linguæ in ore vinculum ſuperaddere duos & ſolitis ampliores, aut ita aperiri in utroque latere numero diſpares, quales hyeme anni præteriti vidimus, & ut illuſtretur de ductibus ſublingualibus doctrina, nunc recenſemus. Erant in cadavere ſenis, publice ſecto, admodum inſignes ſub lingua glandulæ. Quarum excretorios ductus cum Auditoribus demonſtraremus, ſine multo labore ſex a parte ſiniſtra, Pag. 473.

ſtra, octo a dextra nec pares numero, omni quamvis adhibita diligentia invenire nobis dabatur. Ex his ſex anteriores ordine & poſitu in utroque latere ſatis inter ſe conveniebant; nihilominus ceteris conditionibus quodammodo diverſi: at a dextra apertos duos poſticos ductus, linguæque laterali vinculo vicinos, cum numerum excederent, & ab amplitudine *Warthoniani* ductus parum uterque abeſſet, ſtylumque digiti altitudine, nec ægre verſus maxillarem glandulam ferret, ideo noſtra inveſtigatione accurata digniſſimos hos exiſtimavimus; præſertim cum in permultis cadaveribus & a pluribus annis nullum ſublingualis glandulæ ductum cum maxillari glandula aut ejus excretorio ductu communicaſſe, experimentorum olim factorum memores, perſuaderemur. Quam ob rem ſtylis in hoſce canales illatis, ipſos & illæſos ab oſtiis ad inſertionum loca denudavimus, & totos plenius in conſpectum produximus. Ingrediebatur autem uterque inſignis baccæ uvæ inſtar craſſam, & tenuioris productionis glandulæ ſublingualis appendicem inconſuetam; quæ glandulæ maxillari, & reliquæ ſublinguali cum interjecta eſſet, nihilominus dimidio digito ab iſta finibus ſuis diſtabat; quanquam ambitu ſuo ſuperius contegeret ductum *Warthonianum*, merſum celluloſa radicis linguæ fauciumque membrana, quam exercitatione noſtra annotavimus. Hoc corpus glandulæ noſtræ appoſitum, & loco ſuperadditum, quo in aliis ſubjectis ea finiri conſuevit, & ubi loco conſimili ſiniſtra glandula deſinebat, mole duas tertias partes ponderis reliquæ glandulæ ferre videbatur. Nunc aerem per tubulum in utrumque immiſimus ductum, & modo anteriorem, modo poſteriorem appendicis partem inde ſuccuti & intumeſcere, more in aliis glandulis uſitato animadvertimus. Nec ſolum hi ductus ita
Pag. 474. diſtincti, ſicut & glanduloſum corpus, omnem aerem illatum in ſe continuerunt; ſed & ipſi varios liquores & mercurium vivum, quæ non ita multo poſt injecimus, prorſus concluſerunt. Idem erat experimentis eventus, ſive in ſitu nexuque hujus appendicis integro, ſive cum ea reclinata, & a nexu cum vicinis, maximeque cum *Warthoniano* ductu ſeparata eſſet, rerum periculum faceremus; quare nihil ex injectis nec ad maxillarem glandulam, nec ad *Warthonianum* ductum penetravit. Inſignior & erat, ſolitaque forma major hujus lateris maxillaris glandula. Etiam notabili ab hacce glandula globoſa intervallo, ad excretorium ductum accedebat mediocris magnitudinis ramus; qui, cum varia in truncum injiceremus, aliquid ex iis recipiebat. Et hoc obſervatu perrarum eſt, ac in ſtrumoſis ſæpius cognoſcitur. Nam mox pari modo alterum & oppoſiti lateris *Warthonianum* ductum exploravimus; & ipſum aliter ut experiremur, juxta papillam ligavimus:

Digitized by Google

vimus: inde in altero ejus extremo & ad glandulæ corpus inciden- Act. Erud. An. 1727. M. Octob.
do ipſum aperuimus, loco, ubi is ordinarie in ramos dividitur, & glandula mergitur. Hinc tubulo ad inciſionem applicato, aereque immiſſo, totum ductum & usque ad vinculum diſtendimus ſuccuſſimusque: poſt infudimus aquam tinctam; tandem mercurium vivum injecimus; quæ cum moliremur, ſecus res cecidit, ac cum talia in altero ductu ante experiremur. Omnia enim, quæ ſic repetitis vicibus illata fuerunt, ductus *Wartbonianus* prorſus ſervavit, & intra ſe continuit, ſine eo, ut minor aliqua propago, aut, qui aliunde accederet ductus, ſigillatim qui ad ſublingualem glandulam pertineret, aliquid inde reciperet. Quæ modo retulimus experimenta, ea & ante anatomen illam ſæpius, & pari cum ſucceſſu tentavimus, maximeque cum in pluribus linguis humanis glandulisque connexis, ut inſolitam eſſe communionem pateret, alios *Wartbonianos* ductus cera liquata injectaque plenos, alios Mercurio repletos, & ab omni commercio nexuque cum glandulis vaſisque excretoriis ſublingualibus aliisque ductibus liberos, in uſum demonſtrationum publicarum, aſſervandos curaremus. Hæc ita ad confirmandam amplificandamque de ductibus excretoriis diſtinctisque glandularum ſublingualium doctrinam protulimus; quos ductus alii in brutis, & aliter ac nos egimus, demonſtrarunt atque delinearunt, nonnulli obſcure & obiter eos notaverunt. Nam cum *Stenone* aut cum *Verbeyeno* de hominis ductibus ſub- Pag. 475.
lingualibus ſentire, ex una parte falſum, ex altera ambiguum vexatumque eſt: „ vaſcula ſibi invicem parallela a lingua verſus „ gingivas recedere, & ſub intervallo digiti a dentibus oſtiis ſuis „ per tunicam hiare"; imo ad hanc doctrinam addere perinde erit: „ vaſcula ab exterioribus glandularum lateribus ad gingivas „ in tranſverſum recedere, & non ita magno a glandulis inter- „ vallo peculiari quodque oſculo hiare". Nam iſta digiti intercapedo totam ſublingualem glandulam complectitur, & medietatem linguæ in ore humano aſſequitur; oſtiaque excretoriorum noſtrorum verorumque ductuum ad dentes propius accedunt: contra, ſub lingua levata glandula pro altitudinis ſuæ modo ſituque tantum admittere ſpatium omnino videtur, cum ea partim ad dentes & ad gingivas, partim ad maxillam inferiorem, ac omnium denique altitudinem accommodatur. Ut igitur clarior res fiat, diſcernimus glandulæ utriusque & oblique poſitæ latera. Nam pro externis lateribus merito habemus, quæ ſub involucro oris condita cum ſunt, maxillæ inferiori, nunc ampliori factæ, adnaſcuntur: at internis & ſuperioribus ſuis lateribus, quidem in ore, tanquam anguſtiori ſpatio glandulæ prominent, linguæque ſequuntur motum, & facile ad dentes aſſurgunt; ſi-



Digitized by Google

Act. Erud. An 1727. M. Octob. mul verſus linguæ frenum excurrunt, ac, nonnihil hoc loco inflexæ, quaſi angulum conſtituunt. Proinde hæc latera, in ore hominum diſtincta, noſtrorum ductuum orificia videnda præbent; quæ ut explorentur in naturali omnium ſitu, atque in demortuorum linguis, ex ore reſectis, id, inter alia, exercitatione citata docuimus. Unde tandem ab exterioribus glandularum lateribus ad gingivas in tranſverſum quodque recedere ſublinguale vaſculum, & non ita magno a glandulis intervallo peculiari hiare oſculo, quidem in brutis, icones teſtentur, quas *Steno* & *Diemerbroeck* delinearunt. Ceterum ad obſcuros in re Autores *Bourdonus* atque *Dionis*, imo inter antiquos *Oribaſius* accedere poſſunt: ſin hujus verba, ad noſtram doctrinam accommodare, & interpretari utcunque quis voluerit; quando hic præ ceteris lib. 24 Collect. Medic. ſcribit: " Ad linguæ vinculum, utrinque ex obli-
„ quis partibus ora vaſorum, quæ ſalivam excipientia dicuntur,
„ invenies, in quæ deſcendere ſtylus poſſet. Initium ducunt hæc
„ vaſa ab radice linguæ, ubi ejusdem quoque glandulæ ſunt.

Pag. 476. Quare minus evidentem paucorum opinionem reliqui Anatomici ſcriptores neglexerunt, doctrinamque amplexi fuerunt, in homine licet minus probatam, de ſingulo ſublingualis glandulæ excretorio ductu *Rivini* & *Bartholini*, ſive diſtincto, ſive cum *Warthoniano* connexo: ut videre eſt apud *Ruyſchium*, *Bidlooum*, *Munnickium*, *Taurium*, *Drackium*, *Welſchium*, *Cheſeldenium*, *Keilium*, *Heiſterum*, *Nogueſium*, & reliquos.

EXCER-

Digitized by Google

# EXCERPTA
## EX ACTIS ERUDITORUM
### LIPSIENSIBUS
### ANNI 1728.

## SARDONYX

### A novo Artifice triumpho Bacchi repræſentando aptatus.

CUM ſæpe in his Actis veterum reliquias conſpiciendas dederimus, lubet nunc novæ quoque & adhuc ſplendentis artis ſpecimen producere. Habes enim hic Sardonychem, juſta, qua conſtat, magnitudine repræſentatum, cujus ea pars quæ nullas monſtrat figuras, albi coloris eſt; cetera vero, quæ rubicundi vel ſubflavi ſunt coloris, figuris tam apte excogitatis deſtinavit Artifex, ut non incommode lapis exprimeret Triumphum Bacchi; quod tam facile omnibus patet, ut eo explicando ſuperſedere plane queamus.

Act. Erud. An. 1728. M. Jan. Pag. 6. Tab. A. 1726. Fig. 1.

EX-

Act. Erud.
An. 1728.
M. Jan.
Pag. 40.

# EXCERPTA EX LITERIS

## Ad JOH. BURCH. MENCKENIUM datis a JO. FRID. WEIDLERO.

### *De obſervatione Eclipſis Solaris, inſtituta Witebergæ die XV. Septembris Anni* CIↃIↃCCXXVII.

DIE XV. Septembris proxime elapſi, quo Solis defectus contigit, primo mane Euronotus, (S. O) ſerenitatem cœli, qua integro & amplius menſe antea fueramus gaviſi, notabiliter turbare videbatur. Columna argenti vivi in barometro, quæ die XIV. Septembris altitudinem 27 digitorum & 6 linearum pedis Pariſienſis aſſecuta erat, die XV. ſesqui linea decreverat, & ſparſæ paſſim per cœlum nubeculæ exiguam videndæ eclipſeos ſpem relinquebant. Verum paulo poſt horam ſeptimam, invaleſcente Cauro, (N. W) nubes verſus orientalem plagam ex voto noſtro diſpellebantur. Itaque ad obſervationem accurate faciendam me accinxi. Intuleram autem antecedentibus diebus in conclave ortum reſpiciens organa neceſſaria, nempe horologium oſcillatorium, tripedali pendulo inſtructum, quod minuta prima & ſecunda indicat, & Teleſcopium Aſtronomicum longum 3 p. 7 dig. Pariſ. cui camera obſcura conformis longa 2 p. 6. dig. adhæret. In fundo hujus cameræ obſcuræ, ſuper tabula vitrea, quæ tenui charta alba tegitur, orbis ſolaris, diametro 3 dig. 1 lin. ea facie, qua in cœlo lucet, foris inſpectantibus exhibetur. Circulus Solis imaginem excipiens, quinque aliis concentricis, atque inter ſe diſtantibus, in duodecim digitos diviſus erat. Nam cum duobus & dimidio pedibus tabula obſervationis a lente Teleſcopii ultima abeſſet, nullum intercedebat diſcrimen inter arcus peripheriæ ſphæricæ, in quam egreſſi, ex foco lentis ocularis, tanquam ex centro, ſolares radii diffundebantur, & inter tangentes ejusdem peripheriæ, ſive inter circulorum concentricorum, de quibus dixi, Pag. 41. ſemidiametros. Et quamvis dediſſem operam, ut horologii tempus, ſecundum obſervationes Solis meridianas, aliquot ante diebus corrigeretur, tamen, cum translatio in locum & ſitum diverſum, mutabilitatem quandam ipſi inferre videretur, ſtatim

poſt

poſt abſolutam eclipſis obſervationem, menſus ſum duas Solis altitudines, ope quadrantis quinque pedum, in quo ſingulæ ſecundorum minutorum decades, rectis transverſalibus diſtinguuntur. Et auxilio primæ altitudinis, 27 gr. 34 m. 30 ſec. ſive adhibita correctione Wurzelbaucriana, demptaque refractione 3 minutorum, 27 gr. 31 m. 30 ſec. & poſitis inſuper (1) diſtantia poli a zenita Witebergæ 38 gr. 8 m. 2) Loco Solis 21 gr. 45 m. Virginis, & inde declinatione Solis 39 gr. 17 m. 3) pro momento obſervationis, reperi, altitudini Solis modo commemoratæ reſpondere hor. 8 m. 50 ſec. 47. Atque ita perſpecto tempore vero, incrementa & decrementa defectus ſolaris ſequentem in modum ſeſe habent. 

| | | H. | ′ | ″ |
|---|---|---|---|---|
| Initium Eclipſis antemerid. | | 7. | 18. | 19 |
| Phaſes creſcentes | 1 dig. | 7. | 23. | 34 |
| | 2 digiti | 7. | 35. | 24 |
| | 2½ dig. | 7. | 47. | 19 |
| Phaſes decreſcentes | 2½ dig. | 7. | 55. | 4 |
| | 2 dig. | 8. | 7. | 59 |
| | 1½ dig. | 8. | 13. | 24 |
| | 1 dig. | 8. | 19. | 54 |
| | Finis. | 8. | 29. | 51 |

Proportio ſemidiametrorum Solis & Lunæ erat circiter 157, 168. Favit ſerenum cœlum, quoad duravit obſervatio. Diſcus Lunæ, qua partem ſub Sole viſam, perfecto terminabatur circulo. Color intus niger, in margine cœruleus, tandem flavus in album Solis lumen deſinebat, & Lunæ orbem ambiebat. Maculæ, uti hoc anno frequentiſſime ſub ſole apparuerunt, ita neque die defectus ſolaris defecerunt. Novem diſtincte conſpeximus, quarum ſuprema verſus occaſum poſita, circiter quadrageſimam octavam diametri ſolaris partem capiebat. Sed hæc inter mediocres, quas hoc anno vidimus, locum tuetur.

DA-

Act. Erud. An. 1728. M. Mart. Pag. 101.

# DANIELIS WILHELMI TRILLERI, M. D. Conjecturæ & Emendationes in Aretæum.

Quum nuper nitidiſſimam Aretæi Editionem Oxonienſem paullo attentius perluſtrarem, quædam mihi in aliquot loca dubia, obſcura & deſperata ſubnatæ ſunt inter legendum conjecturæ, quas hic cum Lectoribus harum rerum cupidis communicare placet. Nec mihi ſuccenſebit, ſpero, Cl. *Wigan*, modeſte ab ipſo nonnunquam diſſentienti. Sed quid plura? fiat ergo initium.

p. 5. Legitur: *ἐξήρανται γὰρ τάλλα ἀτὰρ καὶ τὰ ἄλλα διψαλέα ὄργανα σόμα σόμαχος*. Quid hæc ſibi velint, equidem prorſus ignoro, inquit Cl. *Wigan*. Putem ego legendum eſſe: *ἐξήρανται γὰρ τῇ ἀλέα*, *æſtu enim exaruerunt*. *ἀλέα* ſeu *ἀλέη*, æſtus, in hoc ſignificatu aliquoties apud Aretæum occurrit, item apud Homerum atque Hippocratem legitur.

36. *Ἐρυγαὶ κακώδεες, βρομώδεες, ὡς ἐξ ἀλὸς ὀρυγμίη*. Longe petita videtur Cl. *Wigan* hæc de alitu ex ſalinis, ut quidem vertit, Comparatio, mallet ergo, deleta voce *ἀλὸς*, legere *ὀξυρεγμίη*, voce Hippocrati familiari. Forſan tamen & ita ſanari poſſet locus: *ὡς ἐξ ἀλὸς ἐρυγμοὶ*, *quemadmodum ſunt ructus a muria*, aut, *quemadmodum ſunt ructus & vomendi conatus ex mari nauſeantium*. Certe res nota eſt. Vox *ἅλς* quoque utrumque ſignificatum admittit.

40. *Ἐιδὲ ἐκτανύσαι βιᾶται, ὅκως ξύλα ἱκανὰ καταξέων τὰ μέλεα βραχύτερα ἑωυτέων γίγνεται*. Inſigne mendum his verbis ineſſe credit Clar. *Wigan*, nec injuria. Videtur tamen hoc modo illud poſſe tolli: *ὅκως ξύλα ἱκανὰ καταδέων*, h. e. *ſi quis idonea ligna*, i. e. aſſulas ad extendenda & firmanda membra luxata aut fracta Chirurgis conſuetas (*νάρθηκας* vocat Hippocr. de officin. Med. & *ferulas* Celſus) *ſubligaverit*, aut *κάτω δέων*, *infra ligaverit*, aut denique *καταζευγνύων*, *adjunxerit*. Senſus ſane ita clarus fit atque perſpicuus. Paulo ante legitur *μέλεα κοῖλα*, *membra cava*, ubi malim *κυλλὰ*, *curva*, ſequitur enim: *ἐς μῆκος ἀποτείνεται*; forſan tamen & illud ferendum. Nihil definio.

Pag. 102.

42. *Ἐντεῦθεν αὐτῶν (ὀνύχων) ἐστὶ πόνος, ὥσπερ καὶ τὰ στερεά*. Mendoſa hæc eſſe recte opinatur Cl. *W.* forſan ſic legendum fuerit:

rit: ὥσπερ κέρατα στερεῶν, *dolor unguium veluti cornua rigidorum*. Act. Erud.
Senſus quidem haud ineptus. An. 1728.
Κῆν μὲν εἴσω ῥέπῃ τὸ πύον, αἱ πλευραὶ τὰ ὀστέα κατὰ χώραν M. Mart.
τὴν σφῶν αὐτέων φθίσιν ἔλεξα πρόσθεν ἑτέραν ἔμμεναι, συμβε- p. 43.
βῶσαν κατὰ φύσιν. Hæc, prout jacent, nemo intelligit, ut ipſe
candide quoque faſſus eſt Cl. *Wigan*. Hoc tamen modo ſenſus
aliquis depravato huic loco reddi poſſe videtur: κῆν μὲν εἴσω
ῥέπῃ, αἱ πλευραὶ τὰ ὀστέα (κατὰ χώραν τῆς σφῶν αὐτέων φθίσιν ἔλε-
ξα πρόσθεν ἑτέρην ἔμμεναι) συμβαίνουσι κατὰ φύσιν, hoc eſt,
*ſi interiora verſus vergat abſceſſus, coſtarum oſſa (juxta qua-
rum regionem phthiſin illam alteram fore ſupra pronunciavi,) con-
juncta manent ſecundum naturam ſuam*. Certe ſenſum hunc in-
tendiſſe Aretæum, colligitur ex ſequentibus: ἢν δὲ ἔξω ῥέπῃ
διΐστανται τὰ ὀστέα, & mox: ὅτε ἔνθα καὶ ἔνθα ἡ πλευρὰ πα-
ραθλίβεται. Συμβαίνουσι vero hic ſignificat *coaleſcunt, conſen-
tiunt*, item & *contingunt*, quomodo verbum συμβαίνειν uſur-
pari notum eſt.

Γέροντες ἀπόφελκτοι ἁλόντες, ὅσον βραχείης ῥοπῆς ἐς δίνην 47.
θανάτου χρέος. Hæc ſana eſſe nequeunt, inquit Cl. *Wigan*; mi-
hi ſecus videtur. Interpungendus & vertendus locus: ἀπόφελ-
κτοι ἁλόντες ὅσον βραχείης ῥοπῆς, ἐς δίνην θανάτου, χρέος *ſe-
nes quum ſemel horrore correpti fuerint, tunc levi ſaltim momento ad
mortis quietem opus eſt*. Senſus planiſſimus. Citius extinguuntur
ſenes exſucci, ac alii vegeti & ſucci pleni.

Ἄπορον μὲν οὐ γίγνεται τὸν ὄγκον τε τὸν σκληρὸν ἵζον ἐς Σκίρ- 49.
ῥον ἱδρύεσθαι. Vitiata hæc eſſe putat Cl. Editor: mihi vero fa-
cile ſanari poſſe locus videtur, legendo ſaltim ἵζοντα, & verten-
do: *nullum quidem ſuboritur dubium, tumorem durum ſubſidentem
in Scirrhum demum confirmari*, quod & jam in ſua verſione ſubo-
luiſſe Craſſum monet Clariſs. Maittairius, qui ipſe mallet τόντε
σκληρὸν, ut concordet nempe melius cum τοῦ ἵζον, quod ta-
men non neceſſe. Imo & ἵζον cum τοῦ ὄγκον jungi poteſt πρὸς
τὸ σημαινόμενον, aut per ἀνακόλουθον figuram. ut βρέφος φέ- Pag. 103.
ροντα apud Anacr. od. III. Καρποὺς ἃ apud Lucian. in Amor. λό-
γος, ἐκεῖνο, apud Ælian. V. H. XII, 60; plura collegere Grot.
ad Luc. XXII, Cleric. Art. Crit. P. II S. I C. 10, Perizon. ad San-
ctii Minerv. p. 725, Voſſ. ad Catull. p. 296, imprimis vero Jen-
ſius in Lect. Lucian. L. II c. 4 & J. F. Gronov. ad Senec. L. IV de
Benef. c. 32 p. 175.

Εὖτε τῶν παρεόντων ἕκαστον ὡς τὸ μηδὲν οὐκ ἐπιστρέφειν. Hæc 54.
ſe non intelligere jure conqueritur Cl. *Wigan*. Sed ita fortaſſe verba
ſint conſtituenda: εἰ δὲ τῶν παρ. ἕκας. ὡς τὸ μηδὲν οὐκ ἐπιστρέ-

Act. Erud. φει, h. e. *ſi vero horum quid, quæ antea in uſu fuerant, ceu pe-*
An. 1728. *nitus ſublatum non revertitur*, ſenſu loco accommodatiſſimo.
M. Mart. Τὸ μηδὲν εἶναι Græci dicunt de re plane ſublata, inde οἱ μηδὲν ὄν-
τες illis eleganter dicuntur mortui.

p. 61. Στρόφοι βαρέες ἀνέκλιστοι, τὸ γὰρ ἑλικοειδὲς ἔντερον, ἀνέλικτοι, *tortuoſi*, legit Cl. *Wigan* ab ἀνελίσσω, quod tamen & alibi & apud ipſum Aretæum *evolvo* ſignificat, unde ἀνέλικτον, *non tortuoſum*. Craſſus hic legiſſe videtur ἀνέκλειπτοι, vertit enim *tormina perſeverantia*, ab ἀνεκλείπω; verum hanc vocem in Theſauro Stephani ſine autoritate legi bene monet Cl. Maittaire, nec ſenſum quidquam hic juvat: ratio enim additur, cur involuta ſint & tortuoſa tormina, τὸ γὰρ ἑλικοειδὲς τὸ ἔντερον, *ipſum enim inteſtinum*, in quo ſcil. morantur & luctantur, *eſt tortuoſum*. Mihi vix dubium eſt, quin legendum hic ſit: ϛρόφοι ἀνακύλιστοι, ab ἀνακυλίω *tormina involuta, tortuoſa*.

ibid. Αἴσθησις τοῦ λίθου ὁδοιπορέοντος ξυνῷ ὁμοβιαίῳ. Cl. Editor haud dubitat, quin Aretæus ſcripſerit: ξυνὼ πόνῳ βιαίῳ. Concinna ſane lectio; forſan tamen & ſcripſerit: ξείνῳ οἴμῳ βιαίη, hoc ſenſu: *violenta eſt ſenſatio calculi inſolita via iter facientis*, ſive *a calculo iter faciente*. Οἶμος autem vox eſt poetica, Homerica imprimis, quales crebro Noſtro placuiſſe ex omnibus fere paginis conſtat; accedit, ipſum Hippocratem eadem uſum fuiſſe.

73. Καυκαλῶσαι τὴν ὑστέρην, de feminis loquitur Autor ex uteri prolapſu laborantibus. Vertit Cl. *Wigan*: *quaſi a caule germinantem uterum*, quaſi vox ſit a καυλὸς, quum potius ſecundum
Pag. 104. analogiam derivanda eſſet a Καυκαλὶς, herbæ notæ ſpecie. In Notis vero procul dubio legendum eſſe cenſet Κυρκανῶσαι, *uterum inverſum habentes*, ex Hippocrate, Heſychio & Suida. Optime quidem ad ſenſum loci; paullo vero remotius a veteri ſcriptura. Malim igitur ſimpliciſſime: ἀναχαλῶσαι τὴν ὑστέρην, *uterum relaxatum habentes*.

75. Καὶ γὰρ οἵσι τῆς δὲ βδελικτέων ἡδονή. Locum inſigniter corruptum pronunciat Cl. *Wigan*; nihil tamen tentat. Cl. Maittairius legere mavult ἑκατέρων, proxime quidem ad ſenſum; remotiſſime vero a priſcis literarum δὲ βδελικτέων veſtigiis, ut ipſe fatetur. Tentabo interim: καὶ γὰρ οἵσι τοιοῦτο δὲ μειλικτος ἡδονή, *tale enim* (frigus nempe aut calor,) *ipſis*, arthriticis, *ſuaviſſima eſt voluptas*; ſive ſic: καὶ γὰρ οἵσιν τούτων ἓν ἀβδελικτέον, οἵσι δὲ μή, *etenim horum unum quibusdam gratum eſt, quibusdam vero non*. Et hoc alteri præfero.

78. Ἀφροδισίων ὠμῶν καὶ ἀπέπτων ἡ ἀναδόσις. Priorem vo-

cem

cem in *σιτίων* mutandam cenſet Cl. *Wigan*, optime. Malim vero: *ἀπὸ σιτίων*, quod melius adhuc repræſentat veterem ſcripturam *ἀφροδισίων*. Act. Erud. An. 1728. M. Mart.

*Διὰ εἶδον κέγχρου. διὰ ἀλῶν*, acute legit Cl. *Wigan*, ſed legi quoque haud inepte poſſet: *διὰ κριθῶν, κέγχρου, per hordea, milium*, vel: *διὰ κριθῶν καγχρύος, per farinam toſtam hordeaceam.* p. 103.

*Τῇ ὦν πλέονι πρὸς τοῖς δακτύλοις, καὶ μὴ ἐπ᾽ ἀγκῶνι, τάμνοι τις αὐτέην.* Haud recte hæc ſe habere manifeſtum eſt, inquit Cl. Editor. Facilis vero eſt emendatio: *τί ὦν πλέον κ. λ. quid igitur prope digitos magis, & non in cubito, eam venam inciderit?* 108.

*Εἷς δέ τις ἀριθμὸς ἐπίκαιρος*. Totam ſententiam depravatam credit Cl. *Wigan* facili vero negotio eam reſtitui poſſe crediderim legendo: *εἷς δέ τις ῥυσμὸς ἐπίκαιρος, ſi vero unica figura, unica diſpoſitio, unicum indicium fuerit periculoſum.* *ῥυσμὸς* enim idem eſt ac *θέσις, διάστασις, σχῆμα, τύπος*, ut exponit Euſtath. ad Dionyſ. Perieget. Conf. Menag. ad Diog. Laert. L. IX Segm. 47 p. 414: ſæpius vox iſta occurrit apud Autorem Libelli de Anatome inter Hippocratea relati, ad quem plura notavimus in *Specimine Hippocratico*. 112.

*Πτόρθων ἀωδέων ἡδονῆς ῥιπίσι*. Pro *ἡδονῆς* legendum ſuadet Cl. *Wigan*, *ἡδέης, lenibus*. Facilior vero lectio: *ἑδανοῖς ῥιπίσι, ſuavibus, voluptuanis flabellis*, voce Homerica Aretæo propria. Pag. 105. 14.

*Ἐν ἥπατι τοῦ αἵματος ἡ γέννα, καὶ ἐς πᾶν ἔνθεν ἡ τοῦ----ἀφεψῆ*. Locus mutilus ex ingenio ſupplendus: Legi ergo ſic poſſet: *καὶ ἐς πᾶν σκήνεος ἔνθεν ἡ τοῦ αὐτοῦ (αἵματος) ἀπόπεμψις, & in univerſum corpus exinde illius diſtributio*. Vel ſic: *καὶ ἐς πᾶν ἔντερον ἡ τοῦ αὐτοῦ ἀνάθρεψις*, vel hoc modo: *καὶ ἐς πᾶν ἔνθεν ἡ διέπεψιν*, ut loquitur de Hepate Hippocrates: vel denique hunc in modum: *καὶ ἐς πᾶν ἔνθεν ἡ τοῦ σκήνεος διέξιν*. Omnia hæc huc quadrare videntur, ſi ſubſequentia quidem conſulantur. 118.

*Χρὴ δὲ καὶ τοῖσι ἐπιθέτοισι διασκιδνάναι τὰ ἐν τῷ ἥπατι στήθεα.* Quid hoc ſignificet, neſcio. Craſſus, *quæ acervata ſunt*, vertit. An *σταθέντα* vel *στηριχθέντα*? ita in Not. Cl. *Wigan*. Fortaſſis ſcripſerit Aretæus *σταθέα*, ut dicitur *ἀσταθέα* & *δυσταθέα*, quod ipſum apud Noſtrum occurrit. Verum quia nullum mihi adhuc notatum exemplum, ubi ſimplex *σταθὴς* ita fuerit uſurpatum, mitto hanc conjecturam. Magis vero veriſimile eſt, ſcripſiſſe Aretæum *πλήθεα*, a *πλῆθος*, quod nonnunquam idem eſſe ſolet ac *πληθώρα*, plenitudo, humorum ut & ſanguinis redundan- ibid.

 tia

Act. Erud. An. 1728. M. Mart. tia atque infarctus. Ita enim Galenus πλῆθος eſſe ait πλεονεξίαν χυμῶν ἐν ὅλῳ τῷ σώματι συνιςαμένην, *redundantem in toto corpore humorum conſiſtentiam ſeu ſtagnationem*, vid. Foeſ. in Hipp. Oeconom. Haud ergo mihi amplius ſupereſt dubium, quin in Aretæo ſcribendum ſit πλήθεα, imprimis quum πλήθεα & ςήθεα vel apud ipſum Hippocratem aliquoties confundi inter ſe ſolere animadverterim.

p. 130. Τῇ ἐσχάτῃ ϗ δυνατωτάτῃ πάντων ἀγωγῇ. Mallet Cl. *Wigan* ἀρωγῇ, *auxilio*, voce Homerica & Noſtro hinc familiari, acutiſſime quidem; vix tamen videtur neceſſum. ἀγωγὴ hic eſt *eductio*, *evacuans*, ut ſæpe apud Hippocr. & Galen. vocat ergo Aretæus Elleborum jure ἐσχάτην ϗ δυνατωτάτην ἀγωγὴν, *ultimum & potentiſſimum evacuans*.

Pag. 106. 133. Εὖ χαλὸν ἐν τούτοις τοῖσιν, ἠδὲ πεμμάτων εὔπεπτα ϗ ἄχνισα ϗ κοῦφα. Manifeſte corrupta hæc reputat Cl. *Wigan*. Nos ſic tentavimus locum deſperatum: εὔχυλον ἐν τούτοις ὀνήσει, ἠδὲ πεμμάτων κ. τ. λ. *præſtat vero in his illud, quod bonum chylum generat, vel ex ſecundis menſis ea, quæ facile concoquuntur*. Commodior certe ſenſus huic loco reddi vix poteſt.

137. De Melancholia: ἐγκοτεῖ τε τῷ σκλώεϊ ἑτέρων νοσημάτων τόκους. Hic ἐγκύει mavult Cl. *Wigan*, quia illam vocem nihil huic locum aptum ſignificare invenit. Forſan tamen ſcripſerit Aretæus: ἐγκοιτεῖ, a κοίτη, *cubile*, *coitus*, *ſeminis conceptio*, atque hic libertate poetica pro ἐγκύει uſurpaverit.

Atque hæc fere ſunt, quæ in Aretæo mihi emendanda & interpretanda viſa ſunt. Æquum nunc ſuper his ſubitaneis mihi expoſco judicium cum a Cl. *Wigan*; tum ab aliis literarum Græcarum amatoribus.



Digitized by Google

Act. Erud. An. 1728. M. Aug. Pag. 375.

# JO. FRIDERICI WEIDLERI

## Obſervatio conjunctionis Lunæ & Saturni, & aurorae borealis,

*Quæ una eademque veſpera poſt diem XXV Junii A. 1728 Vitembergæ contigerunt.*

Conjunctionem Lunæ & Saturni contemplaturus primum dedi operam, ut tempus horologii oſcillatorii, quod ad manus erat, quam correctiſſimum redderetur. Eum igitur in finem quadrante quinquepedali, cujus in his Actis Menſe Januario h. a. p. 639 memini, altitudinem lucidæ aquilæ paulo ante obſervationem accurate menſus ſum. Deinde per teleſcopium aſtronomicum ſex pedes longum & micrometro inſtructum, adſpexi Saturnum Lunæ jam propinquum, & capta aliquoties utriusque diſtantia, deprehendi minimam 1 m. 20 ſ. die 25 Junii hora 12 m. 39 ſ. 33. Tranſibat autem Saturnus ſupra Lunam, ita ut linea recta, per ipſum & Hevelii lacum nigrum minorem, qui juxta mare hyperboreum ſitus eſt, ducta, fere ad centrum Lunæ tendere videretur. Idem Saturnus per teleſcopium XXII pedes longum viſus, annulum ſuum verſus terram utrinque apertum geſtabat.

Eadem veſpera diei XXV Junii, hora XI, aurora quædam borealis maxime illuſtris effulſit. Scilicet ſub ſeptentrione conſpiciebatur tractus quidam caliginoſus, horizonti ſub altitudine 6 circiter graduum incumbens. Atque hic jam monſtri aliquid alere videbatur. Nam cœlum reliqua parte ſerenum nubibusque vacuum erat, & imprimis ſeptentrionali horizonti vicina regio, tum perpetuam lucem, a Sole non alte infra finitorem condito acceptam, ſpargere debebat. Suſpicioni noſtræ eventus reſpondit, ſiquidem ex illis tenebris prodibant ſub initium tres quatuorve in verticem porrectæ columnæ luminoſæ, hisque lente progreſſis in ortum, mox novæ ab occaſu ſuccedebant. Hæ columnæ non erant ejusdem longitudinis & craſſitiei. Quædam a ſexto gradu altitudinis ad Zenith usque extendebantur, aliæ vix tertiam illius arcus partem percurrebant. Spiſſiores unum circiter gradum latæ erant. Circa horam XII magis verſus occaſum inſolitum lumen vergebat. Hine oriebantur arcus quidam lucidi expanſi inter favonium (W) & cæciam (N. O.) Iidem quoque repentinas ſubibant mutationes, & modo longiores modo contractiores evadebant. Pag. 376.

Non-

Act. Erud. An. 1728. M. Aug. Nonnullorum de repente diſcerptorum lumen undulatum, inſtar fluctuum aquæ ventis commotæ, in verticem provolvebatur. Tales undæ illam, quam dixi, cœli regionem aliquandiu tenebant, quandoque cum iisdem rectilinea fulgura permiſcebantur, vel novi arcus inde contorquebantur. Maximus horum arcuum inter favonium & cæciam hora XII m. 15 expanſus per ipſum Zenith ducebatur, verum etiam hic ſubito in undas luminoſas diffundebatur. Neque minus memorabile erat phænomenon conſpectum paulo ante horam XII. Nam plures columnæ lucidæ tenuiores in Zenith, tanquam ad centrum ſuum, undiquaque confluebant, etſi ipſum Zenith non penitus attingerent. Aer tota illa nocte perquam tranquillus erat, leni cæcia ſpirante. Motus materiæ lucentis fere continuus erat, & evanida lumina plerumque nova excipiebant. Copioſiora tamen circa horam XI & XII, quam poſt illud tempus obſervabantur. Ceterum hujus phænomeni deſcriptionem vel ideo publicandam putavi, quia nondum reperi, tam illuſtrem auroram borealem hactenus a quoquam æſtate fuiſſe viſam. Quæ enim ab aliis deſcriptæ ſunt, quantum memini, omnes vere vel autumno apparuerunt.

M. Octob. Pag. 468.

# D. MICHAELIS GOTTLIEB HANSCHII,

## Conſil. Cæſarei,

### Meditatio de Uſu genuino omnium Modorum utilium in quatuor Figuris Syllogiſmorum regularium ſimplicium in invenienda veritate, qua ſimul Monita quædam,

*Opus Logicum incomparabile WOLFIANUM, quod nuperrime Francofurti & Lipſiæ in 4 prodiit, concernentia, continentur.*

1. Cum ex duobus Judiciis cognitis tertium elicimus, nobis antea incognitum: dicimur formare *Syllogiſmum*. 2. Ut autem Syllogiſmus *genuinum* fiat *inveniendi veritatem incognitam* Pag. 469. *ex veritatibus jam cognitis Medium*, opus eſt, ut *ordinem in cogitando naturalem* in omni Syllogiſmo ſtricte obſervemus: inquirendo ſcilicet, quidnam cum aſſumta pro lubitu vel data aliqua voce, cujus diſtinctam habemus notionem, vel conveniat vel

non

non conveniat, &, invento hoc, ulterius inquirendo, quidnam cum invento illo vel conſentiat, vel non conſentiat, ut hoc poſterius, mediante priori, de ipſa voce data vel affirmare vel negare poſſimus. 3. Vox illa, quæ rem ſignificat, cui quidnam vel competat, vel non competat, inquirimus, in Syllogiſmo dicitur *Terminus minor*: id omne, quo mediante, intelligimus, quidnam cum voce illa vel conſentiat, vel non conſentiat, dicitur *Terminus medius*: id autem, quod voci vel competit, vel non competit, & in priori illo medio, cur voci vel competat, vel non competat, rationem ſufficientem agnoſcit, dicitur *Terminus Major*. Terminus Minor & Terminus Major etiam vocantur *Extrema*. Hinc fit, ut in omni Syllogiſmo ex *Termino Minore*, per *Terminum Medium*, inveniatur *Terminus Major*. 4. Ex tribus terminis Syllogiſmi, inter ſe combinatis, oriuntur in Syllogiſmo tres *Propoſitiones*. *Propoſitio minor* in Syllogiſmo dicitur Propoſitio illa, quæ ex termino minore & ex termino medio conſtat. *Propoſitio major* in Syllogiſmo dicitur illa Propoſitio, quæ conſtat ex termino majore & ex termino medio. *Concluſio* autem in Syllogiſmo vocatur Propoſitio illa, quæ ex termino minore, tanquam ſubjecto, & ex termino majore, tanquam prædicato ſuo, conſtat. Propoſitiones major atque minor etiam appellantur *Præmiſſæ*; & Syllogiſmus in ordine ad Præmiſſas, numerum binarium nec excedentes, nec ab eodem deficientes, vulgo *Syllogiſmus perfectus*, ſed rectius *regularis* nominatur. In ſpecie autem *Syllogiſmus regularis ſimplex* tum dicitur, cum Præmiſſæ & Concluſio ſunt Propoſitiones abſolutæ. Utut enim nulla cogitari poſſit Propoſitio, quæ non in hypotheſin ſuam & theſin reſolubilis, h. e. virtualiter conditionalis ſit: illa tamen vulgo *Propoſitio abſoluta* dicitur, in qua prædicatum, *ſine conditione expreſſa*, de ſubjecto vel affirmatur, vel negatur. In Syllogiſmos regulares ſimplices reſolvi poſſunt omnes Syllogiſmi irregulares, & Syllogiſmi regulares compoſiti. 5. Patet autem ex §. 3 in omni Syllogiſmo regulari ſimplici, per ordinem cogitandi naturalem, Propoſitionem minorem præcedere debere Propoſitionem majorem: & hunc ordinem analyticum inſervire inventioni; vulgarem autem ſyntheticum inſervire doctrinæ. 6. *Figura Syllogiſmi* in genere non eſt, niſi termini medii diſpoſitio in præmiſſis cum termino minore & termino majore. 7. *Finis* autem *Figuræ* eſt infallibilis illatio veræ alicujus concluſionis & veris præmiſſis, per termini medii diſpoſitionem cum extremis, in præmiſſis rite factam. 8. Si vera concluſio infallibiliter inferatur ex veris præmiſſis, per diſpoſitionem aliquam termini medii in præmiſſis



Pag. 470.

miſſis cum termino minore & termino majore: hic Figuræ cum fine ſuo, cujus gratia eſt, conſenſus eſt *Perfectio Figuræ*. 9. *Figura* adeo *perfecta* eſt Figura, quæ conſentit cum fine Figuræ, propter quem eſt: & *Syllogismus* omnis *perfectus* eſt, cujus Figura perfecta eſt; ſive ſit Syllogismus regularis, ſive irregularis, ſive ſimplex ſit, ſive compoſitus. 10. Ex definitione *Perfectionis*, quam in Metaphyſicis dedit Cl. *Chriſtianus Wolfius*, patet, *Perfectionem Figuræ aliter definiri non poſſe*. 11. Sunt autem diſpoſitiones termini medii in præmiſſis Syllogismi regularis ſimplicis cum termino minore & termino majore nonniſi quatuor poſſibiles: hinc nec plures Figuræ, quam quatuor, Syllogismorum regularium ſimplicium poſſibiles ſunt. 12. Si terminus medius ſit = * terminus minor = *m*, terminus major = M: erunt diſpoſitiones termini medii cum extremis poſſibiles ſequentes:

| I. | II. | III. | IV. |
|---|---|---|---|
| *—M | M—* | *—M | M—* |
| *m*—* | *m*—* | *—*m* | *—*m* |
| *m*—M | *m*—M | *m*—M | *m*—M. |

Diſpoſitio prima, in qua terminus medius eſt ſubjectum Propoſitionis majoris & prædicatum Propoſ. minoris; dicitur *Figura prima*: Secunda diſpoſitio, in qua terminus medius in præmiſſis locum occupat prædicati; dicitur *Figura ſecunda*: Diſpoſitio tertia, in qua terminus medius in præmiſſis occupat locum ſubjecti; dicitur *Figura tertia*: quarta diſpoſitio poſſibilis, in qua terminus medius eſt prædicatum Propoſitionis majoris, & ſubjectum Propoſitionis minoris; dicitur *Figura quarta*. Patet autem attendenti Figuram primam & tertiam convenire in Propo-
Pag. 471. ſitione majore, & differre inter ſe in Propoſitione minore; eodemque modo ſe rem habere cum Figura ſecunda & quarta: Contra Figuram primam & ſecundam, item tertiam & quartam convenire in Propoſitione minore, & differre inter ſe in Propoſitione majore; Figuram autem primam & quartam, item ſecundam & tertiam in nulla Præmiſſarum inter ſe convenire. 13. *Modus Syllogismi regularis ſimplicis* eſt diſpoſitio Propoſitionum abſolutarum ſecundum affirmationem & negationem, univerſalitatem & particularitatem earundem, in qualibet Figura Syllogismi regularis ſimplicis. 14. Variationes propoſitionum abſolutarum ſecundum affirmationem & negationem, univerſalitatem & particularitatem, *per leges combinatorias* ſexaginta quatuor ſunt poſſibiles; ex quibus tamen, *vi Regularum Syllogismi generalium*, quinquaginta tres *inutiles*; & undecim tantum *utiles* ſunt. 15. Sit A, *ſignum univerſale affirmans*, E, *ſignum univerſale negans*,

*gans*, I, *ſignum particulare affirmans*, O, *ſignum particulare ne-* Act. Erud.
*gans*: erunt *modi utiles* ſequentes: An. 1728.

| | | |
|---|---|---|
| A Claſſis I. | 1AAA. 2AAI. 3AEE. 4AEO. 5AII. 6AOO. | 6 |
| E Claſſis II. | 7EAE. 8EAO. 9EIO. | 3 |
| I Claſſis III. | 10 IAI. | 1 |
| O Claſſis IV. | 11 OAO. | 1 |
| | | 11. |

M. Octob.

16. Ex hiſce undecim modis utilibus Syllogiſmorum regularium ſimplicium ſex obtinent in Figuris prima, ſecunda & tertia, quinque autem in Figura quarta. In Figura prima modi utiles ſunt: ex Claſſe prima, 1, 2, 5, ex claſſe II*da*, 7, 8, 9, qui vocantur: BA*rb*A*r*A, BA*rb*A*r*I, DA*r*II, CE*l*A*r*E*nt*, CE*l*A*r*O*nt*, FE*r*IO. In Figura ſecunda ſunt modi utiles, ex Claſſe prima, 3, 4, 6, ex Claſſe ſecunda, 7, 8, 9, qui vocantur: CA*m*E*ſtr*E*s*, CA*m*E*ſtr*O*s*, CE*ſ*A*r*E, CE*ſ*A*r*O, FE*ſt*I*n*O, BA*r*O*c*O. In Figura tertia ſunt modi utiles, ex Claſſe prima, 2, 5, ex Claſſe ſecunda, 8, 9, ex Claſſe tertia, 10, & ex Claſſe quarta, 11. In Figura quarta, ex Claſſe prima, 3, 4, ex Claſſe ſecunda, 8, 9, ex Claſſe tertia, 10. 17. Sunt igitur in omnibus quatuor Figuris Syllogiſmorum regularium ſimplicium, *viginti tres modi utiles*:

| | | |
|---|---|---|
| Modus | 1 *in ſola Figura prima*, | 1 |
| | 2 in Figura prima & tertia, | 2 |
| | 3 in Figura ſecunda & quarta, | 2 |
| | 4 in Figura ſecunda & quarta, | 2 |
| | 5 in Figura prima & tertia, | 2 |
| | 6 *in ſola Figura ſecunda*, | 1 |
| | 7 in Figura prima & ſecunda, | 2 |
| | 8 in omnibus quatuor Figuris, | 4 |
| | 9 in omnibus quatuor Figuris, | 4 |
| | 10 in Figura tertia & quarta, | 2 |
| | 11 *in ſola Figura tertia*. | 1 |
| | 11 | 23. |

Pag. 472.

18. Hinc patet, Figuras tres, primam, ſecundam & tertiam agnoſcere modum ſibi proprium, Figuram quartam nullum: item in ſola prima Figura omnis generis concluſiones inferri poſse, & proinde illam ſolam eſse *Figuram univerſalem*, reliquas autem tantum eſse *Figuras particulares*, quæ tamen, ſi eandem illationis infallibilitatem agnoſcant cum prima, erunt Figuræ perfectæ, *per* §. 9. 19. Cum *finis Figuræ primæ* ſit, non tantum infallibiliter, ſed ſimul evidentiſſime omnis generis concluſiones veras ex veris præmiſſis inferre: *Perfectio Figuræ primæ* in ſpecie eſt conſenſus diſpoſitionis termini medii cum extremis, cum evidentia infallibilitatis ma-

Act. Erud. An. 1728. M. Octob. maxima, reſpectu illationis & cum indifferentia concluſionum; reſpectu quantitatis & qualitatis, per §. 9. 20) *Regreſſus* fieri dicitur, ſi ex contradictorio conſequentis inferatur contradictorium antecedentis. Ex. gr. *Si Deus eſt ſubſtantia neceſſaria, & omnis ſubſtantia neceſſaria eſt Ens a ſe: Deus eſt Ens a ſe.* Ergo etiam per *Regreſſum: Si Deus non eſt Ens a ſe*: vel *Deus non eſt ſubſtantia neceſſaria*; vel *non omnis ſubſtantia neceſſaria eſt Ens a ſe*: illud; *ſi omnis ſubſtantia neceſſaria eſt Ens a ſe*: hoc; *ſi Deus eſt ſubſtantia neceſſaria*. 21. Sit terminus major = D, terminus minor = B, terminus medius = C: erit Propoſiiio major = DC, vel CD, Propoſitio minor = BC, vel CB, Concluſio = BD *per* §. 4. 22. Fiat Syllogismus in FE*r*IO: ECD, IBC, OBD, erit per Regreſſum in CE*ſ*A*r*E: ECD, ABD, EBC. 23. Fiat Syllogismus in CELA*r*O*nt*: ECD, ABC, OBD, ergo eſt per Re-
Pag. 473. greſſum in CE*s*A*r*O: ECD, ABD, OBC. 24. Fiat Syllogismus in DA*r*II: ACD, IBC, IBD, ergo etiam per Regreſſum in CA*m*E*ſtr*E*s*: ACD, EBD, EBC. 25. Fiat Syllogismus in BA*rb*A*r*I: ACD, ABC, IBD, ergo etiam per Regreſſum in CA*m*E*ſtr*O*s*: ACD, EBD, OBC. 26. Fiat Syllogismus in CE*l*A*r*E*nt*: ECD, ABC, EBD, ergo etiam per Regreſſum in FE*ſt*I*n*O: ECD, IBD, OBC. 27. Fiat Syllogismus in BA*rb*A*r*A: ACD, ABC, ABD, ergo erit per Regreſſum in BA*r*O*c*O: ACD, OBD, OBC. 28. Fiat Syllogismus in CE*l*A*r*O*nt*: ECD, ABC, OBD, ergo erit per Regreſſum in DA*r*A*pt*I: ABD, ABC, ICD. 29. Fiat Syllogismus in BA*rb*A*r*I: ACD, ABC, IBD, ergo etiam erit per Regreſſum in FE*l*A*pt*O*n*: EBD, ABC, OCD. 30. Fiat Syllogismus in CE*l*A*r*E*nt*: ECD, ABC, EBD, ergo etiam erit per Regreſſum in DI*s*A*m*I*s*: IBD, ABC, ICD. 31. Fiat Syllogismus in FE*r*IO: ECD, IBC, OBD, ergo eſt per Regreſſum in DA*t*I*s*I: ABD, IBC, ICD. 32. Fiat Syllogismus in BA*rb*A*r*A: ACD, ABC, ABD, ergo per Regreſſum in BO*c*A*rd*O: OBD, ABC, OCD. 33. Fiat Syllogismus in DA*r*II: ACD, IBC, IBD, ergo per Regreſſum in FE*r*I*s*O*n*: EBD, IBC, OCD. 34. Fiat Syllogismus in DA*r*II: ACD, IBC, IBD, ergo in CA*m*E*ſtr*E*s*: ACD, EBD, EBC, *per* §. 24. Ergo in CA*d*E*m*E*s*: ACD, EDB, EBC. 35. Converſio autem hæc concluſionis demonſtratur per Figuram ſecundam in CE*s*A*r*E: EBD, ADD, EDB. 36. Fiat Syllogismus in BA*rb*A*r*I: ACD, ABC, IBD, ergo in CA*m*E*ſtr*O*s*: ACD, EBD, OBC, *per* §. 25. Ergo in CA*d*E*m*O*s*: ACD, EDB, OBC. 37. Fiat Syllogismus in DA*r*II: ACD, IBC, IBD, ergo in FE*r*I*s*O*n*: EBD, IBC, OCD, *per* §. 35. Ergo etiam in FE*s*I*s*O; EDB, IBC, OCD. 38. Fiat Syllogismus in BA*rb*A*r*I: ACD, ABC, IBD, ergo in FE*l*A*pt*O*n*: EBD, ABC, OCD, *per* §. 29. Ergo etiam in FE*s*A*p*O: EDB, ABC, OCD.

OCD. 39. Fiat Syllogiſmus in CE*l*ArE*nt*: ECD, ABC, EBD, ergo in DI*s*A*m*I*s*: IBD, ABC, ICD, *per* §. 30. Ergo etiam in DI*g*A*m*I*s*: IDB, ABC, ICD. 40. Converſio autem Concluſionis demonſtratur per Figuram tertiam in DA*t*I*s*I: ABB, IBD, IDB. 41. Quandoquidem ſex modi Syllogiſmorum regularium ſimplicium Figuræ ſecundæ, per §§. 22-27 *incluſ.* & ſex modi Syllogiſmorum regularium ſimplicium Figuræ tertiæ, *per* §§. 28-33 *incl.* demonſtrari poſſunt immediate: quinque autem modi Syllogiſmorum regularium ſimplicium Figuræ quartæ, *per* §§. 34-40 demonſtrari poſſunt, mediante Figura ſecunda & tertia, ex ſex modis poſſibilibus Figuræ primæ; & in ſex modis figuræ primæ, nunquam ex veris præmiſſis falſa aliqua infertur concluſio, *per hypotheſin*: nec in modis Figurarum reliquarum ex veris præmiſſis falſa aliqua infertur concluſio, *per naturam demonſtrationis*. Quamobrem omnes quatuor diſpoſitiones poſſibiles medii cum extremis conſentiunt cum fine Figuræ, *per* §. 7. conſequenter & ipſæ quatuor Figuræ conſentiunt cum fine, cujus gratia ſunt Figuræ *per* §. 6. Ergo omnes quatuor Figuræ Syllogiſmorum regularium ſimplicium ſunt Figuræ perfectæ, *per* §. 9. 42. Sunt, qui modum ſextum BA*l*A*m*I*s* in Figura quarta admittunt, & per DA*r*A*pt*I ex CE*l*A*r*O*nt* demonſtrant. Verum apparet ex converſione, modum hunc non eſſe univerſalem, ſed requirere Propoſitionem majorem univerſalem affirmantem ſimul & reciprocam, adeoque *Figuram quartam non agnoſcere, niſi quinque modos*. 43. Cum conſequentiæ hæ: ADB, ergo ABD, item ODB, ergo OBD, ex nulla Figura demonſtrari poſſint: hinc Modi EAE, AAI, AII, AOO & OAO in quarta Figura ſunt inutiles. 44. Cum demonſtrari poſſit infallibilitas illationis omnium modorum utilium Figuræ ſecundæ tertiæ & quartæ ex figura prima, *per demonſtrata*: nec reductione ad Figuram primam vulgari, nec ſubſtitutione etiam Propoſitionum æquipollentium opus eſt. 45. Ceterum negari nec poteſt, nec debet, dari caſus, in quibus *magis naturaliter* in reliquis Figuris concludamus, quam in prima: ex. gr. in Figura tertia, ſi incidamus in medium ſingulare, quod tantum termino minori ſubjici poſſit. 46. Agnovit hoc *Joachimus Jungius* in Logica Hamburgenſi *Lib. III c. X* §. 18, apud Cl. *Chriſtianum Wolfium* in *Philoſophia rationali Part. I Sect. IV cap. II.* §. 399 *p.* 325, & idem agnoviſſet etiam acutiſſimus *Wolfius*, ſi abſtractam illam de Figuris & modis Syllogiſmorum regularium ſimplicium poſſibilibus doctrinam profundius fuiſſet meditatus, nec præjudicio locum aliquem dediſſet, talia in ſpem futuræ oblivionis addiſci. Nullum enim eſt dubium, quin pro ingenii & judicii ſui felicitate idem expertus fuiſſet, quod aſſeveravit mihi Per-illuſtris & immortalium meritorum Philoſophus

Act. Erud. An. 1728. M. Octob.

Pag. 474.

Act.Erud. An. 1728. M. Octob. Pag. 475. G. G. *Leibnitius*, cum quatuordecim abhinc annis una Viennæ eſsemus; ſe in Demonſtrationibus Euclideis obſervaſse, *quod Geometra omnibus quatuor Figuris & omnibus modis etiam utilibus in ſingulis Figuris pro re nata uſus ſit*. 47. Ex §. etiam 45 ſimul manifeſtum eſt, 1. *omnem Propoſitionem ſingularem virtualiter eſſe univerſalem*, 2. *Præmiſſas eſſe poſſe univerſales, exiſtente concluſione particulari*, non contra, *Præmiſſarum una exiſtente particulari, concluſionem poſse eſſe univerſalem*. 48. Conſequentia hæc: EDB, ergo EBD demonſtrata eſt §.35 in CEſArE, & altera: IDB ergo IBD §.40 in DAtiſI. Similiter conſequentia hæc: ADB, ergo IBD demonſtratur in DArAptI: ADD,ADB ergo IBD. Conſequentia hæc: EDB, ergo OBD demonſtratur in FEſtInO: EDB, IBB, OBD. Dantur igitur caſus naturaliſſime inferendi in Figuris ſecunda & tertia. 49. Modus IEO in nulla Figura per Regreſſum ad primam demonſtrari poteſt, & in prima etiam inutilis eſt, utut in Regularum Syllogismi generalium nullam peccet. 50. Ut fiat manifeſtum, ordinem in cogitando naturalem ad Figuras Syllogismorum regularium ſimplicium ſe indifferenter habere: eſto Propoſitio hæc particularis affirmans: *quoddam corpus durum eſt lapis*; invenienda ex aſſumto, vel ex dato termino minore, qui eſt *Corpus durum*. Si occaſione termini minoris, ſive aſſumti, ſive dati, *per* §. 3, cujus in hoc caſu etiam clara tantum ad inveniendum ſufficit notio, recorder certæ cujusdam ſpeciei corporum, quæ ſunt dura, ex. gr. Adamantis, vel terminum minorem datum de ſpecie *univerſaliter*, vel ſpeciem de termino minore dato *particulariter* aſfirmare poſſum, *per* §.48. Si jam, hujus medii interventu, recorder generis: vel genus de ſpecie *univerſaliter*, vel ſpeciem de genere *particulariter* affirmare poſſum, *per* §.48. Omnibus autem in caſibus etiam genus inventum de termino minore dato *particulariter* affirmo. Quod ſi ſpeciem de termino minore dato *particulariter*, genus autem de ſpecie *univerſaliter* affirmem, indeque deducam concluſionem, in qua terminus major de termino minore *particulariter* affirmatur: incognitum ex cognitis invenio per modum DArII, in Figura prima. Unde ſimul patet, *cur Figura prima ſit evidentiſſima*: quoniam in illa ordo inventionis termini medii ex termino minore, & termini majoris ex termino medio quam maxime eſt conſpicuus, *per* §. 3. *Quoddam corpus durum eſt Adamas, Omnis Adamas eſt lapis*, E. *quoddam corpus durum eſt la-* Pag. 476. *pis*, h.e. ordine Præmiſſarum ſynthetico, per § 5, *Omnis Adamas eſt lapis, quoddam corpus durum eſt Adamas*, E. *quoddam corpus durum eſt lapis*. Si autem terminum minorem de ſpecie *univerſaliter*, & genus de ſpecie etiam *univerſaliter* affirmo: eandem invenio concluſionem per modum DArAptI in Figura tertia: *Omnis*

*Ada-*

*Adamas eſt corpus durum* , *Omnis Adamas eſt lapis*, E . *quoddam corpus durum eſt lapis*, h. e. ordine Præmiſſarum ſynthetico , *per* §. 5 , *Omnis Adamas eſt lapis*, *Omnis Adamas eſt corpus durum*, E. *quoddam corpus durum eſt lapis*. Si denique terminum minorem datum de ſpecie *univerſaliter* ; ſpeciem autem de genere *particulariter* affirmo : eandem concluſionem incognitam infero per modum DIgAmIs in Figura quarta: *Omnis Adamas eſt corpus durum*, *Quidam lapis eſt Adamas*, E. *quoddam corpus durum eſt lapis*, h. e. ordine Præmiſſarum ſynthetico, *per* §. 5, *Quidam lapis eſt Adamas* , *Omnis Adamas eſt corpus durum*, E. *quoddam corpus durum eſt lapis*. 51. Quoties, occaſione termini minoris dati, vel pro lubitu aſſumti, recordamur vel definitionis ejusdem, vel attributi alicujus neceſſarii: toties illud de termino minore, ſive dato, ſive aſſumto, *univerſaliter* affirmamus. Si porro, intuitu definitionis vel attributi neceſſarii termini minoris recordamur alterius rei, quæ vel definitio vel attributum neceſſarium eſt definitionis vel attributi prioris: toties etiam attributum poſterius de attributo priore *univerſaliter* affirmamus, conſequenter attributum etiam poſterius, mediante attributo priori, de termino minore, vel *univerſaliter* vel *particulariter* affirmare poſſumus. In priori caſu utimur modo inferendi, qui vocatur BA*rb*A*r*A, & omnium eſt evidentiſſimus atque perfectiſſimus: in poſteriori autem illatio fit in modo BA*rb*A*r*I qui in priori modo continetur. 52. Quoties, occaſione termini, minoris, ſive aſſumti, ſive dati, recordamur, vel definitionis ejusdem, vel attributi alicujus neceſſarii, &, intuitu, vel definitionis, vel attributi hujus neceſſarii termini minoris incidamus in attributum aliud, quod in priori, vel definitione, vel attributo neceſſario non continetur: toties attributum prius de termino minore *univerſaliter* affirmamus, & attributum poſterius de attributo priori *univerſaliter* negamus, conſequenter etiam attributum poſterius de termino minore, mediante attributo priore, vel *univerſaliter* vel *particulariter* negamus. Quæ illatio in caſu priori fieri dicitur in CE*l*A*r*E*nt*; in poſteriori caſu in CE*l*A*r*O*nt*, tanquam in modo, qui Pag. 477. in priori continetur. 53. Quoties, occaſione termini minoris, ſive dati, ſive pro lubitu aſſumti, incidimus in attributum, eidem contingenter competens: toties attributum illud de termino minore *particulariter* tantum affirmamus. Si jam, occaſione hujus attributi, incidamus in aliud attributum, quod in attributo priori neceſſario continetur, illud de attributo priori *univerſaliter* affirmamus, & idem etiam, mediante attributo priori, de termino medio, ſed *particulariter* tantum, affirmare poſſumus. Quæ illatio fieri dicitur in DArII. 54. Quoties, occaſione termini minoris, ſive dati, ſive pro lubitu etiam aſſumti, incidimus in attributum aliquod, eidem contin-



Digitized by Google

Act. Erud. An. 1728. M. Octob. tingenter competens: toties attributum illud de termino minore *particulariter* tantum affirmamus. Quodſi, occaſione hujus attributi, memoria nobis ſuggerat aliud attributum, quod in priori attributo neceſſario non continetur, illud de attributo priori *univerſaliter* negamus, & idem etiam attributum poſterius, mediante priori, de termino minore, ſed *particulariter* tantum negamus. Quæ illatio fieri dicitur in FErIo. 55. Quoties, vel dato, vel pro lubitu aſſumto, termino aliquo minore, recordamur alicujus attributi, rei alicui neceſſario convenientis: toties illud de ſigno rei, ſive de termino minore, *univerſaliter* affirmamus. Quodſi, occaſione hujus attributi, incidamus in vocem aliquam, cujus ſignificatus attributo abſolute repugnet, & attributum illud de voce illa *univerſaliter negemus*: eandem etiam vocem, vel *univerſaliter*, vel *particulariter* de re ipſa, ſive ejusdem ſigno, quod eſt terminus minor, negamus, conſequenter in priori caſu in CEsArE; in caſu autem poſteriori in CEsArO concludimus. 56. Ponamus, nos, dato vel aſſumto termino aliquo minore, recordari alicujus attributi, neceſſario a re ipſa removendi. Quare illud de ſigno rei *univerſaliter* negamus. Jam, occaſione illius attributi, incidere poſſumus in vocem, cujus ſignificatus cum attributo illo abſolute conſentit. Affirmabimus igitur idem attributum *univerſaliter* de eadem voce, & conſequenter vocem eandem etiam vel *univerſaliter*, vel minimum *particulariter* negabimus de termino minore. Qui modus inferendi dicitur CAmEſtrEs in priori; CAmEſtrOs autem in poſteriori caſu. 57. Quodſi, vel dato, vel etiam pro lubitu aſſumto termino aliquo minore, recordemur attributi alicujus, ſed contingenter ſaltem rei, cujus terminus datus ſignum eſt, convenientis: illud *particulariter* tantum de re affirmare poſſumus. Quodſi, hac occaſione, incidamus in vocem aliquam, cujus ſignificatus attributo abſolute repugnat: attributum illud de voce hac *univerſaliter* negamus, adeoque eandem vocem etiam de re ipſa negamus, ſed *particulariter* tantum, quæ illatio fieri dicitur in FEſtInO. 58. Quod ſi, vel dato, vel aſſumto termino aliquo minore, recordemur attributi, contingenter rei non competentis, illud de re ipſa *particulariter* tantum negamus. Quod ſi, occaſione hujus attributi, incidamus in vocem, cujus ſignificatus *univerſaliter* conſentit cum hoc attributo: attributum hoc de voce illa *univerſaliter* affirmamus, & vocem eandem poſtea, de re ipſa *particulariter* negamus. Quæ illatio fieri dicitur in BArOcO. 59. Quoties, occaſione termini alicujus minoris, ſive dati, ſive aſſumti, incidimus in ſubjectum aliquod, de quo terminus minor *univerſaliter* prædicari poteſt, &, occaſione hujus ſubjecti inventi, in attributum aliud, quod de eodem ſubjecto prædicari poteſt *univerſaliter*: toties etiam attributum

Pag. 478.

tum illud *particulariter* affirmare licet de termino minore; qui Act.Erud.
modus inferendi dicitur DArApiI. 60. Quoties, occaſione termini An. 1728.
alicujus minoris, ſive dati, ſive pro lubitu aſſumti, memoria nobis M.Octob.
ſuggerit ſubjectum aliquod, quo de terminus minor *univerſaliter*
eſt affirmandus, &, hujus iterum occaſione, recordamur attributi,
quod eidem ſubjecto neceſſario non competit: idem attributum de
termino etiam minore *particulariter* negamus. Qui modus inferen-
di incognitum ex cognitis dicitur FEſAptOn. 61. Quoties, oc-
caſione termini minoris, vel dati, vel aſſumti, incidimus in ſubje-
ctum aliquod, cui res, minore termino denotata, neceſſario com-
petit, &, hujus iterum occaſione, in attributum, quod de eodem
ſubjecto contingenter ſaltem prædicari poteſt: toties de ſubjecto
illo terminum minorem *univerſaliter* & attriburum *particulariter*
affirmamus, conſequenter idem attributum etiam de termino mi-
nore *particulariter* tantum affirmamus. Qui modus inferendi
unum ex alio dicitur DIsAmIs. 62. Quoties, occaſione termini
minoris, ſive dati, ſive aſſumti, incidimus in ſubjectum aliquod, quo
de terminus ille minor contingenter ſaltem affirmari poteſt, &,
hujus poſtea occaſione, in attributum, quod eidem ſubjecto neceſ-
ſario competit: toties de ſubjecto invento terminum minorem Pag. 479.
*particulariter*, & attributum de eodem ſubjecto *univerſaliter*,
conſequenter idem etiam attributum de termino minore *particu-
lariter* affirmamus. Qui modus inferendi unum ex alio dicitur
DAtisI. 63. Quoties, occaſione termini minoris, vel dati, vel aſſum-
ti, incidimus in ſubjectum aliquod, cui terminus minor neceſſario
competit, & hujus poſtea occaſione, in attributum, quod eidem ſub-
jecto ſaltem contingenter non competit: toties de ſubjecto illo in-
vento terminum minorem *univerſaliter* affirmamus, & attribu-
tum de eodem ſubjecto, a nobis invento, *particulariter* negamus,
conſequenter idem attributum etiam de termino minore *particula-
riter* negamus; quæ illatio fieri dicitur in BOcArdO. 64. Quo-
ties, occaſione termini minoris, vel dati, vel aſſumti, memoria no-
bis ſuggerit, ſubjectum aliquod, cui terminus ille minor contin-
genter competit, & occaſione hujus ſubjecti, attributum aliud, de
eodem ſubjecto neceſſario removendum: toties terminum mino-
rem de ſubjecto invento *particulariter* affirmamus, & de eodem
attributum *univerſaliter* negamus, & proinde idem attributum et-
iam *particulariter* de termino minore negamus. Quæ illatio fieri
dicitur in FErIsOn. 65. Si, occaſione termini minoris, vel dati,
vel aſſumti, incidamus in ſubjectum aliquod (definitionem, proprie-
tatem rei) cui terminus minor neceſſario non competit, &, occa-
ſione hujus ſubjecti, in vocem, cujus definitio eſt ipſum ſubjectum
termini minoris: terminum minorem de ſubjecto illo *univerſali-*

*ter*

Digitized by Google

Act. Erud. An. 1728. M. Octob. *ter* negamus; de voce autem, cujus definitio ipſum eſt ſubjectum, idem ſubjectum *univerſaliter* affirmamus, adeoque vocem eandem etiam de termino minore, vel *univerſaliter* vel *particulariter* negamus. Quæ illatio fieri dicitur in caſu quidem priori in CA*d*E*m*E*s*; in caſu autem poſteriori in CA*d*E*m*O*s*. Fit hoc, cum a *definito* regredimur ad *definitionem*, & a *definitione* ad *attributum*, quod neceſſario in definitione non continetur, atque hinc de eodem *attributo* negamus *definitum*. 66. Si, occaſione termini minoris, ſive datus ſit, ſive pro lubitu aſſumtus, incidamus in ſubjectum aliquod, cui terminus minor contingenter competit, &, occaſione hujus ſubjecti, a nobis inventi, in vocem aliquam, ſub qua ſubjectum prius neceſſario non continetur: terminum minorem de ſubjecto illo *particulariter* affirmamus, de voce autem altera idem ſubjectum *univerſaliter* negamus, adeoque vocem hanc de termino minore etiam *particulariter* negamus.

Pag. 480. Quæ illatio fieri dicitur in FE*s*I*s*O; & obtinet, cum per Regreſſum a *definito* ad *proprietatem*, neceſſario definito repugnantem, ab hac autem ad *modum anguſtiorem*, qui *ſub definito latiori* continetur, procedimus, atque hinc de *modo anguſtiori particulariter* negamus ipſum *definitum*. 67. Quoties terminus minor, ſive datus ſive aſſumtus, nobis in memoriam revocat ſubjectum aliquod, cui terminus minor *univerſaliter* competit, atque hoc ſubjectum iterum aliquid, quod in ſubjecto illo neceſſario non continetur: toties etiam id ipſum, quod in ſubjecto illo neceſſario non continebatur, *particulariter* de termino minore negamus. Quæ illatio unius ex alio fieri dicitur in FE*s*A*p*O. 68. Cum occaſione termini minoris, ſive ſit datus, ſive aſſumtus, memoria nobis ſuggerit ſubjectum aliquod, cui terminus ille minor *univerſaliter* competit, & intuitu hujus ſubjecti incidimus in vocem, de qua, tanquam latiori, ſubjectum, tanquam anguſtius, *particulariter* affirmari poteſt: etiam vocem hanc latiorem de termino minore *particulariter* affirmamus. Quæ illatio incogniti ex cognitis fieri dicitur in DI*g*A*m*I*s*; atque obtinet per Regreſſum, in caſu, in quo *a genere* procedimus ad *ſpeciem*, & a ſpecie ad *attributum* ſpeciei *univerſale*, atque hinc de *attributo* illo *particulariter* affirmamus *genus*. 69. Qui hac via analytica procedet, in illius poteſtate erit, ex aſſumtis pro lubitu terminis minoribus, invenire omnis generis Concluſiones in omnibus modis quatuor Figurarum Syllogismorum regularium ſimplicium utilibus. 70. Illud interim ſatis liquet ex antecedentibus, in ſingulis modis utilibus *ſervari ordinem cogitandi naturalem*, dum ex dato vel aſſumto *termino minore* deducitur *medius* & *per medium* invenitur *terminus major* de *minore* vel affirmandus vel negandus, *per* §.3.

71.

Digitized by Google

71. Cum in Scientiis frequentiores ſint Propoſitiones univerſales particularibus, & Propoſitiones univerſales affirmantes frequentiores Propoſitionibus univerſalibus negantibus: Figuræ primæ in Scientiis ampliſſimus eſt uſus, ſecundæ & quartæ rarior, tertiæ rariſſimus, per §. §. 11. 17. Tantum. Act. Erud. An. 1728. M. Octob.

# C. W. MONITUM

M. Dec. Pag. 546

## De ſua Philoſophandi ratione,

### *Inſerviens loco reſponſionis ad ea, quæ occaſione operis ſui Logici Nonnemo monuit in Actis Eruditorum anni præſentis p. 651.*

CL. *Hanſchius*, a quo *Hipparchum Kepleri*, in Actis Eruditorum A. 1709 p. 142 Aſtronomis præmiſſum, & omnia *Kepleriana* opera ex MSC. edenda per ea, quæ in Actis A. 1714 p. 246 ſignificantur, expectamus, Logicæ quoddam ac Hygienes compendium ſub titulo Medicinæ Mentis & Corporis hoc ipſo anno edidit. Titulum a *Tſchirnhuſio* mutuatus eſt, in Logicæ autem compendio conſcribendo ducem ſibi elegit Logicam meam Germanicam, quinquies recuſam, fatetur enim me primum praxin regularum artis inveniendi diſtinctius oſtendiſſe. Etſi autem ſæpiſſime verba Germanica nonniſi in Latina vertat; ſunt tamen etiam nonnulla, quæ probare non poſſum, v. gr. dum omnem demonſtrationem reſolubilem eſſe ait in Soritem, ex meris propoſitionibus conditionalibus conſtantem, quarum primæ conſequens eſt antecedens ſecundæ &c. quod non ſemper ſuccedere, cum ex opere meo Logico manifeſtum eſt, ob allegatam ibidem rationem, tum re ipſa experimur, cum frequentiores ſint caſus, ubi reſolutio iſta non ſuccedit, quam ubi eidem locus eſt. Ego in Logica Germanica tyronibus figuram primam ſufficere judicaveram: in eo autem in diverſa abit Cl. *Hanſchius*, qui abſtractam de figuris & modis poſſibilibus ſyllogiſmorum contemplationem compendio ſuo inſeruit, propterea quod *Leibnitius* ipſi aſſeveraſſet, ſe in demonſtrationibus *Euclideis* obſervaſſe, quod Geometra omnibus figuris quatuor & omnibus ſex modis in ſingulis figuris uſus ſit. Vid. Medic. Ment. p. 62 & Acta Erudit. hujus anni loc. cit. Eandem doctrinam denuo propoſuit in Actis Edit. Act.

 Eruditorum hujus anni p. *646* & ſeqq. novis acceſſionibus auctam, ad quas ipſi profuere lumina, quæ ex opere Latino Logico hauſit. Dedit autem eam ex *Leibnitii* Arte combinatoria probl. 2 num. VI p. m. 13 & ſeqq. quam is valde juvenis compoſuerat, ægerrime ferens in Actis Eruditor. A. *1691* p. *261*, *262* quod ſe inſcio fuiſſet recuſa, cum eam nec maturioribus ſuis cogitatis, nec perſonæ ſuæ reſpondere judicaret. Neque etiam *Leibnitius* ſingularia iſta de modis figurarum utilibus primus repererat; ſed ea jam integro ſeculo ante docuerat *Joannes Hoſpinianus Steinanus*, Profeſſor Organi Baſileenſis, in peculiari libello Baſileæ A. 1560 edito, & in controverſiis dialecticis A. 1576 poſt mortem ejus publicatis defenſa. Ipſe *Leibnitius* eum inventorem laudat modorum novorum *Barbari*, *Celaront*, *Ceſaro*, *Cameſtros*, ab *Ariſtotele*, meo quidem judicio, recte neglectorum, cum ſint compendia ratiocinandi, duobus ſyllogiſmis v. gr. in *Barbara* & *Darii* in unum contractis, quando quis in *Barbari* argumentatur, ſponte ſeſe offerentia in praxi, etſi non doceantur, nec inter ſyllogiſmorum ſimplicium modos referenda, ſi quidem ii ex genuino fonte, non vero ex combinatoria arte eruantur, quemadmodum fecit *Ariſtoteles*. Dum vero *Hanſchius Leibnitii* de figuris & modis ſyllogiſmorum meditationem juvenilem Actis Eruditor. inſertam reperit, p. *651* ægerrime fert, quod non eandem quoque operi meo Logico inſeruerim & neglectæ abſtractæ illius de figuris & modis ſyllogiſmorum poſſibilibus doctrinæ meditationi profundiori tribuit, quod non agnoverim cum *Jungio*, dari caſus in quibus magis naturaliter concludatur in ceteris figuris, quam in prima, nec cum *Leibnitio* obſervaverim, *Euclidem* in demonſtrationibus omnibus quatuor figuris & omnibus modis etiam utilibus in ſingulis figuris pro re nata uſum. Ego mihi propoſui exemplo *Euclidis* in Matheſi philoſophiam omnem reducere ad notiones communes & claritatem conſervare maximam, quantum fieri poteſt. Quid ſibi velit iſta ad notiones communes reductio, in philoſophia prima proxime clarius docebo. Non igitur meum fuit in conſtituendis ſyllogiſmorum modis ad artem combinatoriam confugere; ſed ad notionem communem, vi cujus in Logica naturali ratiocinamur & unde jam olim *Ariſtoteles* in Analyticorum libro primo modos ſyllogiſmorum atque figuras deduxit. Soli illi ſyllogiſmi, qui immediata dicti de omni & nullo applicatione conſtant, per ſe ſunt evidentes, ceteri ab iisdem ſuam mutuantur evidentiam, nec admittuntur, niſi quatenus iisdem æquipollent. Illi autem ſunt ſyllogiſmi primæ figuræ; ceteri ſunt ceterarum. Atque eo ſenſu ſyllogiſmos in quatuor

Pag. 547.

tuor

tuor modis *Ariſtotelicis* primæ figuræ *maximæ naturales* voco, quod §. 380 Logicæ per id explico, quod proxime accedant ad dictum de omni & nullo. Syllogiſmos ſecundæ & tertiæ figuræ in numero crypticorum eſſe oſtendi, & in Pſychologia rationem oſtenſurus ſum a priori, cur in hos ſyllogiſmos crypticos nonnunquam incidamus juxta dictum de omni & nullo ratiocinaturi, tanquam unicam ratiocinandi legem. *Jungius* nullibi dicit, nos magis naturaliter aliquid concludere in ceteris figuris, quam in prima; ſed in ſecunda & tertia figura ſæpe *naturali prædicatione* concludi ait, quod *præternaturali* in prima colligatur. Oſtendi autem in illis ipſis exemplis, quæ dedit, id poſſe evitari, & monſtravi, unde ſit, quod ſyllogiſmum ad primam figuram reducenti naſcantur propoſitiones formam contortam habentes, quæ tandem huc redeunt, quod minus naturaliter argumentemur, hoc eſt, a lege illa ratiocinationis univerſali, cujus ex natura hominis rationem redditurus ſum a priori in Pſychologia, recedamus. Ego nullibi negavi, Logica naturali utentes ſubinde incidere in ſyllogiſmos ſecundæ & tertiæ figuræ; ſed rationem prorſus reddidi a priori ex ipſa hominis natura §. 399 ſub finem, cur id fieri debeat. Quod tamen hoc non obſtante iis carere poſſimus evidentiæ amantes, docui §. 401. Si aliqua concluſio in ſecunda & tertia figura inferri poſſet, quam in prima inferri abſolute impoſſibile fuerat; eam ego abſolute neceſſariam pronunciarem: ſed cum talis nulla detur, ſola omnino figura prima contentos eſſe poſſe etiamnum affirmo, qui unius rationis ope ejusque communis maximam in ratiocinando evidentiam conſervare velint. In ſcientiis imprimis non multum eſſe poſſe uſum figuræ ſecundæ & tertiæ, rationibus ſtabilivi (§. 40), quod etiam concedere tenetur ipſe *Hanſchius* num. 71. Dum vero aſſerit, autoritate *Leibnitii* fretus, *Euclidem* omnibus quatuor figuris & omnibus modis etiam utilibus in ſingulis uſum eſſe; vellem ut exemplis idem docuiſſet: valde enim vereor, ne *Leibnitius*, idearum juvenilium non ſatis tenax, Cl. *Hanſchio* dixerit ea, in quibus memoria eum fefellit. Ego non modo Geometriæ, ſed alias quoque Matheſeos demonſtrationes, ſingulas vel centies ea ratione reſolvi, quam docueram in ratione prælectionum, & in opere Logico Latino exemplia illuſtravi §. 551 & ſeqq. cum in docenda Matheſi analyſin juxta naturalem cogitandi modum ita obſervem, ut ex conditione theorematis auditores veluti ipſimet prædicatum eruere ſibi videantur; nunquam tamen mihi recurrendum fuit ad ſyllogiſmos ſecundæ vel tertiæ figuræ, nec ſyllogiſmis primæ contentus ad incitas redactus fui, ut admittere cogerer propo-

Act. Erud. An. 1728. M. Dec. Pag. 548.

Pag. 549.

 ſitiones formam contortam habentes, quales præternaturales vocat *Jungius*. Ego de rebus practicis ex notionibus ſtatuo, quas propria mihi praxis ſuggeſſit, & quas autoritati cuicunque præfero. Ego in philoſophia, quam paro, non admitto propoſitiones niſi determinatas, in quibus prædicatum determinatur per notionem ſubjecti, atque iſtiusmodi inferendis deſtinari primam figuram, jam agnovit *Ariſtoteles* ſub finem c. 4 lib. 4 Analyt. Immo plerumque ſufficiunt modi univerſales Barbara & Celarent. Ego non ad oſtentationem philoſophor, ſed ad utilitatem vitæ. Propoſitiones autem determinatæ in vita applicantur per modum Darii & Ferio, ſumtis propoſitionibus ſingularibus, in quibus de ſubjecto prædicatur prædicatum commune pro particularibus, quemadmodum vulgo receptum & notioni dicti de omni & nullo, genuino doctrinæ de ratiocinatione lapidi Lydio, conforme eſt. Etſi autem Cl. *Hanſchius*, ſecutus *Leibnitium* juvenem in Arte combinatoria, propoſitiones ſingulares promiſcue omnes pro univerſalibus habeat; ego tamen nonniſi eo in caſu propoſitiones proprias, in quibus prædicatum proprium eſt, pro univerſalibus agnoſco, quo definitiones locum tuentur: cum in hoc caſu reſolutio propoſitionis propriæ in univerſalem dicto de omni & nullo conformiter fiat; §. 350 in ceteris, eodem invito, immo reclamante; in ſingularibus, quæ prædicatum commune habent, prorſus nugatoria evadet & id incommodi habet, quod propoſitio particularis ex duabus vel pluribus univerſalibus componatur, univerſalis autem ex univerſalibus infinitis, id quod ex mea propoſitionum analyſi, quam in Philoſophia prima expoſui, ipſis oculis manifeſtum eſt. Ceterum ego parum moveor, ſive *Leibnitiana* cogitata meis conſentanea, ſive difformia fuerint. Neque enim mihi propoſitum eſt *Leibnitianæ* philoſophiæ Syſtema condere, cum ea, quæ dedit *Leibnitius*, tanto, quod molior, operi de philoſophia univerſa in Syſtema ordinatum & ad
Pag. 550. notiones communes reducenda, ut evidens & ad vitam utilis evadat, minime ſufficiant: de Logica enim dedit perpauca in ſchediasmate Actorum Eruditorum; in Metaphyſicis ea, quæ nondum mea facio omnia, & quorum nonnulla ex iis, quæ notionibus meis conſona deprehendo, nonniſi ultra hypotheſeos limites colloco penes me admodum arctos (v. §. 127, 128 *Diſcurſus præliminaris*); in Phyſicis vel nulla, quæ alicujus momenti ſunt, vel quæ tanquam juveniles auſus ad maturiorem ætatem provectus ipſe rejecit; in Philoſophia denique practica vix quicquam, quod uſui eſſe poſſit, niſi forſan una vel altera notio in præfatione ad Jus Gentium Diplomaticum occurrat. Ego magna *Leibnitii*

nitii in ſcientiam merita veneror, non tamen inſtar idoli colo, cum nulla penes me ſit dicentis autoritas, qui nihil admitto, niſi quod notionibus meis conforme deprehendo, ita ut nec verbis *Leibnitianis* alium ſenſum tribuam, niſi quem notionibus meis congruum obſervo, de mente ejus genuina parum ſollicitus, modo ſim certus de veritate. Cumque non ad oſtentationem, ſed utilitatem philoſophari me jam monuerim; non invideo aliis, quod perſpicillis meis uſi in iis, quæ obſcurius dicuntur a *Leibnitio*, videant, quæ absque iis videre nequeunt, utut non agnoſcentes, mihi magis profuiſſe mea ad mentem *Leibnitii*, cum quo de philoſophicis rebus me nunquam contuliſſe ſub finem vitæ in epiſtola aliqua ad *Reimondum* ipſe fatetur, perſpiciendam, quam dicta a *Leibnitio* ad mea invenienda. Quamobrem me parum moveat, quod Vir quidam doctus in his Actis aſſeruerit, *Leibnitium* fuiſſe confeſſum, quemadmodum ipſi videtur, ſerio, omnia, quæ de rebus Metaphyſicis in Theodicea tradidit, eſſe luſum ingenii. Sint enim *Leibnitio* luſus ingenii verba, quæ ab eodem adopto: aut igitur alium eisdem tribuit, quam ego, ſenſum, aut, ſi eundem tribuit, ludendo dicit verum. Cum ego rationibus meis ſtare ſoleam, id me parum anxium tenet, num alter iisdem verbis ſenſum tribuerit a veritate abhorrentem, aut num ludendo dixerit verum, quod ego rationibus meis convictus tanquam verum admitto. Nec invideo aliis, quod alta videant, adeoque in ſuperficie hæreant; ſufficit mihi, ſi profunda videam atque adeo ad intimas rerum rationes penetrem. Quem argumentis extrinſecis tribuam locum, in opere logico demonſtravi §. 1007: mihi in intrinſecis acquieſcere placet. Neque ego litem alii unquam intendam, quod diverſa a meis defendat, ita ut nec Cl. *Hanſchio* reſpondiſſem, niſi judicis autoritatem ſibi ſumſiſſet in mea, & Collectoribus Actorum Eruditorum viſum fuiſſet ejus monita recenſioni operis mei ſubjungere. Quod denique attinet ad perfectionem figurarum; neminem latet, *Ariſtotelem* non contemnendis rationibus uſum, ſolam figuram primam perfectam ſtatuiſſe, ceteras imperfectas lib. 1 Analyt. c. 4 & 5. Ego non invita notione perfectionis generali, quam in Metaphyſicis dedi, definitione nominali *figuram perfectam* dico §. 400 *Log.* in qua omnes propoſitiones inferri poſſunt; *imperfectam* vero, in qua non omnes inferuntur, neque enim eodem modo illam applico, quo *Hanſchius* in ſuo ſchediasmate, ubi de plurium entium inter ſe collatorum perfectione contenditur. Naturalem cogitandi modum, cujus ego primus notionem diſtinctam dedi, æque in figuris ceteris, ac in pri-



Pag. 551.

prima non obſervari, in Pſychologia oſtendam, ubi omnium ratiocinandi modorum rationem a priori ex facultatibus mentis daturus ſum, rigide obſervato diſcrimine, quod inter cognitionem intuitivam & ſymbolicam intercedit. Nolo igitur proferre, quæ nimis conciſe dicta ſufficienter intelligi nequeunt, cum non minus claritatem, quam ordinem & evidentiam conſervare ſoleam in philoſophando. Id unice addo, me non capere, quod afferat Cl. *Hanſchius*, quomodo prodeſse debeat ad agnoſcendum factum *Euclidis* abſtracta de figuris ſyllogismorum eorumque modis doctrina, per quam modorum vi artis combinatoriæ factam determinationem intelligit, cum ſufficiat noſſe ſyllogismorum modos, ſive eos quis mecum ex notione communi dicti de omni & nullo, ſive cum *Hoſpiniano*, *Leibnitio* juvene & Autore Artis cogitandi vi artis combinatoriæ eruat, ſive eos ſaltem ex libello aliquo logico non attenta eorum ratione nude ſibi cognitos reddat. Sed meum non eſt litigare de lana caprina, nec conveniens hic litigiis iſtiusmodi locus eſt.

EXCER-

# EXCERPTA
## EX ACTIS ERUDITORUM
## LIPSIENSIBUS
### ANNI 1729.

## NOVA STEGANOGRAPHIA IMPERCEPTIBILIS,
### Ab ALEXANDRO MARCELLO, Patritio Veneto, Matheſiphilo,
### *Anno* 1718. *adinventa*.

Quam utilis, ac æſtimabilis ſit Ars occulte ſcribendi, non tam Principibus, Claſſium Ducibus, Legatis, miniſtris, quam aliis gravia tractantibus, ſatis ſuperque innoteſcit. Sed quamvis veteres, ac recentiores Mathematici non parum variis ingenioſis inventis laboraverint, a pluribus tamen imperfectionibus Steganographiam emendare non potuere. Quamobrem huic mirabili, ac optatæ rei *Alexander Marcellus*, Patritius Venetus, Matheſiphilus, attente incumbens, novam Steganographiam imperceptibilem, quæ longe reliquas antecellit, excogitavit, & ab

Act. Erud. An. 1729. M. Jan. Pag. 38.

Act.Erud. ab omnibus ceterarum difficultatibus expurgatam, quamplurimis An.1728. doctiſſimis Viris A. 1718 propoſuit.

M. Aug. *Prima* difficultas eſt. Ut artificium non ſit viſibile, veluti in illis Trithemii, Cardani, & ceterorum; ne epiſtola arcani ſuſpicione facile intercipiatur.

*Secunda*. Quod Clavis non ſit limitata, & ſemper eadem; ne ab aliquo forte inventa, ejus uſus facile dignoſcatur; imo, ut ſimili modo pluribus occulte ſcribendo, etiam ipſi, quibus eadem Clavis tradita fuerit, intelligere nequeant.

Pag. 39. *Tertia*. Ut ſcribendi, & legendi modus nimis operoſus non ſit; ne multum temporis, atque laboris in utroque impendatur.

*Quarta*. Quod ſecretum a nullo quantumvis acuto ac ſubtili ingenio per artem (vulgo Contraciſra) percipi, nec inveſtigari poſſit.

His ergo numeris omnibus hæc nova Steganographia abſolutiſſima prodit, utpote ceterarum omnium occultiſſima, univerſaliſſima, facillima, & prorſus imperceptibilis; nam trium ſolummodo punctorum uſu, diverſimode ſupra qualiſcunque epiſtolæ literas quocumque idiomate exaratæ, liquore aliquo inviſibili ſignatorum, faciliime, ac imperſcrutabiliter abſolvitur, & legitur: ita ut tali novo lucubratiſſimo artificio, innumeris, nedum centenis millibus, verum etiam millionum millionibus perſonarum, eadem ſemper variata Clavi quæcumque ſecreta communicare licuerit; imo & quaque variata Clavi pluſquam quadraginta mille diverſis modis uti poterimus; & quod præſtantiſſimum eſt, ſi cujuſcunque alterius Steganographiæ Clavis ad aliorum manus caſu perveniat; vel cito, vel ſaltem facile legendi ſecreti modum invenient; ſed novæ hujus Steganographiæ arcana Clavi apud aliquem caſu inventa, nihil de ejus uſu, quacumque excogitabili via, vel arte percipi, neque inveſtigari poterit. L. D. O. M.

## *Exemplum, in quo puncta, quæ ſunt viſibilia, in Epiſtola inviſibilia eſſe debent.*

Optata Epiſtola tua ad me nudius tertius pervenit illa quidem magnopere lætatus ſum; nam me non tam de optima tua valetudine, quam de ſumma tua erga me benevolentia certiorem fecit &c.

*Puncta*

*Puncta ſignificant:*

VIVAT CHRISTIANVS WOLFIVS. Act.Erud. An. 1729. M. Jan. Pag. 40.

*Arcana Auctori Clavis tantummodo nota,*
*Aut nulli, aut fido ſolum pandetur Amico.*

# OBSERVATIONES METEOROLOGICÆ,

## *Habitæ Lipſiæ, A.* 1728, *a G. F. R.*

PArtem hic exhibeo Diarii meteorologici, qua Obſervationes continentur, ſuperiori anno a me factæ. Equidem normam Diarii, quam Cl. *Jurinus*, in Actorum noſtrorum Suppl. T. VIII Sect. IX, præſcripſit, ſequi in plerisque conatus ſum; quapropter & Calendarium Julianum, ſive *ſtylum veterem* uſurpavi, & altitudinem hydrargyri in barometro digitis Londinenſibus, partibusque eorum *decimalibus* expreſſi, nec vim venti ſenſu æſtimatam numeris perſequi neglexi. Ceterum, ut chartæ ſpatium lucrifacerem, duas vel tres uniuscujusque diei obſervationes in unam congeſſi lineam, ita ut horarum ſingulis diebus adſcriptarum prima matutina, altera ipſa meridiana, tertia denique veſpertina intelligenda ſit; quibus totidem deinde hydrargyri in barometro altitudines reſpondent. Diem XXV Nov. & I Decemb. quorum altero minimam, altero maximam hoc anno altitudinem habuit hydrargyrum, aſteriſco (*) in margine notavi. Reliqua non poſſunt difficilia eſſe interpretatu. Thermoſcopii itemque pluviæ collectæ altitudinem omiſi: alteram, quod ejus obſervandæ opportunitate deſtitutus eſſem; alteram, quod thermoſcopiis & meis & plerisque adhuc uſitatis parum confido: quorum accuratius conficiendorum ac dividendorum novam methodum, a me excogitatam, propediem fortaſſis eruditorum judicio exponam. Nunc de præcipuis quibusdam procellis ac tempeſtatibus, in ipſo Diario breviter annotatis, addendum aliquid cenſeo.

*Die XI. Jul.* ſt. v. mane cœlum ſerenum: circa meridiem nubes quædam apparent non nimis denſæ, quas paullo poſt tempeſtas excipit, cum tantilla pluvia & paucis tonitruis, vix ultra dimidiam horam perdurans. Tangitur fulmine Collegium Academiæ noſtræ Paulinum, læſis quibusdam hominibus, & occiſa muliere, ſed Pag. 41.

abſque incendio. Hydrargyrum barometri a dig. 29, 53 deſcendit ad dig. 29, 50, circa veſperam priorem altitudinis gradum recuperans. *Die VI. Aug.* mane cœlum ſerenum, mox nubilum & opacum, ingraveſcente Favonio (W) imprimis circa horam III. & IV. pomeridianam. Sequitur hora VII. copioſa pluvia, cum multis ac gravibus tonitruis, delapſo interim hydrargyro a dig. 29, 78 ad 29, 53, nec prius quam ſub noctem denuo ac paullulum aſcendente. *Die XXVI. Aug.* ante meridiem aliquantulum pluit: meridie cœlum ſerenius, fluctuante hydrargyro, & modo aſcendente tantillum, modo deſcendente. Hora prima p. m. procella cooritur, cum magna vi pluviæ & venti Favonii, ſed ſine notabili barometri mutatione. Sub veſperam rurſus cœlum ſerenum, remittente vento & jam in Noto-Zephyrum (SW) mutato. Hydrargyrum a dig. 29, 71 ad 29, 65 deſcendit. Poſt horam VIII. pari vi redit procella, ac deinceps iterum ſerenum fit cœlum, hydrargyro aſcendente. *Die II Sept.* varia cœli facies, modo ſerena modo nubila, cum æſtu notabili; mediocriter flante vento, partim Noto-Zephyro (SW) partim Noto (S). Hydrargyrum a dig. 29, 98 ad 29, 87 delabitur. Sub veſperam vero, & imprimis poſt horam IX, gravis & fœdiſſima ingruit tempeſtas, nonnunquam quidem remittens, ſed mox novas vires ſumens, totaque nocte ad multum diem, cum plurimis fulguribus, tonitruis, imbribus & procellis, perdurans. Quo toto tempore hydrargyrum magis magisque (ad dig. 29, 63 usque) deſcendere non intermittit, finita tempeſtate, circa h. VII matut. paullatim iterum aſcendens. *Die IV Sept.* ventus Noto-Zephyrus: mane ſol ſplendet inter nubeculas: deinceps cœlum nubilum. Hora VI pomerid. procella & nimbus. Hydrargyrum a dig. 29, 71 ad 29, 53 delapſum rurſus attolli ſub noctem incipit. *Die XIX. & XX. Decemb.* qui poſtremi hujus anni *ſt. n.* intenſiſſimum frigus; hydrargyro thermometri mei nonam fere partem illius altitudinis habente, quæ inter gradum ſummi frigoris, a nive cum ſale mixta oriundi, & inter gradum maximi caloris, ab aqua bulliente efficiendi, intercedit. Atque hæc ad præſens ſufficiant.

Pars

## Pars Diarii Meteorologici Lipſienſis, ad Ann. 1728.

| *Dies & horæ St. V.* | *Barometrum* | *Ventus.* | | *Tempeſtas.* |
|---|---|---|---|---|
| *Feb.* XXIX—12— | 30 — 10 — | W. S W. | 2 | pluvia & ſqualida. |
| *Mart.* I — — 10 | 29 — — 77 | S. SO. | 1 | ſerena & frigidior. |
| II 6 — 5 | 59 — 49 | SO. SW. | 1.2 | ſerena, ſubnubila. |
| III 6 — — | 79 — — | W. | 1 | ſerena, nubila. |
| IV 6 — 10 | 81 — 73 | W. | 2 (*nocte* 3) | humida & nocte pluvia. |
| V 6 — 10 | 73 — 76 | W. | 1 | pluvia. |
| VI 6 — 10 | 82 — 73 | W. | 1 | nubila. |
| VII 6 — 10 | 82 — 65 | W. | 2 | ſerena. |
| VIII 6.12 — | 44.29 — | SW. W. | 3 | nubila. |
| IX 6 — 10 | 35 — 44 | W. | 2 | nubila, ſerenior. |
| X 6.12.10 | 55.61.77 | W. | 1 | ſerena, *circa merid.* nubila cum nive. |
| XI 6 — 10 | 93 — 73 | O. | 1 | ſerena & frig. (*corona magna circa* ☾) |
| XII 6 — 10 | 65 — 69 | OSO. S | 1 | ſerena, ſubnubila. |
| XIII 6 — 10 | 69 — 66 | O. | 1 | nubila. |
| XIV 6 — 10 | 68 — 73 | S. | 1 | ſerena & calida. |
| XV. 6 — 10 | 69 — 73 | S. O. | 1 | ſerena. |
| XVI 6 — 10 | 77 — 81 | SW. | 1 | ſubnubila & temperata. |
| XVII 6 — 10 | 81 — 74 | S. W. | 1 | pluvia. |
| XIIX 6 — 10 | 65 — 65 | SW. | 1 | nubila, ſerenior. |
| XIX 6 — 10 | 65 — 32 | SW. | 1 | nubila, ſerenior. |
| XX 6 — 10 | 24 — 38 | SW. W. | 1 | nubila. |
| XXI 6 — 10 | 28 — 08 | S. | 2 (*p. merid.* 3.) | ſerena, *p. merid.* pluvia. |
| XXII 6.12.10 | 27.36.47 | SW. W. | 4 (*veſp.* 2) | ſerena, nubila. |
| XXIII 6 .. .. | 49 — — | WSW. | 2 | ſerena. |
| — — — | — — — | — — — | — | — — — |
| *Iul.* II 6 — — | 82 — — | SSO. SSW. | 1 | ſerena, nubila. |
| III 6 — 10 | 86 — 88 | WNW. | 2 | ſerena. |
| IV 6 — 10 | 88 — 86 | W. | 3 | nubila. |
| V 6 — — | 84 — — | W. | 3 | nubila, ſerenior. |
| VI 6 — 10 | 86 — 85 | W. | 3 | plerumque nubila. |
| VII 6 — 10 | 88 — 73 | W. | 1 | ſerena. |
| VIII 6 — 10 | 71 — 62 | NW. NO. N. | 3 | ſerena, ſubnubila. |
| IX 6 — 10 | 62 — 62 | NW. W. SW. | 1 | pluvia. |
| X 6 — 10 | 55 — 53 | S. SW. W. | 4 | nubila, pl. ſerena. |
| XI 6.12.10 | 53.55.55 | SW. | 2 | ſerena, pluvia cum tonitru *h.* 12. |
| XII 6.12.10 | 57.59.58 | W. | 1 | plerumque nubila. |
| XIII 6.12.10 | 62.65.68 | W. | 2 | ſerena, pler. nubila. |
| XIV 6.12.10 | 68.64.62 | SW. W. | 3 | plerumque ſerena. |



Digitized by Google

| *Dies & horæ.* | | *Barometrum* | *Ventus.* | *Tempeſtas.* |
|---|---|---|---|---|
| *Iul.* XV. | 6—10 | 29. 62 - 60 | SW. W. 3 | pl. nubila, ſerenior. |
| XVI | 6.12.10 | 59.49.39 | SW. S. 1 | pluvia, ſerena. |
| XVII | 6—4 | 33 - 30 | SW.SW. 1 (*h. IV. p. m.* 4) | varia cum tonitru longinquo. |
| XIIX | 6.12.10 | 47.55.63 | SW. 1.2 | pluvia, ſerena, pluvia. |
| XIX | 6—10 | 69 - 74 | SSW. 2 | pler. ſerena. |
| XX | 6—11 | 75 - 74 | S. 1 | varia. |
| XXI | 6—10 | 69 - 65 | S. SW. 1 | pler. nubila. |
| XXII | 6—10 | 55 - 69 | SW.S.W. 2 (*noćte* 3.4) | varia. |
| XXIII | 6—10 | 81 - 77 | W. SW. 2 | varia. |
| XXIV | 6—10 | 70 - 73 | W. 2.1 | pler. ſerena. |
| XXV | 6—— | 73 - - | SW. W. 1 | pler. nubila. |
| XXVI | 6—10 | 77 - 63 | W. SW. 1 | pl. ſerena & calida. |
| XXVII | 6—10 | 69 - 82 | W. 1 | nubila cum tonitru, ſerenior. |
| XXIIX | 6—10 | 80 - 61 | SW. 1.2 | ſerena, pluvia (*h.* 10. *p. m.*) |
| XXIX | 6—10 | 80 - 88 | W. 2 | ſerena. |
| XXX | 6—10 | 82 - 71 | OW. 1 | pl. ſerena & fervida. |
| XXXI | 6—10 | 77 - 97 | W. 1 | nubila & opaca. |
| *Aug.* I | 6—10 | 30. 10 - 10 | SW. 2 | ſerena. |
| II | 6—10 | 10 - 19 | SW. W. 3 | varia. |
| III | 6—10 | 22 - 16 | SW. N. 1 | ſerena. |
| IV | 6.12.10 | 10.05.01 | NO. SW. W. 1.2 | pl. ſerena & calida. |
| V | 6—10 | 29. 98 - 83 | W. SW. 1 | ſerena, nubila. |
| VI | 6—7 | 78 - 53 | SW. W 2. (*h. III, IV,* 3) | varia cum tonitru, (*h.* 7 *p. m.*) |
| VII | 6—10 | 71 - 82 | W. 4 | varia & turbida. |
| VIII | 6—10 | 89 - 94 | W. 3 | varia. |
| IX | 6—10 | 96 - 95 | W. 3 | varia cum remiſſo calore. |
| X | 6—10 | 93 - 95 | W. NS. 2 | pl. nubila, ſerenior. |
| XI | 6—10 | 95 - 88 | SW. W. 2 | pl. nubila & pluvia. |
| XII | 6—10 | 84 - 88 | W. NO. 1 | pl. ſerena. |
| XIII | 6—10 | 84 - 75 | SW. NW. 1 | ſerena, nubila. |
| XIV | 6—10 | 63 - 57 | SO. NO. SW., 2 | ſubnubila, ſerena. |
| XV | 6—10 | 57 - 68 | W. S. 1 | ſerena, nubila & pluvia. |
| XVI | 6.12— | 68. 71 - | W. N. W. 1 | pl. nubila & ſubſerena. |
| XVII | 6.12.5 | 68.64.55 | W. NW. 1 | ſubcalida & pluvia c. tonitru (*h.* 5. *p.*) |
| XVIII | 6—4 | 53 - 48 | W. NW. W. 1 | nebuloſa & opaca c. tonitru (*h.* 4. *p.*) |
| XIX. | 6.12.10 | 63.71.75 | W. NW. 3 | humida, ſubſerena. |
| XX | 6—10 | 73 - 65 | SW. 2 | nubila pl. ſerena. |
| XXI | 6.12.10 | 63.57.39 | S. 3 | nubila, ſerena, nubila. |
| XXII | 6.12.10 | 35.45.57 | SW. W. 3 (*circ. mer.* 4) | varia & turbulenta. |
| XXIII | 6—10 | 41 - 53 | SW. 2.3 | pluvia & turbulenta. |

Dies

| *Dies & Horæ.* | *Barometrum* | *Ventus.* | *Tempeſtas.* |
|---|---|---|---|
| *Aug.* XXIV 6.12.10 | 29.71.78.71 | SW. W. 2 | ſerena. |
| XXV 6—10 | 63 - 71 | S. W. SW. 2 | ſubnubila & calida, ſerena. |
| XXVI 6.12.8 | 71.70.65 | SW. W. 3.4 | pl. nubila & nimboſa(*h.1.& 8.p.m.*) |
| XXVII 6—10 | 64 - 68 | SW. W. 2 | ſerena ſubnubila. |
| XXIIX 6.12.10 | 64.59.45 | S. SW. 3 (*noćte* 4) | ſerena, nubila & pluvia. |
| XXIX 6.12.10 | 38.52.83 | SW. W. 2 | nimboſa, ſerenior. |
| XXX 6—10 | 30. 00 - 08 | W. 2 | ſerena. |
| XXXI 6.12.8 | 08.05.00 | SW. S. SO. 1 | ſerena & calida ſubnubila. |
| *Sept.* I 6—10 | 29. 97 - 98 | SW. 1 | ſerena & calida ſubnubila. |
| II 6.12.11 | 98.94.79 | SW. 2 (*noćte* 4) | ſubſerena, fœda cum tonitru(*noćte*) |
| III 6.12.10 | 63.79.88 | W. 3 | pluvia cum tonitru(*mane*);ſerenior. |
| IV 6—6 | 71 - 53 | SW. 2.4 | ſubſerena,nub.& nimboſa(*h.6.p.m.*) |
| V 6.12.10 | 62.67.69 | SW. W. 2 | pluvia, ſubſerena. |
| VI 6.12.10 | 65.63.46 | SW. 2.3 | pl. ſerena, ſubnubila. |
| VII 6—10 | 50 - 60 | SW. 1 | ſerena, nubila & ſubfrigida. |
| VIII 6—10 | 59 - 62 | S. NO. 1 | pl. nubila & ſubfrigida. |
| IX 6.12.10 | 71.80.89 | SSW. W. 1 | ſerena & frigida. |
| X 6—10 | 91 - 96 | SW. NW. 2 | nebuloſa, ſerena, frigida. |
| XI 6.12.— | 98.97 - | N. NO. 2 | nubila & frigida. |
| XII 7—10 | 93 - 89 | NO. 1 | nebuloſa, pl. nubila & pluvia. |
| XIII 7.12.10 | 73.65.51 | NO. 1 | pluvia, nubila & temperata. |
| XIV 7—10 | 49 - 53 | O. SW. 1 | nubila, ſerenior. |
| XV 7—10 | 59 - 53 | SW. 1 | nebuloſa, ſerena. |
| XVI 7—— | 51 - - | NO. SW. 1 | nebuloſa, ſubſerena. |
| — — — | — — — | — — — — | — — — |
| *Oćt.* VII 8—10 | 24 - 05 | SSO. 2 | nubila, ſubſerena. |
| VIII 8.12.10 | 11.19.27 | SW. 2.3 | nubila & pluvia, ſerenior. |
| IX 8.12.10 | 24.15.08 | SO. 2.3 | ſerena, ſubnubila. |
| X 8.12— | 24.31 - | SW. 3 | ſerena, ſubnubila. |
| XI 8—10 | 11 - 36 | SW. 4 | ſerena, ſubnubila. |
| XII 8—10 | 48 - 51 | SW. 3 | ſerena, ſubnubila. |
| XIII 8—10 | 53 - 40 | SW. 2 | pl. nubila & pluvia. |
| XIV 8—10 | 30 - 44 | S. 1 | varia. |
| XV 8—10 | 60 - 89 | SW. 1 | pl. nubila & opaca. |
| XVI 8—10 | 98 - 99 | SW. 1 | pluvia. |
| XVII 8—— | 97 - - | NO. 1 | ſubnubila, ſerena & pulchra. |
| XIIX 8—— | 89 - 84 | NO. 1 | ſerena & ſubfrigida. |
| XIX 8.12.00 | 84 - 92 | NO. 2 | pl. ſerena & ſubfrigida. |
| XX 8—— | 95 - - | NO. 1 | ſerena & frigida. |
| XXI 8—10 | 95 - 90 | NO. 1 | ſubnubila & frigida, ſerenior. |

Dies

| *Dies & Horæ.* | *Barometrum* | *Ventus.* | *Tempeſtas.* |
|---|---|---|---|
| *Oct.* XXII 8-10 | 29. 89 - 93 | NO. 2. 3 | ſerena, frigida. |
| XXIII 8-10 | 91 - 97 | NO. 2 | ſubſerena & ſrigida. |
| XXIV 8-10 | 30. 01 - 4 | NO. 2 | pl. ſerena & frigida. |
| XXV 8- - | 04 - - | NO. O. 2 | ſerena & frigida. |
| XXVI 8.12.10 | 29. 80. 73.61 | O. SO. 1 | nubila, ſubſerena. |
| XXVII 8-10 | 55 - 51 | SO. 1 | ſerena & ſrigida, ſubnubila. |
| XXVIII 8- - | 49 - - | S. SW 1 | oubila, pluvia, cum remiſſo ſrigore. |
| XXIX 8-10 | 31 - 62 | S. SW 1 | nubila, pluvia, ſerenior. |
| XXX 8.12.10 | 53.49.58 | S. SW 1 | opaca & nimboſa. |
| XXXI 8- - | 60 - - | S. SW 1. 2 | nubila, pulchra & temperata. |
| *Nov.* I 8.12- | 62. 53- | SSW. 2 (*ſub noctem* 3.4) | pl. nubila. |
| II 8.12.10 | 49.53.71 | SW. W. 3.4 | varia & turbulenta. |
| III 8-10 | 66 - 89 | SW. 1 | nebuloſa, pluvia, ſerenior. |
| IV 8- - | 93 - - | SW. S. 1 | opaca & pluvia. |
| V 8- - | 30. 01 - - | S. 1 | nubila, ſerenior. |
| VI 8-10 | 29. 80 - 99 | SO.S.SW. 1 | pler. ſerena. |
| VII 8-10 | 99 - 75 | S. 1 | nebuloſa, pl. ſerena. |
| VIII 8-10 | 58 - 36 | SW. 2 (*nocte* 4) | pluvia ſqualida & turbulenta. |
| IX 8- 7 | 19 - 04 | SW. 3 | varia & turbida. |
| X 8.12.10 | 14.22.39 | SW. W. 3 | pl. nubila. |
| XI 8.12.10 | 59.65 71 | W. 2 | nubila cum rantilla nive. |
| XII 8-10 | 72 - 74 | W. 1 | pl. nubila, pluvia. |
| XIII 8- - | 92 - - | NNO. NNW. 1 | pl. ſerena & frigida. |
| XIV 8- 7 | 30. 04 - 00 | W. 2 | varia & frigida cum oive. |
| XV 8-10 | 29. 96 - 93 | SSO. SSW. 1 | nubila & frigida. |
| XVI 8-4 | 89 - 81 | S. SO. 1 | ſereoa & trigida. |
| XVII 8-10 | 66 - 68 | SSO. SSW. 1 | pl. ſerena & perquam ſrigida. |
| XVIII 8-10 | 73 - 62 | S. SSW. 1 | ſereoa, ſuboubila. |
| XIX 8.12.10 | 39.30.10 | NO. 1 | pler. ſerena. |
| XX 8-10 | 08 - 05 | S. SO. 1 | pl. nubila cum nive, perfrigiida. |
| XXI 8-4 | 06 - 12 | NW. WS. 2 | pl. nubila & perfrigida. |
| XXII 8-10 | 38 - 58 | W. 1 | nubila, ſubſerena, perfrigida. |
| XXIII 8-10 | 54 - 57 | SW. 1 | nubila & ſrigida, ſerenior. |
| XXIV 8.12.10 | 28.19.6 | NO. 1 | ſereoa, frigida, nubila cum nive. |
| *XXV 8.12.10 | 28. 77. 78. 79 | SW S.SSO. 1 | ſerena cum remiſſo frigore, nubila. |
| XXVI 8-10 | 78 - 84 | SSO.S. 2 | nubila, ſubſerena, tepida. |
| XXVII 8- - | 98 - - | W. 1 | ſubnebuloſa, ſerena, nubila. |
| XXIIX 8.12.10 | 29.30. 40. 55 | SW. 1 | nubila, ſereoa. |
| XXIX -12.10 | - 71 81 | SW. 1 | ſubnubila. |
| XXX 8 12.10 | 30.01. 06. 24 | W. SW. 1 | nebuloſa, opaca & frigidior. |

Dies

| *Dies & Hora.* | | *Barometrum* | *Ventus.* | | *Tempeſtas.* |
|---|---|---|---|---|---|
| *Dec.* I | 10.12.10 | 30. 30. 28.26 | S. SSO. | 1 | ſerena & frigida: * |
| II | 8.12.6 | 19.14.01 | S. SO. | 1 | ſerena & perfrigida. |
| IV | 8.12.9 | 29. 58. 56.57 | S. | 1 | pl.ſerena & remiſſior,ſubhumida. |
| XIIX | 9 - - | 40 - - | SW. | 1 | nubila, ſerena & frigida. |
| XIX | 9 - 10 | 31 - 20 | NO. S. | 1 | ſerena, ſumme frigida. |
| XX | 9 - - | 18 - - | SW. W. | 1 | nebuloſa, frigidiſſima, remiſſior. |

# DE ÆSTIMANDIS VIRIBUS CORPORUM

M. Febr. Pag. 70.

## Juxta quadrata celeritatum, Schediaſma:

### *Autore* G. F. RICHTERO.

QUanquam plurimum apud me valuerunt demonſtrationes & experientiæ, partim ab ipſo *Leibnitio*, partim etiam ab aliis Viris Clariſſimis, *Hermanno*, *Poleno*, *Graveſandio*, iterum iterumque allatæ, ad oſtendendum, vires corporum juxta quadrata celeritatum æſtimari debere; atque etiam a me ipſo, in Novis litterariis, A. 1723 apud nos publicatis, ad demonſtrationem illam reſponſum eſt, quam, io Diario *Trevoltino*, contra doctrinam Leibnitianam nectere ſategit Cl. *Louvillius*; tamen neſcio quid dubii atque hæſitationis ad hoc usque tempus in mente mea reliquum fuiſſe fateor, cui nunc demum finem attulit nova demonſtratio, ab incomparabili Mathematico, *Jo. Bernoullio*, in tractatu de legibus communicationis motus propoſita, atque inde in Acta noſtra (Menſe Novemb. anni ſuperioris, p. 513) tranſlata: adeo plana ac perſpicua, nulli ut erroris ſuſpicioni ſuperſit locus: adeo facilis ac ſimplex, ut eam nemini adhuc in mentem veniſſe jure mirari Vir ſummus videatur. Quam cum ſtudioſe pertentarem, num qua ratione labefactare poſſem, ea occurrerunt, quibus etiam magis veritatem aſſerti, demonſtrationemque Bernoullianam, vel Bernoulliaoæ ſimillimam, non modo ad obliquos illos, ſed & ad quosvis directos corporum concurſus, haud difficulter applicari poſſe, intelligerem. Atque horum nonoulla nunc paucis exponere decrevi. Primum igitur ad hunc modum ſum ratiocinatus: ſi corpus aliquod *a*, perfecte elaſticum, io aliud quieſcens & pariter elaſticum A ita directe incurrat, ut poſt conflictum utrumque corpus ad contrarias partes æquali celeritate Edit. Act.

fera-

Act.Erud. An. 1729. M. Febr. feratur, poſſe methodo Bernoulliana colligi, quæ ſit etiam hoc caſu virium & celeritatum proportio. Reperi autem, maſſam corporis A triplo majorem aſſumi debere, quam maſſam corporis $a$. Deinde ſic eſſe ſubducendum calculum deprehendi: Incurrente corpore $a$ perfecte elaſtico, velocitare quacumque, in corpus A quieſcens, pariter elaſticum, & triplo majus, reflectetur poſt conflictum corpus $a$ cum velocitate prioris dimidia; & corpus A, cum pari velocitate, juxta directionem, quam antea habuit
Pag. 71. corpus $a$, progredietur. Ergo, cum celeritates amborum corporum jam ſint æquales, vires erunt ut maſſæ; hoc eſt, vis corporis A triplo major erit quam vis corporis $a$. Reliqua igitur erit corpori $a$ de illa vi quam initio habuit pars quarta, ſed de celeritate pars dimidia. Ergo vis corporis $a$ ante conflictum ad vim ejuſdem poſt conflictum ſe habet ut quadratum velocitatis prioris ad quadratum velocitatis poſterioris. Q. E. D. Jam cum viderem, id unum & Bernoullianæ & meæ demonſtrationi opponi poſſe, quod nimis ſint anguſtæ, quippe ad certos duntaxat caſus pertinentes, ulterius progrediendum ratus, demonſtrationem reperi plane generalem, qua ſimul & noſtra confirmari, & penitus deſtrui contraria ſententia videtur. Ea eſt hujusmodi: Juxta quam hypotheſin, de æſtimandis corporum viribus, ſumma virium poſt concurſum æqualis ſemper reperitur ſummæ virium ante concurſum, (cauſa ſcilicet effectui) ea pro vera eſt habenda: Juxta noſtram autem hypotheſin res ita ſe habere deprehenditur; juxta alteram ſive vulgarem non item: Noſtra igitur vera judicanda eſt hypotheſis, altera falſa. Priorem propoſitionem a nemine in dubium vocatum iri arbitror, ſaltim quod pertinet ad corpo-
Tab. I. ra perfecte elaſtica, de quibus nunc potiſſimum ſermo eſt. Alte-
Fig. 1. ram ſic demonſtro: Si duo corpora quæcunque, velocitatibus quibuscumque, $AD = V$ & $aD = u$, in puncto D concurrant, ſitque C commune utriusque corporis centrum gravitatis, & illud corpus dicatur $a$ (ſive majorem habeat maſſam ſive minorem) ad cujus partes motus centri gravitatis dirigitur, alterum dicatur A, ac denique CD vocetur $p$; erit $AC = \frac{aV + au}{A + a}$ $aC = \frac{AV + Au}{A + a}$ $CD = AD - AC = aC - aD = V \frac{aV + au}{A + a} = \frac{AV + Au}{A + a} u = \frac{AV - au}{A + a} = p$. Quibus ita conſtitutis ac denominatis:

| I. *Si vires ſunt ut quadrata celeritatum*, erit | II. *Si vires ſunt ut ipſæ celeritates*, erit |
|---|---|
| Vis A ante conflictum $= AV^2$ | Vis A ante conflictum $= AV$, |
| Vis $a$ ante conflictum $= au^2$ | Vis $a$ ante conflictum $= au$. |
| *Summa* $AV^2 + au^2$ | *Summa* $AV + au$. |

Vis

Vis A poſt confl. $= A(V - 2p)^2 = AV^2 - 4AVp + 4App$,

Vis $a$ poſt confl. $= a(u + 2p)^2 = au^2 + 4aup + 4app$.

*Summa*, $AV^2 - 4AVp + 4App + au^2 + 4aup + 4app = AV^2 + au^2$.

Nam $4aup + 4app = 4AVp - 4App$,

quia $p = \frac{AV - au}{A + a}$

Ergo ſumma virium ante conflictum = ſummæ virium poſt conflictum: Q. E. D.

Vis A poſt confl. $= A(V - 2p) = AV - 2Ap$, Act. Erud. An. 1729. M. Febr. Pag. 72.

Vis $a$ poſt confl. $= a(u + 2p) = au + 2ap$.

*Summa*, $AV + au - 2Ap + 2ap$.

Sed $2Ap$ nunquam $= 2ap$, niſi ſi $A = a$, vel ſi $p$ evaneſcit.

Ergo ſumma virium ante conflictum major vel minor quam ſumma virium poſt conflictum: quod abſurdum. Ergo hæc hypotheſis falſa. Q. E. D.

Quod vires poſt conflictum, juxta utramque hypotheſin recte computaverim, nemo harum rerum peritus non agnoſcet. Eſt enim celeritas corporis $a$ poſt conflictum $= u + 2p$, & celeritas corporis A, cum contraria directione, $= V - 2p$ (aut, ſi $2p$ major quam $V$, cum eadem directione $= 2p - V$). Quod ſi corpora, non ad partes contrarias, ſed ad eaſdem mota, velocitatibus $Ad$ & $ad$, in puncto aliquo $d$ concurrant, erit $AC = a \frac{V - au}{A + a}$, $aC = \frac{AV - Au}{A + a}$, $Cd = p = \frac{AV + au}{A + a}$. Reliquisque ut antea comparatis, erit vis $a$ poſt conflictum, juxta noſtram hypotheſin, $= a(2p - u)^2 = au^2 - 4aup + 4app$. Hinc ſumma virium A & $a$ poſt conflictum $= AV^2 + au^2 - 4AVp + 4App - 4aup + 4app = AV^2 + au^2$, ut prius. Nam, hoc caſu, $4AVp - 4App = 4app - 4aup$. Jam calculum eundem ad corpora etiam non elaſtica applicaturus, ſummæ virium poſt conflictum addendam eſſe ſummam virium ipſo conflictu deſtructarum perſpexi. Id enim inter ſe differunt corpora elaſtica & non elaſtica, quod in his ſemper per conflictum aboletur aliqua pars virium & motus; Pag. 73. in illis non item: quamvis aliter ſummo *Leibnitio* viſum fuiſſe videatur. Porro eas per conflictum conſumi vires certum eſt, quas contra ſe mutuo *agendo* & *reagendo* impendunt corpora non elaſtica, & quibus proinde virium *relativarum* nomen tribuendum cenſeo. Harum autem quantitatem virium non eſt difficile computare, ſi conſideres, illas ſemper eaſdem eſſe, quæ-

 cunque fuerint vires abſolutæ, dummodo maſſæ corporum, & celeritas relativa, quam exponit recta A$a$ (hoc eſt, ſumma celeritatum abſolutarum in motibus contrariis; vel differentia, in motibus ad easdem partes) non mutentur. Quoniam enim, concurrentibus corporibus non elaſticis A & $a$, celeritatibus abſolutis AC & $a$C in ipſo centro gravitatis C, poſt conflictum omnis vis & motus ceſſat, ſequitur ut hoc caſu vires relativæ & abſolutæ æquales ſint. Ergo, in quocunque puncto D concurrant corpora, vires eorum relativæ ſemper erunt tantæ, quantæ forent vires abſolutæ, ſi concurſus fieret in ipſo puncto C. Quibus obſervatis, ceteriſque ut ſupra ſe habentibus:

| I. *Si vires ſunt ut quadrata celeritatum*, erunt | II. *Si vires ſunt ut ipſæ celeritates*, erunt |
|---|---|
| Vires A + $a$ ante confl. $= AV^2 + au^2$ | Vires A + $a$ ante conflictum $AV + au$. |
| Vires A + $a$ poſt confl. $= App + app$. | Vires A + $a$ poſt conflictum $= Ap + ap$. |
| Vires relativæ per confl. abſumtæ $= A(V-p)^2 + a(u+p)^2 = AV^2 - 2AVp + Ap^2 + au^2 + 2aup + 2app$. | Vires relativæ conflictu perditæ $= A(V-p) + a(u+p) = AV - Ap + au + ap$. |
| E. *Summa* virium poſt conflictum reliquarum & in ipſo conflictu deſtructarum $= AV^2 - 2AVp + 2App + au^2 + 2aup + 2app = AV^2 + au^2$. Nam $2aup + 2app = 2AVp - 2App$, quia $p = \frac{AV - au}{A + a}$. Itaque patet hujus hypotheſeos veritas. | E. *Summa* virium poſt conflictum reliquarum & in ipſo conflictu perditarum $= AV + 2ap + au$. Sed $2ap = \frac{2AVa - 2a^2u}{A+a}$ nunquam $= o$, niſi ſi $AV = au$, ſive ſi $p$ evaneſcit. Ergo rurſus apparet, hanc hypotheſin falſam eſſe. |

Pag. 74. Addam huic demonſtrationi aliam, methodo de *maximis & minimis* innixam, quam perinde ut priorem etiam atque etiam ab iis omnibus conſiderari velim, qui alteram hypotheſin etiamnum amplectuntur. Quoniam concurrentibus corporibus non elaſticis A & $a$ in puncto quovis alio quam C, verbi cauſa in D, ſemper poſt conflictum aliquid virium & motus reſtat, ſequitur, ut ſumma virium abſolutarum conſtanter major ſit, ſi concurſus fiat in aliquo puncto D, quam ſi fiat in ipſo centro gravitatis C, ubi vires abſolutæ æquales ſunt viribus relativis per conflictum

ctum abſumendis. Jam $A \times AC^2 + a \times aC^2$ minima eſt inter omnes quantitates $A \times AD^2 + a \times aD^2$; ſed $A \times AC$ haudquaquam minima eſt inter omnes quantitates $A \times AD + a \times aD$. Ergo vires non juxta ipſas celeritates, ſed juxta earum quadrata æſtimandæ ſunt.

Coronidis loco illud adhuc notare licet, in corporibus elaſtica virtute deſtitutis, non, ſi vires directe oppoſitæ ſint æquales, ſed potius ſi habeant proportionem inverſam maſſarum, ſeu ſi ſumma virium abſolutarum æqualis ſit ſummæ virium relativarum, iſtas vires ſe invicem ſuſtinere ac conſumere; nec porro *actiones* & *reactiones* corporum æquales eſſe, niſi etiam maſſæ fuerint æquales. Eſt enim *actio* corporis A ad *reactionem* corporis $a$, ut $A \times AC^2$ ad $a \times aC^2$, hoc eſt, ut $\frac{Aa^2V^2 + 2Aa^2Vu + Aa^2u^2}{(A+a)^2}$ ad $\frac{A^2aV^2 + 2A^2aVu + A^2au^2}{(A+a)^2}$, hoc eſt, ut $a(V+u)^2$ ad $A(V+u)^2$, hoc eſt, ut $a$ ad $A$, ſive in ratione reciproca maſſarum: quod vereor ne pleriſque ingens paradoxum videatur. Sed ratio & experientia ſic ſtatuere jubent. Loquor vero de *actionibus* & *reactionibus* corporum *concurrentium*, & quidem libere atque in ſpatio vacuo concurrentium; non autem de actionibus corporum, quæ alia trahunt vel premunt, vi continuo repetita, & reſiſtentiæ pariter repetitæ æquali. Horum enim aliam eſſe rationem non arduum eſt oſtendere. De cetero leges ac regulas, quæ obſervari in corporum concurſibus ſolent, jam inde ab aliquo tempore, non minus ſine axiomate illo, de æqualitate *actionis* & *reactionis*, quam ſine principio de vi *inertiæ* (nam & hanc non ſatis probare poſſum) tradere ac demonſtrare meis auditoribus conſuevi.

Act. Erud. Ao. 1729. M. Junii. Pag. 255.

# EPISTOLA J. G. G. H. M. P.

## *Ad J. B. M. De nova Steganographia.*

VIdi nuper novam Alexandri Marcelli Steganographiam, in Act. Erud. A. 1729, M. Jan. p. 663 665. De qua, quid ſentiam, paucis indicabo, clavem, qua arcanum pandant, omnibus porrigam, & iis, quorum intereſt, offeram meliora. Perſonis ſummorum virorum artem ſcribendi occulte, utilem eſſe ac æſtimabilem, largior manibus ambabus, nec repugnavero, ſi quis eam dixerit neceſſariam. Fatendum quoque eſt, inventa, quæ haſtenus adſpexerunt lucem, imperfectionibus laborare haud exiguis. Lubens præterea calculum addo quatuor iſtis præceptis: quod artificium debeat eſſe ab omni ſuſpicione remotum; clavis univerſalis, ſimpliciſſima & innumeris apta variationibus; modus ſcribendi & legendi facilis; ſecretum denique inſolubile. Illud vero mihi haud quaquam perſuadere poſſum, Marcelli Cryptographiam *omnibus bis numeris abſolutiſſimam*, nedum *novam*, dici poſſe, niſi meliorem induat faciem. Liquores jam pridem varios commendavere, Porta, Schwenterus, Schottus,
Pag. 256. ut taceam alios; ſed proditores ſunt arcanorum, comparent enim ſtatim, vel ſi chartam luci obvertas, vel igni admoveas, vel aqua illinias. Accedit, quod difficilem reddant ſcripturam pariter atque lectionem. Num ubique locorum ad manus erit liquor ejusmodi? quid, ſi viſum puncta nonnulla effugiant? Secretum detegi poſſe, & clavem non eſſe *imperceptibilem*, res ipſa loquitur. En tibi illam, cum toto arcano:

*Clavis adulterina.*

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| . | x | q | d | a | t | k | g | n |
| : | y | r | e | b | u | l | h | o |
| ⁝ | w | ſ | f | c | z | m | i | p |

Literarum numerus epiſtolæ liberæ indicat columnas; puncta vero, ſive ſuperna, ſive inferna, elementa notant columnarum.

Litera

| *Literæ Epiſt.* | *Columnæ Clavis.* | *Puncta Clavis.* | *Literæ communis anguli.* |
|---|---|---|---|
| Optat- | 5 | : | V |
| a epiſto- | 7 | ⁝ | i |
| la tua | 5 | : | u |
| ad me | 4 | . | a |
| nudiu- | 5 | . | t |
| s ter- | 4 | ⁝ | C |
| tius per- | 7 | : | u |
| ve- | 2 | : | r |
| nit illa | 7 | ⁝ | i |
| qu- | 2 | ⁝ | ſ |
| idem m- | 5 | . | t |
| agnopere | 7 | ⁝ | i |
| læta- | 4 | . | a |
| tus ſum na- | 8 | . | n |
| m me no- | 5 | : | u |
| n t- | 2 | ⁝ | s |
| a | 1 | ⁝ | W |
| m de optim- | 8 | : | o |
| a tua va- | 6 | : | l |
| let- | 3 | ⁝ | f |
| udine qu- | 7 | ⁝ | i |
| am de i- | 5 | : | u |
| um. | 2 | ⁝ | s |

Act. Erud. An. 1729. M. Junii. Pag. 257.

Obſervabis in Actis duos errores, typographi alterum, alterum ipſius autoris, quos evitavi. Ni me plane omnia fallunt, ſimile quidpiam habet Friderici, in ſua Cryptographia, quam olim perluſtrare mihi licuit. Laborat, quod ultimo loco monere debui, inventum Marcelli hoc notabili defectu, quod prolixiores poſtulet literas, quoties arcanum paucis vocabulis abſolvi haud poteſt. Reſtat, ut exponam, quos ego modos invenerim meliores. Sunt eorum bene multi, & numerum ſexagenarium ſuperant; non ta-

Act. Erud. An. 1729. M. Junii. tamen ejusdem omnes generis & pretii. Novi equidem modos, ſed non adeo multos, qui omnibus ſatis faciant regulis exacte; ſuppetunt alii, ad potiora momenta quadrantes; nec deſunt viliores. Omnes autem ingenioſi, jucundi, atque ita comparati ſunt, ut brevi temporis ſpatio, vel per literas, vel melius viva voce, explicari & addiſci queant. Omnes etiam per Artem Combinatoriam infinitas fere induunt formas. Nonnulli hoc inſuper peculiare habent, quod ad duos pluresve ſimul ſcribatur, & neutri alterius arcanum ſuboleat, nedum innoteſcat. Et, quod mirabile dictu, inveni Steganographiam ipſo arcano argu-
Pag. 258. mento breviorem, vel ut clarius eloquar: Secretum evolutum plures, e.g. VI, involutum vero pauciores, puta tres aut quatuor tantum lineas complectitur. Conſtitueram apud me, exemplis fidem facere dictis, at enim vero, cum literis æri inſculptis ad hanc rem opus ſit, illud effectum dare prohibeor. Sufficiat itaque, unicum ſaltem & quidem ſimpliciorem modum indicaſſe: da mihi Symphoniam aliquam, Notis, quas vocant, Muſicis exaratam, & permitte, ut deſcribam, continebit illa deinceps, ſine ulla ſuſpicione aut mutatione Notarum & concentus, arcanum in quacunque lingua libuerit, quod amicus clavium particeps facile deteget, utut artis muſicæ plane ſit expers atque ignarus. Si quis forte cupiat, ut artes meas Steganographicas qualeſcunque, quibus multos impendi annos, aperiam, literas ad eundem Clariſſimum amicum, qui has Tibi transmiſit, poterit ablegare.

D. J. Z. P.

Act. Erud. An. 1729. M. Aug. Pag. 347.

# D. J. Z. P. RELATIO

## *De Machinis Chirurgicis noviſſime inventis.*

Cum nuper quidam inſtrumenti chirurgici apparatus ad nos delatus fuit, artis medicæ peritis non ingratum fore exiſtimavimus, ſi machinas novas Tab. II. delineatas exhiberemus.

Tab. II. Fig. 1. Fig. 1. eſt ferramentum, ex terebello & duabus laminis dentatis compoſitum, quo caput fœtus in utero relictum commode comprehendi & evelli poteſt. Nota eſt artificioſa machina a *Mauriceau de morbis gravidarum Tom. I. p.* 365. deſcripta, qua & totum fœtum in utero extinctum educere jubet. *Le tire tète de Mauriceau*. *Petrus Amandus in novis de arte obſtetricandi Obſervationibus p.* 237, caput in partu difficili avulſum reticulo involvere & educere tentavit; tacemus laminas incurvas *Palſyni* a *Celeberr. Heiſtero* in *Chirurg. Tab. XXV* delineatas. Noſtrum vero ferramentum omnibus præferendum eſſe videtur. (a) Eſt terebellum cochlea (b) movendum, quod inter laminas dentatas retrahitur occultaturque, & ut cuicunque capitis oſſi altius infigatur, protenditur. Laminæ illæ dentatæ (c) mobiles ſunt, & cum arcu (d) cardinibus ſeu axibus (e) cohærent; quorum opera laminæ terebello retracto ad ſe adduci, & melius per uteri ora capiti fœtus admoveri queunt. Infixo vero terebello, explicantur laminæ, iisdemque annulo mobili (f) firmatis, prehenditur caput, & manu, quæ arcum arripit, extrahitur. Hanc machinam debemus ingenio Cl. Dn. D. Friedii, qui apud Argentoratenſes, autoritate publica, artem obſtetricandi docet & exercet.

Fig. 2. Pag. 348. Fig. 2. exhibet lanceolam ancipitem, cujus mucro globulo munitus eſt. Peridonea eſt dilatandis vulneribus pectoris. Illam jam olim nobis demonſtravit Argentoratenſis chirurgus artis ſuæ peritiſſimus *Le Maire*, quem illius etiam Syringotomi, quem Cl. *Baſſius* deſcripſit, autorem eſſe cognovimus. In anevrysmatis chirurgia, quando iſta arteria liganda eſt, habent chirurgi, quod ſibi a novo ejus vulnere caveant. Hinc plures, quando fila cerata trajiciunt, acu inverſa, obverſo ejus foramine illud faciunt. Acum obtuſam a *Pareo* bel *Petito* inventam delineavit *Garengeot de ferramentis chirurgicis Tom. I p.* 223. Ingenioſiſſimus

Aƈt.Erud. An.1729. M. Aug. mus & celebris apud Pariſienſes chirurgus *le Dran*, noſocomii, cui a caritate nomen eſt, *la charité* præpoſitus, acubus peculiarem in modum incurvatis, ut eo firmius utriusque manus digitis prehendi poſſint, utitur.
Tab. II. Fig. 3 & 4. Omnibus tamen præferenda videtur acus argentea major Cl. *Petiti*. Hujus pars inferior (g) ita exacuta eſt, ne latera plus quam par eſt ſcindant. Media pars elatior craſſiorque pertuſa eſt, & foramine
Fig. 5. (h) ſatis amplo fila ligandæ arteriæ dicata excipit. Pars ſumma incurva manubrium præbet. (i) Hujus acus latiori cuſpide inciſa arteria, quæ alias non ſine ſumma difficultate ab adjacente nervo aliisque partibus ſecando ſeparatur, quam primum diſſectis integumentis in conſpectum prodit, allevatur, & acu in oppoſitum adacta, ab adſitis partibus divellitur, filis vero ſubductis, retracta acu, opportunum ſpatium relinquitur, quo illa explicari, & arteriæ in utraque parte conſtringendæ accommodari queant.

Idem laudatus *le Dran* novum invenit herniotomum, incidendo annulo muſculi abdominis obliqui externi idoneum. Notum eſt chirurgos huc usque uſos fuiſſe ſpecillo ſulcato & ſcalpello. Specillo addiderunt lamellam, ut commode deprimerent inteſtina. *Petitus* adbibet Scalpellum lima, non cote cultellatum mucrone globoſum. Alii extollunt ſcalpellum abſconditum elatere movendum, *le biſtoury caché*, quod & alii lamella inferius muniunt. His omnibus tamen vix impediri potuit, quo minus ſcalpellorum acies, inteſtina, quæ flatu vel fecibus diſtenta in chirurgia herniarum erumpunt, attingeret & ſauciaret. Minima vero inteſtinorum vulnera periculoſiſſima eſſe conſtat.
Fig. 6. Pag. 349. Novus herniotomus Fig. 6, in eo convenit cum jam dicto, quod cultellus in cannula argentea reconditus hæret, elatere movetur, & quod lamella, (k) qua inteſtina coercentur, inſtructus eſt. Quando vero elater (l) digito comprimitur, cultelli (m) acies, non cuſpis emergit, quæ ſemper extremæ cannulæ (n) inhæret. Exiſtimamus hoc ſcalpellum optimam ſecuritatem præſtare herniotomis. Idem *le Dran* novum catheterem, interius cavum, exterius ſulcatum, quo in ſequiori ſexu & lotium educi & via ſterni poteſt forcipi, qua calculus extrahitur, nobiscum communicavit. Ægrum litbotomiæ ſubjiciendum, non faſciis, ſed certis ligulis firmat; quæ omnia tamen delineari haud curavimus.

Addimus inventum chirurgi Hafnienſis Jo. Henrici Heſſii, cujus jam A. MDCCXXVI, Menſe Januario mentio in his Actis facta fuit. Ille obſervans in lithotomia, majori appatu exer-

exercenda ; urethræ vulnus forcipibus nimium diſtendi, fibras dilacerari, & ſic pernicioſiſſimam ſæpe inflammationem concitari, novam & tractabiliorem machinam meditatus eſt, qua calculus extrahi poſſet. Fig. 7 prenſorium eſt, (vocat tranſennam, *eine Schlinge*,) fundæ in modum ex teneriori veſica complicatum, cujus oræ & tergum faſcia ſericea cincta circumſutaque ſunt, quæ faſcia ad utrumque latus (o) multum prominet. Inferior ora duplicata bacillum tenue ex ſpina ceti (p) continet. Huic bacillo ad (q) crena inſculpta eſt, ut illa maxime parte inflecti poſſit. Hanc fundam in dicta crena compoſitam intorquet in veſicæ vulnus, illamque digito explicat, & tandem, ut calculum prehendat, breviorem bacilli partem dextra attrahit. Quo vero calculus in fundam delabatur, abdomen leniter comprimendum ſuadet. Hoc inſtrumento laudatus chirurgus A. MDCCXXV, calculum ſatis magnum feliciter extraxit, fatetur tamen ſe reliquos, nam plures in veſica hærebant, forcipe eduxiſſe, quia prenſorium ſanguine & urina madidum nimisque emollitum fuerat. Frequentiori experientia hujus machinæ uſus ſtabiliendus eſt, in his tamen, quæ ad ſalutem humanam attinent, optima voluntas laudem meretur.

Act. Erud. An. 1729. M. Aug. Tab. II. Fig. 7.

## JO. FRIDERICI WEIDLERI

M. Octob. Pag. 443.

### Obſervatio Eclipſis lunæ totalis

*Facta Vitembergæ Saxonum, mane diei IX Auguſti A. 1729, Teleſcopio Aſtronomico VI pedum Gallicorum.*

| | H. | M. | S. |
|---|---|---|---|
| INitium ſub Grimaldo, 9 Aug. temp. ver. vulg. | o, | 1, | 30 |
| Umbra attingit Galileum | — | 3, | 45 |
| - - - Ariſtarchum | — | 6, | o |
| - - - Keplerum | — | 11, | o |
| Poſtea nubes tegunt lunam, albæ quidem & raræ, quæ tamen minorum macularum conſpectum, & obſervationem appulſus umbræ ad eaſdem impediebant. Hora o, m. 40 diſſipatis nonnihil nubibus, portio lunæ umbræ immerſa co- | | | |

| | H. | M. | S. |
|---|---|---|---|
| lorem referebat rufum, ſed tanta caligine permiſtum, ut non niſi maculæ majores dignoſcerentur. Minores omnes erant abſconditæ. Umbræ peripheria hiſpidoſa & inæquabilis cernebatur. | | | |
| Novem digitos obſcuratos reticulo filari reperi | – | 44, | 30 |
| Decem digitos menſus ſum - - | – | 48, | 30 |
| Mare Criſium dimidium occultatur - - | – | 54, | 0 |
| M. Criſium totum in umbram immergitur - | – | 57, | 0 |
| Immerſio totalis, inter Langrenum & M. Criſium. | 1, | 1, | 0 |
| Umbra clarior verſus occaſum, obſcurior verſus ortum ſpectatur. Partem diſci lunæ verticalem, umbræ portio caliginoſior, fumo denſiori non abſimilis hora 1 m. 21 tenuit, donec circa eclipſis medium, hora 2, eadem prope centrum diſci lunæ hæreret. Et quamdiu durabat obſcuratio totalis, luna inſtar prunæ rubuit. | | | |
| Emerſio dubia ſub Grimaldo - - | 2, | 39, | 0 |
| Emerſionis initium certum - - - | – | 40, | 30 |
| Incipit emergere Galileus - - - | – | 43, | 30 |
| - - - Ariſtarchus - | – | 45, | 0 |
| - - - Keplerus - - | – | 49, | 0 |
| - - - Copernicus - - | – | 54, | 45 |
| - - - Plato - - - | – | 55, | 30 |
| - - - Digit. IV - - - | – | 58, | 15 |
| - - - Timocharis - | 3, | 1, | 30 |
| - - - Digit. V - - - | – | 2, | 30 |
| - - - Manilius - - - | – | 4, | 0 |
| - - - Digit. VI - - - | – | 7, | 30 |
| Pag. 444. Totus Tycho emergit - - - | – | 8, | 30 |
| Incipit emergere Menelaus - - - | – | 10, | 30 |
| - - - Plinius - - - | – | 13, | 0 |
| - - - Cleomedes - - | – | 18, | 0 |
| M. Criſium & una M. Nectaris emergere incipit | – | 23, | 30 |
| M. Nectaris totum emergit - - - | – | 29, | 0 |
| M. Criſium totum emergit - - - | – | 31, | 30 |
| Incipit emergere Langrenus - - | – | 34, | 30 |
| Finis dubius - - | – | 38, | 30 |
| Finis certus, umbra exeunte inter Langrenum & Petavium - - - | – | 40, | 0 |

Dura-

| | H. M. S. |
|---|---|
| Duravit igitur deliquium - - - | 3, 39, 30 |
| Mora lunæ intra umbram - - - | 1, 39, 30 |
| Duratio ab initio ad immerſionem - | – 59, 30 |
| Duratio ab emerſione ad finem - - | 0, 59, 30 |
| Medium - - - | 1, 51, 15 |

Numeros indicavi ſumma fide. Temporis emendatio pluribus ante & poſt eclipſin diebus facta. Quoniam autem in ædibus meis intra urbem, ob humilem lunæ ſitum, eclipſin contemplari haud poteram, contuli me in villam meam ſuburbanam, ubi liberrime, a principio usque ad finem, raro ſpectaculo jucunde frui datum fuit. Interim cum horologium oſcillatorium ex Muſeo eodem mecum portare nollem, ne periculo erroris, qui in ſpecula Pariſienſi plurimis experimentis detectus eſt, teſte *Hireo* de Uſu tabul. Ludovic. p. 102, me exponerem, adhibui in ipſa obſervatione horologium parvum exploratæ virtutis Londinenſe, idemque cum oſcillatorio correcto, ante & poſt eclipſin diligenter comparavi. Atque eam ob cauſam, non niſi dimidiam vel tertiam partem minutiæ unius temporis, ſuperioribus numeris ſignificare licuit.

Act. Erud. An. 1729. M. Nov. Pag. 500.

# JOANNIS FREDRICI SCHREIBER,

Doctoris Medici,

## *Idea diſtincta quorumdam Medicinæ principiorum.*

MEdicinam nondum comitatur illa utilitas, quæ ſcientiæ Medicæ deeſſe nunquam poſſet: ſed & deficit adhuc Medicinam certitudo. Syſtema in Medicina fruſtra adhuc quæſiveris: recte formatæ definitiones, omnimode determinatæ propoſitiones, earumdemque demonſtrationes, quarum ideam ab Euclideis, & extra Matheſin, a Wolfianis attento abſtrahere licet; proh magno detrimento! a Medicina exulant. Manum ergo tanto operi admovendam decrevi: quin & admovi jam, multum expertus, quanto conſtet labore, veri nominis condere ſcientiam. Dedi ſpecimen actionis corporis humani, omni demonſtratæ modo, in ſcriptione Academica *de lacrymis & fletu*, quæ cum nonnullis admodum placuerit, illis nec ſyſtema diſpliciturum ſpero. Conſtat plerisque, accuratam fabricæ corporis humani deſcriptionem quoque fundamentum præbere debere ſcientiæ Medicæ: illa ergo determinata ſit neceſſum eſt in iis partibus, unde plurimum dependet. Sic; dixi in memorata ſcriptione *de fletu*, cur origini nervi intercoſtalis mihi ibidem attendendum non fuerit: quia nempe cum quinto pari non cohæret. Idque aſſerui, *Euſtachii Albini*, propriasque quasdam obſervationes ſecutus: plerique, a quinto & ſexto pari ſimul oriri illum, affirmarunt: alius vero inſignis Anatomicus mihi perſuadere voluit, illum plerumque a ſolo quinto pari naſci. Ea eſt Anatomicorum inconſtantia; unde tam ſæpe dubia redditur Medicina. Ego vero originem illius nervi accurate determinatam ſummi momenti rem habeo in *ἀνθρωπολογία*. Quare omnes, quibus inſpiciundorum cadaverum copia eſt, oro ac obteſtor, ut in illam originem curatius inquirant.

Pag. 501. Jam ergo quam proxime a me exſpectari volo *Elementorum Medicinæ, more Geometrarum demonſtratorum*, Tomum primum: quæ innitentur obſervationibus & experimentis Anatomicis, ſecundum genuinæ Logicæ præcepta formatis: unde judicia intuitiva formabuntur, ut & diſcurſiva, omnimode determinata, & in eo rigore demonſtrata, quem delineavit merito ſuo Illuſtris *Wolfius* in admirabili opere Logico. Quin & conſtabit, omnem pro-

propoſitionum Medicarum certitudinem ultimo pendere a primis entium notionibus; nam & conſtitutum nobis, omnes demonſtrationes usque in notiones & propoſitiones ontologicas, quas Ill. *Wolfius* in immortali Ontologiæ opere ſtabilivit, reſolvere. Verum, ubi tantum perficio opus, admodum verendum, ne alii, methodi Geometrarum neſcii, pro confuſis habeant, quæ ego ſummo digeſta ordine cenſeo. His vero autor ſuaſorque ſum, ut Logicæ præceptis animos ſuos prius imbuant, antequam noſtra legere decreverint. Alii mirabuntur, ubi omnis Medicinæ inſtitutiones duabus partibus, ἀνθρωπολογία & θεραπευτική, abſolvi viderint. Atque his diſtinctam quandam quorundam Medicinæ principiorum ideam communicare decrevi. Medicinam definivi per ſcientiam eorum, quæ per corpus humanum poſſibilia ſunt. Quæ definitio ſufficiet a faſtu ſuo revocandis Medicis. Vis corporis humani mihi eſt vis totalis; quæ nempe viribus omnium corporis partium æqualis eſt. Sanitatem hinc definio per vim corporis humani integram. Quin & inde liquet, ſanitatem partis cujusdam eſſe illius vim integram. Quodſi vero, in parte quadam, vi partis illius major oriatur reſiſtentia; aderit illi parti morbus: eoque ipſo minuetur vis corporis humani. Eſt ergo morbus vis corporis humani imminuta ſeu labefactata. Enimvero vires partium corporis humani a vi quadam alia primario dependent: id quod ſuo loco evictum dabo: illam vocabo *vim principem*, quæ mihi eſt vis, ſine qua reliquarum virium actio intelligi nequit. Nempe vires illæ reliquæ per principem demum fiunt vires: absque illa tantum habentur pro facultatibus. Quum jam vires partium C.H. dupliciter infringi poſſint: vel a reſiſtentia quacunque, in parte ipſa nata: vel quia a vi principe non animantur, ut ſic loquar; (nam per ſe ſunt mortuæ, & per principem demum fiunt vivæ:) hinc & duplex datur morbi genus: particularis & univerſalis. In hoc impeditur vis princeps. Quin & facile prævidetur, qua ratione ex priore naſci poſſit poſterior. Mors eſt deſtructio vis principis. Sint enim licet vires omnes partium deſtructæ, quæ vere ad continuationem vis principis non concurrunt: tamen erit adhuc vita: ſed minima. Vitam minimam ergo definio per continuationem vis principis. Vi vero corporis humani vigente, adeſt vita maxima, vel perfectiſſima, id eſt, ſanitas. Pergamus ad Medicinæ partium definitiones. Scientia eorum, quæ per corpus humanum ſanum aſſumta & applicata externa poſſibilia ſunt, quorum vis vi corporis humani minor eſt; vocatur φυσιολογία. Qui definiunt per ſcientiam corporis humani ſani, incomplete definiunt. Nam non potes ſcire poſſibilia per corpus humanum ſanum: niſi cognita ante actione ingeſto-

Act.Erud. An. 1729. M.Nov.

Pag. 502.

Act. Erud. An. 1729. M. Nov. ſtorum ac applicatorum quorumvis externorum in corpus humanum ſanum. Scientia eorum quæ per corpus humanum, ſive ſanum, ſive ægrum, & externa quæcunque, ſive ingeſta, ſive applicata quomodocunque poſſibilia ſunt; quorum vis vim partis cujusdam vincit: vocatur παθολογία. In παθολογία ergo debet explicari, quo modo ſanum corpus a cauſis quibusdam determinatis fieri poſſit ægrum: & ſecundo, qua ratione ex uno morbo, accedentibus quibusdam externis, naſci queat alius morbus. Quin & inde fluit: recte tractatam φυσιολογίαν & παθολογιῶν niti anatomia & actione ingeſtorum vel applicatorum externorum in corpus cognita. Σημειωτικὴ eſt ſcientia ex notis quibusdam cognitis ignotam rationem ſanitatis vel morbi determinandi. Enimvero cum notæ ſint rebus intrinſecæ: etiam illæ quæ ſtatum corporis ſani vel ægri aperiunt, per ſolas quasdam corporis ſani vel ægri poſſibilitates determinabuntur: ut conſtat ex Logicis: ergo σημειωτικὴ utique in φυσιολογία & παθολογία pertractari debet. Atque hæc eſt ratio: quare nec nos ſingularem illis notis vel ſignis vindicabimus ſcientiam. Scientia eorum, quæ per corpus humanum, ingeſta ac applicata externa, ab intelli-
Pag. 503. gente determinata, poſſibilia ſunt; nuncupatur Θεραπευτικὴ. Atque hæc generalis definitio & ὑγιεινὴν includit, ſi in definitione corpus humanum ſanum eſſe ponas; ſi ægrum, definiiſti Θεραπευτικὴν ſtricte ſic dictam. Dico; ab intelligente determinata eſſe aſſumenda & applicanda quæcunque: namque non poſſunt diſtincte intelligi felices ὑγιεινῆς & Θεραπευτικῆς ſucceſſus: niſi determinatæ ante fuerint actiones generales remediorum, victus ceterorumque externorum in corpus humanum vel ſanum vel ægrum: quæ dein in quovis quæſito caſu ſpecialius determinandæ erunt. Si placet & remedia diſtinguere: habebitur φαρμακευτικὴ, χειρουργικὴ, διαιτητικὴ &c. Sicque omnis Medicina tandem abſolvitur φυσιολογία, παθολογία & Θεραπευτικὴ. Verum enim vero elementa mea Medicinæ conſtituent ἀνθρωπολογία & Θεραπευτικὴ, quarum prior φυσιολογίαν & παθολογίαν ubique connexas ſiſtet. Cur vero binas haſce ſcientias in unam compingam, hanc accipe cauſam: quia παθολογία, ſeparatim tradita, ſola generalia morborum complecti poteſt. Dedi jam olim exempla a muſculorum convulſione petita: unde patuit, in cognoſcenda ſpeciatim omnium muſculorum convulſione, Medico ad ſpecialiſſimam φυσιολογίαν muſculorum recurrendum eſſe, ut, ſi e. g. ſit declarandum, num ore, a morbo muſculorum clauſo, levantes inferiorem maxillam vel aliquis eorum ſint convulſi; an vero biventer ſit paralyticus? Memoravi in præfatio-

ſatione ad *Douglaſs deſcriptionem comparatam muſculorum* C. *H.* & *quadrupedis*, muſculorum actiones non prius intellectum iri, quam ſi trahentur in cadavere in omnem ſitum poſſibilem ſucceſſive diſpoſito. Inde deduxi, quosdam muſculos in diverſo ſitu diverſas actiones edere: ſic bicipitem internum cubiti, prona manu, hanc primo ſupinare. Hinc jam porro concludo, a convulſione unius muſculi in diverſis corporis ſitibus diverſos apparere poſſe effectus, quos imprudens Medicus a duobus vel pluribus muſculis convulſis derivabit. Nam convulſorum muſculorum motus ſemper ſunt inter ſe, ut actiones naturales illorum muſculorum. Annon ergo præſtat, παθολογίαν jungere phyſiologiæ? Attende ultimo antagonismo muſculorum. Conſtat; illi curatiſſime attendendum eſſe in muſculorum contuſionibus, paralyſibus, in vulneribus & fracturis oſſium, ubi determinata quædam medela requiritur vel determinatus quidam ſitus ab intelligente Medico ægro eſt commendandus, nempe ille, in quo antagoniſta agere nequit. Sed dixi in Præfatione citata ſummum παράδοξον, quod me ipſum adhuc dum exercet; eidem muſculo in alio ſitu alium eſſe antagoniſtam: ſicque hæcce meditatio in priorem redit. Ea ratione noſcitur, cur Winslow ægros in lecto decumbentes, quibus hypogaſtrica ſectio facta eſt, propria capitis elevatione prohibeat, eique aliam a miniſtro quodam factam ſubſtituat? Ut enim ſterno-maſtoidæi agant, punctum fixum in oſſe pectoris requiritur: hoc vero efficiunt recti & pyramidales abdominis. Horum autem actio curationem vulneratæ veſicæ urinariæ impedit. Quare nobis eadem ſemper hac de re perſtabit ſententia: & rectiſſime idem perſpexit Ill. *Wolfius*,

Act. Erud. An 1719. M. Nov.

Pag. 504.

ALE-

Act. Erud. An. 1729. M. Julii. Pag. 328.

# ALEXII CLAIRAUT,

## PARISINI,

### Determinatio Curvæ cujusdam differentialis, cujus conſtructio ſimplicitate cum ſimpliciſſimis certat.

Tab. I. Fig. 2. Pag. 329. „ DAto poſitione plano AB & puncto C, a quo incipit funiculus longitudinis datæ CGOM, a pondere M ſuper rota DIG datæ magnitudinis extenſus: Dico, punctum M in extremitate funiculi, vel intra pondus, utcumque aſſumptum, rota ſuper plano AB incidente, ferri in curva differentiali MM „. Sit CA perpendicularis in planum AB, & per rotæ centrum D ducatur EP parallela ad AB, dabuntur magnitudine OB, PB & inde PO; item ob OM ſibi ſemper parallelam dabitur PH, DP, & arcus HO. Fiat EK = DP & dabitur K poſitione, a quo computatæ abſciſſæ erunt KP, ordinatis PM. Eſt vero ex generationis conditionibus PM = CGM — CG — GO — OP. Jam ex D ſit DI perpendicularis ad EP & ex G contactu extremo parallela GS ad EP, ac GF in eandem EP perpendiculariter cadat, & jungantur CD, GD. Sint etiam KP $= x$ PM $= y$ CE $= a$ DH $= b$ GC $= z$ OH $= r$ OP $= i$ JG $= v$ HOGJ $= q$ & funiculi CGOM longitudo ſit $= c$; quibus ſubſtitutis in PM = CGM — CG — GO — OP fit $y = c - z - q + v + r - i$; ſed ſupereſt, ut $z$ & $v$ per $x$ exprimantur. Patet vero quod $CG = \sqrt{CD^2 - DG^2}$ & $CD^3 = CE^2 + ED^2$, ſeu, ob EK = DP & adeo ED = KP, $CD^2 = CE^2 + KP^2 = x^2 + a^2$, unde CG ſeu $z = \sqrt{CE^2 + KP^2 - DG^2} = \sqrt{x^2 + a^2 - b^2}$. Deinde differentiale arcus JG eſt $\frac{b}{GF} \times d$. DF, ut conſtat, ſit DF $= t$, GF $= s$ & fit $dv - \frac{bdt}{s}$. In Triangulo CGS eſt, CG $= z := \sqrt{x^2 + a^2 - b^2}$ ut ſupra inventum; $SC = DE + DF = KP + DF = x + t$ & $CS = CE - ES = CE - FG = a - s$, unde $x^2 + s^2 - b^2$

$-b^2 = x^2 - 2tx + t^2 + a^2 - 2as + ss$, & ſcripto $bb - tt$ pro $ss$ ex circuli natura, $x^2 + a^2 - b^2 = x^2 + 2tx + tt + aa - 2as + bb - tt$ ſeu $bb + tx = as$ & quadrando $b^4 + 2bbtx + ttxx = aass = aabb$ *Act. Erud. Ap. 1729. M. Julii.*

$- aatt$, unde $t = \dfrac{ab\sqrt{x^2 + a^2 - b^2} - bbx}{xx + aa}$ & $dt = \overline{aa + xx}$

$+ \dfrac{abxdx}{\sqrt{x^2 + a^2 - b^2}} - b^2dx - 2abxdx \times \overline{\sqrt{x^2 + a^2 - b^2} + b^2x}$ :

$\overline{aa + xx}^2$. Datur igitur $t$ in $x$. Sed & $s$ in $x$ dabitur per æqualitatem $bb + tx = as$, a qua iſta fluxerunt, ſubſtituto valore $t$ Pag. 330.

antea invento in $\dfrac{bb + tx}{a}$ & fit $s = \dfrac{bba + bx\sqrt{x^2 + a^2 - b^2}}{aa + xx}$. Subſtituendo igitur $s$ & $t$ per $x$ expreſſas in $v = \dfrac{\mathrm{S}.bdt}{s}$ fit $v = \mathrm{S}.\overline{aa + xx}$

$\times \overline{\dfrac{abxdx - bbdx}{\sqrt{x^2 + a^2 - b^2}} - ab\sqrt{x^2 + a^2 - b^2} + bbx} \times 2xdx : \overline{aa + xx}$

$\times \overline{ab + x\sqrt{x^2 + a^2 - b^2}}$. Et tandem ſubſtitutis valoribus $z$ & $v$ hactenus inventis in æquatione prima $y = c - z - q + v + r$

$- i$ fit $y = c - \sqrt{xx + aa - bb} - q + (\mathrm{S}.\overline{aa + xx} \times \overline{\dfrac{abxdx - bbdx}{\sqrt{xx + aa - bb}}}$

$\overline{- ab\sqrt{aa - bb + xx} + bbx} \times 2xdx$ ) : ( $\overline{aa + xx} \times \overline{ab + x\sqrt{aa - bb}}$

$\overline{+ xx}$ ) $+ r - i$; vel differentialiter $dy = \dfrac{-xdx}{\sqrt{xx + aa - bb}} + (\overline{aa + xx}$

$\times \overline{\dfrac{abxdx - bbdx}{\sqrt{aa - bb + xx}} - ab\sqrt{aa - bb + xx} + bbx} \times 2xdx$ ) : $\overline{aa + xx}$

$\times \overline{ab + x\sqrt{aa - bb + xx}}$. Q. E. J. & D.

*Corollaria.*

1. Si C cadit in E adeoque $a = o$ æquatio præcedens tranſit in $dy = \frac{bb - xx}{\sqrt{xx - bb}} \times dx$ vel $-dy = \frac{dx}{x} \sqrt{xx - bb}$. 2. Si C incidit in A fit $-$ EC $=$ EA ſeu $a = -b$, quo in æquationem introducto iſthæc mutatur in $dy = \frac{bb - xx}{bb + xx} dx$. 3. Si $b = o$ id eſt loco circuli punctum incedat ſuper AB & funiculum libere pendentem ſecum ducat, æquatio inventa fit $y = c - z$ vel $y = c - \sqrt{aa + xx}$, curva MM jam mutata in Hyperbolam.

*Præcedentia per literas nobiſcum communicata eo minus dubitavimus Actis hiſce inſerere, quo inuſitatus eſt Analyſtam decimum quintum ætatis annum vix prægreſſum his paſſibus gradiri, qui ſatis oſtendunt, qualia in poſterum ab ejus ingenio expectanda ſint.*

F I N I S.

INDEX

Digitized by Google

# INDEX
## AUCTORUM AC RERUM,

Quæ in hoc ſexto Volumine continentur.

### ANALYTICA ET ARITHMETICA.


C. G. *Specimen methodi ad ſummas Serierum.* pag. 1

--- *Demonſtratio Theorematis Fermatiani, nullum numerum triangularem præter 1. eſſe quadrato quadratum.* 491

N. B. *Reſponſio ad Art. VII. T. XXXI. Diarii Eruditorum Italiæ.* 40

--- *Demonſtrationes Theorematum Patrui ſui.* 61

G. B. BULFFINGERI *Commentatio in Theoremata quadam Bernoulliana.* 57

*Solutio Problematis a N. Bernoulli, Joan. Filio, propoſiti.* 65

L. EULERI *conſtructio linearum Iſochronarum in medio reſiſtente.* 579

*Methodus inveniendi Trajectorias reciprocas Algebraicas.* 629

R. COTES *Harmonia menſurarum.* 229

J. HERMANNI *Solutio propria duorum Problematum propoſit. in Actis 1719.* 241

JOH. BERNOULLI *operatio analytica de invenienda curva a projectili deſcripta in medio reſiſtente.* 113

--- *Animadverſio in Solutionem problematis circa trajectorias.* 120

--- *Theorema novum circa diviſionem & multiplicationem angulorum &c.* 203

--- *Varia Solutiones & Conſtructiones Problematis propoſiti de Curvis motis ſecundum axem & ſe mutuo ad angulos datos ſecantibus.* 211

--- *Comparatio ex occaſione Problematis de Trajectoriis reciprocis.* 225

--- *Explicatio Anagrammatis, quod dedit A. 1723 circa Trajectorias reciprocas.* 306

--- *Methodus commoda reducendi quadraturas tranſcendentes ad longitudines curvarum algebraicarum.* 311

--- *Demonſtratio conſtructionis edita in Actis 1724. pro deſcribenda Trajectoria reciproca.* 520

COM. JACOBI RICCATI *Appendix ad animadverſiones in æquationes differentiales ſecundi gradus.* 272

--- *Animadverſiones in æquationes differentiales ſecundi gradus.* 345

JOSEPHI VERZALIÆ *Epiſtola ad Geometriæ ac Philoſophiæ ſtudioſos.* 266

--- *Epiſtola altera.* 471

*Reſponſio ad J. Bernoullij Animadverſionem editam 1721.* 341

DANIELIS BERNOULLI. *Notata in ſchediaſma Co. Riccati.* 351
--- *Explanatio Notationum ſuarum.* 540
--- *Solutio Problematis Riccatiani.* 543
Co. CAROLI de FAGNANIS, *defenſio Articul. VII Tom. XXXI. Diarii Italiæ contra Bernoullium.* 353
*Solutio Problematis de curvis inveniendis, quæ ſitu inverſo diſpoſitæ ſe interſecent in angulo dato.* 397
JOH. W. T. LEICHNERO, *Problema Arithmo-Technicum.* 569
C. A. HAUSEN *ſolutio hujus Problematis.* 570
ALEXII CLAIRAUT *determinatio Curvæ cujuſdam differentialis, cujus conſtructio ſimplicitate cum ſimpliciſſimis certat.* 688

## ANATOMICA.

ABRAHAMI VATERI *obſervatio de novo ductu ſalivali Glandulæ Lingualis.* 122
*De Sublingualibus Salivæ ductibus.* 527
--- *Additamenta ad obſervationes de ductibus ſalivalibus.* 633

## ASTRONOMICA.

*Syſtema Solare Newtonianum tam Planetarum quam Cometarum.* 124
*Excerpta Aſtronomica ex Tranſactionibus Anglicanis A.* 1718. 132
C. A. HAUSEN, *Additio ad ea, quæ exhibuit de nupera Eclipſi Solis.* 323
--- *Phænomena tranſitus penumbræ & umbræ plenæ ſupra Tellurem.* 434
EUSTACHII MANFREDI *obſervatio conjunctionis Veneris & Reguli*, 1724. *celebratæ.* 337
NICASII GRAMMATICI *obſervationes circa eandem conjunctionem.* 338
J. B. CARBO & D. CAPASSI *obſervatio Lunaris Eclipſis* 1724. *Ulyſſipone.* 501
D. CAPASSI *obſervationes circa primum Jovis Satellitem habitæ Ulyſſipone.* 582
--- *Obſervationes pro latitudine Uliſſiponæ.* 583
JO. WILH. WAGNER *obſervatio magnæ Solis Eclipſeos An.* 1724. *die* 22. *Maji.* 538
FRIDERICI WEIDLERI *obſervatio Eclipſis Solaris inſtituta Witebergæ XV. Septembris A.* 1727. 638
--- *Obſervatio conjunctionis Lunæ & Saturni, & auroræ borealis.* 645
--- *Obſervatio Eclipſis Lunæ totalis facta Witembergæ Saxonum. A.* 1729 9 *Auguſti.* 681

## BOTANICA.

L. PHIL. THUMMIGII *obſervationes & experimenta nova de Anatomia Foliorum.* 195

VER-

VERDRIESII *de pulvere ſtaminum apicibus in floribus adhærente.* 321

CHIRURGICA.

G. F. A FRANCKNEAU *de machina ad Lithotomiam.* 551
D. J. Z. P. *Relatio de Machinis Chirurgicis noviſſime inventis.* 679

GEOMETRICA.

N. BERNOULLI JO. FIL. *Exercitatio Geometrica de Trajectoriis Orthogonalibus.* 15
--- *Enodatio alicujus Problematis Geometrici propoſiti a D. Hermanno.* 27
--- *Reſponſio ad Cl. Taylori querelas.* 34
--- *Exercitatio de Trajectoriis Orthogonalibus.* 140
--- *Exercitatio eadem.* 159
--- *In Hermanni ſolutionem duorum problematum.* 445
M. JOH. BURCARDI *Epiſtola ad V. C. Brook Taylor.* 83
--- *Modeſta & ſeria Reſponſio ad eundem.* 380
TAYLOR. *Litteræ ad J. B. data* 1722. 224
*Celebre Catenariæ Problema denuo Geometris propoſitum.* 320
*Novus Practico Geometricus Cyclomatiſmus, ſive Quadratura Circuli Arithmetico Geometrice demonſtrata.* 469

HISTORIA NATURALIS.

J. C. HARENBERGI *Obſervationes de Generatione lapidum figuratorum.* 599
A. F. MARSILII *Danubius Pannonico Myſicus &c.* 608

INSTRUMENTA ET MACHINÆ.

ANDREÆ GÆRTNERI, *Organum Aſtrodicticum globo cœleſti applicandum.* 581

LOGICA.

D. MICHAELIS GOTTLIEB HANSCHII, *Meditatio de uſu genuino omnium modorum in quatuor figuris Syllogiſmorum.* 646
C. W. *Monitum de ſua Philoſophandi ratione, inſerviens loco reſponſionis ad Gottliebum Hanſchium.* 657

MECHANICA ET STATICA.

ANDREÆ GABRIELIS DUHRII *de inſigni invento mechanico.* 265
L. E. *Conſtructio linearum Iſochronarum.* 579

G. F. RICHTERII *de aſtimandis viribus corporum juxta quadrata celeritatum.* 671

## MEDICA.

GOTTLOB SCHOBERI, *Epitome Diſſertationis Medicæ de ſeminibus Loliaceis & Secalis nigris corruptis &c.* 268
A. F. WALTHERUS *Sarcoceles, ſeu membri genitalis tumoris vaſti exemplum.* 545
P. A. MICHELOTTI *rari ex utero morbi Hiſtoria.* 586
J. FREDERICI SCHREIBER *Idea diſtincta quorumdam Medicinæ principiorum.* 684

## METEOROLOGICA.

JO. G. LIEBKNECHT, *accurata deſcriptio Luculæ borealis.* 67
*Additamentum de ſimilibus phænomenis.* 70
HENR. BARHAM *deſcriptio Meteori igniti in Jamaica obſervati An.* 1700. 135
J. JURIN *Invitatio ad obſervationes meteorologicas.* 460
J. M. VERDRIES *Parelii duo cum parte Halonis.* 567
G. W. WEGNERI *obſervatio Parelii ſingularis A.* 1722 28 *Aug.* 593
G. F. R. *obſervationes Meteorologicæ habitæ Lipſiæ A.* 1728. 665

## MONUMENTA ANTIQUA AC ERUDITIO.

J. G. ECCARDI *obſervatio de Numis Attilæ Hunnorum Regis.* 12
--- *De ſignificatione Literarum CONOB.* 135
JO. OLIVÆ *in marmor Iſiacum.* 49
GEORGII CHRIST. GEBAUERI *in idem marmor.* 52
CHRISTFRIDI WECHTLERI *de locis Libanii.* 116
--- *Reſponſio ad Jo. Laur. Moſheimium.* 252
C. A. H. *Specimen Artis Criticæ circa Editionem Q. Curtii Rufi.* 127
*E literis Adami Eberti de eruditione Arabum & Turcarum &c.* 173
JO. CHRIST. CLODII *Conſilium de Nova Bibliotheca Orientali edenda.* 202
F. C. CONRADI *de monumento Propertii Poetæ.* 530
S. HAVERCAMPI *diſſertationes de Alex. M. Numiſmate, & de nummis contorniatis.* 552
D. F. C. C. *Annotata quædam ad eandem diſſertationem.* 558
*De veteri lapide porphyrio, notis Hieroglyphicis decorato.* 607
J. C. S. *Explanatio inſcriptionis cujuſdam veteris.* 625
--- *Interpretatio nummi cujuſdam veteris.* 628
*Sardonyx a novo Artifice triumpho Bacchi repræſentando aptatus.* 637
DANIELIS WILHELMI TRILLERI *conjectura in Aretæum.* 640

## OPTICA, DIOPTRICA, ET CATOPTRICA.

G. FR. RICHTERI *Defenſio diſquiſitionis ſuæ contra Rizzetum.* 289

--- *De*

--- *De iis quæ optica Newtonianæ a Rizzeto objiciuntur.* 383
--- *De ſchediaſmate Rizzetiano.* 496
RIZZETI *de Syſtemate opticæ Newtonianæ.* 368
--- *Excerpta ex Diſſertatione Anti-Newtoniana.* 390
--- *Alia excerpta ad R. S. Londinenſem.* 392
--- *Super Diſquiſitionem Richteri circa oppoſitiones Opticæ Newtonianæ.* 420
--- *Appendix ad reſponſionem Richteri.* 465
--- *Reſponſio ad Richterum.* 492
--- *De Luminis refractione contra Bernoullium.* 571

## PHILOSOPHICA.

G. G. LEIBNITII *Principia Philoſophiæ.* 183
*Philoſophiæ naturalis Principia Mathematica.* I. NEWTONI *Editio tertia.* 595

## VARIA.

*Hiſtoria Academiæ Regiæ Scientiarum A.* 1716. 5
--- *Ejusdem anni* 1717. 76
--- *Ejusdem anni* 1718. 279
--- *Continuatio ejusdem A.* 1718. 300
--- *Ejusdem A.* 1719. 476
--- *Ejusdem anni* 1720. 329
--- *Ejusdem A.* 1721. 505
--- *Ejusdem A.* 1722. 511
ALEXANDRI MARCELLI *Nova Steganographia imperceptibilis.* 663
J. G. G. H. M. P. *Epiſtola de nova Steganographia.* 676

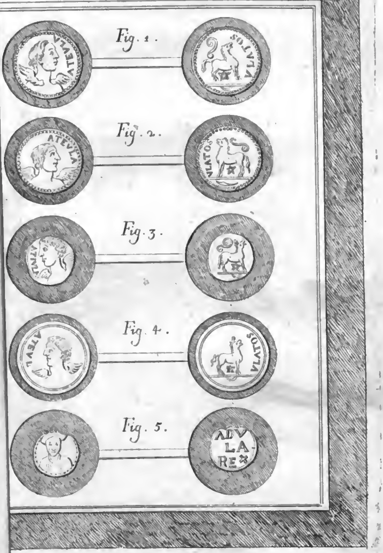
*Errata*

| | *Errata.* | *Corrige.* |
|---|---|---|
| Pag. 124 | Tab. III. in margine. | Tab. II. |
| 482 | Tab. I. Fig. 2. in marg. | Fig. 11. |
| 564 | Fig. 4. in margine. | Fig. 7. |
| 664 | 1728. in margine. | 1729. |

10100 ·PH

696

TAB. II. *ad A.* 1720.



Digitized by Google

10100 pH

632

Fig. 8.



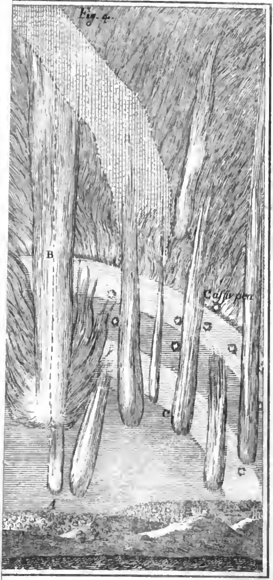
Fig. 4.



Digitized by Google

Digitized by Google

10100 FH



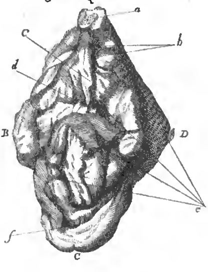

WEST.

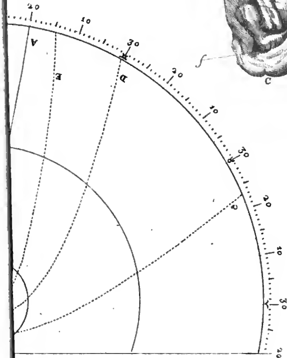
Digitized by Google

10100 PH
653

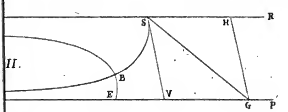
A. 1721.

Fig. 2.



Digitized by Google


S
H
R
B
E
V
G
P

II.

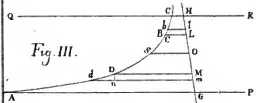
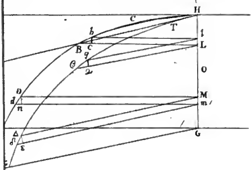
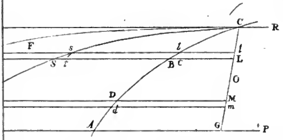

Q
C
H
R
b
l
B
c
L
s
o
d
D
M
n
m
A
G
P

Fig. III.


H
c
T
b
l
B
c
L
q
O
o
D
M
d
n
m
G
ε


C
R
F
s
b
l
S
t
B
c
L
O
D
M
d
m
A
G
P

12105 ff
701



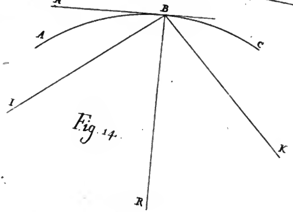


Fig. 14.

M

Fig. 11.

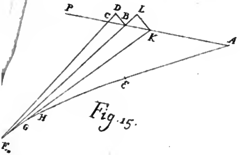


Fig. 15.

Fig. 17.

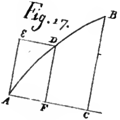
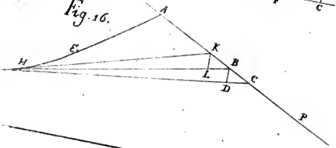



Fig. 16.



10100 PH

702

TAB. III. ad. A. 1724.

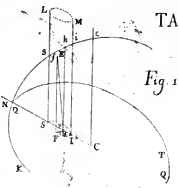


Fig. 1.

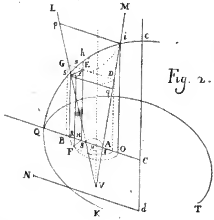
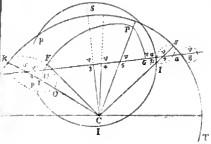


Fig. 2.

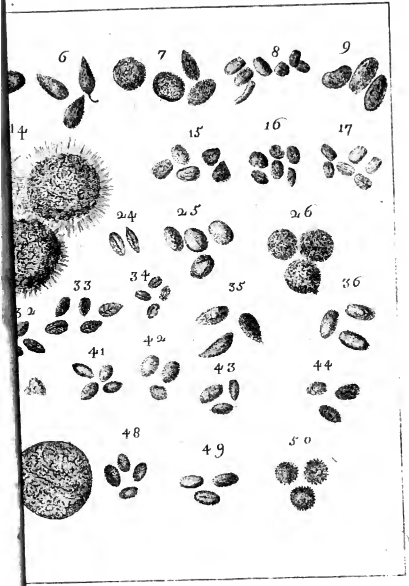
Fig. 3.



Digitized by Google

10100 PH



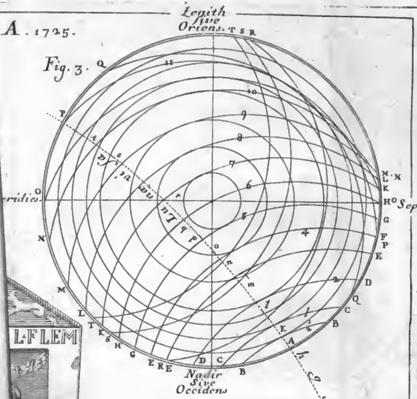


Digitized by Google

10100 PH
706

. A . 1725 .

Fig. 3 .



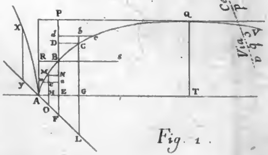
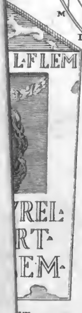




Fig. 1 .




pm .

Digitized by Google

TAB. II. *ad A. 1726.*

*Fig. 1.*

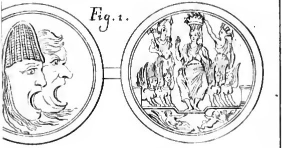


*Fig. 2.*

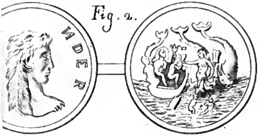
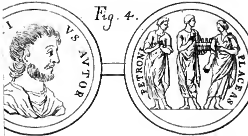



*Fig. 4.*



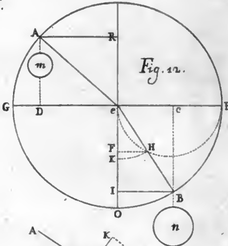
Digitized by Google

10 100 7K

706

II. ad A. 1726.



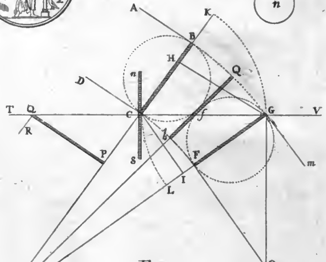




Fig. 13.

Digitized by Google

10100 P II

707

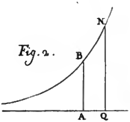


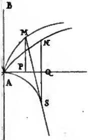

Fig. 3.

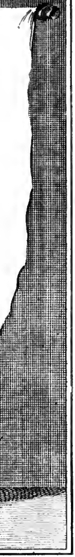
101coPH 708

TAB. III. *ad A. 1727.*

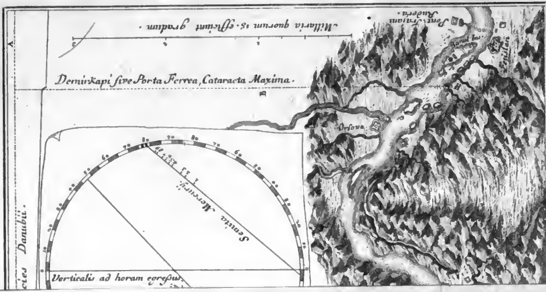
Fig. 2.



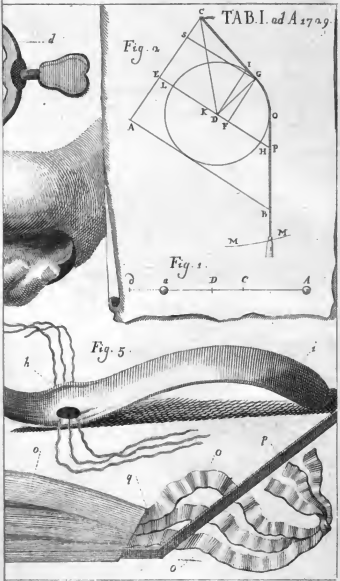



10100 PH
709


…cies Danubii.
Demirkapi ſive Porta Ferrea, Cataracta Maxima.
Millaria quorum 15. efficiunt gradum.
Pont. Trajani Ruderæ.
Orſova
Verticalis ad horam egreſſus
Semita Mercurij.

Digitized by Google


TAB.I. ad A 1729.
Fig. 2
C
S
E
L
I
G
K
D
F
O
A
H
P
B
M
M
Fig. 1.
a
D
C
A
d
Fig. 5.
h
i
o
o
p
q
o

Digitized by Google

10100 P# 711

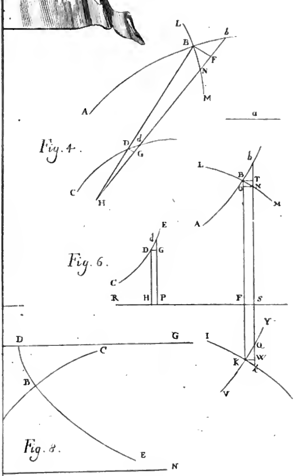



Fig. 4.

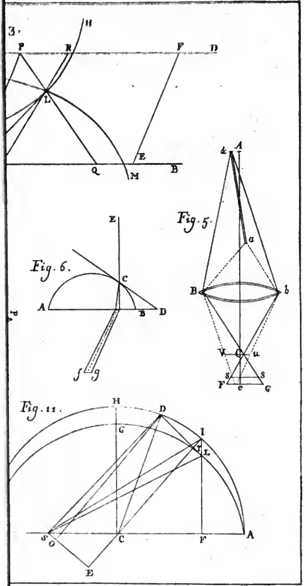
Fig. 6.

Fig. 8.

Digitized by Google

Digitized by Google

1010. 84 712 13




Digitized by Google

Digitized by Google

15100 - 713

TAB. III. ad *Suppl. Tom. VIII.*

*Fig. 1.*

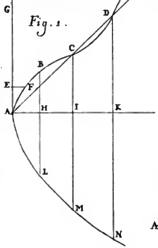



*Fig. 3.*

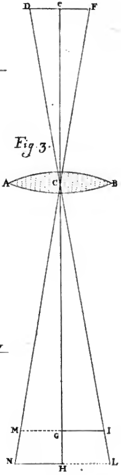
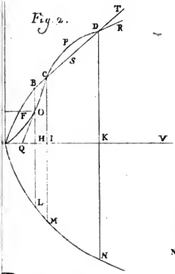



*Fig. 2.*



[illegible]

[illegible]

Digitized by Google

.5.110 (vol.VI)
ammendo piega,imbrachettatura,restauro carta:carta e velina giappo-
ese,Tylose MH300p 6%;guardie C Ingres Vang 20231 e pelle uovo;cuci-
ura su 4 nervi di fettuccia spigata di lino naturale ripiena di ca-
apa 3 capi,con filo lino Barbours;indorsatura nelle caselle di car-
a giapponese 517 e successivamente a mascherina,escludendo i nervi
prolungandola sulle sguardie,la pelle uovo;capitelli naturali pas-
anti sotto catenella,al centro fascicoli e attraverso l'indorsatura
on anima,lasciata lunga,in fettuccia spigata naturale,cuciti con un
ilo di lino Barbours;coperta in pergamena semifloscia di capra, con
ipieno dei piatti in cartoncino Fabriano L.C.;infilatura di nervi e
apitelli.
iblos s.n.c.
irenze, novembre 1997

005642997

Digitized by Google

[illegible] by Google